

차분 위성 항법을 위한 위치영역 필터의 설계

Design of Kinematic Position-Domain DGNSS Filters

이형근*, 지규인**, Chris Rizos***

Hyung Keun Lee*, Gyu-In Jee**, Chris Rizos***

요 약

차분 위성 항법에 있어서 빈번한 동적 변화를 수반하는 항체에 대하여 편향되지 않은 위치 추정치를 생성하기 위해서는 위상 평활화 코드 필터가 널리 사용되고 있다. 위치추정, 오차해석, 고장진단, 그리고 미지정수 결정 등 보정위성항법시스템의 다양한 응용분야에 있어서 정확한 오차공분산 정보는 중요한 역할을 담당한다. 반면, 기존의 위상 평활화 코드 필터 알고리즘들은 대부분 누적위상 측정오차에 의한 시전달 오차를 무시하므로 실제에 비하여 낙관적인 오차공분산 정보를 생성할 위험성을 내포하고 있다. 위상 평활화 코드 기법의 활용에 있어서 일관성 있고 적절한 오차공분산 정보를 생성하기 위하여 본 논문에서는 Stepwise Optimal Position Projection Filter와 Stepwise Unbiased Position Projection Filter 알고리즘을 제안하였다. 제안된 필터는 기존의 필터에 비하여 누적위상의 특성에 기인하는 시전달 오차의 특성을 정확하고 상세하게 고려하여 주며 잦은 가시위성의 변화도 함께 고려할 수 있는 장점을 가진다. 몬테카를로 시뮬레이션에 의하여 수신기 Kalman 필터, 기존의 위상 평활화 코드 필터, 그리고 제안된 두 필터들의 성능을 비교 분석 하였다.

Abstract

Consistent and realistic error covariance information is important for position estimation, error analysis, fault detection, and integer ambiguity resolution for differential GNSS. In designing a position domain carrier-smoothed-code filter where incremental carrier phases are used for time-propagation, formulation of consistent error covariance information is not easy due to being bounded and temporal correlation of propagation noises. To provide consistent and correct error covariance information, this paper proposes two recursive filter algorithms based on carrier-smoothed-code techniques: (a) the stepwise optimal position projection filter and (b) the stepwise unbiased position projection filter. A Monte-Carlo simulation result shows that the proposed filter algorithms actually generate consistent error covariance information and the neglect of carrier phase noise induces optimistic error covariance information. It is also shown that the stepwise unbiased position projection filter is attractive since its performance is good and its computational burden is moderate.

Key words : differential GNSS, position-domain, kinematic, filter, error covariance.

* 한국항공대학교 전자·정보통신·컴퓨터공학부(School of Electronics, Telecommunication & Computer, Hankuk Aviation University)

** 건국대학교 전자공학과(Department of Electronics Engineering, Kon-Kuk University)

*** School of Surveying and Spatial Information Systems, University of New South Wales, Australia

· 논문번호 : 2004-1-5

· 접수일자 : 2004년 3월 30일

I. 서 론

빈번한 동적 변화를 수반하는 항체에 대하여 효율적인 항법의 기능을 수행하기 위해서는 일반적으로 항법 변수 및 항법변수의 동적변화를 측정할 수 있는 두 종류의 센서가 모두 필요하다. 이의 대표적인 예로서 GNSS (Global Navigation Satellite Systems) 수신기와 관성센서로 구성된 복합항법시스템을 들 수 있으며 여기서 GNSS 수신기는 항법변수의 측정에 그리고 관성센서는 항법변수 동적변화의 측정에 각각 활용된다[1-3].

관성센서는 일반적으로 GNSS 수신기에 비하여 고가이므로 항법시스템의 설계에 있어서 이를 활용하기 힘든 경우가 빈번하게 발생한다. 이 경우 통계적인 운동모델로서 관성 센서의 기능을 일부 대치하여야 하며 그 대표적인 예로서 GPS (Global Positioning System) 수신기 Kalman 필터 [1-3]를 들 수 있다. GPS 수신기 Kalman 필터는 정지, 등속, 그리고 등가속 등의 간단한 운동모델을 통하여 추정 위치의 정확도를 향상시킬 수 있는 장점을 가진다. 반면, 필터가 가정한 운동모델이 항체의 실제적인 운동에 적합하지 않은 경우 오히려 위치오차의 편향(bias)을 크게 증폭시킬 위험성을 내포하고 있다.

다른 측위(positioning) 센서에 비하여, GNSS 수신기는 다양한 종류의 측정치를 제공하여 준다. 이러한 다양성을 활용하면 추정된 위치의 정확도를 극대화시킬 수 있게 된다. Hatch [4]에 의하여 처음 제안된 위상 평활화 코드 필터는 수신기 측정치의 다양성을 충분히 활용한 대표적인 예로서 부정확한 운동모델에 의한 위치 정확도의 악화를 방지하여 준다. 이후 Hatch가 제안한 거리 영역 위상 평활화 코드 필터의 개념을 확장하여 complementary filter [5] 그리고 phase-connected filter [6] 등 위치영역에서의 위상 평활화 코드 필터가 추가적으로 발표되었다. 일반적으로 위상 평활화 코드 필터에 있어서 누적위상 측정치는 항법 변수의 시전달에 그리고 의사거리 측정치는 항법 변수의 측정값에 활용된다.

효율적인 항법 필터는 정확한 위치 추정치와 더불어 추정치의 정확도에 대한 지침값(measure)을 일관성 있게 제공하여 주어야 한다. 이러한 필요성에 근거하여

항법필터는 추정치의 정확도에 대한 지침값으로서 오차공분산 정보를 제공하게 된다. 생성된 오차공분산 정보는 위치추정, 오차해석, 고장진단, 그리고 미지정수 결정 등 다양한 용도에 활용되게 된다.

일관성 있고 현실적인 오차 공분산 정보 생성의 관점에서 기존의 위상 평활화 코드 기법들을 살펴보면 이들 대부분이 오차 공분산 정보의 생성에 누적위상 측정 오차의 영향을 무시하고 있음을 알 수 있다. 이는 L1 주파수만을 활용하는 일반적인 단일 주파수 수신기에서 의사거리 측정 오차에 비하여 그 위상 측정 오차의 크기가 크게 작음에 기인한다. 그러나, 이러한 근사화에 근거하여 필터를 장기간 운용할 경우 실재에 비하여 낙관적인 오차 공분산 정보를 생성할 위험성을 내포하며, 또한 이중 주파수 수신기에 의한 wide lane, iono free, 또는 divergence free 위상 측정치 조합 [1-4]을 활용할 경우 L1 단일 주파수에 의한 위상 측정치에 비하여 그 측정오차가 증폭된다.

