

축대칭 셸 구조물에 작용하는 외압의 부가효과

Follower Effect of the Axisymmetric Shells under External Pressure

황 철 성*

Hwang, Chul-Sung

Abstract

The shell due to the effect of initial normal pressures on the shell surface was based on the assumption that the directions of the pressures are always normal to the undeformed shell surface, and that the change in the surface area of the shell is negligible. But the fact that the pressure are always normal to the deforming surface leads "follower force". The follower effect in the analysis can significantly alter the solution for natural frequency and buckling load as compared to the case when the direction of the pressures are assumed to be normal to the uniform shell surface. The expression for the part of strain energy contribution from normal pressure due to the effect of follower force was derived and added to the element stiffness matrix of axisymmetric shell. In the case of increasing external pressure, the natural frequencies decrease until one of them reaches zero. Theoretically the smallest applied load that reduces the frequency of any mode to zero, will have same magnitude as that of the buckling load. In order to determine the buckling load of the shell a few sets of frequencies are computed and the results considering the follower effects are well with the exact solution while the case without that are quite different. But in case of hemispherical dome, there are little difference in buckling pressure between with and without the effect of follower force.

요 지

일반적으로 셸 표면에 수직인 압력은 변형 전 셸 표면에 수직인 방향으로 작용한다고 가정하고 셸 표면의 변형으로 인한 표면적의 변화를 고려하지 않으므로써 이에 의한 변형에너지를 무시한다. 그러나, 변형된 셸 표면에 수직으로 작용하는 압력은 고유진동수와 좌굴하중에 큰 영향을 미칠 수 있다. 본 연구에서는 구조물의 변형에 의한 셸 단면적의 변화와 압력의 방향변화에 대한 변형에너지를 구하고 이를 변분하여 부가매트릭스를 산정하였다. 이를 축대칭요소에 추가하여 전산구조해석을 통해 외압의 부가효과를 고려한 고유진동수를 계산하였다. 외압의 크기가 증가함에 따라 셸 구조물의 고유진동수는 감소하며, 고유진동수가 영이 될 때의 외압의 크기를 좌굴하중으로 볼 수 있다. 이를 이용하여 정해가 존재하는 원통 셸에 적용한 결과 유사한 해를 얻을 수 있었으며, 부가효과를 고려하지 않았을 경우는 상당한 차를 나타내었다. 그러나, 반구형 돔에서는 원통 셸에 비해 압력의 부가효과가 거의 나타나지 않는 것으로 나타났다.

Keywords : Effect of follower pressure, Axisymmetric shell, Natural frequency, Buckling load

핵심 용어 : 압력의 부가효과, 축대칭 셸, 고유진동수, 좌굴하중

* 정희원, 경원대학교 토목환경공학과 교수

E-mail : cshwang@kyungwon.ac.kr 016-372-5336

• 본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 2004년 4월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

대부분의 셸은 외부하중이 작용되기 전에 이미 기체 압, 프리스트레스 하중등의 초기하중이 작용되고 있을 경우가 대부분이다. 이 경우 동적거동은 초기응력이 작용되지 않을 때와는 커다란 차이를 나타낸다. 실 예로 셸내부에 인장강도의 0.2%정도의 초기응력이 작용될 때 고유진동수가 10%정도 증가하는 것으로 알려져 있다. 또한, 셸내부의 프리스트레스 효과는 균열의 감소와 부식의 방지뿐만 아니라 셸의 하중재하 한계도 크게 증가함을 증명하고 있다. 축대칭 셸의 동적해석에서는 축대칭의 특성을 이용하기 위하여 회전링 요소를 이용하는 것이 효율적이며, 황[1]과 황과 백[2]은 이를 이용하여 각각 초기 프리스트레스하중을 받는 경우와 내부유체가 존재할 경우 축대칭 셸 구조물의 고유진동수 및 지진하중에 의한 구조물의 거동을 구하였다.

일반적으로 셸 표면에 수직인 압력은 변형 전 셸 표면에 수직인 방향으로 작용한다고 가정하고 셸 표면의 변형으로 인한 표면적의 변화를 고려하지 않음으로써 이에 의한 변형에너지를 무시한다. 그러나, 변형된 셸 표면에 수직으로 작용하는 압력은 고유진동수와 좌굴 하중에 큰 영향을 미칠 수 있다. 본 연구에서는 구조물의 변형에 의한 셸 단면적의 변화와 압력의 방향변화에 대한 변형에너지를 구하고 이를 변분하여 부가매트릭스를 산정하며, 이를 축대칭요소에 추가하여 전산 구조해석을 통해 외압의 부가효과를 고려한 고유진동수를 계산한다.

