

## 공간 감각 관련 지도 내용 계열 분석

최 경 숙<sup>1)</sup> · 백 석 윤<sup>2)</sup>

제7차 수학과 교육과정에 제시된 6 개 영역 중 도형 영역의 소영역으로 공간 감각이 새롭게 도입되었다. 본 연구에서는 미국수학교사회(NCTM)의 교육과정 기준을 분석하고, 우리나라의 수학과 교육과정과 비교하여, 공간 감각 소영역과 관련된 지도 내용의 계열을 분석하였다.

[주제어] 공간 감각, 제7차 수학과 교육과정, 지도 내용 계열 분석, 교육과정 기준, NCTM Standards.

### 1. 서 론

오늘 날 수학 교육은 수학의 연역적 접근보다는 비형식적이고, 발생적인 접근을 근간으로 하고 있어서 감각에 대한 중요성이 강조되어 수 감각과 더불어 공간 감각에 대한 수학적 능력이 중요시 되고 있다. 이러한 흐름을 반영하여, 미국수학교사회(NCTM)의 <학교 수학을 위한 교육과정과 평가의 기준>(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)에서는 이전의 '기하학'을 '기하학과 공간 감각'으로 새롭게 변화시켜 제시하고, 이 기준의 실행을 돕기 위하여 현장 교사 및 예비 교사를 위한 자료집도 함께 발간하였다.

이와 같은 수학 교육의 변화를 우리나라 교육과정에도 반영하여, 제7차 교육과정에서는 초등학교 수학과 내용 영역을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수의 6 개로 구성하고, 도형 영역에는 평면도형, 입체도형, 공간 감각 등 3 개의 소영역을 설정하였다. 공간 감각이라는 소영역의 설정은 우리나라 교육과정에 처음 도입되는 것으로, 비록 공간 감각 소영역이 평면도형, 입체도형과 따로 떨어져 별개로 학습되는 것이 아니므로 학습 내용 및 목표 설정에 한계가 있기는 하지만, 새롭게 시도된 것인 만큼 그 중요성과 의미가 크다.

이와 같이 수학 교육에 중요한 내용으로 도입된 공간 감각 소영역을 교육과정에서 제시한 목표대로 가르치기 위하여 교사는 그 목표에 도달하기까지의 구체적인 지도 내용의 계열을 파악해야 한다. 그러나 '공간 감각' 부분은 도형의 다른 소영역뿐만 아니라 수학과 의 다른 영역과도 밀접한 관련이 있으며, '공간 감각' 자체가 매우 추상적이며 직관적인 것이기 때문에 수학과 의 다른 영역과는 달리 내용상의 위계가 뚜렷하지 않다. 또한 공간

1) [제1저자] 서울 연주 초등학교.

2) 서울 교육 대학교.

감각 자체에 대한 연구의 미비로 ‘공간 감각’이라는 용어에 대한 정의 및 지도 내용의 구체적인 계열이 아직 뚜렷이 정해지지 않았다. 효율적인 교수-학습 지도를 위한 교수 설계, 교수-학습 자료의 개발 및 평가 활동을 위해서는 지도 내용의 계열화가 시급하다.

그래서 본 연구에서는 우리나라의 제7차 교육과정을 분석하고, 미국 NCTM의 교육과정 기준을 분석하고, 서로 비교하여, 공간 감각의 지도 내용 계열을 구성하고자 한다.

## II. 본 론

### 1. 제7차 수학과 교육과정

제7차 교육과정에서는 교육과정이 추구하는 인간상과 초등학교 교육 목표에 따라 수학과 목표의 인지적 영역과 정의적 영역에 걸쳐 다음과 같은 목표를 설정하고 있다.

- ① 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다.
- ② 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다.
- ③ 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다.

이러한 수학과 목표에 도달하기 위해 수학과 내용 영역을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수 등 6 개로 나누고 있는데, 도형 영역에서는 공간 감각 기르기의 소영역을 신설하여 공간 감각을 기르는 데 중점을 두었다.

수학과 목표에 이어 단계별 목표가 제시되는데, 이것도 제7차 교육과정에서 분류하고 있는 6 개의 영역별로 나누어 제시하고 있다. 여기에서는 제7차 교육과정 수학과 목표와 내용에 제시되어 있는 공간 감각에 대한 내용들을 정리하고 분석하려 한다.

#### 가. 공간 감각에 대한 교육과정의 규정

제7차 교육과정에서는 수학과 내용을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 규칙성과 함수로 구분하고, 수학과 목표도 내용 영역별로 제시하고, 그에 따른 내용도 함께 제시하고 있다. 그러나 도형 영역에 있어 기하와 공간 감각은 별도로 분리되는 것이 아니라, 서로 유기적 관련이 있음에도 불구하고, 무리하게 공간 감각이라는 별도의 영역을 설정하려고 하여 오히려 공간 감각을 개발하는 주요 활동이 공간 감각으로 설정되지 못하는 경우가 여러 군데서 발견되고 있다.

1-가 단계에서는 ‘② 여러 가지 사물을 관찰하고 재미있는 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다’는 내용이 공간 감각이 아닌, 입체도형의 모양에 대한 내용으로 설정되어 있다. 또한, 2-나 단계의 쌓기나무를 통한 입체도형 익히기는 6-가 단계와 연계되어 공간 감각을 익히는 주요 활동임에도 불구하고, 공간 감각이 아닌 ㉠입체도형의 구성으로 영역이 설정되어 있다. 5-나 단계의 도형의 합동과 대칭은 도형의 이동을 통해 공간에 대한 감각적 경험을 갖게 해 주는 중요한 요소임에도 공간 감각

의 영역 설정에서 제외되어 있다. 그리고, 입체도형의 전개도를 그리고, 전개도를 이용하여 입체도형을 만들어보는 활동은 2차원 도형과 3차원 도형의 변환을 통해 공간 감각을 익히는 주요 활동임에도 불구하고, 5-가 단계에서 6-나 단계에 걸쳐 여러 입체도형의 전개도 이해하기는 모두 공간 감각의 영역 설정에서 제외되어 있다.

도형 영역의 곳곳에 공간 감각 개발을 위한 여러 활동들이 있으나, 여기에서는 공간 감각 개발이 주요 초점이 되는 활동만을 분석하기로 한다. 공간 감각 기르기와 관련된 교육과정 목표와 내용을 단계별로 추려내 정리하면 다음과 같다.

### 1-가 단계

[목표] 생활에서 접하게 되는 기본적인 입체도형의 모양에 대한 감각을 익힌다.

[내용]

#### ① 입체도형의 모양

- ② 여러 가지 사물을 관찰하고 재미있는 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다.

[심화 과정]

- ① 여러 가지 물건을 모양에 따라 분류하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다.

### 1-나 단계

[목표] 기본적인 평면도형의 모양에 대한 감각을 익힌다.

[내용]

#### ② 공간감각

- ① 점판에서 여러 가지 삼각형, 사각형을 만들 수 있다.
- ② 점판에 제시된 도형을 보고 그대로 만들 수 있다.

[심화 과정]

- ① 기본적인 평면도형을 모양에 따라 분류하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다.

### 2-가 단계

[목표] … 구체물이나 그림의 이동을 탐구할 수 있다.

[내용]

#### ② 공간감각

- ① 구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.

[심화 과정]

- ① 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 구체물이나 그림이 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다.

### 2-나 단계

[목표] 쌓기나무로 여러 가지 입체의 모양을 구성할 수 있다.

[내용]

### ① 입체도형의 구성

- ① 쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들 수 있다.
- ② 주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형을 만들 수 있다.

[심화 과정]

- ① 쌓기나무로 만들어진 간단한 입체도형에서 쌓기나무의 개수를 셀 수 있다.

### 3-가 단계

[목표] ... 평면도형이나 무늬의 이동을 알 수 있다.

[내용]

#### ② 공간감각

- ① 모눈종이에 그려진 간단한 평면도형이나 무늬의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다.

[심화 과정]

- ① 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 평면도형이나 무늬가 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다.

### 3-나 단계

[목표] (해당 사항 없음)

[내용]

#### ② 공간감각

- ① 거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 관찰할 수 있다.

### 4-가 단계

[목표] (해당 사항 없음)

[내용] (해당 사항 없음)

### 4-나 단계

[목표] ... 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

[내용]

#### ② 공간감각

- ① 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

### 5-가 단계

[목표] ..., 여러 가지 모양으로 주어진 도형을 덮을 수 있다.

[내용]

#### ① 직육면체와 정육면체의 성질

- ① 직육면체와 정육면체의 전개도를 그릴 수 있다.

#### ② 공간감각

- ① 여러 가지 모양으로 주어진 도형을 덮을 수 있다.

## 5-나 단계

[목표] 도형의 합동과 대칭의 의미를 안다.

[내용]

## ① 합동과 대칭

- ① 도형의 합동의 의미를 이해하고, 합동인 도형을 식별할 수 있다.
- ② 자와 컴퍼스를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다.
- ③ 선대칭도형이나 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.

[심화 과정]

- ① 선대칭도형, 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

## 6-가 단계

[목표] …, 각기둥의 전개도를 그릴 수 있으며, 쌓기나무로 조건에 맞는 입체도형을 만들 수 있다.

[내용]

## ① 각기둥과 각뿔의 성질

- ① 각기둥의 전개도를 그릴 수 있다.

## ② 공간감각

- ① 주어진 모양을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다.

[심화 과정]

- ① 앞, 옆, 위에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다.

## 6-나 단계

[목표] (해당 사항 없음)

[내용] (해당 사항 없음)

## 나. 내용 체계

제7차 교육과정의 공간 감각 소영역의 주요 내용은 1-가 단계에서는 입체도형을 모양에 따라 분류하기, 1-나 단계에서는 지오보드에 똑같은 도형 만들기, 2-가 단계에서는 구체물이나 그림 옮기기, 뒤집기, 돌리기, 2-나 단계에서는 6 개 이하의 쌓기 나무로 똑같이 쌓기, 여러 가지 모양으로 쌓기, 사용된 쌓기나무의 개수 세기, 3-가 단계에서는 도형이나 무늬 옮기기, 뒤집기, 돌리기와 움직임의 과정 설명하기, 3-나 단계에서는 거울에 비치는 상 관찰하고, 거울을 이용하여 다양한 모양 만들기, 4-나 단계에서는 주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들기, 5-가 단계에서는 테셀레이션, 6-가 단계에서는 앞, 옆, 위에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 만들기로 되어 있다. 이 내용은 학습 활동 주제를 조작 방식에 따라 분류하기, 구성하기, 변형하기, 이동하기의 4 가지 범주로 나눌 수 있다.

