

임의방향 보강재를 가지는 복합적층 보강판의 해석

Analysis of Laminated Composite Stiffened Plates with arbitrary orientation stiffener

임 성 순*

장 석 윤**

박 대 용***

Yhim, Sung-Soon

Chang, Suk-Yoon

Park, Dae-Yong

Abstract

For stiffened plates composed of composite materials, many researchers have used a finite element method which connected isoparametric plate elements and beam elements. However, the finite element method is difficult to reflect local behavior of stiffener because beam elements are transferred stiffness for nodal point of plate elements, especially the application is limited in case of laminated composite structures. In this paper, for analysis of laminated composite stiffened plates, 3D shell elements for stiffener and plate are employed. Reissner-Mindlin's first order shear deformation theory is considered in this study. But when thickness will be thin, isoparametric plate bending element based on the theory of Reissner-Mindlin is generated by transverse shear locking. To eliminate the shear locking and virtual zero energy mode, the substitute shear strain field is used. A deflection distribution is investigated for simple supported rectangular and skew stiffened laminated composite plates with arbitrary orientation stiffener as not only variation of slenderness and aspect ratio of the plate but also variation of skew angle of skew stiffened plates.

요 지

많은 장점을 가진 복합재료를 사용한 보강판에 대하여 지금까지 많은 연구자들이 변위법에 근거한 등매개 변수 평판 요소와 보요소를 결합한 유한요소법을 사용하여왔다. 이러한 유한요소법은 보요소를 평판 요소의 절점에 대한 강성으로 치환하기 때문에 보강재에 대한 국부적인 거동을 파악할 수 없으며 복합적층 구조인 경우 그 적용성이 제한적이다. 따라서, 본 연구에서는 복합재료 보강판의 해석에 있어 보강재 및 판에 대하여 3차원 셸요소를 사용하여 거동을 분석하고자 한다. 본 연구에서는 Reissner-Mindlin의 1차 전단변형이론을 사용하였다. 그러나 Reissner-Mindlin이론에 의한 등매개변수 평판 휨 요소는 판의 두께가 얇아지는 경우 일반적으로 전단잠김현상과 가상의 제로에너지 모드가 발생하는데 이를 제거하기 위해 대체전단변형률장을 사용하였다. 폭-두께비, 형상비 뿐만아니라 경사판의 경사각 변화에 따른 임의방향 보강재를 갖는 단순지 지된 복합적층 구형 및 경사판에 대한 처짐분포를 비교·분석하였다.

Keywords : Stiffened Plates, Laminated Composite Structures, Shear deformation, Substitute Shear Strain, Arbitrary Orientation Stiffener.

핵심 용어 : 보강판, 복합적층구조, 전단변형, 대체전단변형률, 임의방향 보강재

* 정회원, 서울시립대학교 토목공학과 부교수

** 서울시립대학교 토목공학과 교수

*** 학생회원, 서울시립대학교 토목공학과 박사과정

E-mail : yhimss@uos.ac.kr 02-2210-2535

•본 논문에 대한 토의를 2004년 3월 31일까지 학회로 보내 주시면 2004년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

보강판 구조는 구조 공학적인 효율성이 높아 상자형 거더와 플레이트 거더 등의 토목구조물에 널리 사용되는 구조형식중의 하나이다. 보강판 구조의 기존재료로 철강제품이나 콘크리트가 대부분을 차지하고 있으나, 자중에 비해 높은 강성과 강도를 가지며 높은 비강성 및 비강도 등의 특징을 갖는 섬유가 보강된 복합재료가 최근 들어 각광 받고 있다. 이러한 복합재료는 토목, 건축분야는 물론 조선, 항공분야에 이르기까지 널리 이용되고 있으며 최근의 제조기술과 재료의 발전과 함께 주 부재 뿐만아니라 2차부재로도 많이 사용되어지고 있다.

이러한 많은 장점을 가진 복합재료를 사용한 보강판에 대하여 지금까지 많은 연구자들이 변위법에 근거한 등매개변수 평판 요소와 보요소를 결합한 유한요소법을 사용하여왔다(Barik, 2002 ; Biswal, 1994 ; Chattopadhyay., 1993 ; Deb., 1988 ; Jiang, 1997 ; Kolli, 1996 ; Mukhopadhyay , 1984 ; Sadek., 2000 ; Satish, 2000). 그러나 이러한 유한요소법은 보요소를 평판 요소의 절점에 대한 강성으로 치환하기 때문에 보강재에 대한 국부적인 거동을 파악할 수 없으며 특히 복합적층 구조인 경우 그 적용성이 제한적이다. 따라서, 본 연구에서는 복합재료 보강판의 해석에 있어 보강재 및 판에 대하여 3차원 쉘 요소를 사용하여 거동을 분석하고자 한다.

본 연구에서 사용한 3차원 쉘 요소는 Reissner-Mindlin의 1차전단변형이론에 근거하여 두께방향 전단변형을 고려한 절점당 6개의 자유도를 가지는 등매개변수 4절점 평면 쉘 요소이다. 일반적으로 Reissner-Mindlin의 1차전단변형이론에 근거한 등매개변수 요소는 판의 두께가 얇아지는 경우 전단잠김(Shear Locking)현상이 나타난다. 이러한 전단잠김 현상을 제거하기 위해 전단에너지의 적분차수를 감소시키는 감차적분(Reduced Integration)방법 (Hughes et al., 1978)을 사용하여왔으나 이러한 감차적분 방법은 뜻하지 않은 가상의 제로에너지모드를 발생시켜 전혀 다른 해석결과를 나타내는 경우가 발생한다.