셸에 작용하는 하중이 셸 내부의 인장응력을 발생시킬 경우는 셸의 고유진동수가 증가한다. 이와 반대로 셸 내부에 압축응력을 발생시키는 경우는 고유진동수가 점차 감소하게 되며 영이 될 경우 구조물은 불안정한 상태가 된다. 이론적으로 전체 모드중 최초로 고유진동수가 영이 되게 하는 외부하중을 좌굴하중으로 볼 수 있으며, 이때의 모드를 좌굴모드라한다. 본 연구에서는 외부하중의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 추적하여 셸의 좌굴하중을 얻고 이를 정해와 비교하여 프로그램의 검증에 실시하였으며, 원통형 셸 및 반구형 돔에 적용하여 구조물의 형태에 따른 외부압력의 부가효과를 검토한다.

2. 축대칭 프리스트레스 셸 요소

축대칭 프리스트레스 셸 요소에 대한 정식화는 참고문헌[1]에 상세히 언급되어 있으며, 이를 정리하면 다음과 같다.

2.1 셸 요소의 변형 에너지

셸 요소에 축적되는 변형 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U_s = (1/2) \int_V (\bar{\sigma}_s \bar{\epsilon}_s + \bar{\sigma}_\theta \bar{\epsilon}_\theta + \bar{\sigma}_\xi \bar{\epsilon}_\xi + \bar{\sigma}_{s\theta} \bar{\epsilon}_{s\theta} + \bar{\sigma}_{\theta\xi} \bar{\epsilon}_{\theta\xi} + \bar{\sigma}_{\xi s} \bar{\epsilon}_{\xi s}) dV \quad (1)$$

황단응력과 전단응력은 무시되는 것으로 가정하며, 두께에 따라 선형의 변형도 변화를 가정하여 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_s &= \epsilon_s + \xi \kappa_s \\ \bar{\epsilon}_\theta &= \epsilon_\theta + \xi \kappa_\theta \\ \bar{\epsilon}_{s\theta} &= \epsilon_{s\theta} + \xi \kappa_{s\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

이 때, ϵ_s , ϵ_θ 및 $\epsilon_{s\theta}$ 는 중립축에서의 변형도 및 전단 변형도를 뜻하고, κ_s , κ_θ 및 $\kappa_{s\theta}$ 는 중립축의 곡률변화량과 비틀변화량을 뜻하며, ξ 는 중립면상의 임의의 점으로부터 수직거리를 의미한다. 또한, Sanders[3]에 의해 제안된 비선형 셸 이론에 의해 변형도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{s(NL)} &= \epsilon_{s(L)} + (1/2)(\beta_{s(L)}^2 + \beta_{(L)}^2) \\ \epsilon_{\theta(NL)} &= \epsilon_{\theta(L)} + (1/2)(\beta_{\theta(L)}^2 + \beta_{(L)}^2) \\ \epsilon_{s\theta(NL)} &= \epsilon_{s\theta(L)} + (\beta_{s(L)}\beta_{\theta(L)}) \end{aligned} \quad (3)$$

이 때, (L)은 선형이론에 의한 값이고, (NL)은 비선형이론에 의한 값을 뜻하며, β_s , β_θ 및 β 는 각각 자오방향, 주변방향 및 법선방향의 회전각을 뜻한다.

또한, 변형도 벡터 $\{\epsilon\}$ 은 응력에서의 관계와 마찬가지로 초기변형도와 동적하중에 의한 부가변형도로 나눌 수 있으며 이를 다음과 같이 표현하기로 한다.

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^i\} + \{\epsilon^a\} \quad (4)$$

이 때, i 는 초기 값을 의미하고, a 는 부가된 값을 의미한다. 초기변형도 벡터 $\{\epsilon^i\}$ 는 프리스트레스, 정수압 및 개스압력 등의 초기하중에 의한 셸 구조물의 정적 선형해석에 의해 얻을 수 있는 값이다.

식(3)과 식(4)를 식(1)에 대입하면 초기변형도와 부가변형도로 표현된 변형에너지 관계식을 얻을 수 있고, 이에 다음과 같은 가정을 고려한다.

- ① 부가변형도의 3차, 4차항은 제 2가정에 의해 무시할수 있다.
- ② 초기변형도 항이 포함된 고차항 ($\epsilon_{s3}^i \beta_s^2$, $\epsilon_{\theta3}^i \beta_\theta^2$ 등)은 초기변형도가 상대적으로 크므로 변형에너지 항에 포함시킨다.

