

석탑문화재의 강성과 고유진동수에 관한 연구

Stiffness and Natural Frequency of Stone Masonry Pagoda

이 성 민*

Lee, Sung-Min

손 호 응**

Son, Ho-Woong

이 수 곤***

Lee, Soo-Gon

Abstract

The dynamic behavior of multi-layered stone masonry monuments, such as stone pagoda, are mainly influenced by contour condition of contacting surface of stones. These structures can be modeled as a multi-degrees of freedom system. In this case the mass of the system can be easily estimated, mean while the estimation of stiffness at junction is not simple. In this paper a method for estimating the spring constant at the contacting surface of stone is proposed. The proposed method utilizes the natural frequency of the system which can be obtained by eigenvalue analysis.

요 지

석탑형 구조물의 동적거동은 접합부의 영향을 주로 받는 불연속 다자유도계 모델로 가정할 수 있다. 이 경우 석조 부재의 질량은 비교적 쉽게 파악할 수 있으나 석재 접촉면에서의 스프링상수는 결정하기가 곤란하다. 본 연구에서는 석탑형 구조물을 불연속 다자유도계 모델로 해석을 하는 방법과 고유진동수를 측정된 결과를 이용하여 역으로 스프링상수를 계산하는 방법을 제시하였다. 또한 사례 연구를 통해 측정된 고유진동수를 이용하여 석재와 석재면 사이의 스프링상수를 계산하는 과정을 구체적으로 제시하였다. 본 연구결과는 석탑형 문화재의 동적특성을 파악함으로써 주요 석탑형 문화재의 내진안전성 여부 판단 및 보호대책 수립에 활용할 수 있을 것이며 진동이나 횡력에 대한 구조안전성 평가를 하는 과정에서도 유용할 것으로 기대된다.

Keywords : Stone Masonry Pagoda, Dynamic Characteristics, Natural Frequency

핵심 용어 : 석탑, 동적특성, 고유진동수

* 정회원, 한국건설품질연구원 이사, 공학박사

** 정회원, 배재대학교 토목환경공학과 교수

*** 전임 회장, 전남대학교 건축공학부 명예교수

E-mail : safecity@kcqr.co.kr 031-750-6760

• 본 논문에 대한 토의를 2004년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 2004년 10월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

석탑이나 부도와 같이 주로 치석된 석재를 다층으로 쌓아 올려 구축한 구조물에서는 석재와 석재 사이의 마찰력이 그 동적특성에 가장 큰 영향을 미친다. 석벽돌 적층모델을 이용한 실험으로부터 석벽돌 접촉면의 강성 변화를 연구한 바로는 석벽돌 적층모델의 동적거동에 있어서는 주로 스웨이(swaying)진동과 로킹(rocking)진동의 영향을 받는 것으로 판단되었다.⁽⁷⁾ 석축형구조물은 성돌의 불규칙성이 크고 그 내부가 적심석 또는 토사로 뒹채움 되어 있기 때문에 연속계 모델로 해석을 하는 것이 바람직하며, 홍예형 구조물도 연속계 모델로 해석을 하는 것이 현실적일 것으로 생각된다. 반면 석탑형 구조물은 불연속 다질점계 모델로 가정을 하여 동적해석을 할 수 있다.⁽⁵⁾

이 경우 석조 부재의 질량은 쉽게 파악할 수 있으나, 석재 접촉면에서의 스프링상수는 판단하기가 곤란하다. 석축형 구조물의 동적특성에 관한 연구 및 홍예교량의 동적특성에 관한 연구는 이성민 등에 의해 수행된 바 있다.^{(8),(9)} 연구에서는 석벽돌을 1단부터 12단까지 쌓아 올라가며 고유진동수를 측정하고, 이를 통해 석벽돌 접촉면의 강성의 변화를 검토하였다.⁽⁶⁾ 본 연구에서는 석탑형 구조물을 불연속 다자유도계 모델로 해석하는 방법을 이론적으로 연구하였고, 고유진동수의 측정 결과로부터 역으로 스프링상수를 계산하는 방법을 제시하였다. 또한 사례연구를 통해 측정된 고유진동수를 이용하여 석재와 석재면 사이의 스프링상수를 계산하는 과정을 구체적으로 제시하였다. 석탑의 동적특성에 관한 연구로 김재관 등은 1936년 경상남도 하동군에 발생한 규모5의 지진을 규명하기 위해 쌍계사 오층석탑 실물크기 모델의 지진시험을 실시한 바 있는데,^{(2),(3)} 실험결과에 의하면 쌍계사 오층석탑의 1차 고유진동수는 2.1Hz로 나타났다.