초등학교 수학에서 주로 다루는 공간 감각 소영역의 소재는 구체물, 도형, 지오보드, 쌓기나무, 거울이다. 먼저 제7차 교육과정의 도형 영역 중 공간 감각 소영역 부분의 내용 체계를 조작 방식, 소재, 활동 내용, 학습 능력, 학습 지도의 접근 방법으로 구분하여 정리

하여 보고, 그 특징을 살펴보기로 한다. 초등학교 제7차 교육과정 해설(IV)을 참고로 하여 초등학교 수학과 교육과정에 나타난 공간 감각 소영역의 내용 체계를 분석하면 [표 1]과 같다. 학습 지도 접근 방식으로 분류하면, 1-가에서 3-가 단계까지는 공간 감각에 대한 학습이라고 볼 수 있으며, 3-나에서 6-나 단계까지는 공간 감각을 이용한 학습이라고 볼 수 있다.

[표 1] 공간 감각 소영역의 내용 체계

단계	조작 방식	소재	활동 내용	학습 능력	공간 감각 유형
1-가	분류하기 구성하기	구체물	도형 분류하기 여러 가지 모양을 만들고, 그리기	모양 분류하기 여러 가지 모양을 만들고, 그리기	시각적 변별력
1-나	구성하기	지오보드	지오보드에 주어진 도형과 똑같이 만들기	똑같이 만들기(평면)	시각적 기억력
2-가	이동하기	구체물	구체물 옮기기, 뒤집기, 돌리기	구체물을 이동하기	공간에서의 위치지각력
2-나	구성하기	쌓기나무	6개 이하의 쌓기나무로 모양 쌓고, 개수 세기	똑같이 만들기(입체) 설명하기	공간관계 지각력
3-가	이동하기	도형	도형 옮기기, 뒤집기, 돌리기하고, 움직임의 과정 설명하기	도형 이동하기 설명하기	공간에서의 위치지각력
3-나	구성하기	거울	거울에 비치는 상 관찰하고 다양한 모양 만들기	인지하기 다양하게 만들기(평면)	공간에서의 위치지각력
4-가	.	.	.	.	.
4-나	구성하기	도형	주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들기	다양하게 만들기(평면)	공간관계 지각력
5-가	구성하기 변형하기	도형	테셀레이션 직육면체의 전개도 그리기	다양하게 만들기(평면) 3차원에서 2차원으로 변형하기	공간에서의 위치지각력
5-나	이동하기	도형	합동과 대칭 이해 선대칭도형과 점대칭도형 이해	성질 이해하기	지각의 지속력
6-가	변형하기 구성하기	도형 쌓기나무	각기둥의 전개도 그리기 그림 보고 쌓기나무로 만들기	3차원에서 2차원으로 변형하기 조건에 맞게 만들기 (입체)	공간관계 지각력
6-나	변형하기	도형	원기둥의 전개도 이해	3차원에서 2차원으로 변형하기	공간에서의 위치지각력

## 2. NCTM의 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준

### 가. 분석의 필요성

미국의 NCTM은 교사들과 정책 입안자들에게 학교 수학의 새로운 방향과 전망을 제시하기 위하여 1989년 <학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준> (*The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*)을 발간한데 이어서, 2000년에는 <학교 수학을 위한 원리와 기준> (*Principles and Standards for School Mathematics*)인 *Standard 2000*을 발표하였다. *Standard 2000*에서는 유치원부터 12학년까지의 수학 교육을 위한 기준으로 문제 해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성으로 구성된 '과정'과 수와 연산, 대수, 기

하, 측정, 자료 분석과 확률의 '내용'으로 크게 나누어 제시하였다. 특히 기하에서는 다음과 같은 내용을 제시하여 공간 감각의 학습을 강조하고 있다.

#### 규준 3. 기하

수학 교수 프로그램은 모든 학생들이 다음과 같이 되도록 기하와 공간 감각에 대한 관심을 포함시켜야 한다.

- 2차, 3차 기하 도형의 특성과 성질을 분석하고, 기하 관계에 관한 수학적 논의를 발전시킨다.
- 좌표 기하와 또 다른 표현 체계를 써서 위치를 찾고 공간 관계를 서술한다.
- 수학적 상황을 분석하기 위하여 변환을 적용하고, 대칭을 이용한다.
- 문제 해결을 위해 시각화, 공간적 추측, 기하 모델 등을 이용한다.

그러나 최근 발간된 *Standard 2000*은 원리와 규준만 제시하고 있어, 그 구체적인 내용 파악이 어렵다. 또한 *The Standards*에서 공간 감각을 강조했던 내용들이 *Standard 2000*에서도 여전히 강조되고 있기 때문에 *The Standards*의 의도(message)를 명료화하고 예시하기 위한 목적으로 발간된 *Addenda series*의 공간 감각(K-6)을 분석하여 우리의 제7차 교육과정의 공간 감각 소영역과 비교하여 봄으로써 공간 감각 지도의 접근 방법을 이해하고 계열을 구성하는 데 많은 시사점을 줄 것으로 생각된다.

#### 나. 학습 활동 계열의 특징

*The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades K-6, GEOMETRY and SPATIAL SENSE (NCTM, 1993)*에 나타난 학습 내용 계열의 특징은 다음과 같다.

(1) 공간감각에 대한 학습에서 공간감각을 이용하는 학습으로 이행하고 있다.

유치원에서부터 저학년까지는 2차원의 도형을 3차원 도형의 표면에 맞추기, 합동인 도형 만들기, 반사와 회전 경험하기, 기억해서 그리기, 옮기기, 뒤집기, 돌리기를 예를 들어 설명하기, 거울 이용하기, 전개도 탐구하기 등과 같이 적당한 조작 도구들을 이용하여 구체적이고 비형식적인 다양한 경험들을 통해 공간 감각이 무엇인지에 대해 학습한다.

4학년 이후의 활동은 2 가지 이상의 도형으로 새로운 도형 조립하기, 테셀레이션, 정육면체로 만들어진 입체도형을 여러 방향에서 그리기, 공간 지각-문제 해결과 같은 경험들을 통해 공간적, 기하학적 아이디어를 개발할 뿐만 아니라 탐구와 추론을 증진시키면서 공간 감각을 이용한 학습으로 나아간다.

(2) 인지 발달 단계에 맞추어 공간 감각을 다루는 대상이 구체물에서 반구체물을 거쳐 정신적 조작으로 발전한다.

유치원 단계에서는 지오보드나 쌓기나무를 이용하여 똑같이 만드는 활동에 중점을 둔다. 1학년 단계에서는 지오보드를 이용하여 조건에 맞게 도형을 만들고, 평면도형과 입체

도형을 모양에 따라 분류하거나, 거울을 이용하여 거울 상을 이해하는 활동에 중점을 둔다. 2학년 단계에서는 빨대와 연결 도구를 이용하여 도형을 만들고, 몸으로 이동하기를 체험하며, 거울을 이용하여 다양한 모양을 만드는 활동에 중점을 둔다. 3학년에서는 이전까지 구체물을 이용하여 직접적, 비형식적으로 만들어보는 활동에서 더 나아가 입체도형의 성질을 탐구하고, 전개도를 그리며, 삼각형, 사각형으로 주어진 도형을 덮는 활동에 중점을 둔다. 4학년 단계에서는 직사각형과 직사각형을 자라 만든 다른 도형을 이용하여 보다 다양한 모양을 만드는 활동에 중점을 둔다. 이러한 활동들은 반구체물을 조작하며 이후의 정신적 조작을 준비하는 단계이다. 5학년 단계에서는 테셀레이션을 통해 기하학적 아이디어를 생각하고, 정육면체로 만들어진 입체를 다양한 방향에서 평면에 나타내어 보는 활동에 중점을 둔다. 6학년 단계에서는 3×3 점판 종이에 가능한 모든 사각형을 그리고 분류하며 도형의 정신적 조작을 포함하는 전략을 개발하는 활동에 중점을 둔다. 이 단계에서는 구체적 조작과 함께 정신적 조작도 함께 이루어진다. 이와 같은 학년별 중점 활동에서 다음과 같은 계열을 볼 수 있다.

분류하기 → 똑같이 만들기 → 조건에 맞도록 만들기  
→ 변환하기, 이동하기 → 다양하게 만들기 → 추상화, 일반화

### (3) 수학적 의사소통을 강조한다.

모든 학년 수준에서 의사소통을 강조한다. 학생들은 함께 활동하고, 아이디어를 공유하고, 수학에 대해 이야기하고, 서로를 자극하고, 격려하고, 분석하고, 토론하는 것을 통해 공유된 결론을 얻을 수 있는 기회를 많이 가져야 한다. 이러한 과정은 학생들의 생각을 보다 정교하고 명료하게 해 준다. *Addenda Series*에서 제시한 공간 감각 계발을 위한 활동들은 소집단 과제를 많이 포함하고 있는데, 이것은 학생들의 의사소통 과정을 조장하기 위한 것이기도 하다.

### (4) 추론 능력을 계발한다.

비형식적이고 구체적인 다양한 경험들에서 공간적 개념을 도출해내고, 일반화, 추상화시키는 과정에서 학생들의 추론 기능은 발전한다. 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준(NCTM, 1989)의 K-4학년 기준 3 <추론으로서의 수학의 논의>에서는 다음과 같이 추론 지도의 방향을 언급하고 있다.

이 단계에 맞는 수학적 추론에는 학생들이 수학을 의미 있는 것으로 보도록 하는데 도움이 되는 비형식적 사고, 가설 세우기, 확인하기 등이 있으며 “왜 그것이 옳은 답이라고 생각하느냐?” 또는 “만약 이러한 다른 자료를 사용한다면 동일한 해답을 얻을 것이라고 생각하느냐?”와 같은 질문들을 계속함으로써 비판적 사고의 중요성을 일깨워주어야 하며 탐구심을 가지도록 해야 한다. (4.2 논의)

또 5-8학년의 <기준 3 추론으로서의 수학의 논의>에서는 다음과 같이 추론 지도의 방향을 언급하고 있다.