이 가상의 제로에너지모드는 Sampling Point에서

전단변형률을 가정하는 방법(Dvorkin and Bathe, 1984)을 사용하거나 Donea와 Lamain(1987)이 제안한 Jacobian행렬을 이용하여 대체할 전단변형률을 직접적으로 유도하는 방법으로 제거할 수 있다. 본 연구에서는 전단변형률에 대하여 Sampling Point를 사용하지 않고 Jacobian 행렬을 이용하여 직접적으로 유도한 대체전단변형률장을 사용하였다.

또한, 본 연구의 3차원 평면 쉘 요소는 각 요소의 강성을 전체좌표계로 좌표변환하여 강성행렬을 구성하는데 여기서 가상의 면내회전자유도가 필요하게 된다. 면내회전자유도에 대한 강성행렬을 구성하기 위해 여러 가지 방법(Allman, 1988 ; Hughes and Brezzi, 1989 ; Ibrahimbegovic et al., 1990; etc.)이 제안되었으나 이러한 방법은 수식화 과정이 복잡하며 해의 정확도에 있어 Zienkiewicz 등(1989)이 제안한 방법과 큰 차이를 보이지 않는다. 따라서, 본 연구에서는 Zienkiewicz 등(1989)이 제안한 가상의 면내회전강성행렬을 사용하였다.

또한, 보강판에 사용되는 보강재는 일정한 방향을 가지며 대칭으로 배치되는 것이 일반적이다. 그러나 보강재의 방향이 설계목적상 항상 일정하게 배치되지 않는 경우도 발생할 수 있으며 이러한 경우 일정한 방향의 보강재를 가지는 보강판과는 휨거동에 있어 많은 차이를 보인다. 따라서, 임의방향 보강재를 가지는 보강판을 해석하기에 앞서 본 연구에서 사용한 3차원 4절점 평면 쉘 요소를 기존 연구자들의 결과와 비교·검증하였으며, 이를 토대로 정사각형 보강판의 보강재 방향 변화, 판의 폭-두께비 변화 및 변장비 변화에 따른 처짐 거동을 분석하였으며 경사 보강판에 대하여 경사각 변화와 보강재의 방향 변화에 따른 처짐 거동을 비교·분석하였다.

2. Reissner-Mindlin 평면 쉘 요소 정식화

2.1 변위-변형률 관계

1차전단변형을 고려한 Reissner-Mindlin 평판이론에 근거한 4절점 C^0 연속성을 가진 평면 쉘 요소의

전체 좌표계에 대한 중립면에서의 변위는 식 (1)과 같이 가정할 수 있으며 복합적층셀의 전체 좌표계에 대한 각 절점당 중립면에서의 변위와 4절점 셀요소의 변위장은 Fig. 1과 같다.

$$\mathbf{u} = \{u \ v \ w \ \theta_x \ \theta_y\}^T, \mathbf{u} = \mathbf{N}_i \mathbf{d}^n \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \begin{bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{bmatrix} = \mathbf{B}_m \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \begin{bmatrix} z \partial \theta_y / \partial x \\ -z \partial \theta_x / \partial y \\ -z(\partial \theta_y / \partial y - \partial \theta_x / \partial x) \end{bmatrix} = \mathbf{B}_b \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial w / \partial x + \theta_y \\ \partial w / \partial y - \theta_x \end{bmatrix} = \mathbf{B}_s \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (2c)$$

여기서, \mathbf{N}_i 는 등매개변수 4절점 요소에 대한 변위 형상함수이고 \mathbf{B}_m , \mathbf{B}_b , \mathbf{B}_s 는 각각 면내, 휨, 전단에 대한 변위-변형률 관계행렬을 의미하며 본 연구에서는 대체전단변형률장을 적용하기 위해 \mathbf{B}_s 를 식 (4)의 $\overline{\mathbf{B}}_s$ 로 대체한다. 또한 복합적층 셀은 등방성 재료와 달리 그 특성상 섬유 보강각도에 의해 면내변형률($\boldsymbol{\varepsilon}_m$)과 휨변형률($\boldsymbol{\varepsilon}_b$)이 조합되어 나타나기

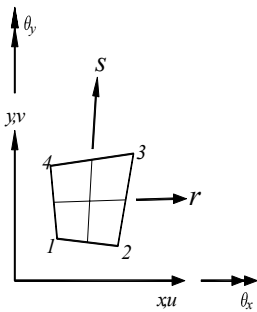


Fig. 1 4절점 복합적층셀 요소의 변위장

때문에 식 (2a)와 식 (2b)는 분리될 수 없으며 $\boldsymbol{\varepsilon}_{mb}$ 로 표현되는 하나의 변형률 행렬로 합쳐지며 이에 연관된 변위-변형률 관계행렬은 식 (3)의 \mathbf{B}_{mb} 로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B}_{mb} = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y & 0 & 0 & 0 \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial N_i / \partial x \\ 0 & 0 & 0 & -\partial N_i / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\partial N_i / \partial x & \partial N_i / \partial y \end{bmatrix}_{i=1-4} \quad (3)$$

$$\mathbf{B}_s \Rightarrow \overline{\mathbf{B}}_s = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & \mathbf{M}_i^{\theta_x} & \mathbf{M}_i^{\theta_y} \\ \partial N_i / \partial y & \mathbf{L}_i^{\theta_x} & \mathbf{L}_i^{\theta_y} \end{bmatrix}_{i=1-4} \quad (4)$$

여기서 4절점 평면 셀요소에 대한 Jacobian 행렬을 이용하여 직접적으로 얻어진 대체전단변형률 $\mathbf{M}_i^{\theta_x}$, $\mathbf{M}_i^{\theta_y}$, $\mathbf{L}_i^{\theta_x}$, $\mathbf{L}_i^{\theta_y}$ 는 참고문헌[9]에 잘 나타나있다.