위의 가정에 따라 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_s = (1/2) \int_0^L \int_0^{2\pi} [C_1 \{(\epsilon_s^i)^2 + 2\epsilon_s^i \epsilon_s + \epsilon_s^i \beta_s^2 + \epsilon_s^i \beta^2 + \epsilon_s^2\} + C_2 \{(\epsilon_\theta^i)^2 + 2\epsilon_\theta^i \epsilon_\theta + \epsilon_\theta^i \beta_\theta^2 + \epsilon_\theta^i \beta^2 + \epsilon_\theta^2\} + 2\nu_{s\theta} C_1 \{\epsilon_s^i \epsilon_\theta^i + \epsilon_s^i \epsilon_\theta + \epsilon_\theta^i \epsilon_s + \frac{1}{2} \epsilon_s^i (\beta_\theta^2 + \beta^2) + \frac{1}{2} \epsilon_\theta^i (\beta_s^2 + \beta^2) + \epsilon_s \epsilon_\theta\} + G_1 \{(\epsilon_{s\theta}^i)^2 + 2\epsilon_{s\theta}^i \epsilon_{s\theta} + 2\epsilon_{s\theta}^i \beta_s \beta_\theta + \epsilon_{s\theta}^2\} + D_1 \{(\kappa_s^i)^2 + 2\kappa_s^i \kappa_s + \kappa_s^2\} + D_2 \{(\kappa_\theta^i)^2 + 2\kappa_\theta^i \kappa_\theta + \kappa_\theta^2\} + 2\nu_{s\theta} D_1 \{\kappa_s^i \kappa_\theta^i + \kappa_s^i \kappa_\theta + \kappa_\theta^i \kappa_s + \kappa_s \kappa_\theta\} + G_2 \{(\kappa_{s\theta}^i)^2 + 2\kappa_{s\theta}^i \kappa_{s\theta} + \kappa_{s\theta}^2\}] r \, d\theta \, ds \quad (5)$$

회전링 요소의 변위에 대한 가정은 Tillerson과 Haisler[4]이 사용한 형태와 같은 값으로 정하였다.

$$w(s) = \sum_n (\alpha_1^n + \alpha_2^n s + \alpha_3^n s^2 + \alpha_4^n s^3) \cos n\theta = \sum_n w^n(s) \cos n\theta$$

$$u(s) = \sum_n (\alpha_5^n + \alpha_6^n s + \alpha_9^n s(s-L) + \alpha_{10}^n s^2(s-L)) \cos n\theta = \sum_n u^n(s) \cos n\theta$$

$$v(s) = \sum_n (\alpha_7^n + \alpha_8^n s + \alpha_{11}^n s(s-L) + \alpha_{12}^n s^2(s-L)) \sin n\theta = \sum_n v^n(s) \sin n\theta$$

$$\beta_s(s) = \sum_n \left(\frac{\partial w}{\partial s} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right) u \right) = \sum_n \beta_s^n(s) \cos n\theta \quad (6)$$

이 때, 부가변형도, 곡률변화 및 회전각을 주변각에 관한 Fourier Series로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \sum_n \epsilon_s^n(s) \cos n\theta \\ \epsilon_\theta &= \sum_n \epsilon_\theta^n(s) \cos n\theta \\ \epsilon_{s\theta} &= \sum_n \epsilon_{s\theta}^n(s) \sin n\theta \\ \kappa_s &= \sum_n \kappa_s^n(s) \cos n\theta \\ \kappa_\theta &= \sum_n \kappa_\theta^n(s) \cos n\theta \\ \kappa_{s\theta} &= \sum_n \kappa_{s\theta}^n(s) \sin n\theta \\ \beta_s &= \sum_n \beta_s^n(s) \cos n\theta \\ \beta_\theta &= \sum_n \beta_\theta^n(s) \sin n\theta \\ \beta &= \sum_n \beta^n(s) \sin n\theta \end{aligned} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)을 식(5)에 대입하여 정리하면 변형에너지는 초기변형에너지와 부가변형에너지의 항으로 나눌 수 있다.

$$U_s = U_s^i + U_s^a$$

$$U_s^a = (\pi/2) \int_0^L \{ [C_1(\epsilon_s^n)^2 + C_2(\epsilon_\theta^n)^2 + 2\nu_{s\theta} C_1 \epsilon_s^n \epsilon_\theta^n + G_1(\epsilon_{s\theta}^n)^2 + D_1(\kappa_s^n)^2 + D_2(\kappa_\theta^n)^2 + 2\nu_{s\theta} D_1 \kappa_s^n \kappa_\theta^n + G_2(\kappa_{s\theta}^n)^2] r \, ds + [C_1 \epsilon_s^i ((b_s^n)^2 + (b^n)^2) + C_2 \epsilon_\theta^i ((b_\theta^n)^2 + (b^n)^2) + \nu_{s\theta} C_1 \{\epsilon_s^i ((b_\theta^n)^2 + (b^n)^2) + \epsilon_\theta^i ((b_s^n)^2 + (b^n)^2)\}] r \, ds \} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{이 때, } C_1 &= E_s \, h / (1 - \nu_{s\theta} \nu_{\theta s}) \\ C_2 &= E_\theta \, h / (1 - \nu_{s\theta} \nu_{\theta s}) \\ D_1 &= E_s \, h^3 / 12 (1 - \nu_{s\theta} \nu_{\theta s}) \\ D_2 &= E_\theta \, h^3 / 12 (1 - \nu_{s\theta} \nu_{\theta s}) \\ G_1 &= G \, h \\ G_2 &= G \, h^3 / 12 \end{aligned}$$