학생들에게 많은 종류의 수학적 추론이 소개될 수 있다. 수학의 아름다움을 인식하도록 돕기 위하여 한 집단의 학생들 각각에게 삼각형의 평면으로 '타일'을 평면 위에 붙일 수 있는지 묻는다. 능력이 못한 학생들은 한 가지 예에 기초하여 '가능하다'라고 말할 것이다. 보다 능력 있는 학생들은 그 집단 내의 예들을 보고 그 패턴은 모든 삼각형에 대해서 작용됨을 알 수 있을 것이다. 그들을 타일을 붙이는 방법이 항상 작용한다는 점을 삼각형들의 내각의 합의 성질로부터 추론할 것이다. 무엇이 일어나고 왜 일어나는지에 대한 추론은 수학 학습의 변하지 않는 부분이어야 한다. 5-8학년 학생들은 그들 나이와 흥미에 적합한 문제 상황을 통하여 수학적 추론을 탐구해야 한다. (4.2 논의)

### 3. 제7차 수학과 교육과정과 NCTM Standards의 공간 감각 내용 비교

공간 감각 소영역의 중심 활동 내용에서 우리나라의 제7차 교육과정은 NCTM의 *The Standards*와 전체적인 계열 구성이 유사하다. 유치원의 활동 내용 중 지오보드에 똑같은 도형 만들기는 1-나 단계의 내용과 유사하며, 쌓기나무를 이용하여 똑같이 만들기는 2-나 단계의 내용과 유사하다. 1학년의 활동 내용 중 평면도형과 입체도형을 모양에 따라 분류하기는 1-가 단계의 내용과 유사하다. 2학년의 활동 내용 중 몸으로 옮기기, 뒤집기, 돌리기를 체험하기는 2-가 단계의 내용과 유사하며, 거울을 이용하여 다양한 모양 만들기는 3-가 단계의 내용과 유사하다. 3학년의 활동 내용 중 입체도형의 전개도 그리기는 5-가 단계의 내용과 유사하며, 삼각형과 사각형으로 주어진 도형 덮기는 4-나 단계의 내용과 유사하다. 4학년의 활동 내용 중 Logo 명령을 이용하여 도형의 대칭 이해하기는 5-나 단계의 내용과 유사하다. 5학년의 활동 내용 중 테셀레이션은 5-가 단계의 내용과 유사하며, 쌓기나무와 쌓기나무 2, 3 개를 이어 놓은 입체도형 그리기는 6-가 단계의 내용과 유사하다. 이러한 사실을 통해 *The Standards*의 활동 내용 중 일부가 우리의 제7차 교육과정에 많은 영향을 미쳤다는 것을 알 수 있다.

이와 같이 전체적인 계열 구성에서 많은 비슷한 점을 찾을 수 있음에도 불구하고, 그 구체적인 내용에 있어서는 큰 차이를 보이고 있다.

첫째, NCTM의 *The Standards*는 보다 다양한 소재를 활용하여 공간 감각에 접근하고 있다. 우리나라의 제7차 교육과정에서는 구체물, 도형, 색종이, 지오보드, 쌓기나무 등의 한정적인 자료를 제한적인 범위 내에서 사용하고 있으나, *The Standards*에서는 이러한 소재 외에 컴퓨터의 Logo program의 이용과 직접적인 신체의 이용을 강조하고 있다. 구체물이나 도형을 활용하여 도형, 대칭, 넓음의 이해를 돕고 있는 우리나라의 교육과정과는 달리 *The Standards*에서는 Logo program을 이용하고 있다. 조작 도구의 이용은 학생들의 경험을 더 풍성하게 하고, 확장시키는 데에서 중요하며, 특히 컴퓨터는 구체적인 것을 추상적인 것으로 연결시키는 것을 돕는 데에서 뿐만 아니라, 어린이들이 기하학적 아이디어를 조작하도록 한다.

둘째, NCTM의 *The Standards*는 보다 다양한 방법으로 소재들을 활용하고 있다. 우리나라의 교육과정은 한 학년에 2-3 개의 활동만을 제시하고 있지만, *The Standards*는 크게 4-5 개의 주제를 제시하면서 그 주제 속에도 다양하게 소재를 활용하는 방법을 제시하며 교사 나름대로 목표에 맞는 활동을 재구성할 것을 독려하고 있다. 많은 상황에서 다양한

방법으로 자료를 탐구하는 것이 어린이들의 기하학적 개념의 일반화를 돕는다는 것을 생각한다면 이것은 중요한 차이점이 분명하다.

셋째, NCTM의 *The Standards*는 기하학과 공간 감각에 대한 이론적 연구를 바탕으로 하여 학습 활동을 구성함으로써 수학의 본질에 접근하고 있다. 우리나라의 교육과정은 공간 감각에 대한 정의도 분명하게 내리지 못한 상태에서 단편적으로 공간 감각 그 자체에 대한 학습에 비중을 두어 기하학적 추론으로의 연계에 소홀한 반면, *The Standards*는 많은 학습 활동이 기하학과 공간 감각 그리고 더 나아가 수학의 다른 분야와의 연계를 통해 본질적으로 수학적 힘을 기르기 위한 분명한 길을 제시해주고 있다 ([표 2] 참조).

[표 2] 제7차 교육과정과 NCTM *Standards*의 공간 감각 소영역 내용 비교

제7차 교육과정	NCTM <i>Standards</i>
(유치원)	입체도형의 겹면과 평면도형 연결하기 지오보드에 똑같은 도형 만들기 (1-나) 쌓기나무를 이용하여 똑같이 만들기 (2-나)
(1-가) 입체도형을 모양에 따라 분류하기 (1-나) 지오보드에 똑같은 도형 만들기	평면도형과 입체도형을 모양에 따라 분류하기 (1-가) 지오보드에 조건에 맞는 도형 만들기 마주보는 모습이 같도록 입체도형 만들기 도형을 잠깐 동안 본 후 기억해서 그리기
(2-가) 구체물이나 그림 옮기기, 뒤집기, 돌리기 (2-나) 6 개 이하의 쌓기나무로 똑같이 쌓기, 여러 가지 모양으로 쌓기 (2-나) 사용된 쌓기나무의 개수 세기	도구를 이용하여 평면도형과 입체도형 만들고, 특성 이해하기 몸으로 옮기기, 뒤집기, 돌리기를 체험하기 (2-가) 거울을 이용하여 다양한 모양 만들기 (3-나) 주어진 도형으로 다양한 모양 만들기
(3-가) 도형이나 무늬 옮기기, 뒤집기, 돌리기 (3-가) 움직임의 과정 설명하기 (3-나) 거울에 비치는 상 관찰하기 (3-나) 거울을 이용해서 다양한 모양 만들기	서로 다른 두 입체도형 비교하고, 각 부분의 이름과 성질 이해하기 입체도형의 전개도 그리기 (5-가) 삼각형과 사각형으로 주어진 도형 덮기 (4-나) 직사각형을 그리기 위한 Logo 명령 듣고 실제로 하기
(4-나) 주어진 도형으로 여러 가지 모양 만들기	직각 접기 및 여러 가지 방법으로 직각 알아보기 직사각형과 직사각형으로 만든 정사각형을 대각선으로 잘라 만든 삼각형을 이용하여 다양한 모양 만들기 Logo 명령을 이용하여 도형의 대칭 이해하기 (5-나)
(5-가) 테셀레이션 (5-가) 직육면체와 정육면체의 겨냥도, 전개도 (5-나) 도형의 합동, 도형의 대칭 (5-나) 선대칭도형과 점대칭도형	무늬 만들기(테셀레이션) (5-가) Logo 명령을 이용하여 도형의 닮음 이해 쌓기나무와 쌓기나무 2, 3 개를 이어 놓은 입체도형 그리기 (6-가)
(6-가) 입체도형(각기둥과 원뿔)의 전개도 (6-가) 앞, 옆, 위에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 만들기	3×3 점판 종이에 가능한 모든 사각형을 그리고 모양에 따라 분류하기 게임판과 6개의 조각으로 분류하기

#### 4. 공간 감각 지도 내용의 계열

가네의 수준별 계열화의 4 단계는 코스나 교과 과정 단위의 계열화, 토픽(단원) 단위의 계열화, 레슨 단위의 계열화, 능력 단위의 계열화이다. 우리나라의 교육과정은 단계별, 영역별로 구분하고 소영역으로 나누어 규정하는 기술 형태를 취하고 있기 때문에 연구자는 수학과 교육과정 수준, 영역별 수준, 소영역별 수준, 각 단계 수준으로 구분하고자 한다.

먼저 교과 과정을 단위로 하는 계열화는 제7차 수학과 교육과정의 도형 영역의 공간 감각 소영역의 계열 분석을 시도하는 이 연구의 범위를 벗어난다. 그리고 영역별 계열화 또한 도형 영역의 공간 감각 소영역만으로 범위를 한정된 본 연구의 범위를 벗어난다.

그러므로 본 연구에서는 단계 내에서 목표에 이르기까지 학생이 획득하여야 할 선수 학습 능력을 밝히는 계열(네 번째 수준)을 구성하고, 공간 감각 소영역의 주제 수준에서 각 단계의 목표인 학습 능력이 어떻게 연결되는지에 초점을 둔 계열(세 번째 수준)을 제시하고자 한다.

##### 가. 단계별 계열

공간 감각은 도형 영역의 소영역으로서, 학습 목표 역시 수학과 목표 아래에 도형 영역의 목표가 설정되어 있고, 그 하위 영역으로서 공간 감각의 목표가 설정되어 있다. 여기에서 단원의 한 학습 단위마다 제시되어 있는 단계 목표별로 학습 내용의 계열을 구성해 보았다.

여기에서 연구자가 제시하는 지도 내용의 계열은 우리나라 교육부 고시 제 1997-15호(제7차 교육과정)에 따른 <초등학교 교육과정 해설(IV)>의 수학 부분을 기초로 하고, 앞에서 살펴본 NCTM의 <학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준>의 *Addenda Series*, *K-6*의 기하학과 공간 감각에 나타난 활동의 계열과 우리나라 제7차 교육과정에 따른 교과서와 지도서를 참고로 하였다.