2.2 응력-변형률 관계

Fig. 2는 복합적층판의 전형적인 기하학적 형상을 나타내며 임의의 k 층에서의 섬유-수지 좌표계(1-2-3)

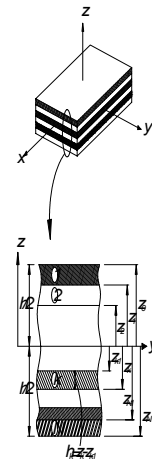


Fig. 2 복합적층셀의 기하형상

에 대한 응력-변형률 관계식은 식 (5)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{Bmatrix}_k \quad (5)$$

식 (5)를 전체좌표계에 대한 응력 변형률 관계로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \end{Bmatrix}_k \quad (6)$$

여기서 임의의 층 k 에서 \bar{Q}_{ij}^k 는 전체좌표계에 대한 재료행렬 상수이고, $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz})_k$ 와 $(\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{xz})_k$ 는 각각 전체좌표계에 대한 응력과 변형률이다.

2.3 단면력-변형률 관계

여기서 면내력, 모멘트, 전단력의 단면력을 변위와의 관계식으로 표현하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ij} & \mathbf{B}_{ij} \\ \mathbf{B}_{ij} & \mathbf{D}_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \\ \partial \theta_y / \partial x \\ -\partial \theta_x / \partial y \\ \partial \theta_x / \partial x - \partial \theta_y / \partial y \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_{mb} \boldsymbol{\epsilon}_{mb} \quad (7a)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \mathbf{E}_{ij} \begin{Bmatrix} \partial w / \partial x + \theta_y \\ \partial w / \partial y - \theta_x \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_s \boldsymbol{\gamma}_s \quad (7b)$$

여기서

$$[\mathbf{A}_{ij}, \mathbf{B}_{ij}, \mathbf{D}_{ij}] = \int_{-h/2}^{h/2} [1, z, z^2] \bar{Q}_{ij}^k dz$$

$$(i, j = 1, 2, 6) \text{이며 } \mathbf{E}_{ij} = K_{ij} \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^k dz$$

$(i, j = 4, 5)$ 이다.

\mathbf{A}_{ij} 는 면내력 강도, \mathbf{B}_{ij} 는 면내력-휨 연계강도,

\mathbf{D}_{ij} 는 휨강도, \mathbf{E}_{ij} 는 전단 강도를 의미하며 K_{ij} 는 전단보정계수로서 5/6를 사용하였다.

2.4 면내회전강성 및 쉘 요소 강성행렬

먼저 평면 쉘 요소에 대한 국부좌표계에서의 강성행렬은 면내와 휨강성이 조합된 \mathbf{K}_{mb} 와 전단에 대한 강성 \mathbf{K}_s 의 합으로 나타내어지며 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_L &= \mathbf{K}_{mb} + \mathbf{K}_s \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}_{mb}^T \mathbf{C}_{mb} \mathbf{B}_{mb} |J| d\xi d\eta \\ &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{\mathbf{B}}_s^T \mathbf{C}_s \bar{\mathbf{B}}_s |J| d\xi d\eta \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, \mathbf{K}_L 는 평면 쉘 요소에 대한 국부강성행렬이고

$\mathbf{C}_{mb}, \mathbf{C}_s$ 는 식 (7)에 나타나있으며 $|J|$ 는 Jacobian 행렬의 determinant이다.

4절점 평면 쉘 요소는 국부좌표계의 강성행렬을 좌표변환 행렬을 사용하여 전체좌표계에 대한 강성행렬로 변환시켜 구조물의 강성행렬을 구성하게 된다. 이러한 좌표변환시 국부좌표계에서는 나타나지 않는 면내회전강성이 나타나며 Fig. 3와 같다. 본 연구에서는 Zienkiewicz 등(1989)이 제안한 가상의 면내회전강성을 사용하였으며 직교이방성에 대한 표현은 식 (9)와 같다.

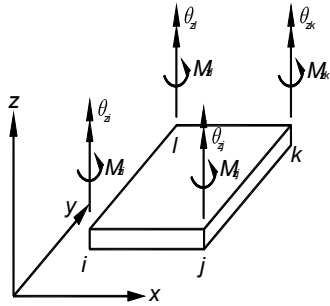


Fig. 3 각 요소당 면내회전자유도 및 단면력

$$\mathbf{K}_L^{\text{art}} = K_{ip} \begin{bmatrix} 1.0 & -1/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 1.0 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 1.0 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & -1/3 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $K_{ip} = \alpha_n(E_1 + E_2)hA$ 이고 α_n 은 무차원 계수, E_1, E_2 는 각각 재료축 1,2 방향에대한 탄성계수, h 는 판의 두께, A 는 판의 각 요소당 면적을 의미한다.

따라서 국부좌표계에 대한 4절점 평면셀요소의 최종 강성행렬은 식 (10)와 같고 전체좌표계에 대한 강성행렬은 좌표변환 행렬 T 를 이용하여 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{K}_{24 \times 24}^L = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{L_{20 \times 20}} \\ \mathbf{K}_{L_{4 \times 4}}^{\text{art}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{K}^L \mathbf{T} \quad (11)$$

Table 1 x 방향 하나의 보강재를 가지는 4변 단순지지 정사각형 등방성 판의 중앙점 처짐(mm)

Source	Analytical	FEM		
	Constraint Method (Rossow et al., 1978)	4node* (Biswal and Ghosh, 1994)	9node* (Sadek and Tawfik, 2000)	4node (Present)
center deflection w ($\times 10^3$)	3.4722	3.6347(1.047)	3.6170(1.042)	3.5662(1.027)

Notes : ()=FEM/Analytical

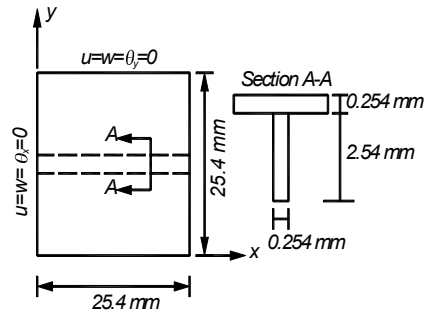


Fig. 4 x 방향 하나의 보강재를 가지는 4변 단순지지 정사각형 등방성 보강판

3. 수치해석 예제 및 결과분석

3.1 등방성 보강판

먼저 많은 연구자들에 의해 제시된 등방성 재료를 가지는 보강판에 대하여 본 연구에서 사용한 4절점 평면 셀요소의 정확성을 검증하고자 한다.