본 연구 결과는 석탑형 문화재의 동적특성을 파악함으로써 주요 석탑형 문화재의 지진에 대한 안전성 여부를 판단하고 더 나아가 보호대책을 세우기 위한 방법을 제시하는 데에 활용될 수 있을 것이며, 진동이나

횡력에 대한 구조안전성 평가를 하는 과정에서도 효과적으로 이용될 것으로 기대된다.

2. 석탑형 구조물의 일반적 구조

대표적인 석탑형 구조물에는 石塔과 浮屠가 있다. 일반적인 석탑은 層塔의 형태로서 基壇部, 塔身部, 相輪部로 구성되며 그 평면은 방형이 가장 많으나 6각, 8각, 원형 탑도 있다. 층수로는 3층에서 13층까지의 기수층을 기본으로 한다. 본 연구의 대상이 될 수 있는 구조물은 불연속계 다질점계 모델로 해석할 수 있는 구조물이기 때문에 석탑이라도 석재를 진돌 모양으로 작게 조각어 쌓은 模塼石塔은 연구대상에 포함되지 않는다. 부도는 승려의 墓塔을 지칭한다. 부도는 일반 불탑으로 통칭하는 方形重層의 석탑과는 달리 기단 위에 단층 탑신을 놓고 屋蓋와 相輪部를 얹은 것으로서 그 평면은 8각형태를 갖는다.⁽¹⁰⁾ 부도의 형식은 層塔形式, 石鐘形式, 石燈形式 등이 있는데, 본 연구에서는 층탑형식만을 다루기로 한다.

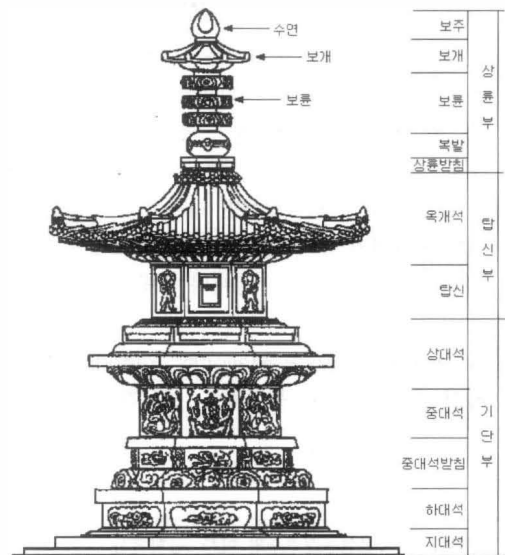


Fig. 1 부도의 구조

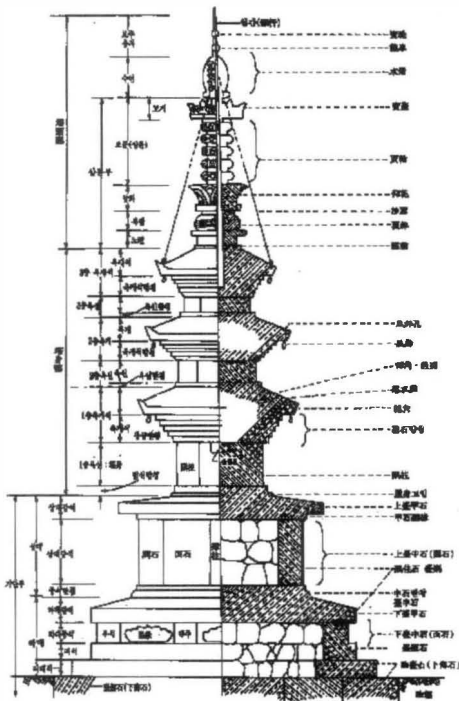


Fig. 3 석탑의 구조⁽¹⁰⁾

3. 석재 접촉면의 응력과 동적 특성

석재의 접촉면은 실제로 평면으로부터 돌출된 일부분만 접촉하게 된다. 이렇게 돌출된 부분을 asperity라 하고, 접촉되는 부분의 합을 실접촉면 A_r 라고 하는데, 마찰에 관련이 되는 면적은 투영 또는 기하학적 접합면 A_a 가 아니고 A_r 이다.(Fig. 3 참고) 실접촉면 A_r 는 마찰의 특성을 반영할 뿐 아니라 동적특성에도 큰 영향을 미친다. 석재면에 하중이 가해지면 asperity 단부에 취성파괴 및 소성흐름이 발생하며 강성이 높아진다.⁽¹¹⁾

