

물질함수특성을 고려한 연약 점토지반의 압밀모델 및 수치해석

Consolidation Model and Numerical Analysis for Soft Clay Ground Considering Characteristics of Material Function

전 제 성* 이 장 덕** 이 승***
Jeon, Je-Sung Yi, Chang-Tok Lee, Song

Abstract

Terzaghi's one-dimensional consolidation theory has some important assumption, which can't be applicable to predict the behavior of soft clay ground. Especially, predictions using infinitesimal strain and linear material function related with permeability can give rise to mistake in comparison with the result of real behavior in site. For this reason, Gibson et al. established a rigorous formulation for the one-dimensional nonlinear finite strain consolidation theory, which can consider non-linearity of material function. But it is difficult to apply this theory to predict the behavior of common soft clay ground with vertical drain. In this study, consolidation model which can consider the vertical and horizontal flow of a fully saturated clay layer, self-weight of soil and nonlinear characteristics of compressibility and permeability are derived. Numerical analysis scheme, which can be applied to consolidation analysis by derived consolidation model in this study was developed. The characteristics of material function were examined using laboratory testing such as standard consolidation test, Rowe-cell test and modified consolidation test.

요 지

Terzaghi의 1차원 압밀이론은 그 유도과정에 있어 몇 가지 중요한 가정사항을 내포하고 있으며, 이론인 해 이 이론을 연약 점토지반의 압밀거동에 적용하는데는 많은 모순이 발생할 수 밖에 없다. 특히, 미소변형 및 선형 물질함수에 대한 가정은 실제 현장의 압밀현상과 비교할 때 많은 오류를 발생시키는 원인으로 작용한다. 이러한 이유에서, Gibson 등은 물질함수의 비선형성을 고려할 수 있는 1차원 비선형 유한변형을 압밀 이론에 대한 엄밀해를 발표하였다. 그러나, 이 이론은 연직배수공법이 적용된 일반적인 연약 점토지반의 압 밀현상에는 적용시킬 수 없다는 단점을 내포하고 있다. 본 연구에서는 포화된 지반의 수직 및 수평방향 배수 를 고려하며 지반의 자중 및 투수성과 압축성에 대한 물질함수의 비선형적 특성을 반영할 수 있는 압밀모델 을 제안하였다. 또한 제안된 모델을 실제 압밀현상에 적용하기 위한 수치해석 기법을 개발하였다. 수치해석 에 이용된 물질함수의 특성은 표준압밀 시험 및 로우셀 시험, 개량 표준압밀 시험등을 이용하여 산정되었다.

Keywords : consolidation model, vertical drain, numerical analysis, permeability, compressibility

핵심 용어 : 압밀모델, 배수공법, 수치해석, 투수성, 압축성

* 정희원, 한국수자원공사 수자원연구원 댐안전연구소, 책임연구원

** (주)두우건설엔지니어링, 기술연구소, 소장

*** 정희원, 서울시립대학교 토목공학과 교수

E-mail : jsjeon@kowaco.or.kr 017-234-6697

• 본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 2004년 4월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

연직배수재가 설치된 연약지반의 압밀현상 예측은 1948년에 발표된 Barron 의 이론 및 이 이론을 부분적으로 수정, 보완한 Yoshikuni, Hansbo, Onoue 등의 이론에서 제시하는 해석적인 해를 이용하여 이루어지고 있다. 그러나 이러한 이론들은 그 기본적인 유도과정에서 압축성 및 투수성과 관련된 물질함수의 선형성을 가정한 Terzaghi 고전 압밀론의 가정사항을 그대로 받아들였을 뿐 아니라, 배수재의 완전관입 및 토층의 균질함을 기본적으로 가정하고 있다.

실제 연직배수재를 통한 연약지반 개량시의 설계 및 시공과정을 살펴볼 때, 지반의 초기조건은 압축성과 투수성의 비선형성이 매우 크게 나타나며 상이한 이질층으로 구성되어 있고 연직배수재의 시공도 여러 가지 공학적 혹은 경제적 이유에서 전토층에 걸쳐 시공하는 완전관입의 형태가 아닌 부분관입 형태로 시공되는 경우를 볼 수 있다. 또한 프리로딩시의 상부하중 재하과정을 살펴볼 때, 실제의 시공은 순간적인 하중재하의 형태가 아닌 시간에 따른 점증적인 하중 증가형태를 띠고 있는 것을 알 수 있다. 그러나 현재의 연약지반 설계과정에서는 이러한 많은 사항들을 적절하게 압밀현상의 예측에 반영하지 못하고 있으며, 이로 인해 설계상의 예측결과와 실제 시공 후의 실측결과는 상당한 차이를 보이게 되고, 이는 시공중의 잦은 설계변경과 시공후의 원지반 및 구조물의 침하, 기초 지반의 지지력 부족등 많은 문제점을 야기시키는 주요한 원인이 되고 있다. 본 연구에서는 이와 관련하여, 수직배수 및 수평배수를 동시에 고려하되 압축성 및 투수성에 대한 물질함수 특성과 토층의 자중, 점증적인 상부하중 재하, 연직배수재의 부분관입, 지반의 다양한 초기조건 등을 압밀현상의 예측에 합리적으로 반영할 수 있는 비선형 압밀모델과 함께 이를 이용한 수치해석 기법을 제안하고자 한다.

2. 수직 및 수평배수 압밀이론

2.1 비선형 유한변형률 압밀이론

Gibson et al.(1967)은 압밀층의 두께가 두껍고 지반의 초기 함수비 및 간극비가 매우 커서 큰 압밀침하가 예상되는 경우의 압밀 현상을 예측하기 위해, 압밀 진행중 압축성과 투수성이 변화하고 응력-변형, 변형-투수계수의 비선형적인 관계 및 토층의 자중 등을 고려한 새로운 비선형 1차원 유한 변형률 압밀 이론을 발표하였다. 이 이론에서 제시하는 지배 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\pm \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) \frac{d}{de} \frac{k_z(e)}{(1+e)} \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z(e)}{\gamma_w(1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

여기서, γ_s : 흙 입자의 단위 중량

γ_w : 물의 단위 중량

e : 간극비

k : 투수 계수

σ' : 유효 응력

z : material coordinate에 의한 상부로부터의 깊이

Gibson et al.(1967, 1981)은 이 방정식을 단순화시키기 위해 식 (2) 및 식 (3)과 같은 $g(e)$, $\lambda(e)$ 라는 비선형 계수를 도입하였고,

$$g(e) = - \frac{k(e)}{\gamma_w(1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \quad (2)$$

$$\lambda(e) = - \frac{d}{de} \frac{de}{d\sigma'} \quad (3)$$

일정한 유효응력 범위안에서 이 값은 일정하다고 가정, 방정식 고유의 비선형성은 유지한 채 식 (1)을 식 (4)와 같은 선형의 지배 방정식 형태로 표현하였다.

$$\frac{\partial^2 e}{\partial z^2} \mp \lambda(\gamma_s - \gamma_w) \frac{\partial e}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (4)$$