Rossow와 Ibrahimkhail(1978)는 Fig. 4와 같이 판의 가운데 선을 따라 x 방향으로만 하나의 보강재를 가지는 보강판을 해석하였다. 판의 길이는 25.4mm , 두께는 0.254mm 이며 보강재의 두께는 0.254mm , 높이는 2.54mm 이다. 해석에 사용된 물성치는 $E = 117.214\text{GPa}$, $\nu = 0.3$ 이며 하중은 상판에 0.6895N/mm^2 의 단위등분포하중을 받는다. 경계 조건은 4변 모두 단순지지이다.

Table 1에서 평판 휨 요소와 보요소를 결합한 4절점과 9절점 요소는 보강재가 편심으로 배치된 형태에 대한 결과값이며 해석적인 방법인 Constraint 방법에

비해 4절점 요소(Biswal and Ghosh, 1994)는 4.7%, 9절점 요소(Sadek and Tawfik, 2000)는 4.2%의 차이를 나타내었다. 본 연구는 상판에 대해 8×8요소, 보강재에 대해 8×2요소를 사용한 결과이며 Constraint 방법과 비교시 9%의 차이를 보였다. 또한 본 연구의 결과는 기존의 연구결과인 4절점 요소와 비교시 2%, 9절점 요소와 비교시 1.4%의 차이를 보였다. 따라서 본 연구에서 사용한 요소는 해석해에 가장 근접한 결과를 보였고 다른 연구자들의 유한요소결과와 잘 일치하였다.

3.2 복합적층 보강판

비등방성 보강판에 대해서도 많은 연구자들은 등방성 보강판과 마찬가지로 평판 휨 요소와 보요소와의 결합을 통해 해석을 수행하여왔다. 비등방성 보강판에 있어 보강재의 적층 방향은 Fig. 5와 같이 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 상판의 적층방향과 같은 방향이고 두 번째는 상판의 적층방향과 수직인 방향으로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 Fig. 5에서 Type (b) 형식에 대한 휨 거동을 조사하고자 한다. 지금까지 많은 연구자들은 Fig. 5의 Type (a)에 대한 결과를 제시하였는데 본 연구에서는 Type (b)의 형식을 사용하여 Type (a)와 비교하였다.

Fig. 6과 같이 x 방향으로 여러 개의 보강재를 가지는 복합 적층 보강판을 9절점 평판 휨요소와 3절점 보요소를 결합한 보강판 요소를 사용한 Kollı 등 (1996)의 결과와 비교하였다. 이 때 판의 길이는 254 mm, 두께는 12.7 mm이며 보강재의 두께는 6.35 mm, 높이는 25.4 mm이다. 해석에 사용된 재료는 AS4/3501 graphite/epoxy이며 이에 대한 재료상수는 $E_1 = 144.8 \text{ GPa}$, $E_2 = 9.65 \text{ GPa}$, $G_{12} = G_{13} = 4.14 \text{ GPa}$, $G_{23} = 3.45 \text{ GPa}$ 이고 $\nu_{12} = 0.3$ 이다 하중은 첫 번째 상판에 0.6895 N/mm²의 단위등분포하중을 받는 경우와 두 번째 상판 중앙점에 4.448kN의 집중하중을 받는 경우의 두 가지 조건에 대해 수치해석 결과를 비교하였다.

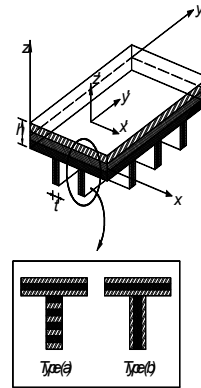


Fig. 5 비등방성 복합적층 보강판의 보강재 적층 방향 : (a) 수평(parallel)적층 ; (b) 수직(perpendicular)적층

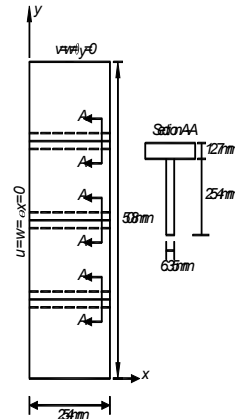


Fig. 6 다수의 x 방향 보강재를 가지는 4변 단순지지 직사각형 복합적층 보강판

적층형식은 상판과 보강재에 대해 같으며 크로스플라이 또는 앵글플라이로 적층하였다. 또한 적층된 각층의 두께는 모두 같다. 경계조건은 Fig. 6에 나타내었듯이 4변 모두 단순지지이며 해석에 사용된 요소수는 상판에 대해 20×40, 보강재에 대해 20×2이다.

Table 2와 Table 3은 각각 크로스플라이와 앵글플라이에 대한 복합적층 보강판의 중앙점 처짐의 결과이다. Table 2와 Table 3에서 Kollı et al.(1996)의 결과와 비교시 보강재가 없는 경우는 약 10%이내의 차이를 보였으나 보강재가 배치된 경우는 최대 30%, 최소 10%의 차이를 나타내었다.