##### (1) 1-가 단계

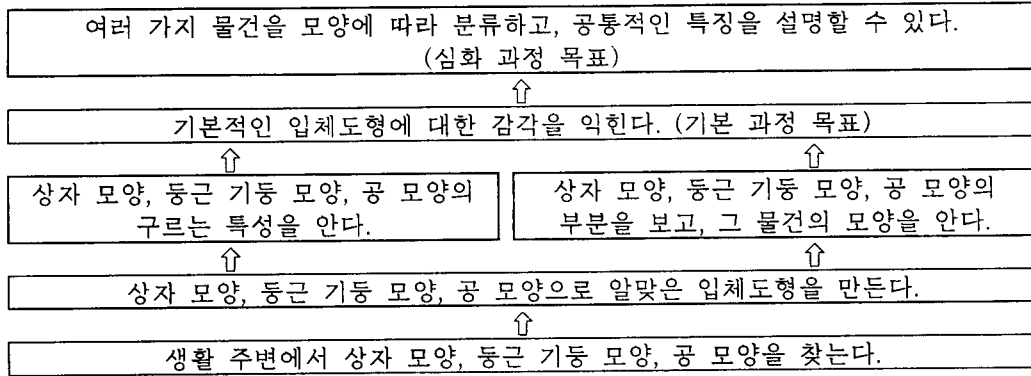
단계 목표는 '생활에서 접하게 되는 기본적인 입체도형의 모양에 대한 감각을 익힌다'이고, 주제는 '기본적인 입체도형의 감각 익히기'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '여러 가지 사물을 관찰하고 재미있는 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체도형에 대한 감각을 익힌다'이고, 심화 과정의 목표는 '여러 가지 물건을 모양에 따라 분류하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다'이다.

다양한 입체도형을 특성과 모양을 탐색하는 과정을 통해 모양에 따라 분류해 보고, 공통적인 특징을 설명할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다.

##### (2) 1-나 단계

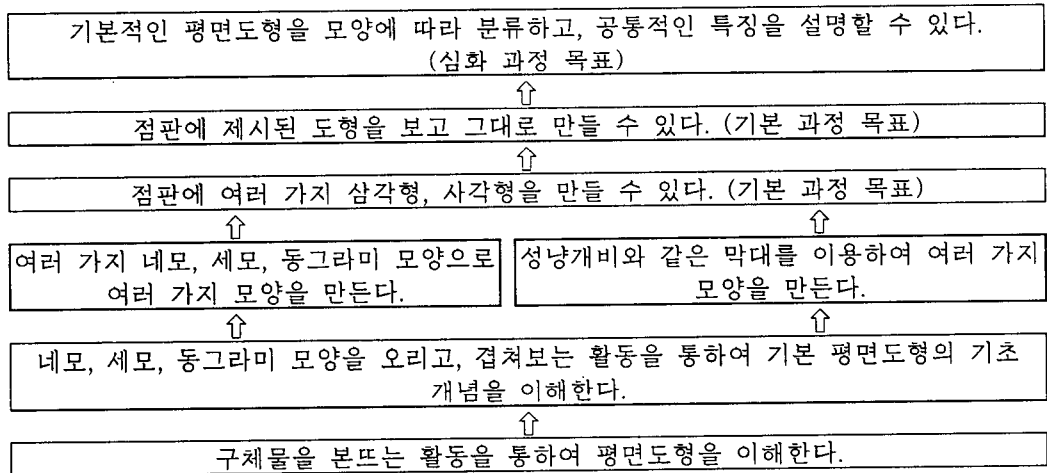
단계 목표는 '기본적인 평면도형의 모양에 대한 감각을 익힌다'이고, 주제는 '점판에서 공간 감각 기르기'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '점판에서 여러 가지 삼각형, 사각형을 만들 수 있다', '점판에 제시된 도형을 보고 그대로 만들 수 있다'이고, 심화 과정의 목

표는 '기본적인 평면도형을 모양에 따라 분류하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다'이다.



<그림 1> 1-가 단계: 도형 분류하기의 지도 내용 계열

입체도형을 모양에 따라 분류하는 것은 평면도형의 기초 개념을 이해하는 능력의 선수 학습 활동이다. 입체도형을 본뜨는 과정을 통해 평면도형을 이해하고, 여러 가지 소재를 이용하여 평면도형을 만들어 보면서 평면도형들을 모양에 따라 분류하고 공통적 특징을 설명할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 2>와 같이 나타낼 수 있다.

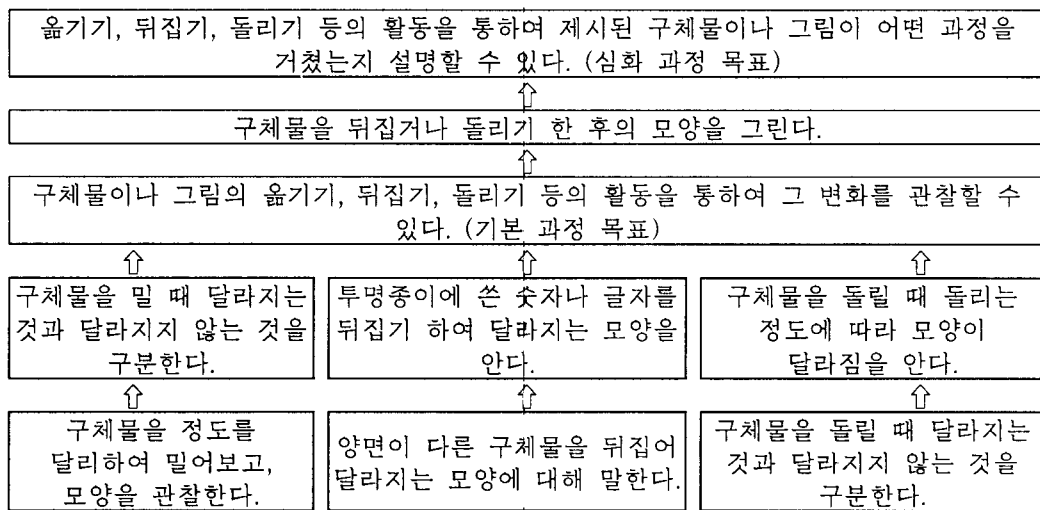


<그림 2> 1-나 단계: 점판에 제시된 도형 만들기의 지도 내용 계열

### (3) 2-가 단계

단계 목표는 '... 구체물이나 그림의 이동을 탐구할 수 있다'이고, 주제는 '구체물의 이동에서 공간 감각 기르기'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다'이고, 심화 과정의 목표는 '옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 구체물이나 그림이 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다'이다.

구체물을 이용하여 직접 다양한 방법으로 이동(밀어서 옮기기, 뒤집기, 돌리기)시키면서 그 변화를 관찰하는 것은 반구체물을 이용한 이동의 탐색 이후 정신적 조작 활동이 가능하도록 한다. 다양한 구체물을 이동시키면서 그 변화를 관찰하는 것은 이동 후의 모양을 그리는 것의 선수 학습이 되며, 이러한 활동을 통해 구체물이나 그림의 이동 과정을 설명할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 3>과 같이 나타낼 수 있다.



<그림 3> 2-가 단계: 구체물 이동하기의 지도 내용 계열

(4) 2-나 단계

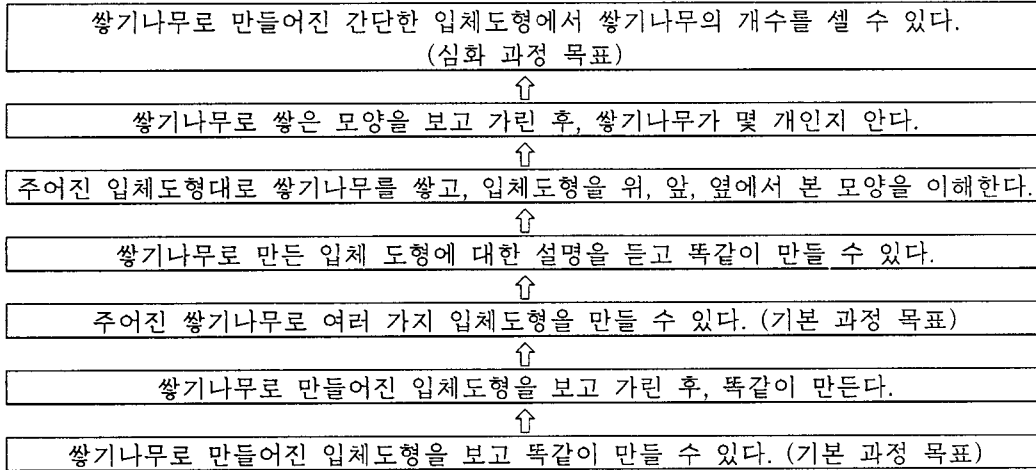
단계 목표는 ‘쌓기나무로 여러 가지 입체의 모양을 구성할 수 있다’이고, 주제는 ‘쌓기나무로 입체도형 만들기(6개 이하)’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 똑같이 만들 수 있다’, ‘주어진 쌓기나무로 여러 가지 입체도형을 만들 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 ‘쌓기나무로 만들어진 간단한 입체도형에서 쌓기나무의 개수를 셀 수 있다’이다.

쌓기나무로 쌓은 모양을 보고 똑같이 쌓아보는 활동은 쌓은 모양을 기억해서 쌓는 활동과 설명 듣고 똑같이 쌓는 활동의 선수 학습이 된다. 쌓기나무를 이용하여 다양한 모양을 만들어보고, 쌓은 모양을 위, 앞, 옆에서 관찰하고 나타내는 활동은 쌓기나무를 활용한 여러 가지 문제를 해결하는 데 중요한 역할을 한다. 이러한 활동들을 통해 쌓기나무로 만들어진 입체도형을 보고 쌓기나무의 개수를 셀 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 4>와 같이 나타낼 수 있다.

(5) 3-가 단계

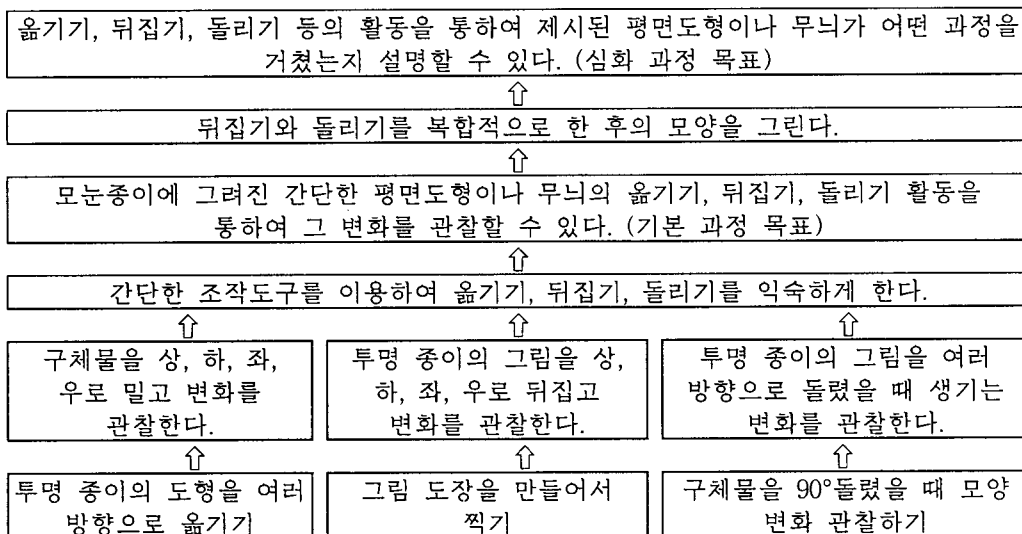
단계 목표는 ‘... 평면도형이나 무늬의 이동을 알 수 있다’이고, 주제는 ‘평면도형의 이동에서 공간 감각 기르기’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘모눈종이에 그려진 간단한 평면도형이나 무늬의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다’이고,

심화 과정의 목표는 ‘옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 평면도형이나 무늬가 어떤 과정을 거쳤는지 설명할 수 있다’이다.