2.2 선형 수평배수 압밀이론

Barron(1944, 1948)은 연직 배수제가 설치된 지반에 상재하중이 가해졌을때의 지반거동을 자유변형률과 등변형률의 두 가지 형태로 구분하여 그 각각에 대한 압밀 이론을 제시하였다. 등변형률 조건 중, 토층의 최상단 $z=0$ 과 최하부 $z=2l$ 에서 완전배수 발생 및 스미어 효과와 웰저항 효과를 고려한 임의 깊이에서의 평균 압밀도는 식 (5)과 같다.

$$\overline{U}_h(z) = 1 - \exp\left\{-\frac{8T_h}{m} \left[\frac{\exp[\beta(z-2l) + \exp(-\beta z)]}{1 + \exp(-2\beta l)} \right]\right\} \quad (5)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2k_h(n^2 - s^2)}{k_w r_e^2 m}} = \sqrt{\frac{2\pi k_h(n^2 - s^2)}{m q_w}} \quad (6)$$

$$q_w = k_w \pi r_w^2 \quad (7)$$

여기서, T_h : 시간계수 (= $c_h \cdot t / d_e^2$)

k_h, k_s : 수평방향 및 교란영역에서의 투수계수

r_e, r_s, r_w : 영향원 반경 및 교란영역과 배수재 반경

n : 유효반경비(= r_e/r_w)

s : 스미어존 반경비(= r_s/r_w)

k_w : 연직 배수재의 투수계수

Yoshikuni, Nakanodo(1974)는 스미어 효과에 있어서는 Barron의 m값을 그대로 이용하되 L값을 도입하여 웰저항 효과를 고려한 수평배수 압밀해를 식 (8)와 같이 제시하였다.

$$\overline{U}_{ah} = 1 - \exp\left(\frac{-8T_h}{m+0.8L}\right) \quad (8)$$

$$L = \frac{8}{\pi^2} \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{r_w}\right)^2 \quad (9)$$

여기서, $2l_m$: 양면배수시 전 토층의 길이

Hansbo(1981)는 스미어 효과와 웰저항 효과를 동시에 고려하면서 기존의 다른 이론들에 비해 사용하기 간편한 형태의 압밀해를 식 (10)과 같이 제시하였는데, 그는 연직 배수재의 타입으로 인해 교란된 지반의 압축성은 교란되지 않은 지반의 압축성과 동일하다는 가정하에 이론을 유도하였다.

$$\overline{U}_h(z) = 1 - \exp\left(\frac{-8T_h}{\mu}\right) \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mu = & \frac{n^2}{n^2-1} \left[\ln\left(\frac{n}{s}\right) + \frac{k_h}{k_s} \ln s - \frac{3}{4} \right] \\ & + \frac{s^2}{n^2-1} \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) - \frac{k_h(s^2-1)}{k_s(n^2-1)} \left(1 - \frac{s^2+1}{4n^2} \right) \\ & + \frac{k_h \pi z(2l-z)(1-n^{-2})}{q_w} \end{aligned} \quad (11)$$

Hansbo는 웰저항 효과를 고려하는데 있어 시간에 대한 수직방향의 변형률 $\frac{\partial \epsilon_z}{\partial t}$ 이 깊이별로 모두 일정한 값이라는 가정을 하고 있는데, 이로 인해 웰저항 효과에 대한 고려에 있어 Barron의 이론과 차이가 생기는 것이다. Onoue(1988)는 스미어 효과가 발생하는 경우의 압밀곡선은 스미어 효과를 고려하지 않은 경우의 $\overline{U}_h - \log T_h$ 곡선과 그 형태가 비슷함을 발견하고, 기존의 Barron이나 Yoshikuni, Hansbo 등의 압밀이론에서 사용하는 n대신 등가 간격비 N 를 사용하여 스미어 효과를 수정한 압밀해를 발표하였다.

$$N = n \cdot s^{\eta-1} \quad (12)$$

$$\eta = k_h/k_s \quad (13)$$

Zeng, Xie(1989)는 Barron과 Hansbo의 압밀해에서 연직 배수재와 지반과의 경계면에 대한 연속방정식의 모순점을 지적하였는데, 이 이론들은 시간이 0일 때의 조건으로 연직 배수재와 지반과의 경계면에 대한 연속방정식을 풀었고 그 이후의 시간에서는 초기의 연속조건을 이용하여 해를 구하였다. 즉 정확히 말하면, Barron과 Hansbo의 압밀해는 시간이 0일때에만 정해에 해당하는 결과가 되는 것이다. 이러한 문제점을 수정한 압밀해가 Zeng과 Xie에 의해 발표되었는데, 임의의 지점에 대한 평균 압밀도는 식 (14)와 같고 전체 토층에 대한 평균 압밀도는 식 (18)과 같다.

$$\overline{U}_h(z) = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{M}{H} z\right) \exp\left[-\frac{2T_h}{m+D}\right] \quad (14)$$

여기서,

$$M = \frac{2k+1}{2} \pi \quad (15)$$

$$D = \frac{8G(n^2-1)}{M^2 n^2} \quad (16)$$

$$G = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l_m}{d_w}\right)^2 \quad (17)$$

$$\overline{U}_r = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp\left[-\frac{2T_h}{m+D}\right] \quad (18)$$

3. 비선형 압밀모델 구성

3.1 평형 방정식

흡입자와 간극수가 혼합되어 있는 지반내 미소요소에 작용하는 응력상태를 고려할 때, 미소요소의 높이는 $d\xi$, W 는 미소요소의 전체무게 즉, 흡입자만의 무게 W_s 와 간극수의 무게 W_w 를 합한 값이다. 여기서 ξ 는 중력방향을 양의 값으로 한다. 미소요소에서 수직방향에 대한 평형조건은 식 (19)와 같으며, 이 식

에 의해 식 (20)과 같은 깊이에 대한 수직방향의 전 응력 변화율을 얻을 수 있다. 이는 흡입자와 간극수가 혼합되어 있는 경우의 평형조건이다.

$$\left(\sigma_\xi + \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial \xi} \cdot d\xi\right) dx dy = \sigma_\xi \cdot dx \cdot dy + [(1-n)\gamma_s + n\gamma_w] dx dy dz \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial \xi} &= (1-n)\gamma_s + n \cdot \gamma_w \\ &= \frac{1}{1+e}(\gamma_s + e \cdot \gamma_w) \end{aligned} \quad (20)$$

3.2 연속 방정식

흡입자와 간극수가 혼합된 미소요소의 연속 방정식은 간극수에 대한 연속조건 및 흡입자의 연속조건이 동시에 만족되는 상태에서 유도될 수 있다. x, y, z방향에 대한 물의 이동속도는 각각 v_{ux} , v_{wy} , v_{wz} 로 나타내었으며, 이 속도는 물의 실제 이동속도가 아닌 가상 이동속도이다. dt 시간동안 미소요소로의 물 유입량 $Q_{w(in)}$ 및 유출량 $Q_{w(out)}$ 을 통해 dt 시간동안 미소요소에 저장된 간극수의 양은 식 (21)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} Q_{w(stored)} &= Q_{w(in)} - Q_{w(out)} \\ &= -\frac{\partial v_{wz}}{\partial \xi} dx dy d\xi dt \\ &\quad - \frac{\partial v_{ux}}{\partial x} dx dy d\xi dt - \frac{\partial v_{wy}}{\partial y} dx dy d\xi dt \end{aligned} \quad (21)$$