석벽돌 적층 모형에 축력을 가한후 응력과 1차 고유진동수의 관계를 연구한 바에 의하면 응력-고유진동수 관계는 Fig. 4과 같이 로그함수의 형태로 나타나는 것으로 나타났다.⁽⁴⁾ 이러한 관계를 고려할 때 석탑구조물은 하부로 갈수록 석재 접촉면의 응력이 커지므로 접촉면의 강성이 증가할 것으로 판단이 되지만, 응력-강성간의 관계에 대한 연구가 아직은 부

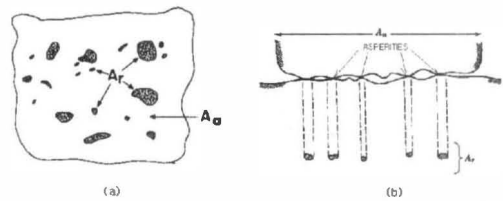


Fig. 2 석재 표면의 돌기(asperity)와 실접촉면⁽¹¹⁾

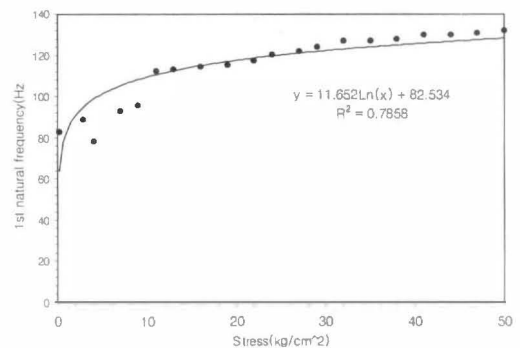


Fig. 4 석벽돌 적층 모형의 응력-고유진동수 관계⁽⁴⁾

족한 관계로 본 연구에서는 응력-강성의 차이는 고려하지 않기로 한다.

4. 연구 대상 석탑의 고유치 해석 방법

우리나라에는 문화재가 아닌 석탑이 무수히 많기 때문에 연구를 위해 석탑을 특별히 제작할 필요는 없었다. 본 연구의 모델이 된 석탑은 서울 근교 행사장에 설치되어 있는 것으로서 모양 및 체원은 Fig. 5와 같고 화강암으로 제작되었으며, 줄눈에는 시멘트 모르타르가 사용되지 않은 상태이다. 석탑의 규모가 작기 때문에 저층부 탑신도 통석으로 이루어져 있다.

대상 석탑 구조물은 Fig. 6과 같이 9 자유도계(9 degree of freedom system)로 해석할 수 있다. 여기서 탑신, 옥신, 옥개석과 같은 석재는 질량(mass)이 되고 각 석재 사이의 접촉면은 스프링이 된다. 이러한 다자유도계의 운동방정식은 식(1)과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.⁽¹⁾