<그림 4> 2-나 단계: 쌓기나무로 모양 쌓기의 지도 내용 계열

입체적인 구체물을 이용하여 이동을 학습했던 선수 단계의 학습을 바탕으로, 평면에 그려진 반구체물을 여러 가지 방법으로 자유롭게 이동시켜 보면서 그 변화를 관찰하는 것은 간단한 평면도형을 이동시키면서 그 변화를 관찰하는 활동의 선수 학습이다. 한 가지 방법으로 이동시키고 그 변화를 이해할 수 있는 능력을 갖춘 후에는 여러 가지 이동을 복합적으로 한 후의 모양을 그리는 활동을 선수 학습으로 하여, 제시된 평면도형이나 무늬가 어떤 이동 과정을 거쳤는지를 설명할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 5>와 같이 나타낼 수 있다.

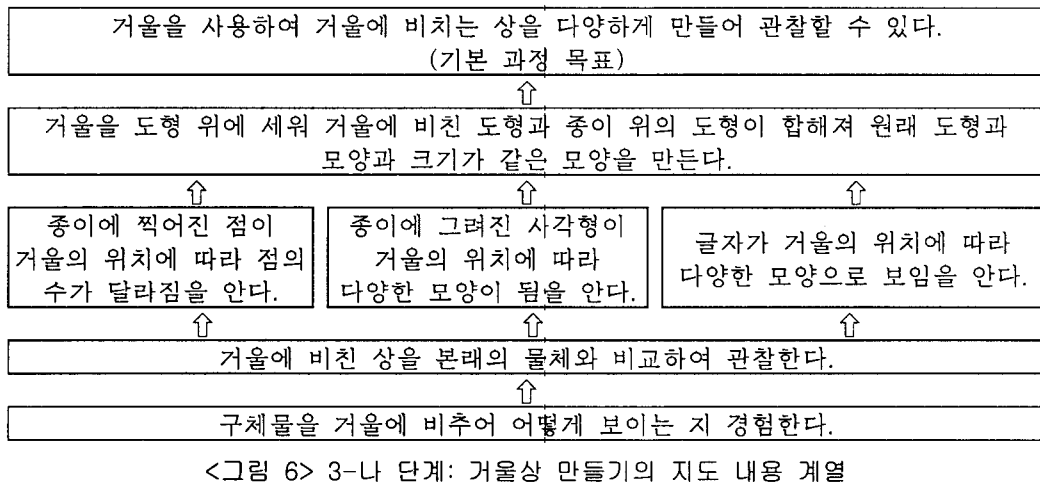


<그림 5> 3-가 단계: 도형 이동하기의 지도 내용 계열

(6) 3-나 단계

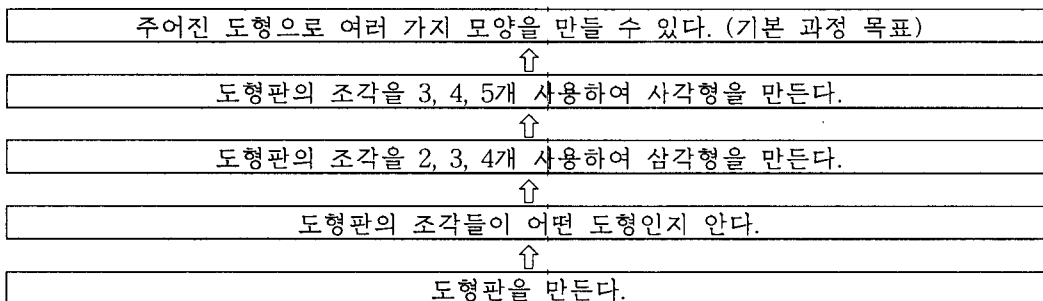
단계 목표는 제시되어 있지 않으며, 주제는 ‘거울을 통한 공간감각 기르기’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 관찰할 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.

생활 주변의 구체물을 거울에 비추어 보고, 거울에 비친 상을 본래의 물체와 비교하여 관찰하는 것은 거울의 위치에 따라 거울 속과 종이 위의 점의 수의 합, 거울에 보이는 도형의 모양, 거울 속의 모양과 거울 밖의 모양이 합쳐져서 만들어지는 모양 등을 다양하게 만드는 활동의 선수 학습이다. 이러한 활동을 통하여 거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 관찰할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 6>과 같이 나타낼 수 있다.



(7) 4-나 단계

단계 목표는 ‘... 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다’이고, 주제는 ‘여러 가지 모양 만들기’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.



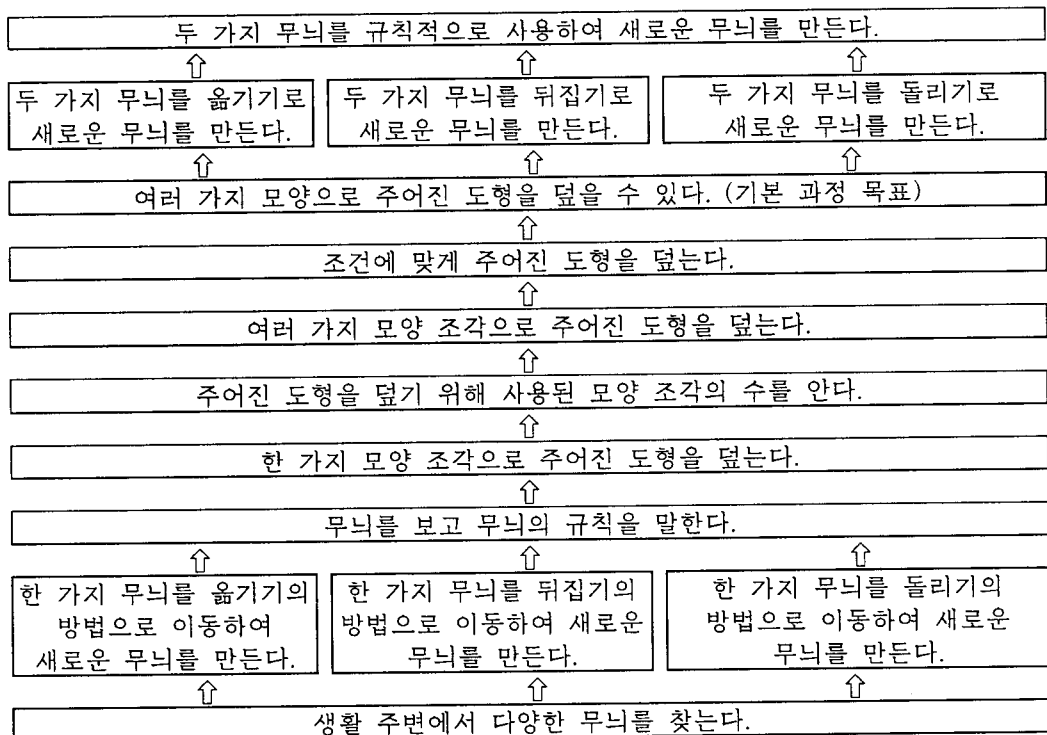
<그림 7> 4-나 단계: 탱그램의 지도 내용 계열

도형판의 조각들이 어떤 도형인지 아는 것은 도형판을 이용하여 여러 가지 모양을 만드는 활동의 선수 학습이 된다. 2 조각, 3 조각, 4 조각, 5 조각 등으로 점차 사용하는 조각의 개수를 늘려가면서 삼각형과 사각형을 만들어 보도록 한다. 이 때에 처음에는 주어진 모양 위에 도형판의 조각들을 놓아서 형태가 완성되었을 때 크기가 꼭 맞도록 만들어야 할 모양의 외곽선을 제시해 주고, 다음에는 주어진 모양만을 보고 그대로 만들어 보게 하며, 이것이 익숙해지면 스스로 만들고 싶은 만들어 보는 방향으로 발전한다. 이러한 활동들을 통해 도형판으로 여러 가지 모양을 만들 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 7>과 같이 나타낼 수 있다.

#### (8) 5-가 단계

무늬 만들기 관련 단계 목표는 ‘... 여러 가지 모양으로 주어진 도형을 덮을 수 있다’이고, 주제는 ‘여러 가지 모양으로 주어진 도형 덮기(테셀레이션)’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘여러 가지 모양으로 주어진 도형을 덮을 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.

생활 주변에서 다양한 무늬를 찾아보고, 한 가지 무늬를 다양하게 이동시켜 새로운 무늬를 만드는 것은 한 가지 모양 조각으로 주어진 도형을 덮는 활동의 선수 학습이다. 이러한 활동들을 통해 여러 가지 모양 조각으로 주어진 도형을 덮을 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 8>과 같이 나타낼 수 있다.