한편 dt 시간동안의 간극부피 변화량은 식 (22)와 같이 나타낼 수 있으며, 이를 통한 간극수 흐름에 관한 연속 조건을 계산한 결과는 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta n &= n \cdot dx dy d\xi - \left(n + \frac{\partial n}{\partial t} dt\right) dx dy d\xi \\ &= -\frac{\partial n}{\partial t} dx dy d\xi dt \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, n : 간극률

$$\frac{\partial v_{wx}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{wy}}{\partial x} + \frac{\partial v_{wz}}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (23)$$

흡입자 유동에 관한 연속조건은, x, y, z 방향에 대한 흡입자의 이동속도를 각각 v_{sx}, v_{sy}, v_{sz} 로 나타낼 때, dt 시간동안 미소요소로의 흡입자 유입량 $Q_{s(in)}$ 및 유출량 $Q_{s(out)}$ 을 통해 식 (24)와 같이 표현된다.

$$Q_{s(stored)} = -\frac{\partial v_{sz}}{\partial \xi} dx dy d\xi dt - \frac{\partial v_{sx}}{\partial x} dx dy d\xi dt - \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} dx dy d\xi dt \quad (24)$$

한편 dt 시간동안에 미소요소로 유입된 흡입자 및 유출된 흡입자에 대한 체적 변화량 및 미소요소에 저장된 흡입자의 양과 체적 변화량을 통해 흡입자 유동에 관한 연속 조건을 계산한 결과는 식 (25)와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [(1-n)v_{sz}] + \frac{\partial}{\partial x} [(1-n)v_{sx}] + \frac{\partial}{\partial y} [(1-n)v_{sy}] - \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (25)$$

흡입자와 간극수가 혼합된 미소요소의 전체적인 연속 방정식은 위에서 구한 흡입자만의 연속조건과 간극수만의 연속조건이 동시에 만족되는 조건을 통해 구할 수 있으며, 이렇게 구한 전체 미소요소에 대한 연속 방정식은 식 (26)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [n(v_{wx} - v_{sx})] + \frac{\partial}{\partial x} [n(v_{wx} - v_{sx})] + \frac{\partial}{\partial y} [n(v_{wy} - v_{sy})] + \frac{\partial v_{sz}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} = 0 \quad (26)$$

x, y 방향으로 미소요소의 변위가 없다면 v_{sx} 와 v_{sy} 가 모두 0이 되고, v_{sz} 의 값이 매우 작다는 조건을 도입함으로써 식 (27)과 같은 결과를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial v_{sz}}{\partial \xi} = \frac{1}{1-n} \cdot \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{1+e} \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \quad (27)$$

3.3 압축성 방정식

Mesri, Rokhsar(1974), Mesri, Choi(1985)는 시간에 따른 간극비 변화를 나타내는 압축성 방정식을 식 (28)과 같이 표현하였다.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \left[\frac{\partial e}{\partial \sigma'} \right]_t \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \left[\frac{\partial e}{\partial t} \right]_{\sigma'} \quad (28)$$

유효상재응력, 선행압밀응력의 크기에 따라 결정되는 정규압밀 구간 및 과압밀 구간에 대한 간극비 변화량은 각각 식 (29) 및 식 (30)과 같다.

$$e = -c_r \cdot \log\left(\frac{\sigma'_p}{\sigma'_o}\right) - c_c \cdot \log\left(\frac{\sigma'_t}{\sigma'_p}\right) + e_o \quad (29)$$

여기서, c_c, c_r : 압축지수 및 재압축지수

σ'_o, σ'_p : 유효상재응력 및 선행압밀응력

$$e = -c_r \cdot \log\left(\frac{\sigma'_t}{\sigma'_o}\right) + e_o \quad (30)$$

간극비 변화량을 이용하여 정규압밀구간 및 과압밀 구간에 대한 $\left[\frac{\partial e}{\partial \sigma'} \right]_t$ 을 계산하면 각각 식 (31)과 같다.

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma'} = -(0.43429) \cdot c_c \cdot \frac{1}{\sigma'} \text{ or } \frac{\partial e}{\partial \sigma'} = -(0.43429) \cdot c_r \cdot \frac{1}{\sigma'} \quad (31)$$

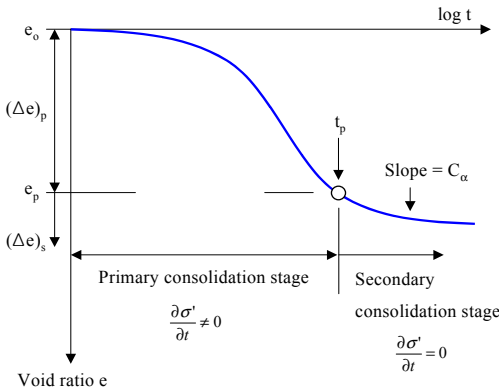


Fig. 1 Definition of primary and secondary consolidation stages (After Mesri & Choi, 1984)

Mesri와 Choi(1985)는 일차압밀 및 이차압밀구간에 대한 압축성 방정식을 Fig. 1과 같은 시간-간극비 곡선으로 설명하였다.

Fig. 1에서 보듯이, 일차압밀 구간에서의 간극비 변화량 및 이차압밀 구간에서의 간극비 변화량은 각각 식 (32) 및 식 (33)로 표현된다.

$$(\Delta e)_p = \int_0^{t_p} \left[\left(\frac{\partial e}{\partial \sigma'} \right)_t \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_{\sigma'} \right] dt \quad (32)$$

$$(\Delta e)_p = \int_{t_p}^t \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_{\sigma'} dt \quad (33)$$

3.4 수직 및 수평배수를 고려한 비선형 압밀 모델

위에서 언급한 연속 방정식에 방향별 흐름조건식을 대입한 후, 각각 좌표계를 원통좌표계로 환산하면 식 (34)와 같은 형태의 지배 방정식 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left(k_{\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial k_h}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r} + k_h \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \\ & + k_h \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{\gamma_w}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \end{aligned} \quad (34)$$

ξ 는 압밀중 변화하는 z 방향의 좌표를 나타내는데, 압밀이 진행되기 전의 미소요소 길이를 dz 라 한다면, $d\xi$ 는 압밀이 진행되면서 변화한 미소요소의 길이를 나타내게 된다.