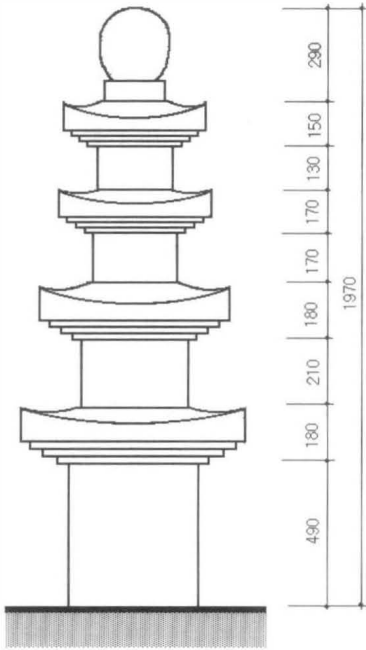


Fig. 5 측정대상 석탑의 제원

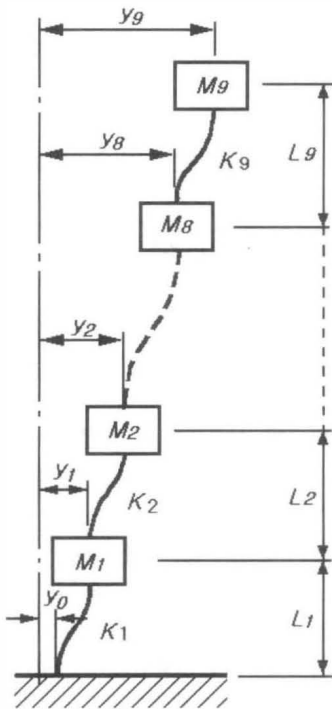


Fig. 6 대상석탑의 자유도 모델

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서 질량행렬 $[M]$ 과 강성행렬 $[K]$ 은 각각 식 (2) 및 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n+k_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

석재 접촉부의 스프링상수는 응력 크기에 따라 변화 하는 것으로 연구된 바 있으나⁽⁴⁾ 본 연구에서는 각 층 석재 접촉부의 스프링상수 및 각 층 석재의 질량밀도는 동일한 것으로 가정하고 진동성분으로는 전단진동만 고려한다. 단위 면적당 스프링상수를 $k(\text{kg/cm}^2/\text{cm})$ 라고 하고, 단위 체적당 질량을 m 이라고 하면 i 층의 스프링상수 K_i 및 질량 M_i 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_i = k \cdot A_i (\text{kg/cm}^2/\text{cm}) \quad (4a)$$

$$M_i = m \cdot V_i (\text{kg}) \quad (4b)$$

여기서 A_i 는 각 층 석재 접촉면의 투영면적, V_i 는 각 층 석재의 부피이다. 대상 석탑에 대해 식(4)를 이용하여 각 층 석재의 강성과 질량을 계산한 결과는 Table 1과 같다.

본 연구사례와 같이 자유도계의 차수가 높을 경우에는 이 다항식의 해를 구하기 위한 고유치 해석을 하기가 매우 복잡하다. 따라서 수학용 프로그램인 'Maple V release 5 student version'을 사용하여 고유치 해석을 수행하였다.

Table 1 대상 진동계 모델의 층별 질량과 스프링상수

구분 \ 층별	1층	2층	3층	4층	5층	6층	7층	8층	9층
$K_i (\times k \text{ kg/cm})$	1600	1600	1225	1225	729	729	441	441	256
$M_i (\times m \text{ kg})$	78400	60430	26340	43410	12390	24480	5730	19260	7420

$$[M] = \begin{bmatrix} 78400 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 60430 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 26340 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 43410 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12390 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24480 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5730 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19260 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7420 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[K] = k \begin{bmatrix} 3200 & -1600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1600 & 2825 & -1225 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1225 & 2450 & -1225 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1225 & 1954 & -729 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -729 & 1458 & -729 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -729 & 1173 & -441 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -441 & 882 & -441 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -441 & 697 & -256 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -256 & 256 \end{bmatrix} \quad (7)$$

본 프로그램은 Canada의 Waterloo Maple사가 제작한 것으로서 미분, 적분, 선형대수학 등 많은 수학적 문제들을 Window 3.1 이상의 환경에서 컴퓨터로 간편하게 해석할 수 있도록 만든 1998년 version이다.⁽⁸⁾ 고유치해석을 통해 계산된 고유진동수를 3차까지만 나타내면 다음과 같다.

$$\omega_1 = 0.043 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5a)$$

$$\omega_2 = 0.085 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5b)$$

$$\omega_3 = 0.136 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5c)$$

5. 진동측정 및 분석

고유진동수 측정과정은 Fig. 7과 같다.