위상 평활화 코드 필터의 구현에 있어서 일관성 있고 현실적인 오차공분산 정보의 생성을 위하여 본 논문에서는 SOPF (Stepwise Optimal Position projection Filter) 와 SUPF (Stepwise Unbiased Position projection Filter) 알고리즘을 제안하고자 한다. 기존의 위상 평활화 코드 필터에 비하여 제안된 두 필터는 누적위상 측정오차에 의하여 유기되는 시전달 오차의 복잡한 시상관성을 근사화 하지 않고 정확하게 고려하므로 일관성 있고 현실적인 오차공분산 정보의 생성을 가능하게 하여 준다.

II. 위치영역 위상 평활화 코드 필터의 설계

단일 수신기에 의한 의사거리 및 누적위상 측정치는 수신기 시계오차, 열잡음, 위성 시계오차, 전리층 지연, 대류권 지연, 그리고 다중경로 오차 등 다양한 오차 요인에 영향을 받는다. 이 중 위성 시계오차, 전리층 지연, 그리고 대류권 지연 등의 공통오차 요인은 기준 수신기와 이동 수신기를 근거리에서 위치시켜 단일차분(single-differencing)에 의하여 효과적으로 제거할 수 있다 [1-3]. 특히 의사거리 측정치의 정확도에 크게 영향을 미치는 다중경로오차는 기존에 알려진 다양한 방법으로 검출, 분리 및 완화가 가능하다 [8-14]. 공통 오차

성분들과 다중경로 오차가 분리 제거하면 j -번째 위성에 대하여 k -번째 시점에서 생성된 단일차분 의사거리 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 및 단일차분 누적위상 $\tilde{\phi}_{j,k}$ 는 다음과 같이 모델링 될 수 있다 [3]:

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{j,k} &= e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + v_{j,k} \\ \tilde{\phi}_{j,k} &= e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) + b_{u,k} + \lambda N_j + n_{j,k}\end{aligned}\quad (1)$$

여기서

$e_{j,k}$: 시선각 벡터

$x_{j,k}$: ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) 좌표계로 표현한 j -번째 위성의 위치

$x_{u,k}$: ECEF 좌표계로 표현한 기준 수신기로부터

이동 수신기로의 기저선(baseline) 벡터

$b_{u,k}$: 조합된 기준 및 이동 수신기 시계오차

N_j : 단일차분 미지정수

$v_{j,k} \sim (0, r_\rho)$: 의사거리 측정오차

$n_{j,k} \sim (0, r_\phi)$: 누적위상 측정오차

r_ρ, r_ϕ : 의사거리 및 누적위상 오차 공분산

k -번째 시점에서 제안된 필터가 고려하는 참 상태 변수(true state) 는 기저선(baseline) 벡터 $x_{u,k}$ 와 수신기 오차 $b_{u,k}$ 로서 다음과 같이 구성된다.

$$X_k = \begin{pmatrix} x_{u,k} \\ \dots \\ b_{u,k} \end{pmatrix} \quad (2)$$

참 상태 변수 X_k 에 대하여 필터가 추정한 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 각각 다음과 같이 표현된다.

\bar{X}_k : 전 추정치 (*a priori* state estimate)

$\delta\bar{X}_k$: 전 추정오차 (*a priori* estimation error)

\bar{P}_k : 전 추정 오차공분산 행렬

(*a priori* error covariance matrix)

\hat{X}_k : 후 추정치 (*a posteriori* state estimate)

$\delta\hat{X}_k$: 후 추정오차 (*a posteriori* estimation error)

\hat{P}_k : 후 추정 오차공분산 행렬

(*a posteriori* error covariance matrix)

각각의 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산 행렬은 참 상태변수와 다음의 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned}\bar{X}_k &= \begin{pmatrix} \bar{x}_{u,k} \\ \dots \\ \bar{b}_{u,k} \end{pmatrix}, \\ \delta\bar{X}_k &:= \bar{X}_k - X_k = \begin{pmatrix} \delta\bar{x}_{u,k} \\ \dots \\ \delta\bar{b}_{u,k} \end{pmatrix} \sim (O, \bar{P}_k) \\ \hat{X}_k &= \begin{pmatrix} \hat{x}_{u,k} \\ \dots \\ \hat{b}_{u,k} \end{pmatrix} \\ \delta\hat{X}_k &:= \hat{X}_k - X_k = \begin{pmatrix} \delta\hat{x}_{u,k} \\ \dots \\ \delta\hat{b}_{u,k} \end{pmatrix} \sim (O, \hat{P}_k)\end{aligned}\quad (3)$$

SOPF와 SUPF의 $(k+1)$ -번째 시점에서의 전 추정치 \bar{X}_{k+1} 는 k -번째 시점에서의 후 추정치 \hat{X}_k 와 위상 증분 $(\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k})$ 를 결합하여 생성된다. 이에 연쇄적으로 k -번째 시점에서의 후 추정치 \hat{X}_k 는 k -번째 시점에서의 전 추정치 \bar{X}_k 와 의사거리 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 를 활용하여 생성된다. 이후에 설명될 바와 같이 SOPF와 SUPF의 차이점은 시전달을 위하여 위상 증분 측정치들을 조합하는 방법에서만 발생하므로 SOPF와 SUPF의 구분이 반드시 필요한 경우에만 위첨자 o 와 s 에 의하여 구분 짓도록 한다.

2.1 차분 의사거리에 의한 측정갱신

상태 변수 X_k 에 관하여 각 채널별 의사거리 $\tilde{\rho}_{j,k}$ 를 필터의 측정갱신에 활용하기 위해서는 먼저 간접 의사거리 측정치 $z_{j,k}$ 가 다음과 같이 형성된다.

$$z_{j,k} = \tilde{\rho}_{j,k} - e_{j,k}^T (x_{j,k} - \bar{x}_{u,k}) - \bar{b}_{u,k} \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)에 의하면 채널별 각 간접 측정치 $z_{j,k}$ 는 다음의 조건을 만족한다.

$$z_{j,k} = h_{j,k} \delta \bar{X}_k + v_{k,j} \\ h_{j,k} := [e_{j,k}^T \quad -1] \quad (5)$$

J 개의 위성에 대한 간접 의사거리 측정치 $z_{j,k}$ ($j = 1, 2, \dots, J$) 들을 한 개의 간접 측정치 벡터 Z_k 에 누적하면 다음의 식이 얻어진다.