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot dz = \frac{1+e}{1+e_0} dz \quad (35)$$

여기서, e_0 : 압밀이 진행되기 전의 초기간극비
 e : 압밀이 진행됨에 따른 현재의 간극비

언급된 평형방정식과 연속방정식, 식 (36) 및 식 (37)과 같은 응력-변형-투수계수에 관한 물질함수 관계를 통해, 수직 및 수평방향 물흐름을 고려한 최종적인 비선형 압밀 지배방정식은 식 (38)과 같이 표현된다.

$$e = A_{coe} \cdot \sigma'^{-B_{coe}} \quad (36)$$

여기서,

A_{coe}, B_{coe} : 실내 압밀시험에서 구한 계수값

$$k(e) = C_{coe} \cdot \text{Exp}(D_{coe} \cdot e) \quad (37)$$

여기서,

C_{coe}, D_{coe} : 실내 투수시험에서 구한 계수값

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \frac{(1+e_0)^2}{1+e} \frac{k_z}{\gamma_w} \left[\frac{1}{1+e} - D_{kw} \right] \\ & \left[\frac{\gamma_s + e\gamma_w}{1+e_0} \frac{\partial u}{\partial z} - \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \\ & + \frac{\sigma'}{(0.43429)c_c} \frac{(1+e_0)^2}{1+e} \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ & + \frac{1+e}{\gamma_w} k_h D_{kh} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \\ & + \frac{1+e}{\gamma_w} k_h \frac{\sigma'}{(0.43429)c_c} \\ & \left[\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right] + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \end{aligned} \quad (38)$$

4. 수치해석

4.1 유한차분방정식의 구성

위에서 유도된 수평방향 배수를 고려한 비선형 압밀 지배방정식에 대한 압밀현상의 예측은 유한차분방법을 이용하였는데, 시간에 대해서는 전진 차분방법을, 공간에 대해서는 중앙 차분방법을 사용하였고, s, i, j 의 첨자를 통해 각각 해석대상층과 수평방향 절점번호 및 수직방향 절점번호를 구분하였다.

Fig. 2에서 보듯이, 이질층으로 구성된 다층지반의 해석을 위해 해석요소망은 각 토층별로 구분되어 있으며, 각 토층은 수평방향과 수직방향에 대한 절점으로 구분되어져 있다. 각 층의 경계면은 크게 상부와 하부 및 좌측과 우측의 기본 경계면으로 구성되어 있다.

Fig. 3은 전체적인 해석대상이 되는 unit cell의 단면으로서, 여기서 r_e 는 unit cell의 영향반경을 나타내고 r_s 는 교란영역 즉 스미어존의 반경을 나타내며 r_w 는 연직배수재의 반경을 나타낸다.

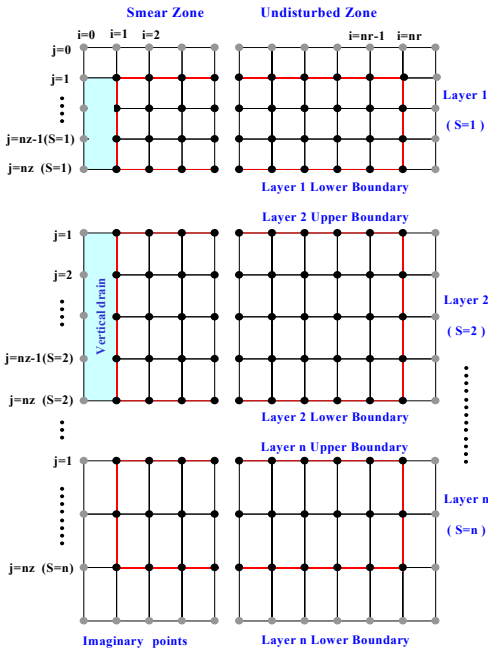


Fig. 2 Finite difference grid of the stratum

미분방정식을 압밀 지배방정식에 대입하여 구한 유한차분 방정식은 다음과 같으며, 이 방정식을 이용하여 임의 시간에 대한 비선형 압밀현상의 예측을 실시하였다.

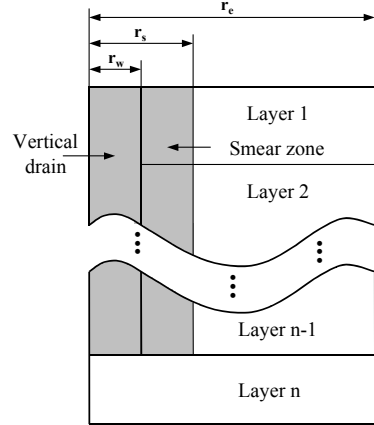


Fig. 3 Cross section of the unit cell

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} = & -2 \left[\frac{c_f}{(\Delta z)^2} + \frac{g_f}{(\Delta r)^2} \right] u_{s,i,j} \\
 & + \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{g_f}{\Delta r} - \frac{d_f}{2} \right] u_{s,i-1,j} + \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{g_f}{\Delta r} + \frac{d_f}{2} \right] u_{s,i+1,j} \\
 & + \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{c_f}{\Delta z} - \frac{a_f}{2} \right] u_{s,i,j-1} + \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{c_f}{\Delta z} + \frac{a_f}{2} \right] u_{s,i,j+1.5} \\
 & + \frac{e_f}{4(\Delta r)^2} (u_{s,i+1,j} - u_{s,i-1,j})^2 \\
 & + \frac{b_f}{4(\Delta z)^2} (u_{s,i,j+1} - u_{s,i,j-1})^2 + P_{ts} \quad (39)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$a_f = P_{eoe} P_{tsz} \cdot k_z \left(\frac{1}{1+e} - D_{kw} \right) \quad (40)$$

$$b_f = -\frac{a_f}{P_{tsz}} \quad (41)$$

$$c_f = (P_{eoe} \cdot k_z) / P_{ccr} \quad (42)$$

$$d_f = \frac{P_{\omega} \cdot k_h}{r \cdot P_{ccr}} \quad (43)$$

$$e_f = P_{\omega} k_h D_{kh} \quad (44)$$

$$g_f = (P_{c2} \cdot k_h) / P_{ccr} \quad (45)$$

$$P_{cc} = \frac{0.43429}{\sigma'} \cdot c_c \text{ [NC Condition]} \quad (46)$$

$$P_{cr} = \frac{0.43429}{\sigma'} \cdot c_r \text{ [OC Condition]} \quad (47)$$

$$P_{eoe} = \frac{(1 + e_o)^2}{1 + e} \cdot \frac{1}{\gamma_w} \quad (48)$$

$$P_{isz} = \frac{\gamma_s + e\gamma_w}{1 + e_o} \quad (49)$$

$$k_z = C_{kv} \cdot \text{Exp}(D_{kv} \cdot e) \quad (50)$$

$$k_h = C_{kh} \cdot \text{Exp}(D_{kh} \cdot e) \quad (51)$$

$$P_{c2} = \frac{1 + e}{\gamma_w} \quad (52)$$

4.2 초기조건 및 경계조건

압밀현상이 진행되기 전의 원지반 상태는 Fig. 4와 같다. 즉, 원지반의 초기 응력상태는 깊이별 토층의 유효상재응력 σ'_o 와 상부의 추가적인 응력증가분 q'_o 의 합으로 표현되는데, 모든 지층에서의 초기응력분포가 그림과 같이 직선의 증가형태로 고려되어야 하는 것은 아니며, 임의의 증가 혹은 감소형태를 갖는 다양한 조건으로 고려될 수 있다.