Table 2 4변 단순 지지된 크로스플라이 직사각형 복합적층 보강판의 중앙점 처짐(mm)

Numer of x stiffeners	Uniform load ($p=0.6895 \text{ N/mm}^2$)		Concentrated load ($p=4.448 \text{ kN}$)	
	[0/90/90/0]		[0/90/90/0]	
	Type (a) (Kolli et al., 1996)	Type (b) (Present)	Type (a) (Kolli et al., 1996)	Type (b) (Present)
0 (unstiffened)	1.9296	1.9907(1.03)	0.5136	0.5467(1.06)
1	1.0396	1.3491(1.30)	0.2809	0.3636(1.29)
2	1.5964	1.7549(1.10)	0.4892	0.5344(1.09)
3	0.9413	1.1994(1.27)	0.2725	0.3579(1.31)

Table 3 4변 단순 지지된 앵글플라이 직사각형 복합적층 보강판의 중앙점 처짐(mm)

Numer of x stiffeners	Uniform load ($p=0.6895 \text{ N/mm}^2$)		Concentrated load ($p=4.448 \text{ kN}$)	
	[45/-45/-45/45]		[45/-45/-45/45]	
	Type (a) (Kolli et al., 1996)	Type (b) (Present)	Type (a) (Kolli et al., 1996)	Type (b) (Present)
0 (unstiffened)	3.2207	3.5320(1.09)	0.6169	0.6779(1.10)
1	2.4912	2.8359(1.14)	0.4579	0.5031(1.10)
2	2.5933	2.9577(1.14)	0.5352	0.6090(1.14)
3	2.0625	2.4291(1.18)	0.4102	0.4586(1.12)

이러한 차이를 보이는 이유는 먼저 보강재가 없는 경우 Kolli et al.(1996)에서는 사용하지 않은 대체 전단변형률장을 사용함으로써 본 연구의 결과가 좀 더 크게 나타났으며 보강재가 배치된 경우 Fig. 5에서 Kolli et al.(1996)은 Type (a)에 대한 결과이며 본 연구는 Type (b)에 대한 결과로써 보강재가 Type (b)의 형태를 가지는 경우 처짐이 더욱 크게 나타남을 보여준 것이다.

3.3 임의방향 보강재를 가지는 복합적층 보강판

이 해석예제는 첫 번째 정사각형 보강판에 대하여 보강재 위치(m) 변화와 판의 폭-두께비(a/t_p) 변화, 두 번째는 보강판의 변장비(b/a) 변화, 세 번째는 경사 보강판의 보강재 방향(α) 변화에 따른 거동을 분석하였다. 이 예제에 있어 보강판의 상판 및 보강재는 항상 같은 두께와 같은 적층 형태로 가정하였

으며 가장 일반적인 적층형태인 대칭 크로스플라이(0/90/90/0)를 사용하였다. 또한 보강재의 높이(h_s)는 상판 폭(a)의 1/10로 가정하였다.

3.3.1 복합적층 정사각형 보강판

먼저 Fig. 7과 같이 x, y 방향으로 각각 임의의 방향으로 보강된 보강재를 가지는 4변 단순지지의 정사각형 복합적층 보강판을 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 graphite/epoxy이며 이에 대한 재료상수는 $E_1/E_2=25$, $G_{12}=G_{13}=0.5E_2$, $G_{23}=0.2E_2$ 이고 $\nu_{12}=0.25$ 이다. 하중 조건은 상판에 단위등분포하중 $p=1.0$ 을 받는다. 초기에 보강재는 서로 직교하며 보강재의 위치를 $a/12$ 만큼씩 변화시켰을 때 x 방향의 가운데 선상에서의 무차원 처짐 ($w E_2 t_p^3 \times 10^3 / p a^4$)의 변화를 살펴보았다. 해석에 사용된 요소수는 상판에 대해 20×20 , 보강재에 대해 20×2 을 사용하였다.

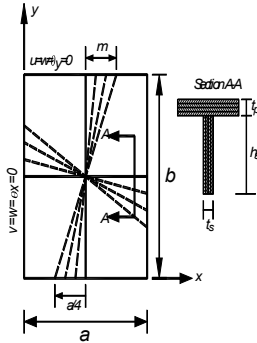


Fig. 7 x,y 방향 각각 임의 각도의 보강재를 가지는 [0/90/90/0] 대칭 크로스플라이 4번 단순지지 복합적층 보강판

(1) 폭-두께비 변화

복합적층 보강판에 있어 변장비 (b/a)가 1.0일 때 폭-두께비 (a/t_p)가 10, 50, 100으로 변화하는 경우 무차원 처짐의 변화를 살펴보았다. Fig. 8부터 Fig. 10까지는 폭-두께비 변화에 따른 판의 x 방향 중앙선에서의 무차원 처짐 분포를 나타낸 것이다. 일반적으로 예상할 수 있듯이 폭-두께비가 10에서 100으로 증가함에 따라 보강재의 영향이 커져 보강재가 배치된 중앙점에서의 처짐 감소 현상이 뚜렷하게 나타

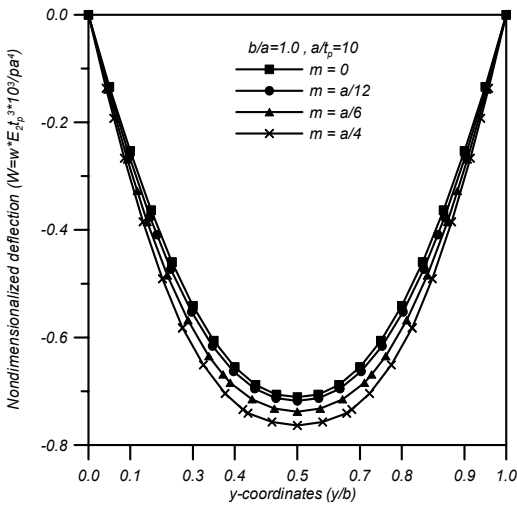


Fig. 8 복합적층 보강판의 중앙선($x=a/2$)에서의 무차원 처짐 w ($b/a=1.0, a/t_p=10$)

난다. 또한, 보강재의 위치가 이동함에 따라 수직으로 배치된 경우에 비해 처짐 분포는 더욱 증가함을 알 수 있다. 그러나 판의 두께가 두꺼운 경우(Fig. 8)는 보강재의 위치가 변화하더라도 얇은 경우(Fig. 9, Fig. 10)에 비해 처짐변화에 큰 영향을 주지 않는다.