$$Z_k = H_k \delta \bar{X}_k + v_k \\ v_k \sim (O_{J \times 1}, r_\rho I_{J \times J}) \quad (6)$$

여기서

$$Z_k := \begin{bmatrix} z_{1,k} \\ z_{2,k} \\ \vdots \\ z_{J,k} \end{bmatrix}, H_k := \begin{bmatrix} h_{1,k} \\ h_{2,k} \\ \vdots \\ h_{J,k} \end{bmatrix}, v_k := \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \\ \vdots \\ v_{J,k} \end{bmatrix} \quad (7)$$

k -번째 시점에서의 필터의 이득을 K_k 로 표현하면, 측정갱신 전후의 전 추정치 \bar{X}_k 와 후 추정치 \hat{X}_k 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\hat{X}_k = \bar{X}_k - K_k Z_k \quad (8)$$

식 (3), (6) 그리고 (8)에 의하여 전 추정오차와 후 추정오차 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\delta \hat{X}_k = (I - K_k H_k) \delta \bar{X}_k - K_k v_k \quad (9)$$

2.2 차분 위상 증분에 의한 시전달

정확한 시전달 식을 유도하기 위하여 기저선 벡터, 시계오차, 위성 좌표, 그리고 시선각 벡터의 시간 증분을 각각 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta x_{u,k} := x_{u,k+1} - x_{u,k} \\ \Delta b_{u,k} := b_{u,k+1} - b_{u,k}$$

$$\Delta x_{j,k} := x_{j,k+1} - x_{j,k} \\ \Delta e_{j,k} := e_{j,k+1} - e_{j,k} \\ j = 1, 2, \dots, J. \quad (10)$$

식 (1)과 식 (10)에 의하여 위상 증분 측정치 $(\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k})$ 는 다음의 관계를 만족한다.

$$\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k} \\ = (e_{j,k} + \Delta e_{j,k})^T (x_{j,k+1} - x_{u,k+1}) \\ + n_{j,k+1} + b_{u,k+1} \\ - e_{j,k}^T (x_{j,k} - x_{u,k}) - n_{j,k} - b_{u,k} \\ = - (e_{j,k} + \Delta e_{j,k})^T \Delta x_{u,k} \\ + \Delta b_{u,k} + e_{j,k}^T \Delta x_{j,k} \\ + \Delta e_{j,k}^T (x_{j,k+1} - x_{u,k}) \\ + n_{j,k+1} - n_{j,k}. \quad (11)$$

식 (11)을 참조하여 시전달을 위한 간접 측정치 $\varpi_{j,k+1}$ 을 다음과 같이 생성하면,

$$\varpi_{j,k+1} := e_{j,k}^T \Delta x_{j,k} + \Delta e_{j,k}^T (x_{j,k+1} - \hat{x}_{u,k}) \\ - (\tilde{\phi}_{j,k+1} - \tilde{\phi}_{j,k}) \quad (12)$$

생성된 간접 측정치 $\varpi_{j,k+1}$ 는 식 (7)과 식 (12)에 의하여 다음의 관계식을 만족하게 된다.

$$\varpi_{j,k+1} = h_{j,k+1} \Delta X_k + w_{j,k+1} \\ \Delta X_k := [(\Delta x_{u,k})^T \quad \Delta b_{u,k}]^T \quad (13)$$

식 (13)에 나타난 등가 시전달 오차 $w_{j,k+1}$ 는 전단계 (previous time-step) 및 현단계 (current time-step) 위상 측정 오차 $(n_{j,k+1} - n_{j,k})$ 와 전단계 후 추정오차 $\delta \hat{x}_{u,k}$ 의 조합으로 다음과 같이 정의된다.

$$w_{j,k+1} := - \Delta e_{j,k}^T \delta \hat{x}_{u,k} - n_{j,k+1} + n_{j,k} \quad (14)$$

각 위성 채널별 간접 측정치 $\varpi_{j,k+1}$ 를 벡터의 형태로 누적하면 다음과 같이 시전달 벡터 측정식이 형성된다.

$$\Omega_{k+1} = H_{k+1} \Delta X_k + W_{k+1} \quad (15)$$

여기서

$$\Omega_{k+1} := \begin{bmatrix} \varpi_{1,k+1} \\ \varpi_{2,k+1} \\ \vdots \\ \varpi_{J,k+1} \end{bmatrix}, W_{k+1} := \begin{bmatrix} w_{1,k+1} \\ w_{2,k+1} \\ \vdots \\ w_{J,k+1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (14)와 식 (16)에 의하여 등가 시전달 오차 $W_{j,k+1}$ 는 다음과 같이 분해될 수 있다.

$$W_{k+1} = -\Delta H_k \delta \hat{X}_k - n_{k+1} + n_k \quad (17)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta H_k &:= H_{k+1} - H_k \\ n_k &:= [n_{1,k} \ n_{2,k} \ \cdots \ n_{J,k}]^T \\ &\sim (O_{J \times 1}, I_{J \times J}). \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에 나타난 분해식은 이후 시전달을 위한 이득행렬 U_{k+1} 유도에 활용되게 되며 이득행렬을 U_{k+1} 는 편향되지 않은 추정을 위하여 식 (15)와 관련하여 다음의 관계식을 만족시켜야 한다.

$$U_k H_k = I_{4 \times 4} \quad (19)$$

식 (15)의 양변에 U_{k+1} 을 곱하고 식 (19)의 조건을 활용하면 상태변수 증분 ΔX_k 에 대한 추정치 $\overline{\Delta X}_k(\tilde{\phi}_{k+1}, \tilde{\phi}_k, \hat{X}_k)$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{\Delta X}_k(\tilde{\phi}_{k+1}, \tilde{\phi}_k, \hat{X}_k) &= U_{k+1} \Omega_{k+1} \\ &= \Delta X_k + U_{k+1} W_{k+1} \end{aligned} \quad (20)$$

여기서

$$\tilde{\phi}_k := [\tilde{\phi}_{1,k} \ \tilde{\phi}_{2,k} \ \cdots \ \tilde{\phi}_{J,k}]^T \quad (21)$$

식 (20)에 나타난 상태변수 증분의 추정치 $\overline{\Delta X}_k(\tilde{\phi}_{k+1}, \tilde{\phi}_k, \hat{X}_k)$ 를 활용하면 k -번째 시점에서의 후 추정치 \hat{X}_k 는 $(k+1)$ -번째 시점에서의 전 추정치 \bar{X}_{k+1} 로 다음과 같이 시전달 되게 된다.

$$\bar{X}_{k+1} = \hat{X}_k + \overline{\Delta X}_k(\tilde{\phi}_{k+1}, \tilde{\phi}_k, \hat{X}_k) \quad (22)$$

이에 덧붙여, 식 (3), (17), (20), 그리고 (23)을 활용하면 추정오차는 다음과 같이 시전달 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \bar{X}_{k+1} &= (I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k) \delta \hat{X}_k \\ &\quad - U_{k+1} (n_{k+1} - n_k) \end{aligned} \quad (23)$$

2.3 오차공분산 및 이득행렬의 계산

제안된 필터들의 오차공분산 행렬 재귀식을 유도하기 위해서, 식 (9)와 식 (23)에 나타난 추정오차 재귀식을 다음과 같이 변화된 형태로 전개한다.