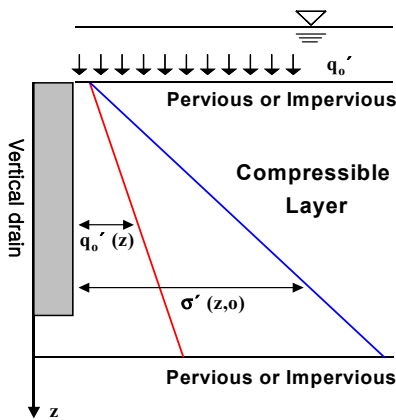


Fig. 4 Initial condition

전체 토층의 상부와 하부는 크게 배수 및 비배수 조건으로 분류되는데, 배수 조건의 경우 상부 및 하부의 과잉간극수압을 시간에 관계없이 일정한 값으로 모델링 하였다. 비배수 조건의 경우는 상부와 하부 경계면 모두 경계면에서의 깊이에 대한 과잉간극수압 변화가 없다는 조건으로 모델링 하였다. 하부의 비배수 조건에 대한 유한차분방정식은 식 (53)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -2 \left[\frac{c_f}{(\Delta z)^2} + \frac{g_f}{(\Delta r)^2} \right] u_{s,i,j} \\ & + \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{g_f}{\Delta r} - \frac{d_f}{2} \right] u_{s,i-1,j} + \frac{1}{\Delta r} \left[\frac{g_f}{\Delta r} + \frac{d_f}{2} \right] u_{s,i+1,j} \\ & + \frac{2c_f}{(\Delta z)^2} u_{s,i,j-1} + \frac{e_f}{4(\Delta r)^2} (u_{s,i+1,j} - u_{s,i-1,j})^2 + P_{tst} \end{aligned} \quad (53)$$

좌측과 우측이 인접 지반과의 경계면으로 고려되는 경우, 좌측과 우측 경계면 모두 경계면에서의 수평방향에 대한 과잉간극수압 변화가 없다는 조건으로 모델링 하였다. 이를 이용한 우측의 인접 경계면 조건에 대한 유한차분방정식은 식 (54)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -2 \left[\frac{c_f}{(\Delta z)^2} + \frac{g_f}{(\Delta r)^2} \right] u_{s,i,j} + \frac{2g_f}{(\Delta r)^2} u_{s,i-1,j} \\ & + \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{c_f}{\Delta z} - \frac{a_f}{2} \right] u_{s,i,j-1} + \frac{1}{\Delta z} \left[\frac{c_f}{\Delta z} + \frac{a_f}{2} \right] u_{s,i,j+1} \\ & + \frac{b_f}{4(\Delta z)^2} (u_{s,i,j+1} - u_{s,i,j-1})^2 + P_{tst} \end{aligned} \quad (54)$$

5. 압밀모델을 이용한 수치해석

5.1 기존 선형 수평배수이론과의 비교

동일한 조건에 대하여, 앞서 제안된 압밀모델을 이용한 압밀해석 결과와 Barron, Hansbo, Yoshikuni, Onoue 등의 기존 수평배수 압밀이론에 의한 예측결과를 비교하였다.

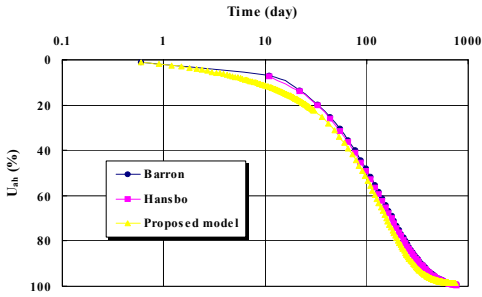


Fig. 5 Comparisons between U_{ah} results from Barron, Hansbo and proposed model

Fig. 5는 각 해석결과 중 시간에 대한 평균 압밀도를 비교한 것으로서, 압밀의 초기단계에서 제안된 모델에 의한 해석결과가 기존 수평배수 압밀이론에 의한 예측결과에 비해 약간 빠른 압밀진행을 나타내고 있으며 시간에 지남에 따라 각 결과는 거의 동일한 압밀현상을 예측하고 있다. 이 차이는 비선형 압밀해석을 하는데 있어 지반의 초기상태와 투수계수를 일정한 값으로 고려하였다 해도 응력-변형 즉 간극비와 유효응력의 관계를 나타내는 압축성 방정식은 여전히 비선형적으로 고려되기 때문이라고 판단된다. 즉 지반의 압축성은 간극비가 큰 압밀 초기단계에서 가장 큰 값으로 고려되고 압밀이 진행됨에 따라 그 크기가 줄어드는 이유로, 제안된 모델에 의한 예측결과는 압밀 초기단계에서의 압밀도 및 침하량을 기존 수평배수 압밀이론의 결과에 비해 과대하게 산정했다고 판단된다.

Fig. 6은 수직 및 수평배수가 동시에 발생하는 경우에 대한 기존 압밀이론의 예측결과와 제안된 모델에 의한 예측결과를 비교한 것이다. 수직배수의 경우는 Terzaghi의 1차원 압밀이론을 이용했으며, 수평배수의 경우는 Barron과 Hansbo의 이론을 이용하였다. 제안된 모델의 적용시, 연직 배수재와 압밀 대상층의 상하부 경계조건을 배수조건으로 변경하여 해석하였으며, 수평 투수계수와 수직 투수계수의 비는 3으로 하였다.

결과에서 보듯이, 압밀현상의 전반부에서 제안된 모

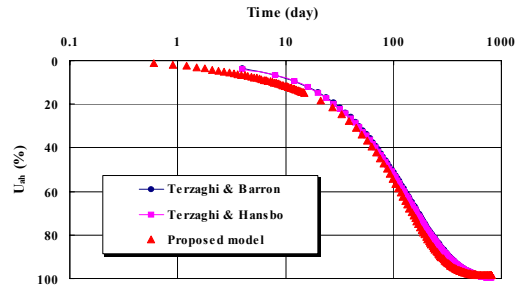


Fig. 6 Comparisons between U_a results from Terzaghi, Barron and proposed model

델에 의한 결과가 좀 더 빠른 압밀진행을 나타내고 있으며, 전반적인 거동은 비슷한 경향을 나타내고 있다.

5.2 모델시험을 통한 결과비교

로우셀 압밀시험기에 의한 모델시험 결과를 개발 프로그램의 예측결과와 비교하였다. 모델시험은 시료 추출기를 이용하여 직경 75mm의 셀에 원지반의 불교란 시료를 세팅한 후, 수평배수를 유도하였다. 시료의 세팅이 끝나면 불교란 시료의 선행압밀 하중값 이상의 압력으로 압밀시킨 후 정해진 값의 수직응력을 증가시키고, 그 응력단계에서의 시간별 압밀거동을 관찰하는 방법으로 시험을 실시하였다.

압밀해석은 앞에서 언급된 수직방향 및 수평방향 배수조건에 대한 압밀시험과 투수시험 결과를 이용하였는데, 시료의 높이는 3.4cm, 유효반경은 3.6cm, 배수재 반경은 0.71cm이며, 관련 해석조건은 Table 1과 같다.