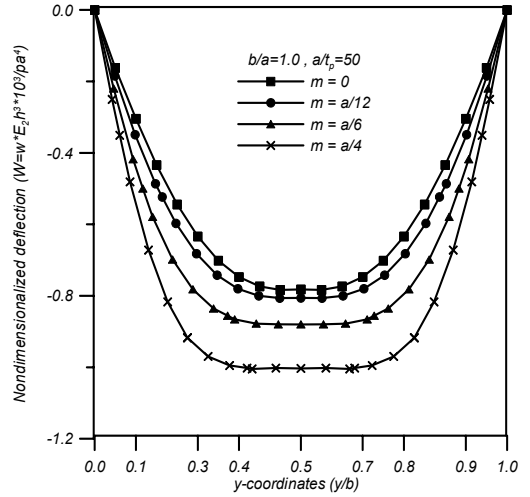


Fig. 9 복합적층 보강판의 중앙선($x=a/2$)에서의 무차원 처짐 w ($b/a=1.0, a/t_p=50$)

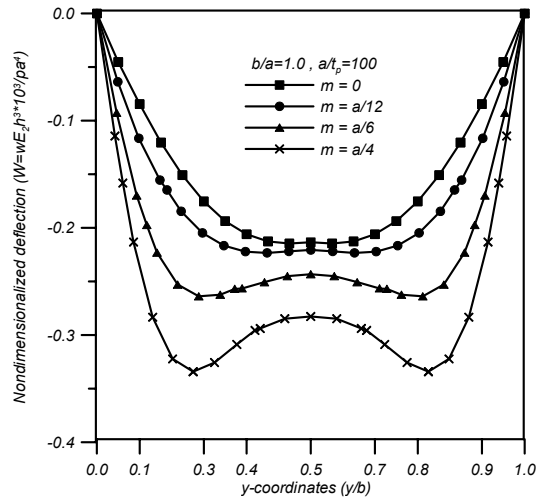


Fig. 10 복합적층 보강판의 중앙선($x=a/2$)에서의 무차원 처짐 w ($b/a=1.0, a/t_p=100$)

(2) 변장비 변화

복합적층 보강판에 대해 처짐분포 변화가 비교적 큰 폭-두께비가 100인 경우에 대해 변장비(b/a)가 1.5, 2.0로 변화할 때 무차원 처짐 분포를 살펴보았다.

Fig. 11~Fig. 12는 b/a 가 1.5, 2.0인 경우 보강재의 위치가 변함에 따라 x 방향 중앙선에서의 무

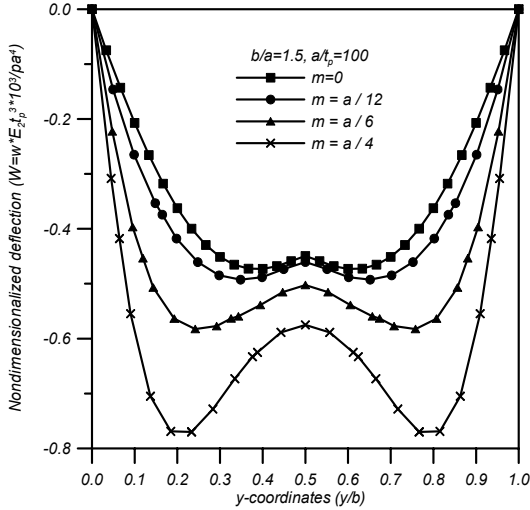


Fig. 11 복합적층 보강판의 중앙선($x=a/2$)에서의 무차원 처짐 w ($b/a=1.5, a/t_p=100$)

차원 처짐 분포를 나타낸 것이며 Fig. 12는 보강재가 $m=a/4$ 위치에 배치된 경우 변장비 변화에 따른 무차원 처짐 분포를 비교한 것이다. Fig. 12에서 알 수 있듯이 변장비가 커짐에 따라 처짐 분포는 전체적으로 증가하였고 최대 처짐에 대한 중앙점에서의 처짐 감소 폭은 점점 더 커짐을 알 수 있다.

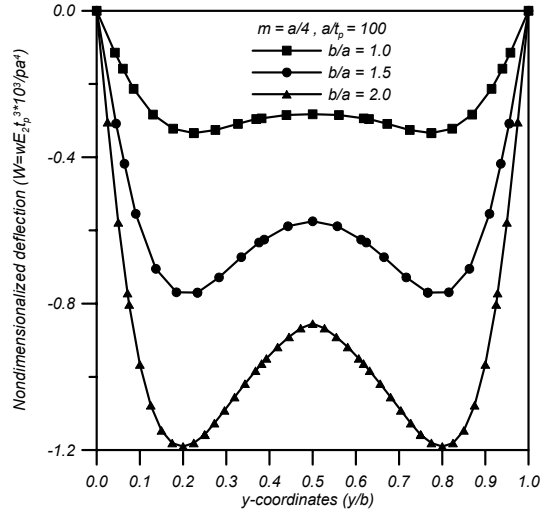


Fig. 13 변장비 변화에 따른 복합적층 보강판의 처짐 w 비교 ($m=a/4, a/t_p=100$)