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_k &= (I_{4 \times 4} - K_k H_k) \\ &\quad \cdot (I_{4 \times 4} - U_k \Delta H_{k-1}) \delta \hat{X}_{k-1} \\ &\quad - (I_{4 \times 4} - K_k H_k) U_k (n_k - n_{k-1}) \\ &\quad + K_k v_k \\ \delta \bar{X}_k &= (I_{4 \times 4} - U_k \Delta H_{k-1}) \\ &\quad \cdot (I_{4 \times 4} - K_{k-1} H_{k-1}) \delta \bar{X}_{k-1} \\ &\quad - (I_{4 \times 4} - U_k \Delta H_{k-1}) K_{k-1} v_{k-1} \\ &\quad - U_k (n_k - n_{k-1}) \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)에 나타난 바와 같이 전 추정 오차 $\delta \bar{X}_k$ 는 의사거리 측정오차 v_k 에 독립적이다. 따라서, 오차공분산 행렬의 추정갱신은 식 (3)과 식 (9)에 의하여 다음과 같이 기존의 칼만필터와 동일하게 정리된다.

$$\begin{aligned} \hat{P}_k &= (I_{4 \times 4} - K_k H_k) \bar{P}_k (I_{4 \times 4} - K_k H_k)^T \\ &\quad + r_\rho K_k K_k^T \\ K_k &= \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + r_\rho I_{J \times J})^{-1} \\ &= \frac{1}{r_\rho} \hat{P}_k H_k^T \end{aligned} \quad (25)$$

또한, 식 (24)에 나타난 바와 같이 후 추정 오차 $\delta \hat{X}_{k-1}$ 는 누적위상 측정오차 n_k 에 독립이므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} E[\delta \hat{X}_k n_k^T] &= -(I_{4 \times 4} - K_k H_k) U_k \\ E[\delta \hat{X}_k n_{k+1}^T] &= O_{4 \times J} \end{aligned} \quad (26)$$

따라서, 식 (3), (23), 그리고 (26)을 활용하면 위상 평활화 코드 필터에 있어서 오차공분산 행렬의 정확한 시전달 식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k+1} &= (I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k) \hat{P}_k \\ &\quad \cdot (I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2r_\phi U_{k+1} U_{k+1}^T \\
 &- r_\phi (I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k) \\
 &\quad \cdot (I_{4 \times 4} - K_k H_k) U_k U_{k+1}^T \\
 &- r_\phi U_{k+1} U_k^T (I_{4 \times 4} - K_k H_k)^T \\
 &\quad \cdot (I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k)^T
 \end{aligned} \tag{27}$$

지금부터는 SOPF와 SUPF를 위한 시전달 이득행렬 U_{k+1}^o 와 U_{k+1}^s 의 유도를 다루도록 한다. 식(15)와 같이 상태변수 증분 ΔX_k 에 대한 측정식이 주어진 경우 시전달에 의한 정보 손실을 최소화 하기 위한 효율적인 방법은 식(15)로부터 상태변수 증분 ΔX_k 에 대한 최적 추정치를 편향없이 추정하는 방법이다. 식(15)의 측정식에 대하여 ΔX_k 의 최적 추정치는 가중 의사 역행렬(weighted pseudo inverse) U_{k+1}^o 에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{\Delta X_k^o} = U_{k+1}^o \Omega_{k+1} \tag{28}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 U_k^o &:= [H_{k+1}^T (Q_{k+1}^o)^{-1} H_{k+1}]^{-1} \\
 &\quad \cdot H_{k+1}^T (Q_{k+1}^o)^{-1} \\
 Q_{k+1}^o &:= E[W_{k+1} W_{k+1}^T]
 \end{aligned} \tag{29}$$

식(17)과 식(29)에 의하여 오차공분산 행렬 Q_{k+1}^o 은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 Q_{k+1}^o &= \Delta H_k \hat{P}_k^o (\Delta H_k)^T + 2r_\phi I_{J \times J} \\
 &\quad + r_\phi \Delta H_k (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k) U_k^o \\
 &\quad + r_\phi (U_k^o)^T (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k)^T (\Delta H_k)^T
 \end{aligned} \tag{30}$$

이론적인 정확성을 강조한 U_{k+1}^o 를 계산하기 위해서는 식(29)와(30)에 나타난 바와 같이 많은 연산량이 요구 된다. 연산량의 감소를 위하여 편향된 추정치를 발생시키지 않는 조건내에서 이론적인 정확성을 다소 양보하면 SUPF를 위한 시전달 이득행렬 U_{k+1}^s 가 다음과 같이 균등 의사 역행렬 (equally-wighted pseudo inverse)에 의하여 계산될 수 있다.

$$\overline{\Delta X_k^s} = U_{k+1}^s \Omega_{k+1} \tag{31}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 U_k^s &:= [H_{k+1}^T (Q_{k+1}^s)^{-1} H_{k+1}]^{-1} \\
 &\quad \cdot H_{k+1}^T (Q_{k+1}^s)^{-1} \\
 Q_{k+1}^s &:= I_{J \times J}
 \end{aligned} \tag{32}$$

식(29)와 식(32)에 의하면 다음과 같은 관계가 항상 성립됨을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned}
 I_{4 \times 4} - U_{k+1} \Delta H_k &= [H_{k+1}^T Q_{k+1}^{-1} H_{k+1}]^{-1} \\
 &\quad \cdot [H_{k+1}^T Q_{k+1}^{-1} H_{k+1} - H_{k+1}^T Q_{k+1}^{-1} \Delta H_k] \\
 &= U_{k+1} H_k
 \end{aligned} \tag{33}$$

여기서 변수 U_{k+1} 는 U_{k+1}^o 과 U_{k+1}^s 를 포괄 표현하며 변수 Q_{k+1} 를 Q_{k+1}^o 과 Q_{k+1}^s 를 포괄 표현한다.