2.2 셸 요소의 운동에너지

셸 요소의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = (\rho h/2) \int_0^L \rho \{ (\dot{u}^n)^2 + (\dot{v}^n)^2 + (\dot{w}^n)^2 + (h^2/12) \{ (\dot{\beta}_s^n)^2 + (\dot{\beta}_\theta^n)^2 \} \} r \, ds \quad (9)$$

이때, ρ 는 셸 요소의 밀도이다.

3. 외압의 부가효과

2장에서 가정된 바와 같이 셸 표면에 수직인 압력은 변형전 셸 표면에 수직인 방향으로 작용한다고 가정했으므로 셸 표면의 변형으로 인한 표면적의 변화를 고려하지 않으므로써 이에 의한 변형에너지를 무시하였다.

그러나, 변형된 셸 표면에 수직으로 작용하는 압력의 영향은 고유진동수와 좌굴하중에 큰 영향을 미칠 수 있으므로 본 연구에서는 이에 대한 변형에너지를 구하였다.

셸 변형에 의한 압력의 부가 변형에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U_f = (1/2) \int_{S_0} p w (\epsilon_s + \epsilon_\theta) dS + (1/2) \int_{S_0} p (u \beta_s + v \beta_\theta) dS \quad (10)$$

식(10)의 첫항은 셸 단면적의 변화에 의한 값이고, 둘째항은 압력의 방향변화에 의한 값이다. 이를 식(5) 및 식(6)과 함께 식(10)에 대입하고, 주변각에 대해 적분하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$U_f = (\pi p / 2) \int_0^L (w^n e_s^n + w^n e_\theta^n + u^n b_s^n + v^n b_\theta^n) r ds \quad (11)$$

4. 셸 요소의 매트릭스 구성

Hamilton's Principle에 따라 운동에너지와 변형 에너지 및 비보존력에 의해 한 일의 합을 변분하면 다음과 같다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \pi dt = 0$$

$$\pi = U_s^i + U_s^a + U_f - W - T \quad (12)$$

식(12)를 일반좌표계에 대해 각각 편미분하면 다음과 같은 매트릭스식으로 정리된다.

$$[K]\{\alpha\} + [M]\{\ddot{\alpha}\} = \{F\}$$

$$[K] = [K_s^i] + [K_s^a] + [K_f] \quad (13)$$

일반좌표 α 로 표현된 식을 절점좌표계로 표현하기 위한 변환매트릭스를 [B]라 하고, 국지좌표계를 전체 좌표계로 표시하기 위한 변환매트릭스를 [T]로 표시하면 일반좌표계와 전체좌표계와의 관계는 다음과 같다.

$$\{\alpha\} = [A]\{q\}$$

$$[A] = [B]^{-1}[T] \quad (14)$$

따라서 구조물의 운동방정식은 식(14)를 식(13)에 대입함으로써 다음과 같이 표현된다.

$$[K]\{q\} + [M]\{\ddot{q}\} = \{F\} \quad (15)$$

$$[K] = [A]^T [K] [A]$$

$$[M] = [A]^T [M] [A]$$

5. 해석 예

5.1 원통형 구조물

본 연구를 통해 구성된 매트릭스의 검증을 위하여 정해가 존재하는 원통형 구조물에 대한 해석을 실시하였다.

5.1.1 원통형 셸 좌굴하중의 정해

외압을 받는 원통형 셸 구조물의 정해는 Flugge[5]의 좌굴하중을 사용하였으며, 이를 정리하면 다음과 같다.

$$q_1 = \{(1-\nu^2)\lambda^4 + k[(\lambda^2 + n^2)^4 - 2(\nu\lambda^6 + 3\lambda^4 n^2 + (4-\nu)\lambda^2 n^4 + n^6) + 2(2-\nu)\lambda^2 n^2 + n^4]\} [n^2(\lambda^2 + n^2)^2 - n^2(3\lambda^2 + n^2)]^{-1} \quad (16)$$

이때,

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad k = \frac{K}{Dr^2} = \frac{t^2}{12r^2}$$

$$q_1 = \frac{pr}{D}, \quad \lambda = \frac{n_1 r}{L}, \quad n_1 : \text{integer}$$

여기서 q_1 는 외압의 크기, L은 구조물의 길이, r은 반경을 각각 나타내며, n은 Wave Number를 나타낸다.