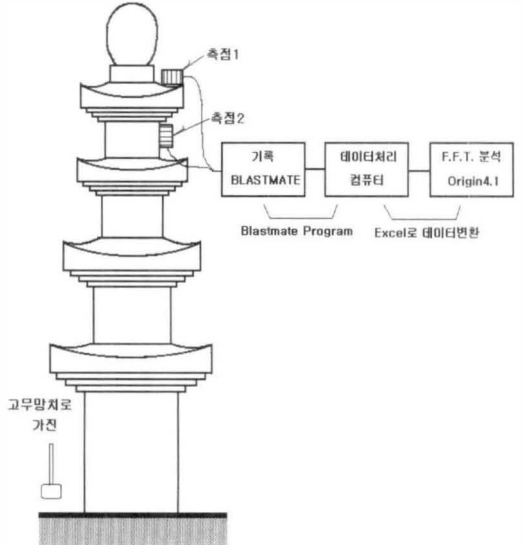


Fig. 7 석탑의 진동측정 및 고유진동수 산정 과정

진동측정장비로는 Blastmate III를 사용하였고, 센서는 상단 탐진석과 옥개석에 설치하였으며 고무망치로 가진을 하였다. 기록자료는 BlastWave Series III-Release: 3.5 및 Microsoft Excel 2000 프로그램을 이용하여 데이터 변환을 한 후 Origin 4.1 프로그램을 이용하여 시간이력곡선 분석과 F.F.T. 분석을 함으로써 고유진동수를 파악하였다.

측정결과 1차 고유진동수는 7.5Hz로 나타났다. Fig. 8와 Fig. 9는 측정점에서 측정된 시간이력곡선 및 진동수 스펙트럼을 보여주고 있다. 1차 고유진동수를 알면 식(5a)를 이용하여 석재 접촉면의 단위면적당 스프링상수를 계산할 수 있다. 이는 20cm(L)×10cm(W)×7cm(T) 크기의 석벽들을 2장부터 12장까지 쌓아 올려가며 고유진동수를 측정하고 스프링상수를 계산한 연구결과(Fig. 10 및 Fig. 11 참조)와 비교할 때 크게 벗어나지 않는 수치임을 알 수 있다.⁽⁷⁾

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{0.043}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 7.5 \text{ (Hz)}$$

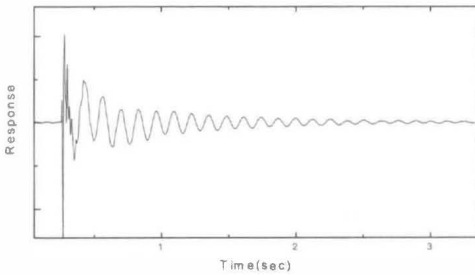


Fig. 8 측정점에서 측정된 시간이력곡선

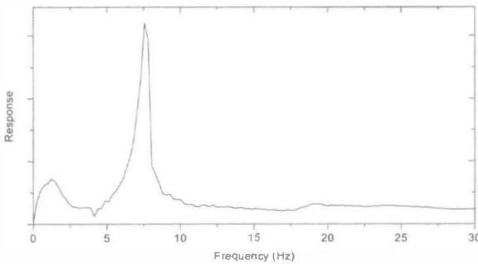


Fig. 9 측정점에서 측정된 진동수 스펙트럼

$$\therefore k = 3.3 \text{ kg/cm}^2/\text{cm} \quad (8)$$

이렇게 단위 면적당 스프링상수를 계산할 수 있으며, 여기에 접촉면에서의 Table 1의 투영면적을 곱하면 각 층의 스프링상수를 추정할 수 있다. 이때 스프링상수는 정지마찰상태에서의 값을 의미한다. 미끄럼이 발생하게 되면 그 속도 및 거리에 따라 마찰계수가 변하게 되기 때문이다.^{(11),(12),(15)}

6. 컴퓨터 모델링에 적용

연구를 위해 대상 석탑은 석재와 석재 사이가 3mm의 끼움부재로 연결된 것으로 가정하였다(Fig. 12). 이는 석재의 돌기(asperity)에 의한 간격(closure)이 약 3mm임을 의미한다. 식(6)에 의해 단위면적당 스프링상수를 구하고 여기에 석재의 접촉면적을 곱하면(Table 1 참고) 석재와 석재사이의 강성 K를 계산할 수 있다.