Fig. 7은 모델시험의 결과와 제안된 모델에 의한 압밀 예측결과를 나타낸 것이다. 압밀 초반부에서는 제안된 모델에 의한 해석이 실제 모델시험의 결과에 비해 압밀속도를 약간 과소평가하는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상은 해석대상의 압밀조건을 모델링하는데 있어 해석 초기단계에서 발생할 수 있는 경계조건 영향 때문이라고 판단된다.

Table 1 Consolidation property for numerical analysis

c_c	e_o	σ'_o (kPa)	$\Delta\sigma_v$ (kPa)	C_{kv}	D_{kv}	C_{kh}	D_{kh}
0.6	1.40	78.0	80.0	2.0E-10	4.6567	1.0E-09	4.1886

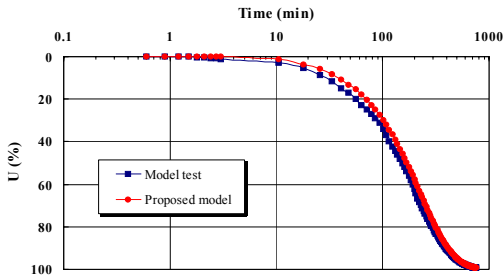


Fig. 7 Computed and observed degree of consolidation for Rowe cell model test

5.3 다층지반에 대한 압밀해석

압밀해석을 하는데 있어 이와 같은 지반의 비균질성을 고려하기 위해 각 이질층의 경계면에 대한 흐름조건을 유도하였다. Fig. 8(a)는 상이한 토질특성 및 모델링 조건을 가진 이질층의 경계면 형태를 나타낸 것으로서, 위에 존재하는 층 S의 하부경계면은 아래에 존재하는 층 S+1의 상부경계면과 인접해 있다.

S층의 투수계수를 k_s , 깊이별 절점간격을 dz_s 라고 하고 S+1층의 투수계수를 k_{s+1} , 깊이별 절점간격을 dz_{s+1} 이라 할 때 두 층의 경계면에서의 과잉간극수압은 식 (55)와 같은 간극수 흐름에 대한 연속 조건으로 구할 수 있다. 인접해 있는 두 층 경계면에서의 과잉간극수압을 u_a 라 하면, 식 (56)과 같은 조건이 성립되어야 하며, 이때의 간극수 흐름에 대한 연속 조건을 적용한 유한차분방정식은 식 (57)과 같다.

$$k_s \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_s = k_{s+1} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{s+1} \quad (55)$$

$$u(S, i, j) = u(S+1, i, j) = u_a \quad (56)$$

$$\left(\frac{k_s}{dz_s} + \frac{k_{s+1}}{dz_{s+1}} \right) u_a = \frac{k_s}{dz_s} u(S, i, j-1) + \frac{k_{s+1}}{dz_{s+1}} u(S+1, i, j+1) \quad (57)$$

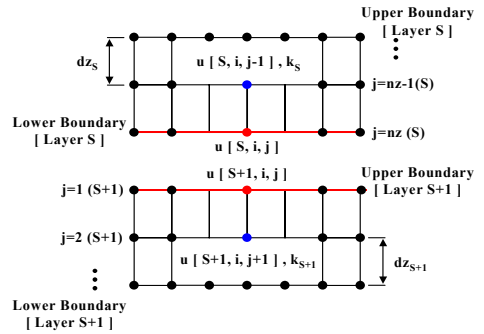


Fig. 8(a) Boundary condition of layer interface

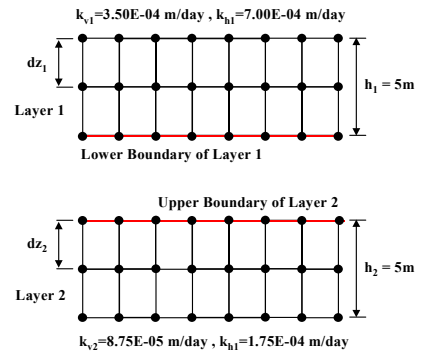


Fig. 8(b) Analysis condition of 2-layered ground

이 방정식을 정리하면 인접해 있는 경계면에서의 최종적인 과잉간극수압을 구할 수 있으며 그 결과는 식 (58)과 같다.

$$a = \frac{1}{1+I_\beta} \cdot u(S, i, j-1) + \frac{I_\beta}{1+I_\beta} \cdot u(S+1, i, j+1) \quad (58)$$

$$I_\beta = \frac{k_{s+1} \cdot dz_s}{k_s \cdot dz_{s+1}} \quad (59)$$

제안된 압밀모델에 대하여, 지반의 비균질성을 고려한 압밀해석을 실시하였으며 그 결과를 기존의 해석방법에 의한 결과와 비교, 분석하였다.

Fig. 8(b)와 같이 전체 토층의 두께가 10m이며 두 개의 서로 다른 이질층으로 구성된 경우의 압밀해석을

실시하였다. 각 층의 두께는 5m로 하였으며 각 층에서의 k_h/k_v 는 2로 하였고, 스미어 효과나 웰저항 효과는 없는 것으로 간주하였다.

Fig. 9는 위 해석조건에 의한 해석결과중 시간에 따른 압밀도의 변화를 나타낸 것으로서, 각 층의 평균 압밀도와 모든 층에 대한 평균 압밀도를 비교하였다. 결과에서 알 수 있듯이 하부에 비해 상대적으로 투수계수가 크게 고려된 상부지역이 빠른 압밀진행 결과를 보이고 있으며, 전체 토층에 대한 평균 압밀도는 대략 상하부의 중간정도 값을 가지는 것으로 나타난다.

Fig. 10은 전체 토층에 대한 평균 압밀도와 각 층의 평균 압밀도 차이를 시간별로 나타낸 것이다. 결과에서 알 수 있듯이 60일 경과시 상부토층의 평균 압밀도는 전체 토층에 대한 평균 압밀도에 비해 25% 정도 크게 나타나며 하부토층의 경우 25% 정도 작게 나타남을 알 수 있고, 상부토층과 하부토층의 평균 압밀도만을 비교해 본다면 특정시간에서 최대 50% 정도의 차이가 발생함을 알 수 있다. 이러한 차이는 시간이 지남에 따라 점차 감소하다 대략 250일을 지나면서 10% 정도의 일정한 값으로 수렴해 간다. 만약 압밀이 진행되지 250일이 경과하지 않은 시점에서 그때의 전 토층에 대한 평균 압밀도 값을 이용하여 지반의 유효응력을 평가했다면, 상부토층의 경우는 실제 유효응력에 비해 그 값을 과소평가할 것이며 하부토층의 경우는 실제 유효응력에 비해 그 값을 과대평가하는 결과를 초래할 것이다. 물론 실제 지반의 압밀도와 전 토층에 대한 평균 압밀도의 차이가 작아지는 시간

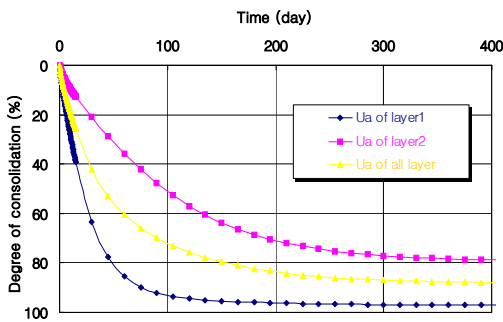


Fig. 9 Comparisons between U_a of each layer and all layer

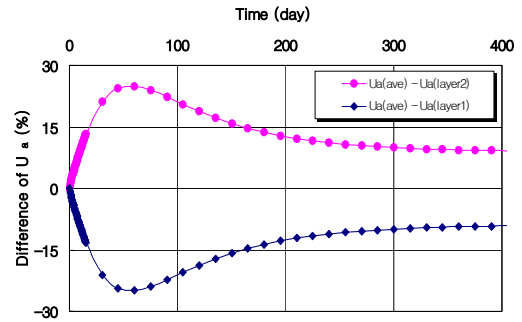


Fig. 10 Difference between U_a of each layer and all layer

은 각 토층의 두께 및 비균질성의 정도, 각 층의 투수성등 많은 요인에 의해 좌우된다.