식(16)을 좌굴하중의 크기로 표현하면 다음과 같다.

$$p = \frac{D}{r} \{ (1-\nu^2)\lambda^4 + k[(\lambda^2 + n^2)^4 - 2\nu\lambda^6 + 3\lambda^4 n^2 + (4-\nu)\lambda^2 n^4 + n^6] + 2(2-\nu)\lambda^2 n^2 + n^4 \} [n^2(\lambda^2 + n^2)^2 - n^2(3\lambda^2 + n^2)]^{-1} \quad (17)$$

p의 값은 Wave Number(n)에 따라 다르게 나타나며, n=2에서 p의 최소값이 되며, 이를 좌굴하중으로 볼 수 있다.

본 연구의 검증을 위하여 단순지지된 반경(r)=0.1m, 높이(L)=10m, 두께(t)=0.001m, 탄성계수(E)=1x10⁷Pa, ρ=2.0kg/m³으로 L/r=100인 비교적 세장비가 큰 원통형 셸(Case 1)과 반경(r)=0.1m, 높이(L)=1.5m, 두께(t)=0.0015492m, 탄성계수(E)=1x10⁷Pa, ρ=1.0x10¹ kg/m³으로 L/r=15인 원통형 셸(Case 2, k=2x10⁻⁵)에 대한 해석을 실시하였으며, 각각의 이론에 의한 좌굴압력은 2.751Pa 및 16.60Pa이다.

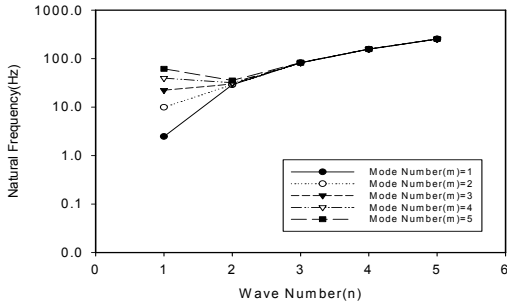


Fig. 1 외압이 없을 때 각 Wave Number 및 모드별 고유진동수의 변화(Case 1)

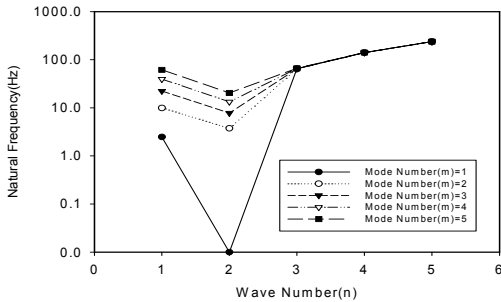


Fig. 2 부가효과를 고려했을 때 좌굴외압(2.753Pa) 상태의 고유진동수 변화(Case 1)

5.1.2 원통 셸의 좌굴하중(Case 1)

본 해석에서는 20개의 요소를 사용하였으며, Case 1 (양단 단순지지, r=0.1m, L=10m, t= 0.001m, E=1x10⁷Pa, ρ=2.0kg/m³)에 대해 외압의 크기를 점차 증가시킴에 따른 구조물의 고유진동수를 추적하였다.

Fig. 1~Fig. 3과 Table 1~Table 3은 외압이 없을 때, 부가효과를 고려한 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 나타날 때 및 부가효과를 고려하지 않은 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 나타날 때에 대한 각 Wave Number 및 Mode Number에 따른 고유진동수의 해석결과를 보여주고 있다.

결과에 나타난 바와 같이 Wave Number(n)가 2, 진동모우드(m)가 1에서 최초로 고유진동수가 영이 나타났으며, 이는 정해의 결과와 같다.

또한, Fig. 4는 외압의 변화에 따라 n=2, m=1의 고유진동수가 변하는 과정을 추적한 그림이다.

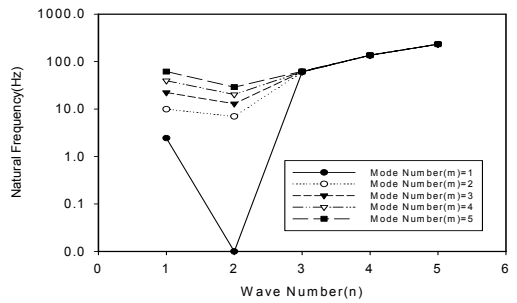


Fig. 3 부가효과를 고려하지 않을 때 좌굴외압(3.735Pa) 상태의 고유진동수 변화(Case 1)