식(33)을 식(23)과 식(27)에 대입하고 정리하면 SUPF의 시전달 식은 다음과 같이 간략화 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \delta \bar{X}_{k+1}^s &= U_{k+1}^s [H_k \delta \hat{X}_k - (n_{k+1} - n_k)] \\
 \bar{P}_{k+1}^s &= U_{k+1}^s \left[\begin{aligned} &(1 + 2r_\phi / r_\rho) H_k \hat{P}_k^s H_k^T \\ &- 2r_\phi H_k (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T (U_{k+1}^s)^T \\ &\quad + 2r_\phi I \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{34}$$

지금까지 유도 과정이 설명된 SOPF와 SUPF 알고리즘은 표 1과 표 2에 각각 정리되어 있으며 이에는 또한 급격한 가시위성의 출몰(abrupt satellite inclusions and outages)을 고려하기 위한 선택 행렬 Γ_k 이 활용되었다. 위성 선택 행렬 Γ_k 는 0과 1 값들로 구성되며 1 값은 $(k-1)$ -번째 시점과 k -번째 시점 모두에서 활용 가능한 가시 위성을 지칭하게 된다. Γ_k 에 의하여 전체 측정치 벡터 Y_k 와 유효 측정치 벡터 Y_k^* 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$Y_k^* = \Gamma_k Y_k \tag{35}$$

㉔ 1. Stepwise Optimal Position Projection Filter

<i>Initialization :</i>	
$H_{k0}^* = \Gamma_{k0} H_{k0},$	$\hat{X}_{k0}^o = E[X_{k0} \Gamma_{k0} \tilde{\rho}_{k0}],$
$U_{k0}^o = [(H_{k0}^*)^T H_{k0}^*]^{-1} (H_{k0}^*)^T$	$\hat{P}_{k0}^o = r_\rho [(H_{k0}^*)^T H_{k0}^*]^{-1}$
<i>Time - Propagation :</i>	
$H_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} H_{k+1},$	$H_k^d = \Gamma_{k+1} H_k,$
$\Omega_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} \Omega_{k+1},$	$L_{k+1/k} = \Gamma_{k+1} \Gamma_k^T$
$Q_{k+1}^* = \Delta H_{k+1}^* \hat{P}_k^o (\Delta H_{k+1}^*)^T + 2r_\phi I_{\pi(k+1) \times \pi(k+1)}$	
$+ r_\phi \Delta H_{k+1}^* (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*) U_k^o L_{k+1/k}^T$	
$+ r_\phi L_{k+1/k} (U_k^o)^T (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*)^T (\Delta H_{k+1}^*)^T$	
$U_{k+1}^o = [(H_{k+1}^*)^T (Q_{k+1}^*)^{-1} H_{k+1}^*]^{-1} (H_{k+1}^*)^T (Q_{k+1}^*)^{-1}$	
$\bar{X}_{k+1}^o = \hat{X}_k^o + U_{k+1}^o \Omega_k^*$	
$\bar{P}_{k+1}^o = U_{k+1}^o \left\{ \begin{array}{l} H_k^d \hat{P}_k^o (H_k^d)^T + r_\phi \\ - H_k^d (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*) U_k^o L_{k+1/k}^T \\ - L_{k+1/k} (U_k^o)^T (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*)^T (H_k^d)^T \end{array} \right\} (U_{k+1}^o)^T$	
<i>Measurement Update :</i>	
$K_k^o = \bar{P}_k^o (H_k^*)^T H_k^* \bar{P}_k^o (H_k^*)^T + r_\rho I_{\pi(k) \times \pi(k)}$	$^{-1}$
$\hat{X}_k^o = \bar{X}_k^o - K_k^o Z_k^*,$	$Z_k^* = \Gamma_k Z_k$
$\hat{P}_k^o = (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*) \bar{P}_k^o (I_{4 \times 4} - K_k^o H_k^*)^T + r_\rho K_k^o (K_k^o)^T$	

㉔ 2. Stepwise Unbiased Position Projection Filter

<i>Initialization :</i>	
$H_{k0}^* = \Gamma_{k0} H_{k0},$	$\hat{X}_{k0}^s = E[X_{k0} \Gamma_{k0} \tilde{\rho}_{k0}],$
$U_{k0}^s = [(H_{k0}^*)^T H_{k0}^*]^{-1} (H_{k0}^*)^T$	$\hat{P}_{k0}^s = r_\rho [(H_{k0}^*)^T H_{k0}^*]^{-1}$
<i>Time - Propagation :</i>	
$H_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} H_{k+1},$	$H_k^d = \Gamma_{k+1} H_k,$
$\Omega_{k+1}^* = \Gamma_{k+1} \Omega_{k+1}$	
$U_{k+1}^s = [(H_{k+1}^*)^T H_{k+1}^*]^{-1} (H_{k+1}^*)^T,$	$\bar{X}_{k+1}^s = \hat{X}_k^s + U_{k+1}^s \Omega_k^*$
$\bar{P}_{k+1}^s = U_{k+1}^s \left\{ \begin{array}{l} (1 + 2r_\phi/r_\rho) H_k^d \hat{P}_k^s (H_k^d)^T \\ + 2r_\phi I_{\pi(k+1) \times \pi(k+1)} \\ - 2r_\phi H_k^d [(H_k^d)^T H_k^d]^{-1} (H_k^d)^T \end{array} \right\} (U_{k+1}^s)^T$	
<i>Measurement Update :</i>	
$K_k^s = \bar{P}_k^s (H_k^*)^T H_k^* \bar{P}_k^s (H_k^*)^T + r_\rho I_{\pi(k) \times \pi(k)}$	$^{-1}$
$\hat{X}_k^s = \bar{X}_k^s - K_k^s Z_k^*,$	$Z_k^* = \Gamma_k Z_k$
$\hat{P}_k^s = (I_{4 \times 4} - K_k^s H_k^*) \bar{P}_k^s (I_{4 \times 4} - K_k^s H_k^*)^T + r_\rho K_k^s (K_k^s)^T$	