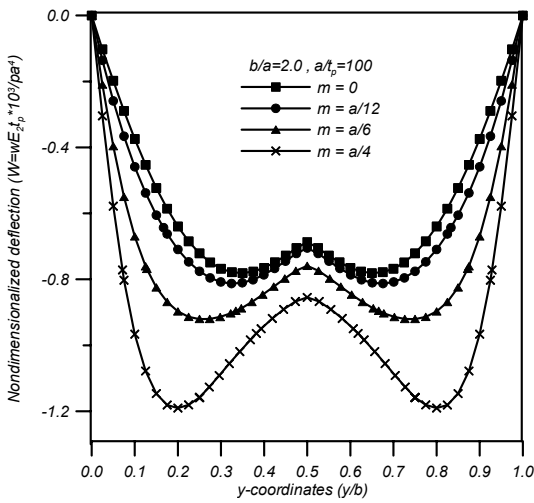


Fig. 12 복합적층 보강판의 중앙선($x=a/2$)에서의 무차원 처짐 w ($b/a=2.0, a/t_p=100$)

3.3.2 복합적층 경사 보강판

Fig. 14와 같이 y 축으로 임의의 방향으로 보강된 하나의 보강재를 가지는 4변 단순지지의 복합적층 경사판을 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 AS4/3501 graphite/epoxy이며 이에 대한 재료상수는 $E_1=144.8GPa$, $E_2=9.65GPa$, $G_{12}=G_{13}=4.14GPa$, $G_{23}=3.45GPa$ 이고 $\nu_{12}=0.3$ 이다. 하중 조건은 상판에 단위등분포하중 $p=1.0N/mm^2$ 을 받는다.

경사판의 각도는 $\beta=15^\circ$ 또는 30° 를 가지며 초기에 보강재는 x 축에 직각으로 배치된 상태에서 보강재의 방향 α 를 $0^\circ \sim 15^\circ$ 까지 5° 씩 변화시켰다. 이 때 y 축의 가운데 선상에서의 처짐의 변화는 Fig. 15와 Fig. 16에 나타내었다.

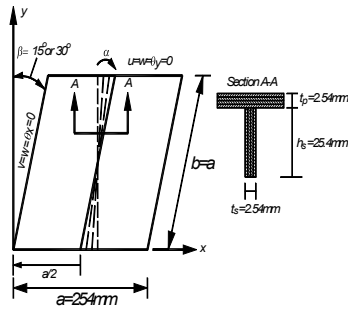


Fig. 14 y방향으로 하나의 보강재를 가지는 4변 단순지지 복합적층 경사 보강판

Fig. 15와 Fig. 16에서 알 수 있듯이 경사판의 각도가 커짐에 따라 보강재에 의한 처짐감소가 더욱 뚜렷하며 경사각이 큰 경우 ($\alpha = 30$)가 작은 경우 ($\alpha = 15$) 보다 보강재의 방향이 변화함에 따라 처짐 증가 폭이 더욱 크다. 즉, Fig. 15에서 $\alpha = 15$ 와 $\alpha = 0$ 인 경우 중앙점 처짐을 비교해 보면 약 8%의 처짐 증가를 보이지만 Fig. 16에서 두 가지 경우를 비교해 보면 약 30%의 처짐 증가를 보인다.

4. 결론

본 연구에서는 절점당 6개의 자유도와 대체전단변형률장을 갖는 등매개변수 4절점 평면 셀요소를 사용하여 이전 연구자들의 결과와 비교·분석하였다. 이를 바탕으로 비등방성 보강판에 대해 보강재가 임의의 방향으로 배치될 경우 첫 번째는 비등방성 구형 보강판의 경우 폭-두께비 변화 및 변장비 변화에 따른 처짐 분포변화를 살펴보았으며, 두 번째는 비등방성 경사 보강판의 경사각 변화에 따른 처짐 분포변화를 살펴보았다. 이러한 수치해석 예제를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

1) 복합적층 정사각형 보강판에서 폭-두께비가 10에서 100으로 증가함에 따라 보강재의 영향이 커져 보강재가 배치된 중앙점에서의 처짐 감소 현상이 뚜렷하게 나타난다. 또한, 보강재의 위치가 이동함에 따라 수직으로 배치된 경우에 비해 처짐 분포는 더욱 증가함을 알 수 있다. 따라서 보강재가 수

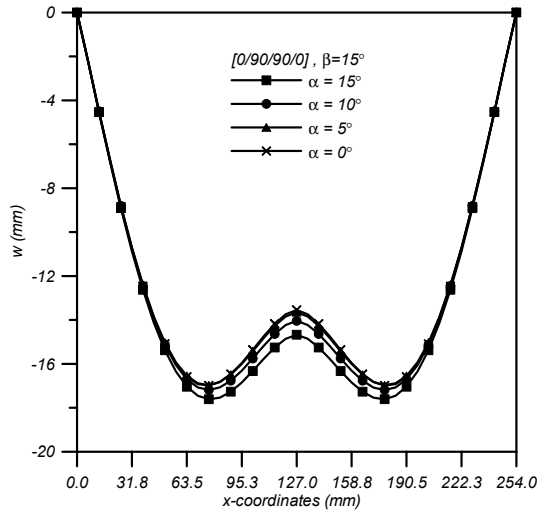


Fig. 15 복합적층 경사 보강판에 대한 y방향 중앙선에서의 처짐분포 ($\beta = 15^\circ$)

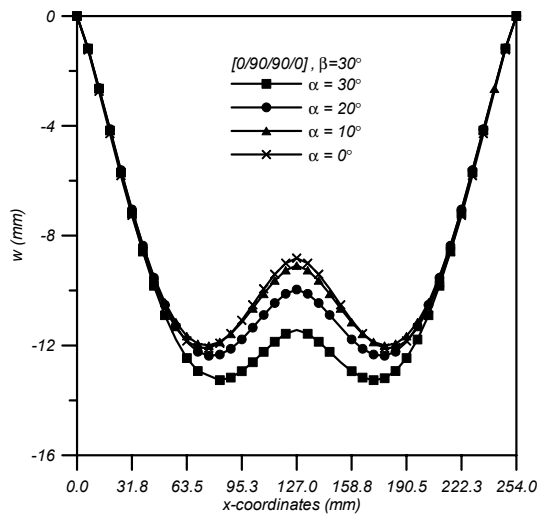


Fig. 16 복합적층 경사 보강판에 대한 y방향 중앙선에서의 처짐분포 ($\beta = 30^\circ$)

직으로 배치된 경우가 처짐감소에 유리하다.