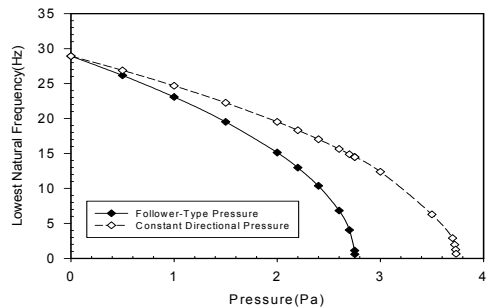


Fig. 4 n=2,m=1에 대한 외압의 증가에 따른 고유진동수의 변화(Case 1)

Table 1 m=1일 때 각 경우별 고유진동수(Case 1)

경우 Wave No.	외압이 없을 때	부가효과 고려 (외압:2.753Pa)	부가효과 미고려 (외압:3.735Pa)
1	2.48	2.47	2.44
2	28.93	0.0	0.0
3	81.76	64.61	60.48
4	156.73	140.17	135.31
5	253.44	237.05	231.87

이의 과정을 통해 산출된 좌굴외압의 크기는 부가효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에서 각각 2.753Pa와 3.735Pa로 나타났다. 이는 5.1.1절의 정해(2.751Pa)와 각각 0.1% 및 36.4%의 오차를 나타낸다. 즉 원통 쉘의 경우 외압의 부가효과와는 상당한 영향을 미치는 것으로 나타났으며, 고유진동해석이나 좌굴압력을 구할 경우 반드시 고려하여야 한다.

Table 2 m=1일 때 각 경우별 고유진동수(Case 2)

경우 Wave No.	외압이 없을 때	부가효과 고려 (외압: 16.52Pa)	부가효과 미고려 (외압: 22.01Pa)
1	46.67	46.65	46.60
2	25.43	0.29	0.42
3	57.36	36.73	31.49
4	108.94	89.79	84.35
5	175.88	157.21	151.58

5.1.3원통 쉘의 좌굴하중(Case 2)

본 해석에서는 20개의 요소를 사용하였으며, Case 2 (양단단순지지, 반경(r)=0.1m, 높이(L)=1.5m, 두께(t)=0.0015492m, 탄성계수(E)= 1×10^7 Pa, $\rho = 1.0 \times 10^4 \text{kg/m}^3$)에 대해 외압의 크기를 점차 증가시킴에 따른 구조물의 고유진동수를 추적하였다. Fig. 5~Fig. 7과 Table 2는 외압이 없을 때, 부가효과를 고려한 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동

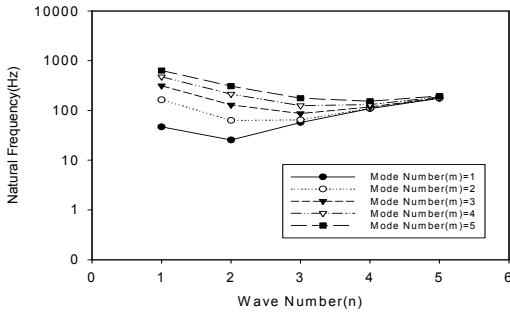


Fig. 5 외압이 없을 때 각 Wave Number 및 모우드별 고유진동수의 변화(Case 2)

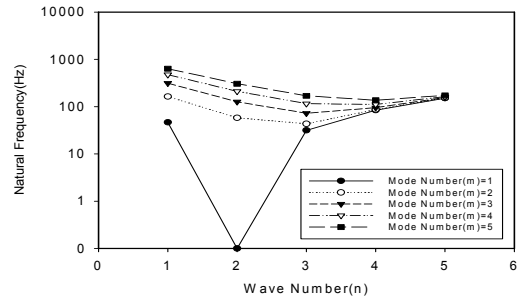


Fig. 7 부가효과를 고려하지 않을 때 좌굴외압 (22.01Pa) 상태의 고유진동수 변화(Case 2)

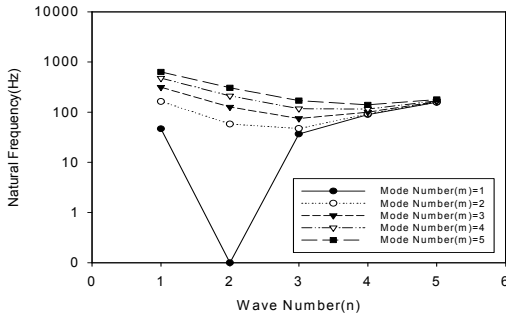


Fig. 6 부가효과를 고려했을 때 좌굴외압(16.52Pa) 상태의 고유진동수 변화(Case 2)