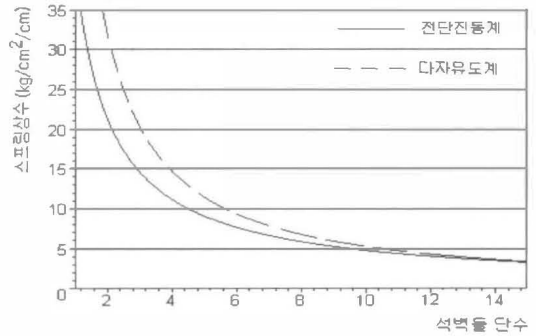


Fig. 10 석벽들을 이용한 실험 결과(마구리방향)⁽⁷⁾

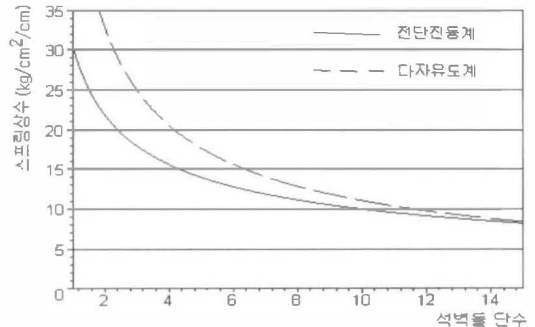


Fig. 11 석벽들을 이용한 실험결과(길이방향)⁽⁷⁾

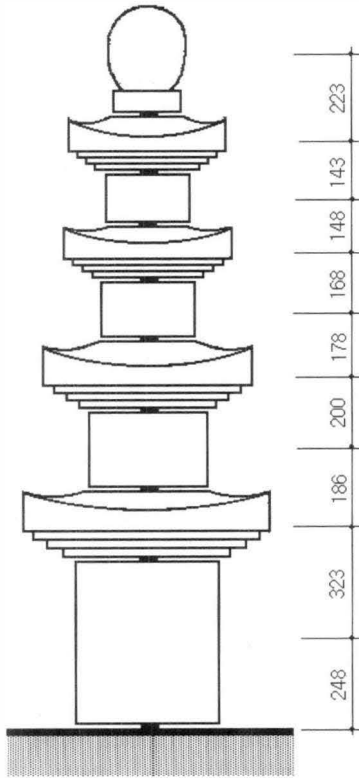


Fig. 12 모델링을 위한 가정

양단이 고정인 기둥의 강성 K 는 식(7)과 같으며, 식(7)을 이용하면 Table 2와 같이 끼움부재 단면의 크기를 구할 수 있다.

$$K_i = \frac{12EI_i}{L_i^3} \quad (7)$$

이때 끼움부재는 정사각형으로, 석재의 비중은 2.6 ton/m³으로 가정하였다. 화강암의 프와송비를 0.23이

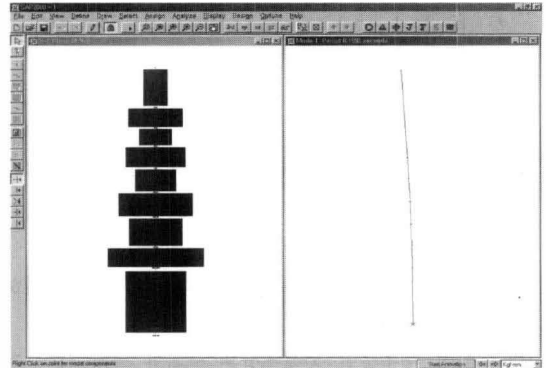


Fig. 13 컴퓨터 모델링 결과

라고 하면 일반적으로 휨탄성계수가 $3.464 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 이므로 진단탄성계수는 $1.408 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 가 된다. 이렇게 계산된 끼움부재의 단면과 이상화한 석탑을 컴퓨터에 입력하여 모델링을 하였으며 그 모양은 Fig. 13과 같다. 이때 프로그램으로는 SAP 2000을 Ver.6.0을 사용하였다. 모델링 결과 고유진동수는 약 6.7Hz로서 측정된 고유진동수 7.5Hz와 약간의 차이가 있으나 그 오차는 크지 않음을 알 수 있다.

본 연구결과를 이용하면 석탑형 구조물의 고유진동수를 측정함으로써 지진이나 진동 등 동적인 외력에 대한 안전성을 판단할 수 있을 뿐 아니라 석재 접촉면의 스프링상수를 추정함으로써 컴퓨터 모델링이나 구조해석 등에도 활용할 수 있을 것이다. 본 연구결과를 실무에 적용하기 위해서는 실측을 통해 석탑형 문화재에 대한 많은 데이터를 수집할 필요가 있을 것이며, 저층 탑신부가 면석과 적심석으로 이루어진 대형 석탑에 대해 스프링상수와 질량을 가정하는 방안도 연구할 필요가 있을 것이다. 또한 접합부에 철물을 사용하는 등 접합 상세에 따라 동적특성이 변할 수 있음을 염두에 두어야 하겠다.