III. 시뮬레이션

제안된 필터의 성능을 평가하기 위하여 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에서는 추측된 운동모델을 활용하는 수신기 칼만필터, 위상 측정 오차의 영향을 고려하지 않은 기존의 위치영역 기반 위상 평활화 코드 필터, 그리고 제안된 SOPF 와 SUPF 가 활용되었다. 총 3600초 동안의 몬테카를로 시뮬레이션을 위하여 100 ensemble의 오차 순열을 생성하였으며 위성의 출몰을 고려하기 위하여 2261초와 3517 초 시점에서 각각 한 개의 위성이 가시영역에서 사라지는 상황을 고려하였다. 시뮬레이션을 위하여 그림 1에 나타난 바와 같이 위성과 수신기의 참 궤적과 수신기 시계오차가 생성되었다. 가시위성과 수신기의 참 궤적을 활용하여 수신기와 각 위성사이의 참 거리가 생성되었으며 각 참 거리에 백색 열잡음 성분과 수신기 시계오차를 더하여 각 측정치가 생성되었다. 차분에 의한 의사거리 및 누적 위상의 백색 열잡음 분산은 각각 1.5 m와 0.015m가 된다. 수신기 시계오차는 수정 발진자에 해당하는 2차 마코프모델을 사용하였으며 [2,3], 이의 대표적 개형은 그림 2에 나타나 있다. 이동 수신기는 그림 3에 나타난 바와 같이 195초 동안 직진하다가 5초 동안 선회하는 운동을 반복한다. 직진 구간에서의 속도는 10 m/sec이며 선회 구간에서는 3 m/sec²의 원심력이 발생된다.

네 종류의 서로 다른 필터를 비교하기 위하여 각 k-번째 시점에서 $N = 100$ 에 대한 오차거리의 평균 $\tilde{m}(k)$ 및 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 이 다음과 같이 계산되었다.

$$\tilde{m}(k) = \frac{1}{N-1} \left(\left\{ \sum_{i=1}^N [\hat{x}(i,k) - x(k)] \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^N [\hat{y}(i,k) - y(k)] \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^N [\hat{z}(i,k) - z(k)] \right\}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tilde{\sigma}(k) = \frac{1}{N-1} \left(\sum_{i=1}^N [\hat{x}(i,k) - x(k)]^2 + \sum_{i=1}^N [\hat{y}(i,k) - y(k)]^2 + \sum_{i=1}^N [\hat{z}(i,k) - z(k)]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (36)$$

여기서 $[x(k), y(k), z(k)]$ 는 수신기의 참 위치를 그리고 $[\hat{x}(k,i), \hat{y}(k,i), \hat{z}(k,i)]$ 는 i-번째 오차 순열에 대하여 각 필터가 추정한 위치를 각각 나타낸다.

각 필터가 실제 생성한 위치 추정치의 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 에 대비하며 각 필터가 오차공분산행렬 재귀식 (recursive equation)을 이용하여 계산한 오차거리의 분산은 다음과 같이 계산되었다.

$$\hat{\sigma}(k) = [p_{xx}(k) + p_{yy}(k) + p_{zz}(k)]^{\frac{1}{2}} \quad (37)$$

여기서 $[p_{xx}(k), p_{yy}(k), p_{zz}(k)]$ 는 각 필터에 의하여 생성된 오차공분산 행렬에 있어서 각 위치오차에 해당하는 대각 성분을 나타낸다.

시뮬레이션의 결과는 그림 4와 그림 5에 나타나 있다. 각 그림에 있어서 쇄선은 100개의 ensemble에 의하여 계산된 거리오차 평균값 $\tilde{m}(k)$ 를, 연결선은 100개의 ensemble에 의하여 계산된 거리오차 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 를, 그리고 점선은 필터의 오차공분산행렬을 이용하여 계산한 거리오차의 분산 $\hat{\sigma}(k)$ 를 각각 나타낸다.

그림 4 상단의 그림은 등속 운동 모델을 활용한 수신기 칼만필터의 성능을 나타낸다. 그림에 나타난 바와 같이 수신기 칼만필터는 수신기가 선회 구간에서 운동을 시작하여 모델링 오차가 크게 유발되는 각 시점에서 위치 추정치를 크게 편향시키며, 이에 의하여 평균 거리오차 $\tilde{m}(k)$ 가 크게 발생함을 알 수 있다. 또한, 100개의 ensemble에 의한 실제적인 거리오차 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 에 비하여 필터의 오차공분산행렬을 이용하여 계산한 거리오차의 분산 $\hat{\sigma}(k)$ 이 매우 작음을 알 수 있다. 이는 실제적인 오차는 크게 발생함에도 불구하고 필터는 자체적으로 계산한 오차공분산 행렬이 매우 작

음을 의미한다.

그림 4 하단의 그림은 위상 평활화 코드 필터의 수행에 있어서 누적위상 측정 오차의 영향을 공분산 행렬의 계산에 반영하지 않을 경우 발생하는 결과를 나타낸다. 이에 사용된 필터는 기존의 연구결과 [5]에 나타난 거리 영역 위상 평활화 코드 필터를 위치 영역으로 확장한 결과이다. 위치 영역 기반 필터는 일반적으로 거리 영역 필터에 비하여 가시위성의 출몰에 따른 항법 정보의 손실을 막아주는 장점이 있다. 그림에서 쇄선으로 표시된 평균 거리오차 $\tilde{m}(k)$ 를 상단의 수신기 칼만 필터의 경우와 비교하면 누적위상 측정 오차를 무시하고 위상 평활화 코드 기법을 활용하여도 다양한 수신기 운동 상황에 대해 위치 추정치의 편향을 방지하여 줄 수 있음을 확인할 수 있다. 반면 연결선에 나타난 ensemble에 의한 실제적인 거리오차 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 와 필터의 오차공분산행렬을 이용하여 계산한 거리오차 분산 $\hat{\sigma}(k)$ 에는 차이점이 발생하여 시간이 경과함에 따라 차이점이 점진적으로 누적됨을 알 수 있다. 또한 2261초와 3517 초 시점에서 각각 한 개의 가시위성이 사라져 DOP (Dillusion of Precision) 조건이 악화되었음에도 불구하고 오차 공분산 행렬은 이를 반영하지 않음을 알 수 있다.

따라서, 누적위상 측정 오차를 고려하지 않고 위상 평활화 코드 필터를 구현할 경우 위치 추정치의 편향을 막을 수는 있지만 실제에 비하여 낙관적인 오차 공분산 현상이 해결되지 않는 것으로 해석된다. 이러한 현상은 또한 이중 주파수 수신기를 활용할 경우 코드 측정오차 대비 위상 측정오차의 크기가 증가하는 iono-free combination 이나 wide-lane [1-4]등의 위상 측정치 조합을 사용할 경우 더욱 크게 증폭되어 나타날 수 있다.