2) 복합적층 정사각형 보강판에서 변장비가 커짐에 따라 처짐 분포는 전체적으로 증가하며 최대 처짐에 대한 중앙점에서의 처짐 감소폭은 점점 더 커짐을 알 수 있다.

3) 복합적층 경사 보강판에서 보강판의 경사각이 클수록 보강재에 의한 영향이 더욱 크게 나타남과 동시에 보강재의 배치 방향에 따라 처짐의 변화폭이 더욱 크게 나타났고 보강재의 방향이 경사판에 수직하는 경우에 처짐분포가 가장 유리함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. 박대용 (2002) "전단변형을 고려한 비등방성 변단면 판의 해석", 서울시립대학교 석사학위논문.
2. 박대용, 천경식, 장석윤 (2003a) "복합적층판 해석을 위한 대체전단변형 및 비적합 등매개변수 4절점 평판요소", 대한토목학회 논문집, 제23권, 6-A호, pp. 1183-1192.
3. 박대용, 장석윤, 유성근 (2003b) "복합적층셀 해석을 위한 대체전단변형 및 비적합 등매개변수 4절점 평면 셀요소", 대한토목학회 논문집, 제23권, 6-A호, pp. 1227-1237
4. Allman, D. J. (1988) "A quadrilateral finite element including vertex rotatins for plane elasticity analysis", Int. J. Numer. Methods Engng., Vol. 26, pp. 717-739.
5. Barik, M. and Mukhopadhyay, M. (2002) "A new stiffened plate element for the analysis of arbitrary plates", Thin-Walled Structures, Vol. 40, pp. 625-639.
6. Biswal, K. C. and Ghosh, A. K. (1994) "Finite element analysis for stiffened laminated plates using higher order shear deformation theory", Computers & Structures, Vol. 53, pp. 161-171.
7. Chattopadhyay, B., Sinha, P. K., and Mukhopadhyay, M (1993) "Finite element analysis of blade-stiffened compoiste plates under transverse loads", J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 12, pp 77-100.
8. Deb, A. and Booton, M (1988) "Finite element models for stiffened plates under transverse loading", Computers & Structures, Vol. 28, pp. 361-372.
9. Donea, J. and Lamain, G. (1987) "A modified representation of transverse shear in C^0 quadrilateral plate elements", Comp. Methods in Appl. Mech. Engng., Vol. 63, pp. 183-207.
10. Dvorkin, E. N. and Bathe, K. J. (1984) A continuum mechanics based four-node shell element for general nonlinear analysis. Engng. Comput., Vol. 1, pp. 77-88.
11. Ghosh, A. K. and Dey, S. S. (1992) "A simple finite element for the analysis of laminated plates", Computers & Structures, Vol. 44, pp. 585-596.
12. Hughes, T.J.R. and Brezzi, F. (1989) "On drilling degrees of freedom", Comp. Methods Appl. Mech. Engng., Vol. 72, pp. 105-121.
13. Hughes, T.J.R., Cohen, M., Haroun, M. (1978), "Reduced and selective integration techniques in finite element analysis of plates", Nuclear Engineering and Design, Vol. 46, pp. 203-222.
14. Hughes, T.J.R., Taylor, R. L., and Worsak, K. N. (1977) "A simple and efficient finite element for plate bending", Int. J. Numer. Methods Engng., Vol. 11, pp. 1529-1543.
15. Ibrahimbegovic, A., Taylor, R. L., and Wilson, E. L. (1990) "A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom", Int. J. Numer. Methods Engng., Vol. 30, pp. 445-457.
16. Jiang, W., Bao, G., and Roberts, J. C. (1997) "Finite element modeling of stiffened and unstiffened orthotropic plates", Computers & Structures, Vol. 63, pp. 105-117.
17. Kendrick, S. (1956) "The analysis of a flat plated grillage", European Shipbuilding, Vol. 5, pp. 4-10.
18. Kolli, M. and Chandrashankhara, K. (1996) "Finite element analysis of stiffened laminated plates under transverse loading", Composite Science and Technology, Vol. 56, pp. 1355-1361.
19. Mindlin, R. D. (1951) "Influence of rotary inertial and shear on flexural motions of isotropic elastic plates", J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 31-38.
20. Mukhopadhyay, M. and Satsangi, S. K. (1984) "Isoparametric stiffened plate bending element for the analysis of ship", Trans. R. Inst. Naval Arch., Vol. 126, pp. 141-151.
21. Palani, G. S., Iyer, N. R., and Apa Rao TVSR (1992) "An efficient finite element model for static and vibration analysis of eccentricly stiffened plates/shells", Computers & Structures, Vol. 43, pp. 651-661.
22. Rossow, M. P. and Ibrahimkhail, A. K. (1978) "Constraint method analysis of stiffened plates", Computers & Structures, Vol. 8, pp. 51-60.
23. Sadek, E. A. and Tawfik, S. A. (2000) "A finite element model for the analysis of stiffened laminated plates", Computers & Structures, Vol. 75, pp. 369-383.

24. Satish Kumar, Y.V. and Mukhopadhyay, M (2000) "A new triangular stiffened plate element for laminate analysis", Composite Science and Technology, Vol. 60, pp. 935-943.
25. Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., and Too, J. M. (1971) "Reduced integration techniques in general analysis of plates and shells", Int. J. Numer. Methods Engng., Vol. 3, pp. 275-290.
26. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (1989) "The Finite Element Method: Basic Formulation and Linear Problems", 4th edition, McGraw-Hill, London.

(접수일자 : 2003년 11월 26일)