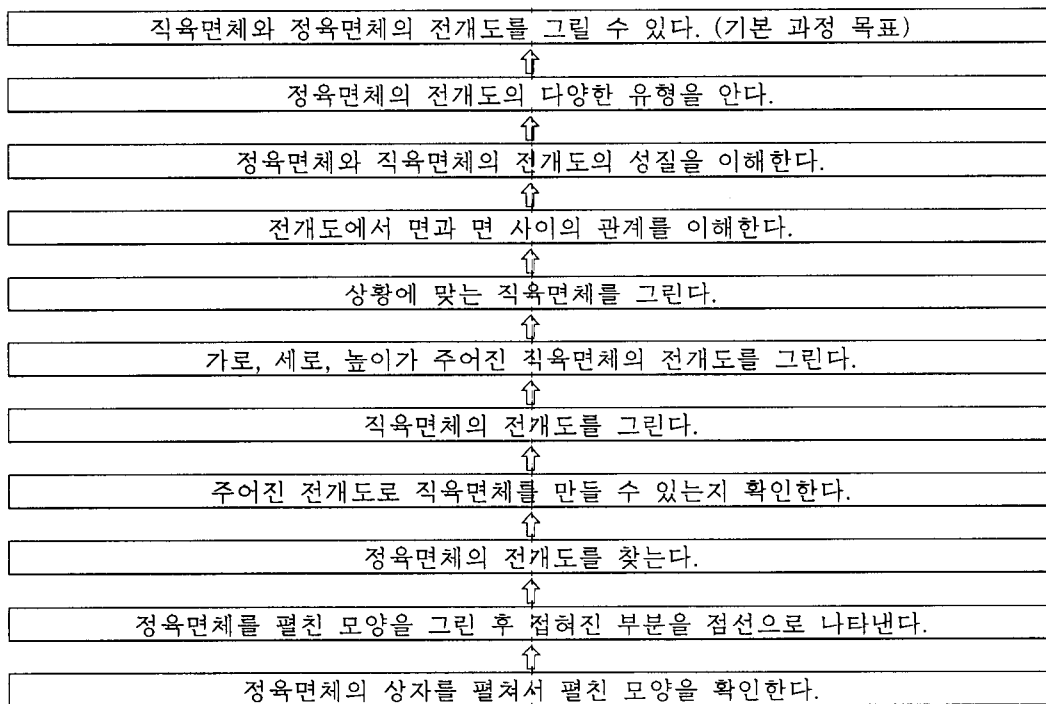


<그림 8> 5-가 단계: 무늬 만들기의 지도 내용 계열



전개도 관련 단계 목표는 제시되어 있지 않으며, 주제는 '직육면체와 정육면체의 전개도'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '직육면체와 정육면체의 전개도를 그릴 수 있다'이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.

정육면체의 상자를 펼쳐서 펼친 모양을 확인하는 것은 정육면체의 전개도를 찾는 활동의 선수 학습이다. 이러한 전개도의 이해를 바탕으로 하여 주어진 전개도로 직육면체를 만들 수 있는 지 확인하는 것은 직육면체의 전개도를 그리는 활동의 선수 학습이다. 조건과 상황에 맞는 직육면체를 그리고, 전개도에서 면과 면, 선과 선 사이의 관계 등과 같은 전개도의 성질을 이해하는 것을 통해 직육면체와 정육면체의 전개도를 그릴 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 9>와 같이 나타낼 수 있다.



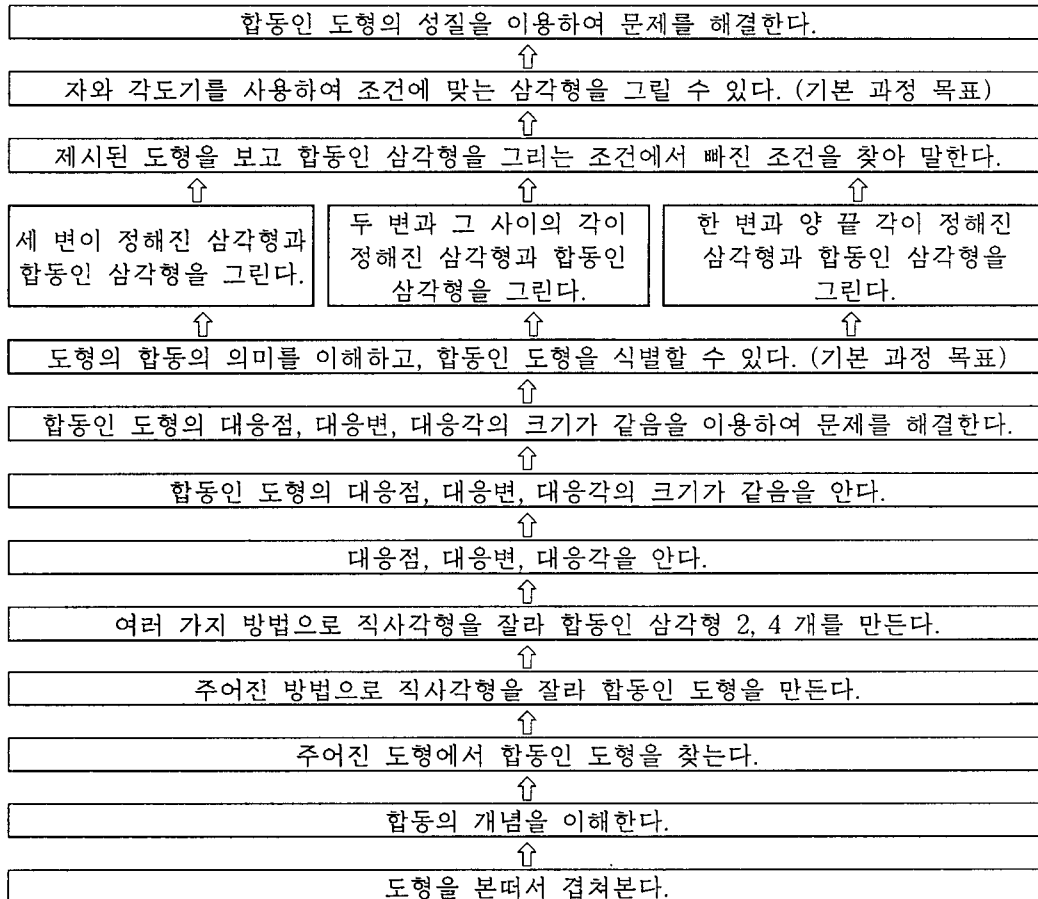
<그림 9> 5-가 단계: 입체도형의 전개도의 지도 내용 계열

#### (9) 5-나 단계

합동 관련 단계 목표는 '도형의 합동과 대칭의 의미를 안다'이고, 주제는 '도형의 합동과 대칭'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '도형의 합동의 의미를 이해하고, 합동인 도형을 식별할 수 있다', '자와 컴퍼스를 이용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있다'이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.

반구체물을 그리고 겹쳐서 오리거나 도형을 본떠서 겹쳐보는 활동은 합동의 개념 이해의 선수 학습이다. 합동인 도형을 찾거나 안내된 방법대로 직사각형을 잘라 합동인 도형을 만드는 것은 여러 가지 방법으로 합동인 도형을 만드는 활동의 선수 학습이다. 합동

의 성질을 이해하는 여러 활동들을 통해서 도형의 합동의 의미를 이해하고, 합동인 도형을 식별할 수 있는 능력을 갖추는 것과 제시된 도형과 합동인 삼각형을 그리는 방법을 익히고 자와 각도기를 사용하여 조건에 맞는 삼각형을 그릴 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 10>과 같이 나타낼 수 있다.

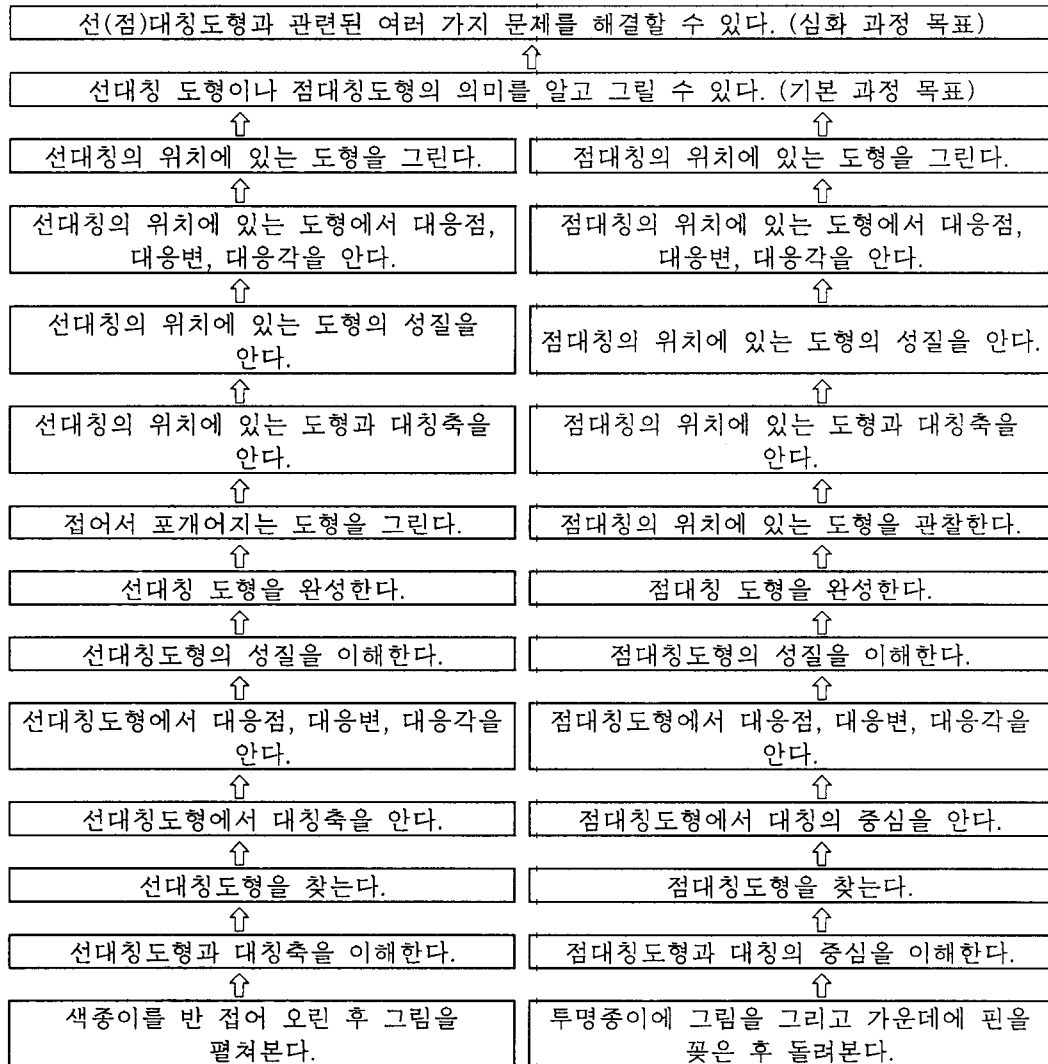


<그림 10> 5-나 단계: 도형의 합동의 지도 내용 계열

대칭 관련 단계 목표는 제시되어 있지 않으며, 주제는 '선대칭도형과 점대칭도형'이다. 주제의 기본 과정의 목표는 '선대칭도형이나 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다'이고, 심화 과정의 목표는 '선대칭도형, 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있다'이다.