5.4 배수재의 부분관입 조건에 대한 압밀해석

연직 배수재의 부분관입에 따른 압밀현상의 변화를 살펴보기 위해 Fig. 11과 같이 토층의 깊이가 10m인 지반에 대해 연직 배수재의 길이를 변화시켜 가며 압밀해석을 실시하였다.

Fig. 12는 각 경우에 대한 해석 결과중 시간에 따른 평균 압밀도를 나타낸 것이다. 105일 경과시, 연직 배수재가 완전관입되어 있는 경우의 평균 압밀도는 91.2%인데 반해 연직 배수재의 길이가 9m인 경우는 86.8%, 연직 배수재의 길이가 8m인 경우는 76.8%, 연직 배수재의 길이가 7m인 경우는 66.2%, 연직 배수재의 길이가 6m인 경우는 56.6%로 나타났으며, 각 경우의 최종 침하량은 동일하게 산정되었다.

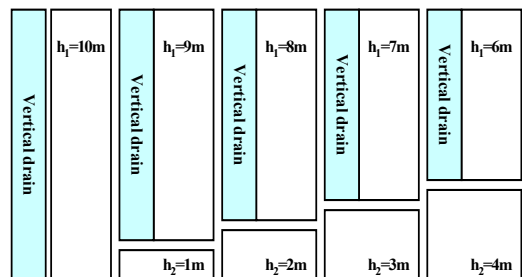


Fig. 11 Case of analysis as vertical drain length penetrated

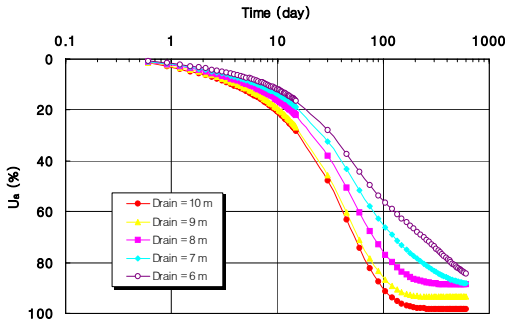


Fig. 12 Comparisons U_a as each drain length penetrated

연직 배수재가 완전관입되어 있는 경우와 9m인 경우는 큰 차이를 보이지 않는 것으로 보이나, 이는 배수재가 설치되어 있지 않은 하부 1m 토층을 모델링하는데 있어 길이 방향 해석절점이 부족한 탓이라 판단된다. 연직 배수재가 설치되어 있지 않은 하부토층의 길이가 증가함에 따라 각 해석경우의 결과는 일관성 있게 나타나고 있다.

5.5 점증 하중재하 조건에 대한 압밀해석

점증적인 하중재하 조건이 전체적인 압밀거동에 미치는 영향을 알아보기 위하여 하중 재하시간을 달리하며 압밀해석을 실시하였다. Fig. 13은 해석조건을 나타내는데, 최종적인 상재하중의 크기는 30kPa 이며, t_c 는 25일, 50일, 75일, 100일, 150일, 200일인 경우로 나누어 해석을 실시하였다.

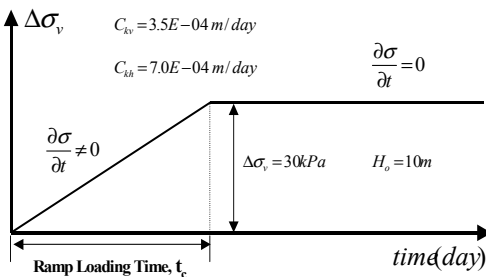


Fig. 13 Analysis conditions as ramp loading period

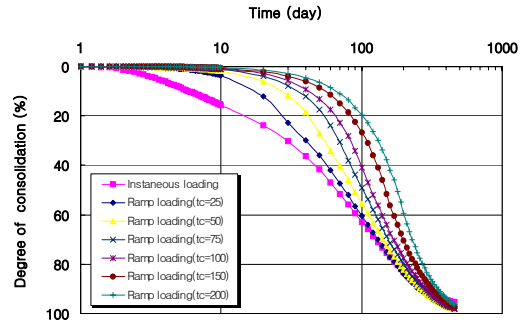


Fig. 14 Comparisons between U_a of each case

Fig. 14는 각 t_c 값에 대한 시간별 압밀도 예측결과를 순간적인 하중재하 조건의 경우와 비교한 것이다. t_c 값이 증가할수록 순간적인 하중재하 조건의 경우는 점증적인 하중재하 조건에 대한 예측결과에 비해 압밀도를 과대산정하는 것을 볼 수 있다. 100일 경과시의 각 조건별 압밀도 예측결과를 살펴보면, 순간적인 하중재하 조건의 경우는 63.0%, 점증적인 하중재하 조건중 t_c 값이 25일때는 60.5%, t_c 값이 50일때는 55.4%, t_c 값이 75일때는 49.0%, t_c 값이 100일때는 40.9%, t_c 값이 150일때는 26.5%, t_c 값이 200일때는 19.6%로 나타났다. 이들 값의 차이는 증가하중의 크기와 t_c 값의 크기에 따라 변할 수 있지만, 결과에서 알 수 있듯이 순간적인 하중증가를 가정한 압밀현상의 예측은 실제 압밀거동에 비해 압밀도를 크게 과대 산정할 수 있고, 이렇듯 과다하게 산정된 압밀도로 인해 그 시간에서의 유효응력을 크게 과대평가 할 우려가 있음을 알 수 있다.

Fig. 15는 각 t_c 값에 대한 시간별 침하량 예측결과를 순간적인 하중재하 조건의 경우와 비교한 것으로서, 압밀도 예측결과와 마찬가지로 순간적인 하중증가를 가정한 예측결과가 점증적 하중증가를 가정한 예측결과에 비해 빠른 압밀진행 결과를 보이고 있다.