Table 2 대상 진동계 모델의 층별 질량과 스프링상수

구분 \ 층별	1층	2층	3층	4층	5층	6층	7층	8층	9층
K_i (kg/cm)	5.280	5.280	4042.5	4042.5	2405.7	2405.7	1455.3	1455.3	844.8
L_i (cm)	24.8	32.3	18.6	20.0	17.8	16.8	14.8	14.3	22.3
사이부재 단면(cm)	3.9×3.9	4.7×4.7	3.0×3.0	3.1×3.1	2.5×2.5	2.4×2.4	1.9×1.9	1.8×1.8	2.3×2.3

7. 결론

본 연구에서는 석탑형 구조물을 불연속 다자유도계 모델로 해석하는 방법을 이론적으로 연구하였고, 구조물의 고유진동수를 측정된 결과로부터 역으로 스프링 상수를 계산하는 방법을 사례연구를 통해 제시하였으며, 연구결과는 다음과 같다.

- 1) 석탑형 구조물은 불연속계 다자유도 모델로 가정하여 해석을 할 수 있다.
- 2) 석탑형 구조물의 동적특성은 석재와 석재 사이 접촉면의 강성에 크게 영향을 받는데, 이 강성은 다자유도 모델의 고유치 해석결과와 고유진동수 측정 결과를 이용하여 추정할 수 있다.
- 3) 석탑형 구조물의 동적특성의 파악으로 동적 외력에 대한 안전성을 판단할 수 있을 뿐 아니라 석재 접촉면의 스프링상수 추정도 가능하고 따라서 컴퓨터 모델링이나 구조해석 등에도 활용할 수 있을 것이다.
- 4) 앞으로 석재 접촉면의 응력-강성 관계에 대한 연구가 수행되면 응력에 따른 강성의 보정을 통하여 더 정확한 해석이 가능하게 될 것이다.

참고문헌

1. 김광식 역, '기계진동학', 보성출판사, 1993.
2. 김재관, 박찬업, 정충기, 류혁, Kaori Fujita, '쌍계사 오층석탑 실물크기 모델의 지진시험', 한국지진공학회, 1999년도 추계 학술발표대회 논문집.
3. 김재관, 류혁, '쌍계사 오층석탑 실물 크기 모형의 동적 거동 시험', 한국지진공학회논문집, 제5권 제4호, 통권 20호, pp51-56, 2001.
4. 이성민, '축력을 받는 석벽돌 적층모형의 고유진동수', 한국구조물진단학회 2004년도 봄 학술발표논문집.

5. 이성민, '석조문화재의 동적특성에 관한 연구', 전남대학교 박사학위 논문, 2002.
6. 이성민, 김광재, 이수곤, '석벽돌 적층모델의 고유진동수와 접합부의 강성', 한국구조물진단학회 2002년도 봄 학술발표논문집.
7. 이성민, 박현구, 김선우, 이수곤, '석벽돌의 쌓기 단수에 따른 동적특성 변화에 대한 연구', 대한건축학회 논문집, 제17권 제5호, 통권 152호, 2001, 6.
8. 이성민, 박현규, 서만철, 이수곤, '우리나라 홍예교의 동적 구조특성에 관한 연구', 대한건축학회 논문집, 제17권 제8호, 통권 155호, 2001, 9.
9. 이성민, 이중호, 박현구, 이수곤, '석축의 고유진동수에 관한 연구(낙안읍성을 대상으로 하여)', 대한건축학회 1999년도 추계 학술발표대회 논문집.
10. 張起仁, "韓國建築大系, 石造", 普成閣, 1977.
11. Christopher H. Scholz, 'The Mechanics of Earthquakes and Faulting', Cambridge University Press, pp88~89, 1990.
12. Dmitri Pisarenko & Peter Mora, 'Velocity Weakening in a Dynamical Model of Friction', Pure and Appl. Geophys., Vol.143, No.3/4, 1994.
13. K. M. Heal, etc. 'Maple V Learning Guide', Waterloo Maple Inc., Canada, 1998.
14. Lee Sungmin & Lee Soogon, 'Dynamic Characteristics of Ancient Masonry Castle Walls', Proceedings of 2nd International Congress on Studies in Ancient Structures, Vol .1, Turkey, Istanbul, 2001.
15. Terry E. Tullis & John D. Weeks, 'Constitutive Behavior and Stability of Frictional Sliding of Granite', Pure and Appl. Geophys., Vol.124, No.3, Basel, p385, 1986.

(접수일자 : 2004년 5월 12일)