

# 시변시간지연을 가지는 네트워크 기반 시스템의 상태궤환 안정화

論 文  
53D-11-1

## State Feedback Stabilization of Network Based Control Systems with Time-varying Delay

鄭義憲<sup>†</sup> · 徐榮秀<sup>\*</sup> · 李弘熙<sup>\*\*</sup>  
(Eui-Heon Jung · Young-Su Shu · Hong-Hee Lee)

**Abstract** – When investigating a control problem for network based control systems, the main issue is network-induced delay. This delay can degrade the performance of control systems designed without considering the delay and even destabilize the system. In this paper, we consider the stabilization of network based control systems, where there is bounded time-varying delay. This delay is treated like parameter variation of a discrete time system. The state feedback controller design is formulated as linear matrix inequality. Finally, we show that the stability of control systems designed with considering the delay is superior to that is not so.

**Key Words** : Network Based Control Systems, Network-Induced Delay, Bounded Time-Varying Delay, LMI

### 1. 서 론

네트워크 기반 제어시스템(Network Based Control Systems)은 제어기, 제어대상, 스마트센서와 같은 제어장치가 한정된 대역폭을 가지는 네트워크에 연결되어 서로 다른 목적을 수행하는 다수의 제어루프를 가지는 것이 특징이다[1]. 일반적인 네트워크 기반 제어시스템은 그림 1과 같이 나타내어진다.

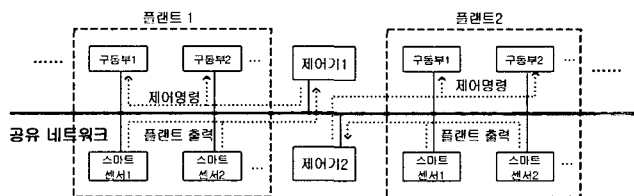


그림 1 일반적인 네트워크 기반 제어시스템  
Fig. 1 A typical networked control system

이러한 구조는 이미 알려진 바와 같이 기존의 점대점 연결방식에 비해 신뢰성, 경제성, 유연성 측면에서 우수하고 유지보수가 용이하지만, 시스템 설계단계에서의 고려사항이 많고 명확한 설계사양 설정에 어려움이 있다. 이러한 시스템에 대한 한정된 네트워크의 대역폭을 효율적으로 사용하고 데이터 전송의 실시간성을 보장하기 위한 스케줄링 알고리즘[2]이 연구되었다. 네트워크에 의한 시간지연이 있는 제어 시스템에 관

한 연구로는, 먼저 시간지연을 시불변으로 취급해 제어기를 설계한[3]을 들 수 있다. 실제 시스템에서의 시간지연은 시변인 경우가 많은데, 시변 시간지연에 관한 연구로는 [4],[5],[6]을 들 수 있다.[4]에서는 제어용 네트워크에 적합한 동적 스케줄링 알고리즘(MEF-TOD: Maximum error first-try once discard)을 제안하고, 이를 적용하였을 경우 시스템의 안정성을 보장할 수 있는 최대허용시간지연범위 (Maximum allowable transfer interval)를 구하였다. 여기서 제어기는 시간지연을 고려하지 않고 설계되는 것으로 가정하였다. [5]와 [6]에서는 네트워크에 의한 시간지연을 제어기 설계 시 명시적으로 고려하였다. [5]에서는 이러한 시간지연이 측정 가능하다는 가정하에 LQG제어기를 제안하였다. [6]에서는 임의의 시간지연에 대한 최대치를 안다는 가정하에 제어기를 제안하였다. 본 논문에서도 [6]과 같이 임의의 시간지연에 대해 최대치를 안다는 가정하에 전체 시스템을 안정화하는 제어기를 제시하고자 한다. 하지만 [6]에서 폐루프 시스템을 연속 또는 이산 시스템으로 가정하고 제어기를 설계하였으나, 본 논문에서는 제어시스템을 이산 시스템으로 나타내고 연속적으로 변하는 네트워크 시간지연을 시변 파라미터로 두어 명시적으로 고려하여 실제 시스템과 동일한 가정 하에 이를 안정화하는 제어기를 제안하고자 한다.

### 2. 시스템 모델링

본 논문에서는 그림 2와 같은 간단한 구조의 네트워크기반 제어시스템을 고려한다. 위 구조에서 제어시스템의 플랜트 상태  $x(t)$ 를 네트워크를 통해 제어기로 보내면, 제어기에서는 제어입력  $u(t)$ 를 계산하여 네트워크를 통해 플랜트로 전송하게 된다. 이러한 경우 시스템의 제어주기는 공유네트워크의 프로토콜과 스케줄링 방법에 의해 결정된다. 본 논문에서는 위 시스템에 대해 [5]에서 고려한 스케줄링 알고리즘을