그림 5의 상단과 하단은 각각 제안된 SUPF와 SOPF에 의한 결과를 나타낸다. 상단과 하단 그림의 쇄선에 나타난 바와 같이 제안된 SUPF와 SOPF는 위상 평활화 코드 원리에 기반 하므로 두 필터 모두 수신기 운동 변화에 따른 위치 추정치의 순간적인 편향 현상을 제거함을 알 수 있다. 두 필터 모두에 대하여 ensemble에 의한 실제적인 거리오차 분산 $\tilde{\sigma}(k)$ 를 나타내는 연결선과 오차공분산행렬을 이용하여 계산한 거리오차 분산

$\hat{\sigma}(k)$ 을 나타내는 점선을 비교하면 이들의 구분이 어려울 정도로 유사함을 알 수 있다. 또한, 각각 한 개의 가시위성이 사라지는 2261초와 3517 초 시점에서 필터가 계산한 오차 공분산의 크기가 다소 증가하여 필터의 오차 공분산 행렬이 DOP 조건의 변화를 잘 반영하여 줄을 알 수 있다. 이로부터 제안된 SUPF와 SOPF가 실제적인 오차의 크기를 잘 반영한 오차 공분산 정보를 생성함을 알 수 있다.

제안된 두 필터 중에서 SUPF는 SOPF에 비하여 계산량을 크게 감소시켜 준다. 반면, 그림 5의 상단과 하단에 나타난 그림을 비교하면 SUPF와 SOPF가 추정 성능면에 있어서 유사함을 알 수 있다. 따라서, 제안된 두 필터들 중에서 SUPF가 실질적인 위치 추정치의 정확도, 오차공분산 정보의 적절성, 그리고 계산량 면에 있어서 보다 더 효율적임을 알 수 있다.

IV. 결론

단일 차분 측정을 이용한 다양한 위성항법 응용분야를 위하여 본 논문에서는 위상 평활화 코드 원리에 근거한 두 위치 영역 필터 알고리즘을 제안하였다. 제안된 SOPF (Stepwise Optimal Position projection Filter)와 SUPF (Stepwise Unbiased Position projection Filter)는 기존의 위상 평활화 코드 필터에 비하여 누적위상 측정 오차에 의하여 유기되는 시전달 오차의 복잡한 시상관성을 근사화 없이 고려하므로 일관성 있고 현실적인 오차공분산 정보의 생성을 가능하게 하여 준다. 이에 덧붙여, 장시간 필터 운용에 불가피하게 발생하는 간헐적인 가시위성의 출몰에 효과적으로 대처할 수 있게 하여 준다.

몬테카를로 시뮬레이션에 의하여 기존의 수신기 칼만 필터, 누적위상 측정 오차를 무시한 위상 평활화 코드 필터, 그리고 제안된 두 SOPF와 SUPF를 비교하였다. 시뮬레이션 결과에 의하면 제안된 두 SOPF와 SUPF 모두 편향되지 않은 위치 추정치와 적절한 오차 공분산 정보를 제공하여 줄을 알 수 있었다. 또한, SUPF는 간략화된 연산에도 불구하고 SOPF와 유사한 성능을 나타냄을 알 수 있었다.

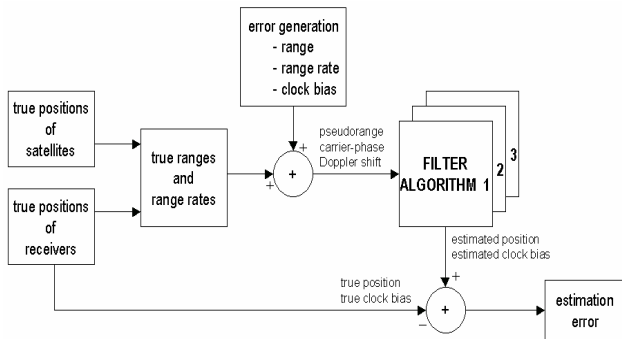


그림 1. 몬테카를로 시뮬레이션 개형
Fig. 1. Configuration of Monte-Carlo simulation

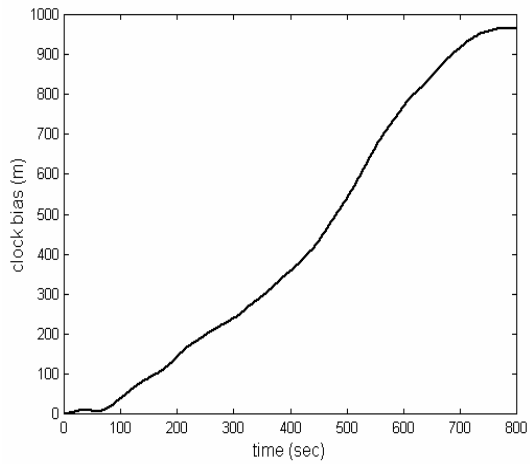


그림 2. 시계오차의 개형
Fig. 2. A clock error profile

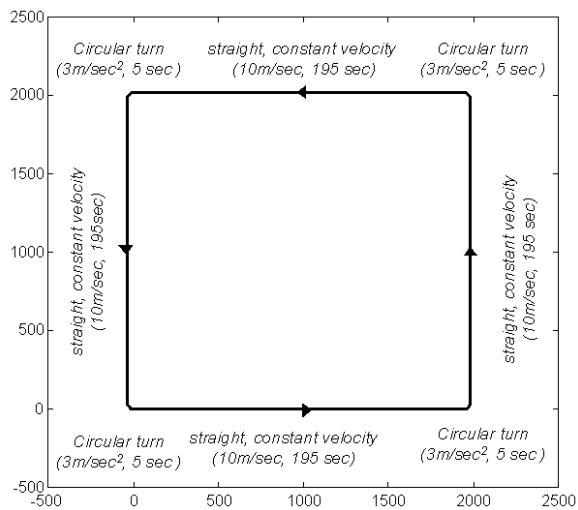


그림 3. 이동 수신기 궤적
Fig. 3. Trajectory of moving receiver

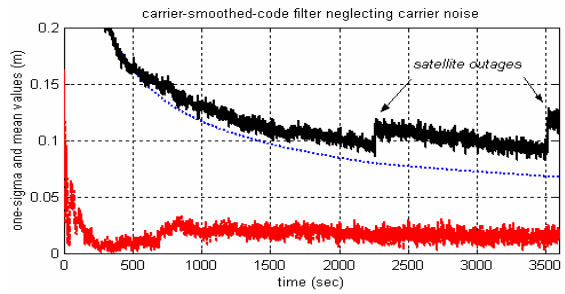
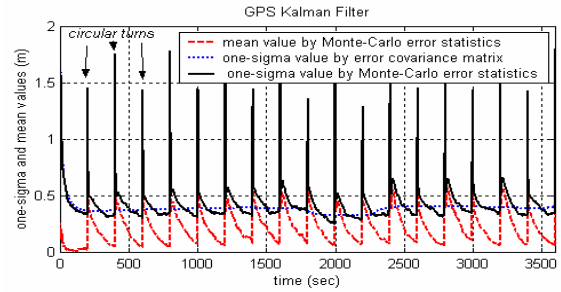