Fig. 16은 각 t_c 값에 대한 시간별 과잉간극수압 예측결과를 순간적인 하중재하 조건의 경우와 비교한 것이다. 점증적인 하중재하의 경우, 각 t_c 까지는 하중재하에 의해 과잉간극수압이 서서히 증가하는 형태를 보

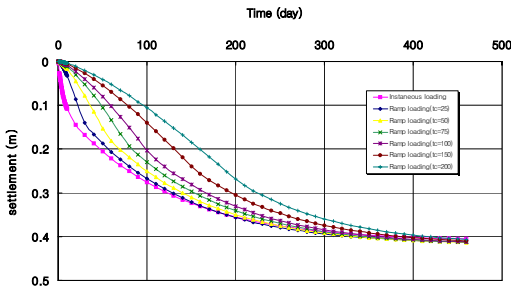


Fig. 15 Comparisons between settlements of each case

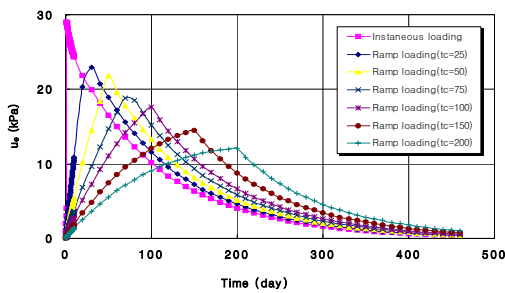


Fig. 16 Comparisons between u_e of each case

이지만 실제 지반상에 발생하는 최대 과잉간극수압의 크기는 순간재하의 경우에 비해 작고, t_c 이후의 과잉간극수압 소산속도는 순간재하의 경우와 비슷함을 알 수 있다. 또한 결과에서 알 수 있듯이 압밀이 시작되어 일정시간까지는 순간재하의 경우가 점증재하의 경우에 비해 과잉간극수압을 크게 평가하다가 두 경우의 과잉간극수압 결과가 일치하는 시간을 지나서는 순간재하의 경우가 점증재하의 경우에 비해 과잉간극수압을 작게 평가하는 양상을 보이고 있다. 점증적 하중중가가 끝나는 시간에서 두 해석조건이 차이가 가장 크게 나타나며, t_c 가 클수록 그 차이는 더욱 커지고 두 해석조건에 의한 과잉간극수압 예측결과가 같아지는 시간은 늦어짐을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 지반의 자중 및 압축성과 투수성의 비선형적 물질함수 특성이 고려된 압밀모델을 구성하

였고, 다양한 시공현상의 고려가 가능하도록 압밀모델을 수정·보완 하였다. 제안된 압밀모델에 대한 수치 해석을 실시하였으며, 실내 모델시험 및 기존 선형 이론과의 비교·분석을 통한 제안모델의 신뢰도를 검증 하였다. 또한 다층지반, 배수재의 부분관입 및 점증적인 하중재하 등의 다양한 시공조건을 고려한 해석을 실시하였다.

압밀단계별 투수성과 관련된 물질함수 특성을 반영하기 위해서는 간극비에 대한 투수계수 함수를 고려할 수 있는 압밀모델이 요구되며, 압축성의 물질함수 특성을 반영하기 위해서는 기존의 고정된 좌표계가 아닌 시간에 따라 변화하는 좌표를 고려할 수 있는 압밀모델이 요구된다. 즉, 지반의 초기 응력조건에 비해 유효응력의 변화 범위가 큰 연약 점토지반의 압밀현상을 예측하는데 있어, 투수성과 압축성에 관련된 물질함수 특성을 고려하는 것이 실제 압밀현상에 부합된 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

압밀 진행과정중의 물질함수 특성이 반영된 경우를 기존 선형압밀이론의 경우와 비교할 때, 선형 압밀이론은 각 유효응력단계별 압밀특성을 적절히 반영하지 못함을 알 수 있었으며, 이러한 이유에서 발생된 예측 오차는 지반의 초기 응력조건이 작은 연약 점토지반에서 더욱 크게 나타남을 알 수 있었다.

다층지반으로 이루어진 경우, 전 토층에 대한 평균 압밀도 값을 이용하여 지반의 유효응력을 평가하는 것은, 실제 임의 지반의 유효응력값을 크게 과소평가 혹은 과대평가 함을 알 수 있었다. 또한 배수재의 관입 길이가 전체 압밀현상에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었는데, 이를 통해 배수재가 관입되지 않은 지반의 압밀진행 및 전단강도를 산정하는데 있어 반드시 이러한 영향을 고려한 압밀예측이 필요하다고 판단된다. 점증재하 조건에 있어서도, 재하하중 및 재하시간의 고려를 통해 좀 더 신뢰성 있는 압밀현상을 예측할 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Barron, R. A., "The Influence of Drain Wells on the Consolidation of Fine-Grained Soils", Diss.

-
- Providence, U.S. Engineering Office, 1944.
2. Barron, R. A., "Consolidation of Fine-Grained Soils by Drain Wells", Transactions ASCE, Vol. 113, Paper No. 2346, 1948, pp. 718~742.
 3. Gibson, R. E., England, G. L., and Hussey, J. L., "The Theory of One-dimensional Consolidation of Saturated Clays I. Finite Non-Linear Consolidation of Thin Homogeneous Layers", Geotechnique, Vol. 17, 1967, pp. 261~273.
 4. Gibson, R. E., Schiffman, R. L. and Cargill K. W., "The Theory of One-dimensional Consolidation of Saturated Clays II. Finite Nonlinear Consolidation of Thick Homogeneous Layers", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 18, 1981, pp. 280~293.
 5. Hansbo, S., Jamiolkowski, M., and Kok, L., "Consolidation by Vertical Drains", Geotechnique, Vol. 31, No. 1, 1981, pp. 45~66.
 6. Mesri, G., and Rokhsar, A., "Theory of Consolidation for Clays", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. GT8, 1974, pp. 889~904.
 7. Mesri, G., Discussion to "New Design Procedure for Stability of Soft Clays", by C. C. Ladd and R. Foott, ASCE Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol. 101, No. 4, April, 1975, pp. 409~412.
 8. Mesri, G., and Choi, Y. K., "Settlement Analysis of Embankments on Soft Clays", ASCE Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol. 111, No. 4, April, 1985a, pp. 441~464.
 9. Mesri, G., and Choi, Y. K., "The Uniqueness of the End-of-Primary Void Ratio-Effective Stress Relationship", Proc., 11th ICSMFE, San Francisco, California, Vol. 2, 1985b, pp. 587~590.
 10. Onoue, A., "Consolidation by Vertical Drains taking Well Resistance and Smear into Consideration", Soils and Foundations, Vol. 28, No. 4, 1988b, pp. 165~174.
 11. Schiffman, R. L., "One-Dimensional Consolidation of Saturated Clay Layers Nonlinear Finite Strain Primary Consolidation", Press of University of Colorado, Boulder, 1984, pp. 1-1~4-11.
 12. Yoshikuni, H., and Nakanodo, H., "Consolidation of Soils by Vertical Drain Wells with Finite Permeability", Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, 1974, pp. 35~46.
 13. Zeng, G. X., and Xie, K. h., "New Development of the Vertical Drain Theories", Proc., 12th ICSMFE, Rio de Janeiro, Brazil, Vol. 2, 1989, pp. 1435~1438.

(접수일자 : 2003년 11월 7일)