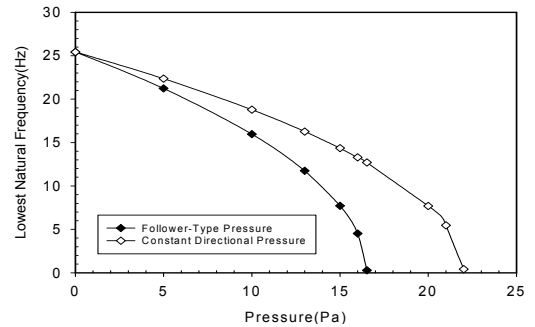


Fig. 8 n=2,m=1에 대한 외압의 증가에 따른 고유진동수의 변화(Case 2)

수가 영이 나타날 때 및 부가효과를 고려하지 않은 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 나타날 때에 대한 각 Wave Number 및 Mode Number에 따른 고유진동수의 해석결과를 보여주고 있다. 결과에 나타난 바와 같이 Wave Number(n)가 2, 진동모우드(m)가 1에서 최초로 고유진동수가 영이 나타났으며, 이는 정해의 결과와 같다. 또한, Fig. 8은 외압의 변화에 따라 $n=2, m=1$ 의 고유진동수가 변하는 과정을 추적한 그림이다. 이의 과정을 통해 산출된 좌굴외압의 크기는 부가효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에서 각각 16.52Pa와 22.01Pa로 나타났다. 이는 5.1.1절의 정해(16.60Pa)와 각각 0.5% 및 32.6%의 오차를 나타낸다. 따라서, 외압의 부가효과는 좌굴압력에 30%이상의 영향을 미치는 것으로 나타났다.

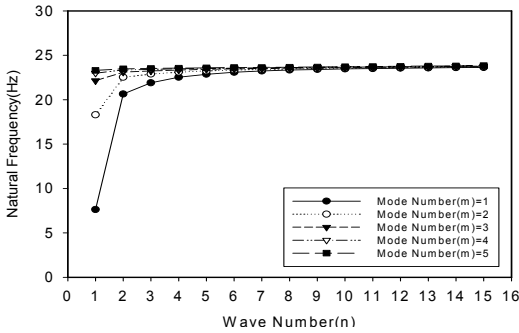


Fig. 9 외압이 없을 때 각 Wave Number 및 모우드 별 고유진동수의 변화(반구형 돔)

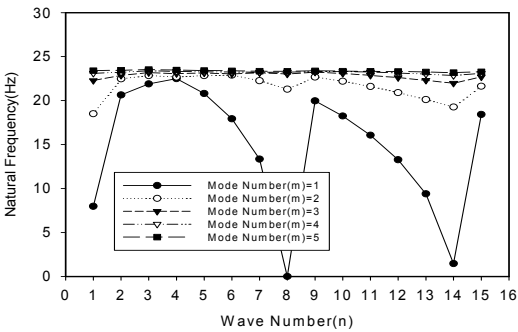


Fig. 10 부가효과를 고려했을 때 좌굴외압(13,010Pa) 상태의 고유진동수 변화(반구형 돔)

5.2 반구형 돔 구조물

본 해석에서는 20개의 요소를 사용하였으며, 반구형 돔 구조물의 하단을 단순지지하고, 양단 단순지지, 반경(r)=3m, 두께(t)=0.002m, 탄성계수(E)= 2.4×10^{10} Pa, $\rho=9.0 \times 10^4$ kg/m³에 대해 외압의 크기를 점차 증가시킴에 따른 구조물의 고유진동수를 추적하였다.

Fig. 9~Fig. 11과 Table 3은 외압이 없을 때, 부가효과를 고려한 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 나타날 때 및 부가효과를 고려하지 않은 상태에서 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 나타날 때에 대한 각 Wave Number 및 Mode Number에 따른 고유진동수의 해석결과를 보여주고 있다. 결과에 나타난 바와 같이 Wave Number(n)가 8, 진동모우드(m)가 1에서 최초로 고유진동수가 영이 나타났다. 또한, Fig. 12는 외압의 변화에 따라 최소

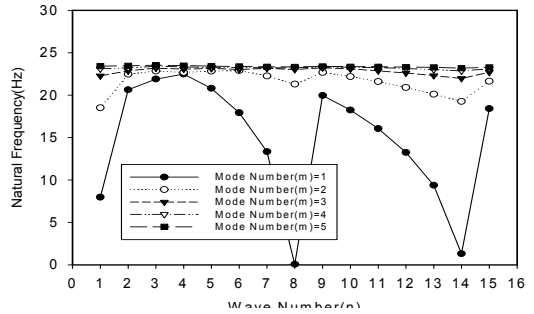


Fig. 11 부가효과를 고려하지 않을 때 좌굴외압(13,020Pa) 상태의 고유진동수 변화(반구형 돔)