이미 학습한 도형의 합동은 선대칭도형에 대한 학습 활동의 선수 학습이다. 구체물을 접어보고, 돌려보는 것은 선대칭도형과 점대칭도형의 성질을 이해하는 활동의 선수 학습이다. 이러한 활동을 통해 선대칭도형과 점대칭도형을 완성할 수 있는 능력을 갖춘다. 접어서 포개어지는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형을 관찰하고 그리는 활동은 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 성질 이해를 위한 활동의 선수 학습이고 이러한 활동을 통해 선대칭이나 점대칭의 위치에 있는 도형의 의미를 알고 그릴 수

있는 능력과, 더 나아가 선대칭과 점대칭의 위치에 있는 도형을 자유롭게 이동하고 원래의 도형과 비교하는 활동을 통해 선대칭도형, 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 11>과 같이 나타낼 수 있다.



<그림 11> 5-나 단계: 도형의 대칭의 지도 내용 계열

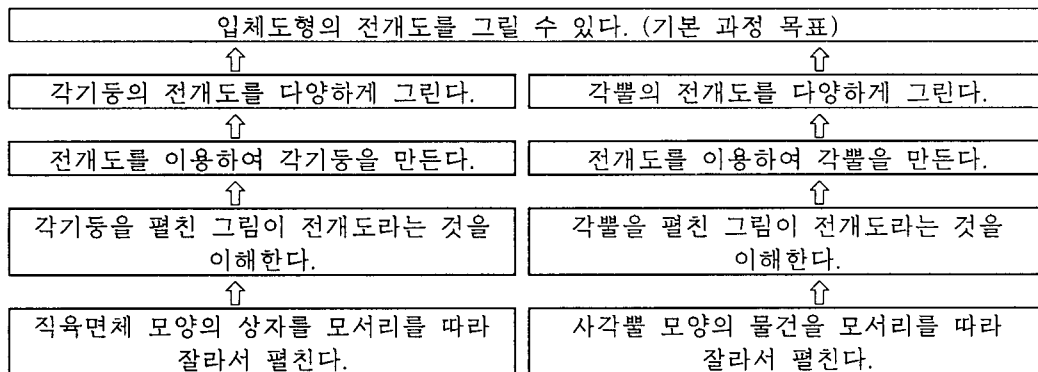
(10) 6-가 단계

전개도 관련 단계 목표는 ‘... 각기둥의 전개도를 그릴 수 있으며, ...’이고, 주제는 ‘입체도형(각기둥과 원뿔)의 전개도’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘각기둥의 전개도를 그릴 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 제시되어 있지 않다.

직육면체 모양의 상자를 모서리를 따라 잘라서 여러 가지 모양의 펼친 그림을 만들어보

는 것은 전개도 이해를 위한 선수 학습이다. 이렇게 만들어진 전개도를 이용하여 각기둥을 만들어 보는 활동은 각기둥의 전개도를 다양하게 그릴 수 있는 능력의 선수 학습이다.

각뿔 또한 이러한 과정을 거치게 된다. 이러한 활동들을 통해 입체도형의 전개도를 그릴 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 12>와 같이 나타낼 수 있다.



<그림 12> 6-가 단계: 각기둥의 전개도의 지도 내용 계열

쌓기나무 관련 단계 목표는 ‘... 쌓기나무로 조건에 맞는 입체도형을 만들 수 있다’이고, 주제는 ‘쌓기나무로 모양 만들기’이다. 주제의 기본 과정의 목표는 ‘주어진 모양을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다’이고, 심화 과정의 목표는 ‘앞, 옆, 위에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 만들 수 있다’이다.

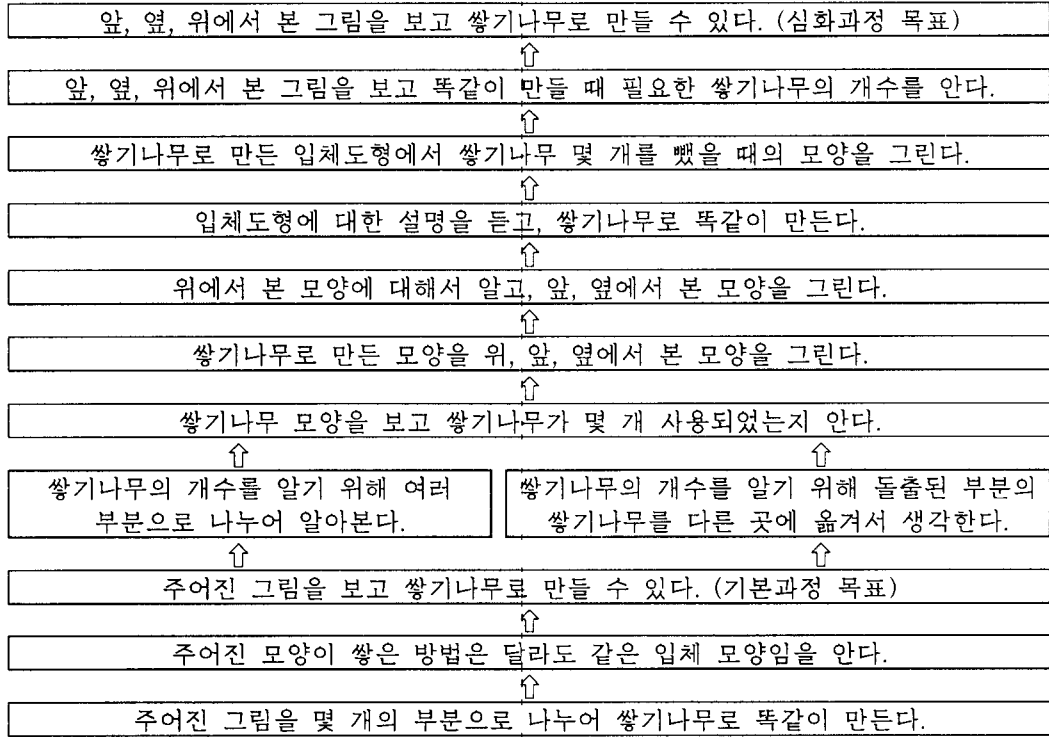
주어진 그림을 몇 개의 부분으로 나누어 쌓기나무로 똑같이 쌓아보는 활동은 방향에 따라 쌓은 방법은 달라도 같은 모양임을 이해하기 위한 선수 학습 활동이다. 이러한 활동을 통해 주어진 그림을 다양한 방법으로 쌓기나무로 만들 수 있는 능력을 갖추게 된다. 이렇게 전체를 부분으로 나누어 생각하는 능력은 사용된 쌓기나무의 개수를 세기 위한 활동의 선수 학습이 되기도 한다. 쌓기나무로 만든 모양과 위, 앞, 옆에서 본 모양을 연결시키는 활동은 쌓기나무로 만든 입체도형의 변형으로 발전해 나가고 이러한 활동들을 통해 앞, 옆, 위에서 본 그림을 보고 쌓기나무로 만들 수 있는 능력을 갖추는 것이 이 학습 단위의 목표이다. 지도 내용을 계열화하면 <그림 13>과 같이 나타낼 수 있다.

#### 나. 공간 감각의 지도 내용 계열

인간은 태어나면서 공간의 구성 요소가 되며, 학교에 입학하기 전에 이미 생활환경에서 비형식적이고 직관적인 경험들을 통해 공간 감각의 몇 가지 유형들을 익히게 된다. 초등학교 저학년 시기에는 생활 주변에서 쉽게 접할 수 있는 친근하고 일반적인 구체물들을 이용하여 직접 관찰하고, 비교하고, 그리고, 만들어보는 다양한 경험들을 통해 기하학적 관계, 도형과 물체의 상대적 모습과 크기에 초점을 맞춘 다양한 공간감각을 경험하게 된다.

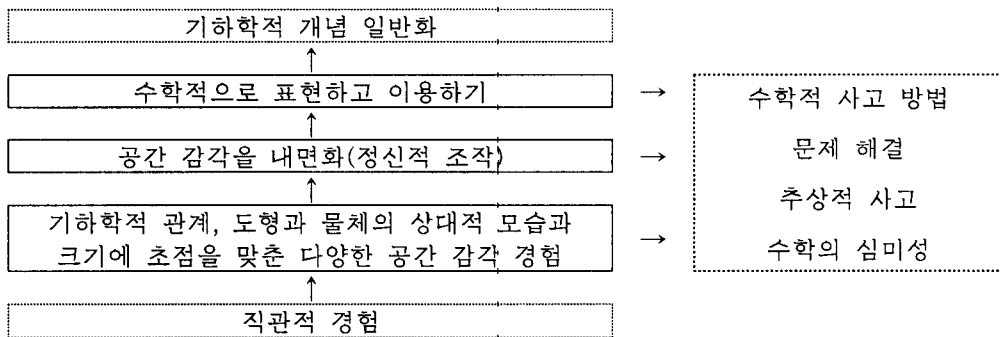
이렇게 구체적 조작 도구를 활용하여 얻어진 이해들은 보다 잘 기억되며 공간 감각의

내면화를 가능하게 한다. 구체물을 직접 대어보고 맞추어보는 것을 통해 가능했던 2차원에서 3차원으로 또는 3차원에서 2차원으로의 변환이 이제는 정신적 조작으로 가능하게 되는 것이다. 이렇게 공간 감각이 내면화된 이후에는 공간 감각을 수학적으로 표현하고 이



<그림 13> 6-가 단계: 쌓기나무로 만들기의 지도 내용 계열

용할 수 있게 되면서 보다 복잡하고 난해한 수학적 문제들의 해결도 가능하게 되는 것이다. 이러한 공간 감각은 결국 기하학적 개념의 일반화를 통해 보다 폭넓게 이용되게 된다. 따라서 공간 감각 소영역의 지도 내용은 <그림 14>와 같은 계열을 가지고 있음을 도출할 수 있다.



<그림 14> 공간 감각 소영역의 지도 내용 계열

#### 다. 공간 감각 지도 내용 계열의 특징

지금까지 가네와 브릭스의 수준별 계열화의 이론을 중심으로 위계 분석적 방법을 적용하여 공간 감각 소영역의 계열을 구성하여 본 결과 다음과 같은 특징을 발견하였다.