<sup>†</sup> 교신저자, 學生會員: 蔚山大學 電氣電子情報시스템工學部 博士課程  
E-mail: tao44@orgio.net

<sup>\*</sup> 正 會 員: 蔚山大學 電氣電子情報시스템工學部 副教授

<sup>\*\*</sup> 正 會 員: 蔚山大學 電氣電子情報시스템工學部 教授  
接受日字: 2004年 3月 29日  
最終完了: 2004年 9月 1日

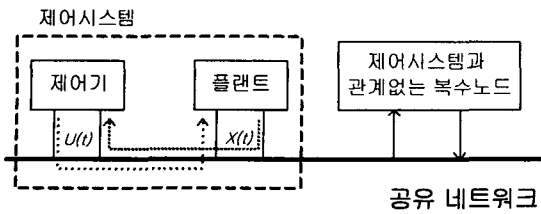


그림 2 네트워크 기반 제어시스템의 구조  
Fig. 2 Structure of Networked Control system

사용하는 경우 제어기 설계기법을 다룬다.

- 플랜트에서 제어기로 보내지는  $x(t)$ 의 값을 가지고 있는 메시지의 우선순위는 미리 설정된 범위 내에서  $x(t)$ 의 변화가 클수록 높게 설정된다. (Maximum error first rule)
- $x(t)$ 의 값을 가지고 있는 메시지는 전송실패 시 새로운  $x(t)$  값을 갖는다. (Try-once-discard rule)

위와 같은 스케줄링 알고리즘을 사용하면 제어시스템과 관계없는 복수노드에서 발생하는 트래픽을 처리할 수 있는 반면, 메시지의 전송시간이 일정하지 않아 명시적으로 시스템의 안정성을 보장하는 제어기설계에 어려움이 있다. 동적 스케줄링을 사용하였을 때 메시지 전송에 대한 타이밍도는 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

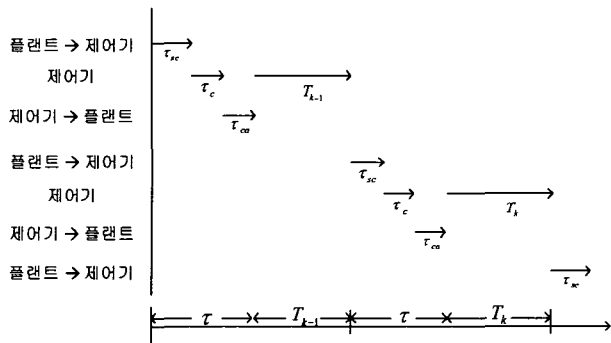


그림 3 메시지 전송 타이밍도  
Fig. 3 Timing diagram of messages transmission

플랜트에서 제어기로 실제로 메시지가 전송되는데 걸리는 시간  $\tau_{sc}$ 과 제어기에서 플랜트로 실제로 메시지가 전송되는데 걸리는 시간  $\tau_{\omega}$  그리고 제어입력 계산시간  $\tau_c$ 은 일정하다고 가정하고, 그 합을  $\tau$ 로 나타낸다. 제어기에서 플랜트로 보내는 메시지의 우선순위는 최상위로 두어, 지연없이 전송된다고 가정한다. 그림 3에서  $T_{k-1}$ 은 다른 트래픽의 우선순위에 밀려 플랜트에서 제어기로 메시지를 전송하지 못하는 시간을 나타낸다. 이 시간은 보내는 메시지의 우선순위 및 네트워크의 정체 정도에 의존하여 시변으로 생각할 수 있다. 본 논문에서는  $T_{k-1}$ 의 변화는 범위가 알려져 있는 시변 파라미터로 모델링한다.

본 논문에서의 가정을 정리하면 다음과 같다.

가정1. 플랜트의 모든 상태는 관측가능하다.

가정2. 단일 페루프에 대한 제어정보의 전송시간( $\tau_{sc}$ ,  $\tau_{\omega}$ )과 계산시간( $\tau_c$ )의 합( $\tau$ )은 일정하다.

가정3. 제어입력에 대한 메시지 그룹은 센서 또는 기타 메시지 그룹보다 높은 우선순위를 갖는다.

가정4. 계산시간( $\tau_c$ )는 제어정보의 전송시간( $\tau_{sc}$ ,  $\tau_{\omega}$ )에 비교하여 짧고 모든 페루프에서 일정하며 이 시간 동안 채널을 사용하는 노드는 없다.

가정5. 전송대기시간( $T_k$ )은 시변이고, 그 범위가 다음과 같이 알려져 있다.

$$T_{\min} \leq T_k \leq T_{\max}$$

그림 2의 플랜트는 다음 식(1)과 같은 선형 시불변 시스템이라고 가정한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1}$$

여기서,  $x \in R^n$ 는 시스템의 상태이고  $u \in R^m$ 는 제어입력을 나타낸다.