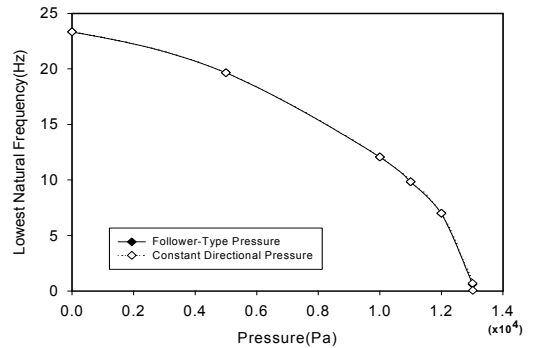


Fig. 12 $n=8, m=1$ 에 대한 외압의 증가에 따른 고유진동수의 변화(반구형 돔)

고유진동수를 나타내는 $n=8$, $m=1$ 의 고유진동수가 변하는 과정을 추적한 그림이다.

이의 과정을 통해 산출된 좌굴외압의 크기는 부가효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에서 각각 13,010Pa와 13,020Pa로 거의 동일한 값을 나타낸다. 이는 원통형 셀과는 달리 반구형 돔형에서는 외압에 따른 부가효과가 거의 나타나지 않음을 보여 주고 있다. 이는 반구형 돔에서는 최초의 가정과 같이 변형 후에도 외압의 방향이 같은 상태를 유지하기 때문인 것으로 판단된다.

6. 결 론

본 연구에서는 기하학적으로 축대칭인 구조물의 링 요소 모델링에 대하여 외압이 작용할 때 구조물의 변형에 따른 압력이 부가효과를 포함한 강도 매트릭스를 구하였다. 이에 의해 구조물의 변형에 따른 외압의 부가효과가 고유진동수에 미치는 영향을 알아 보았으며, 외압의 증가에 따라 최초로 고유진동수가 영이 되는 때의 압력의 크기가 좌굴압력임을 고려하여 원통형 셀 및 반구형 돔의 좌굴압력에 대해 부가효과의 영향을 구하였다. 이에 의한 결론은 다음과 같다.

- 1) 원통형 셀에서 구조물의 변형에 따른 외압의 부가효과는 좌굴압력에 대해 30%이상에 이르는 등 매우 크게 나타나며, 부가효과를 고려한 경우의 해석 결과는 정해와 거의 일치하는 것으로 나타났다.
- 2) 반구형 돔의 해석 결과 좌굴외압의 크기는 부가효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에서 거의 동일한 값을 나타냈다. 이는 원통형 셀과는 달리 반구형 돔형에서는 외압에 따른 부가효과가 거의 나타나지 않음을 보여 주고 있다. 이는 반구형 돔에서는 최초의 가정과 같이 변형 후에도 외압의 방향이 같은 상태를 유지하기 때문인 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 경원대학교 교내연구비 지원에 의한 결과이며, 이에 깊이 감사드립니다.

Table 3 $m=1$ 일 때 각 경우별 고유진동수(반구형 돔)

경우 Wave No.	외압이 없을 때	부가효과 고려 (13,010Pa)	부가효과 미고려 (외압: 13,020Pa)
1	7.63	7.97	7.97
2	20.65	20.64	20.64
3	21.91	21.89	21.89
4	22.53	22.49	22.49
5	22.87	20.80	20.80
6	23.09	17.93	17.93
7	23.23	13.34	13.34
8	23.34	0.00	0.00
9	23.41	19.96	19.96
10	23.47	18.24	18.24
11	23.51	16.06	16.05
12	23.55	13.26	13.25
13	23.58	9.39	9.37
14	23.61	1.46	1.30
15	23.63	18.41	18.41

참고문헌

1. 황철성, "지진하중을 받는 축대칭 프리스트레스트 셀 구조물의 동적해석", 한국지진공학회 논문집, 제2권 제4호, 1998, pp.11-22.
2. 황철성, 백인열, "유체의 영향을 고려한 프리스트레스트 액체저장 탱크의 동적해석", 한국지진공학회 논문집, 제3권 제4호, 1999, pp.71-82.
3. Sanders, J.L., 'Nonlinear Theories for Thin Shells', Quarterly Appl. Math., 21, 1963, pp. 21-36
4. Tillerson, J.R. and Haisler, W.E., 'SAMMSOR-II, A Finite Element Program to Determine Stiffness and Mass Matrices of Shells of Revolution', Texas A & M University TEES- RPT-70-18, 1970.
5. flügge, W., "Stress in Shells, Springer-Verlag, 2nd Ed., 1973, 525pp.
6. Cook, R.D., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 2nd Ed", John Wiley and Sons, 1981. 537pp.
7. Clough, R.W., Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw Hill, 1989, 634pp.

(접수일자 : 2003년 11월 19일)