##### (1) 공간 감각에 대한 학습에서 공간 감각을 이용한 문제 해결로 변화

제7차 교육과정에서 나타난 공간 감각 소영역의 학습 내용은 공간 감각에 대한 학습에서 공간 감각을 이용한 문제 해결로 변화하는 모습을 보인다.

저학년 단계에서는 입체도형을 모양에 따라 분류하거나, 점판, 쌓기나무, 도형 등의 다양한 소재를 이용하여 주어진 것과 똑같이 만들어보거나, 구체물, 거울, 도형 등을 이용하여 관찰하고 상을 만들어보면서 비형식적이고 구체적인 경험들을 하면서 공간감각에 대해서 학습하게 된다.

중학년 단계로 넘어가면서 주어진 도형을 조건에 맞도록 여러 가지 모양으로 만들어보는 활동을 하게 된다.

고학년 단계에서는 이전에 학습한 공간 감각을 이용하여 다양한 모양을 구성하고, 정신적으로 조작하는 활동을 통해 공간 감각을 이용하여 문제를 해결하는 활동으로 발전하게 된다.

##### (2) 구체물을 직접 다루는 학습에서 정신적으로 조작하는 학습으로 변화

저학년 단계에서는 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 인형, 장갑, 거울 등과 같은 물건들이나 구체물, 또는 수학 학습을 위해 고안된 점판, 쌓기나무, 도형과 같은 반구체물을 이용하여 직관적 혹은 구체적인 경험을 통하여 공간 감각에 대해서 학습한다.

중학년이 되면서 점차 구체물보다 반구체물의 사용이 많아지고 이러한 구체물과 반구체물을 통한 공간 감각에 대한 학습은 구체적 경험을 하지 않아도 정신적 조작이 가능하도록 한다. 무작위적인 시행착오를 통해서가 아니라 머릿속으로 고안된 디자인을 통한 무늬 만들기라든지, 다양한 방향에서 그린 그림을 보고 쌓기나무로 만들기와 같은 활동이 그 예라고 할 수 있다.

##### (3) 인지 발달 단계를 고려하여 학습 활동이 단계에 따라 발전적으로 변화

제7차 수학과 교육과정에서는 공간 감각을 계발하기 위해 다양한 학습 활동을 제시하고 있으며, 이러한 활동들은 한 번 나타났다가 사라진 것이 아니라 아동의 발달 단계에 맞추어 계속해서 발전적으로 변화되어 제시되고 있다.

구성하기는 입체도형의 구성과 평면도형의 구성으로 나눌 수 있다. 입체도형의 구성은 쌓기나무를 이용하여 제시되고 있다.

먼저 2-나 단계에서는 6 개 이하의 쌓기나무로 주어진 것과 똑같이 쌓는 활동, 여러 가지 모양으로 쌓는 활동, 사용된 쌓기나무의 개수를 세는 활동으로 구성되어 있으며, 6-가 단계에서는 보다 발전적인 과제로 6 개 이상의 쌓기나무를 이용하여 만든 입체도형을 이용하여 다양한 방향에서 그린 그림을 보고 쌓기나무로 만드는 활동을 제시하고 있다.

평면도형의 구성은 가장 먼저 1-나 단계의 점판에 주어진 도형과 똑같은 도형을 만드는

것으로 시작한다. 이후 4-나 단계에서는 주어진 도형으로 조건에 맞는 여러 가지 모양을 만들도록 하고, 5-가 단계에서는 더 나아가 주어진 조각들을 이용하여 평면을 완전히 메우는 무늬 만들기를 제시하고 있다.

이동하기는 2-가 단계에서 구체물이나 그림을 옮기기, 뒤집기, 돌리기를 통하여 직관적이고 구체적인 경험을 하게 하고, 이후 3-가 단계에서는 도형이나 무늬를 이동하게 함으로써 움직임의 과정을 이해하게 함으로써 5-나 단계에서 제시된 합동과 대칭의 수학적 개념의 이해를 가능하게 한다.

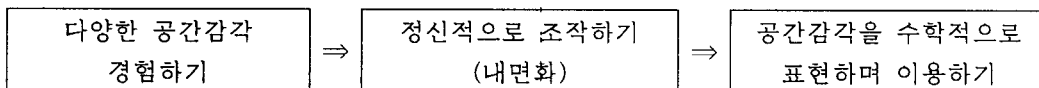
변환은 겨냥도와 전개도의 학습으로서, 5-가 단계에서는 가장 단순한 형태의 입체도형인 직육면체와 정육면체의 겨냥도와 전개도를 학습하고, 6-가 단계에서 보다 복잡한 형태인 각기둥과 원뿔의 전개도를 학습한다.

### III. 결 론

NCTM의 *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*(1989)에서 초등학교와 중학교 수학과 교육과정에 포함되어야 할 주제로 규정한 공간 감각이 우리나라의 제7차 교육과정에서는 도형 영역에 '공간 감각'이라는 소영역으로 체계를 갖추어 규정되었다. 그러나 교수 설계를 할 때나 평가의 실행에서는 지도하려는 학습 과제의 계열을 평가하여야 하는데, 교육과정의 규정이 포괄적이고 단계 목표의 진술로만 되어 있으며 더구나 공간 감각 영역은 새롭게 강조된 부분이어서, 여러 교과를 가르쳐야 하는 현장 교사들에게 계열을 파악하는 분석 작업이 용이하지 않다.

연구자는 공간 감각 소영역의 수업 설계를 지원하고 평가 활동에 도움을 줄 목적으로 공간 감각 소영역의 지도 내용을 계열화하기로 하였다. 먼저 우리나라의 제7차 교육과정의 공간 감각 소영역 부분을 분석하여 보고, NCTM의 <학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준>의 Addenda Series - 공간감각, K-6을 분석하고, 이를 제7차 교육과정의 공간 감각 소영역과 비교하여 보았다.

연구자는 1-가 단계부터 6-나 단계까지 단계 목표별로 규정된 목표에 도달하기까지 무엇을 어떤 순서로 가르칠 것인가의 계열 구성한 후, 공간 감각 소영역의 지도 내용 계열 구성을 시도하였다. 그리고 전체적인 내용을 종합하여 다음과 같은 계열을 도출하게 되었다.



공간 감각 소영역 지도 내용 계열 분석은 공간 감각 학습의 교수 설계에서 진단 단계, 지도 단계, 발전 단계, 평가 단계에 이르기까지 교사에게 요긴한 정보를 제공하고, 나아가 수학과 교육과정을 설계할 때나 교과서 구성에서 기초가 되는 연구이며, 단계별 학습 목표 달성 여부를 평가할 때 성취 기준이나 평가 기준 수립의 기초 자료가 된다.

## 참고문헌

- 강완, 백석윤 (1998). *초등 수학 교육론*. 서울: 동명사.
- 교육 인적 자원부 (1997). *초등학교 교육과정. 제7차 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육 인적 자원부 (1999). *초등학교 교육과정 해설(IV)*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육 인적 자원부 (2003). *초등학교 수학 교사용 지도서*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육부 (1997). *교육부 고시 제 1997-15호 [별책 2] 초등학교 교육 과정*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 배종수 (1999). *초등 수학 교육 내용 지도법*. 서울: 경문사.
- 신현성 (1992). *수학 교육론*. 서울: 경문사.
- 우정호 (2000). *수학 학습-지도 원리와 방법*. 서울: 서울 대학교 출판부.
- 이용률, 성현경 (1992). *수학 교육론*. 서울: 교학연구사.
- 이재우 (2000). *규칙성 영역의 지도 내용 계열 분석*. 서울 교육 대학교 석사 학위 논문.
- 전평국 (1998). *초등 수학 교육: 이론과 실제*. 서울: 교학사.
- 정인성, 나일주 (1992). *최신 교수 설계 이론*. 서울: 교육과학사.
- 강완 외 18인 (역) (1999). *초등 수학 학습 지도의 이해*. 서울: 양서원. [R. E. Reys; M. N. Suydam (1998). *Helping Children Learn Mathematics* (5th edition).]
- 구광조, 오병승, 류희찬 (역) (1992). *수학 교육과정과 평가의 새로운 방향*. 서울: 경문사. [NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.]
- 구광조, 오병승, 전평국 (역) (1995). *수학 학습 심리학*. 서울: 교우사.
- 박성익, 최영수 (역) (1996). *학습의 조건과 교수 이론*. 서울: 교육과학사. [R. M. Gagné (1985). *The Conditions of Learning* (4th ed.) New York: Holt, Rinehart and Winston.]
- 이우영, 신항균 (역) (1996). *수학사*. 서울: 경문사. [H. Eves (1953). *An Introduction to the History of Mathematics*.]
- 전성연, 김수동 (역) (1999). *교수-학습 이론*. 서울: 학지사. [R. M. Gagné (1985). *The Conditions of Learning* (4th ed.) New York: Holt, Rinehart and Winston.]
- 진영은 (역) (1996). *교육과정과 수업 지도의 기본 원리*. 서울: 양서원. [R. W. Tyler. *Basic Principles of Curriculum and Instruction*.]
- 허민, 오혜영 (역) (1996). *수학: 양식의 과학*. 서울: 경문사.
- Gagné, R. M., & Briggs, L. J. (1979). *Principle of Instructional Design* (2nd ed.). New York: Holt, Rinehart and Winston.



- Holmes, Emma E. (1995). *New Directions in Elementary School Mathematics: Interactive Teaching and Learning*. Prentice-Hall, Inc.
- Mager, R. F. (1962). *Preparing Instructional Objectives*. Belmont, CA: Fearon.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1993). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Addenda series, Grades K-6, Geometry and Spatial Sense*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

· <Abstract>

## An Analysis of Instructional Sequences Related to Spatial Sense

Choi, Kyung Suk<sup>3)</sup>; & Paik, Seok Yoon<sup>4)</sup>

This study was composed of series of guidance contents in the sub-field of spatial sense from the 7th curriculum according to the series theory by the level by Gagné & Briggs. As for the guidance contents in this field, this study discovered that it had 'experiencing the various space senses', 'operating it mentally (internalization)', and 'utilizing and expressing the space sense mathematically' in order largely. The contents of series constitution by the subject and by the stage, a result of this research, will be helpful to the establishment of achievement standard and valuation standard by the stage.

Keyword: spatial sense, the 7th curriculum, contents hierarchy analysis, curriculum standards, NCTM standards.

---

3) kschoi0827@hanmail.net

4) sypaik@ns.snue.ac.kr