그림 4. 등속 운동 모델에 의한 수신기 칼만필터와 위상 측정 오차를 고려하지 않은 위치 영역 위상 평활화 코드 필터의 성능 비교

Fig. 4. Performance of receiver Kalman filter based on based on constant-velocity model and carrier-smoothed-code filter without carrier noise consideration

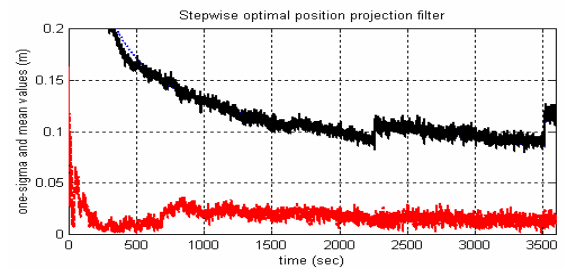
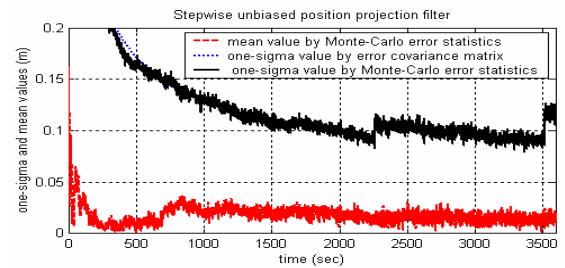


그림 5. 제안된 stepwise unbiased position projection filter와 stepwise optimal position projection filter의 성능 비교

Fig. 5. Performance of proposed stepwise unbiased position projection filter and optimal position projection filter

감사의 글

본 연구는 GPS 시스템 분야 과학기술처 국가지정연구실(National Research Laboratory, Ministry of Science and Technology, Korea)의 후원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] PARKINSON, B., AND AXELRAD, P., Global Positioning System: Theory and Applications, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [2] BROWN, R.G., AND HWANG, P.Y.C., Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, John Wiley & Sons, 1997.
- [3] FARRELL, J.A., AND BATH, M., The Global Positioning System and Inertial Navigation, McGraw-Hill, 1998.
- [4] HATCH, R.R., 'The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements', Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, Vol. II, February 1982, New Mexico, pp. 1213-1232.
- [5] HWANG, P.Y.C., AND BROWN, R.G., 'GPS Navigation: Combining Pseudorange with Continuous Carrier Phase Using a Kalman Filter', Navigation: Journal of The Institute of Navigation, 1990, 37 (2) pp. 181-196
- [6] BISNATH, S.B., AND LANGLEY, R.B., 'Precise, Efficient GPS-Based Geometric Tracking of Low Earth Orbiters', Proceedings of the Institute of Navigation Annual Meeting, June 1999, Cambridge, Massachusetts, pp. 751-760
- [7] VAN GRAAS, F., AND LEE, S.W., 'High-Accuracy Differential Positioning for Satellite-Based Systems Without Using Code-Phase Measurements', Navigation: Journal of The Institute of Navigation, 1995, 42 (4) pp. 605-618.
- [8] VAN NEE, R.D.J., 'The Multipath Estimating Delay Lock Loop: Approaching Theoretical Accuracy Limits', Proceedings of Position Location and Navigation Symposium, April 1994, Las Vegas, Nevada, pp. 246-251.
- [9] BRAASCH, M.S., 'GPS Multipath Model Validation', Proceedings of Position Location and Navigation Symposium, April 1996, Atlanta, GA, pp. 672-678.
- [10] AXELRAD, P., COMP, C.J., AND MACDORAN, P.F., 'SNR-Based Multipath Error Correction for GPS Differential Phase', IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32 (2) pp. 650-660.
- [11] KEE, C.D., AND PARKINSON, B., 'Calibration of Multipath Errors on GPS Pseudorange Measurements', Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Sept 1994, Salt Lake City, Utah, pp. 352-362.
- [12] GEORGIADOU, Y., AND KLEUSBERG, A., 'On Carrier Signal Multipath Effects in Relative GPS Positioning', Manuscripta Geodaetica, 1988, 13 (1) pp. 1-8.
- [13] RAY, J.K., CANNON, M.E., AND FENTON, P., 'GPS code and carrier multipath mitigation using a multi-antenna system', IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37 (1) pp. 183-195
- [14] LEE, H.K., LEE, J.G., AND JEE, G.I., 'An Efficient GPS Receiver Algorithm for Channelwise Multipath Detection and Real-Time Positioning', Proceedings of the Institute of Navigation 2002 National Technical Meeting, February 2002, San Diego, CA, pp. 265-276.

이형근



1990년 2월: 서울대학교 제어계측공학과 (공학사)

1994년 2월: 서울대학교 제어계측공학과 (공학석사)

2002년: 서울대학교 전기컴퓨터공학부(공학박사)

1994년 3월~1998년 2월: 현대 우주항공(주) (주임연구원)

2002년 9월~2003년 8월: SNAP, UNSW (Postdoctoral Fellow)

2002년 9월~현재: 한국항공대학교 전자정보통신컴퓨터공학부 (전임강사)

지규인



1982년 서울대 공대 제어계측공학과 (공학사)

1984년 서울대 대학원 제어계측공학과 (공학석사)

1989년 Case Western Reserve University 시스템공학과 (공학박사)

1990년 Rensselaer Polytechnic Institute (연구원)

1990년 9월~1992년 2월 강원대학교 제어계측공학과 (전임강사)

1992년 3월~현재 건국대학교 전자공학과 (부교수)

Chris Rizos



1975: School of Surveying & Spatial Information Systems, UNSW, Australia (BS)

1980: School of Surveying & Spatial Information Systems, UNSW, Australia (PhD)

1987~Current: School of Surveying & Spatial Information Systems, UNSW, Australia (Professor)

Fellow of the Australian Institute of Navigation

Fellow of the International Association of Geodesy

Associate Member of the International GPS Service (IGS)

Member of the Board of the IGS, 2004-2005