네트워크 기반 제어시스템에서는 샘플링 된 값이 제어기로 전송되기 때문에 다음과 같은 이산시스템으로 나타낼 수 있다.

$$x_{k+1} = \exp(A(T_k + \tau))x_k + \int_0^{T_k} \exp(A\tau)Bdu_k + \exp(AT_k) \int_0^{\tau} \exp(A\tau)Bdu_{k-1} \tag{2}$$

만약에  $T_k$ 가 시변이 아니면, 위 시스템은 샘플링 주기가  $\tau + T_k$ 이고, 입력시간지연이  $\tau$ 만큼 있는 시스템을 샘플링한 시불변 이산시스템이 되고, 이에 대한 제어기 설계방법은 잘 알려져 있다[9]. 본 논문에서는  $T_k$ 가 시변이기 때문에 일반적인 시불변 이산시스템의 이론이 그대로 사용될 수 없으므로, 새로운 상태변수  $z_k$ 를 다음과 같이 정의하여

$$z_k \equiv \begin{bmatrix} x_k \\ u_{k-1} \end{bmatrix} \in R^{n+m} \tag{3}$$

식 (2)를 다음과 같이 변형하였다.

$$z_{k+1} = F(T_k)z_k + G(T_k)u_k \tag{4}$$

여기서,

$$F(T_k) \equiv \begin{bmatrix} \exp(A(T_k + \tau)) & \exp(AT_k) \int_0^{\tau} \exp(A\tau)Bd\tau \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(T_k) \equiv \begin{bmatrix} \int_0^{T_k} \exp(A\tau)Bd\tau \\ I \end{bmatrix}$$

사용되는 제어기는 다음과 같이 확장된 상태  $z_k$ 를 상태계

환하는 형태를 가진다.

$$u_k = Kz_k \quad (5)$$

여기서,  $K \in R^{m \times (m+n)}$ 는 상태궤환 제어이득을 나타낸다.

### 3. 상태궤환제어기 설계

시스템(4)와 식(5)의 상태궤환 제어기로 이루어지는 페루프 시스템은 다음과 같다,

$$z_{k+1} = (F(T_k) + G(T_k))z_k$$

표준적인 Lyapunov 정리를 적용하면, 페루프 시스템의 안정화조건은 다음과 같다.

**보조정리 1 :**  $T_{\min} \leq T_k \leq T_{\max}$ 을 만족하는 모든  $T$ 에 대해서 식(6)을 만족하는  $P = P' > 0$ 가 존재하면 식(4),(5)로 이루어지는 페루프 시스템은 안정하다.

$$(F(T) + G(T)K)' P (F(T) + G(T)K) - P < 0 \quad (6)$$

보조정리 1의 안정화조건 (6)을 만족하는  $P$ 를 찾는 문제는 식(7)에서 나타내어지는 LMI(Linear Matrix Inequality)로 바꾸어 해의 존재성 문제(feasibility problem)를 풀면 시스템을 안정하게 만드는 상태궤환 이득  $K = ZX^{-1} \in R^{m \times (m+n)}$ 를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -X & X'F(T) + Z'G(T) \\ F(T)X + G(T)Z & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

여기서,  $P^{-1} \equiv X = X' \in R^{(m+n)} > 0$ ,  $X \equiv KX \in R^{m \times (m+n)}$ .

하지만, 이 경우 무한개의 LMI ( $T_{\min} \leq T_k \leq T_{\max}$ 를 만족하는 모든  $T$ 에 대해서 (6)을 만족하는지 확인해야 됨)를 풀어야 되기 때문에, 그 해를 구하기가 용이하지 않다.

따라서, 본 논문에서는 시스템(4)의 전송대기시간이  $T_{\min} \leq T_k \leq T_{\max}$ 의 범위 내에서 변한다는 가정 하에서 식(7)을 변형하여 시스템을 안정화시킬 수 있는 상태궤환 제어이득  $K$ 를 구할 수 있는 LMI를 유도한다. 식(7)에서  $T$ 의 변화범위의 중간값을  $T_{nom} = \frac{T_{\min} + T_{\max}}{2}$ 으로 두고,  $\Delta F$ ,  $\Delta G$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta F(T) = F(T) - F(T_{nom}) = \begin{bmatrix} \Phi & \Phi \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $\Phi \equiv \exp(A(T - T_{nom})) - I$ ,

$$F(T_{nom}) \equiv \begin{bmatrix} \exp(A(T_{nom} + t)) & \exp(AT_{nom}) \int_0^t \exp(As) B ds \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta G(T) = G(T) - G(T_{nom}) \equiv \begin{bmatrix} \int_{T_{nom}}^T \exp(As) B ds \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

식 (8),(9)의 관계를 보조정리 1에 적용하면, 안정화조건 (6)은 아래 식(10)과 같이 변형된다.

$$\begin{bmatrix} (F(T_{nom}) + \Delta F(T) + (G(T_{nom}) + \Delta G(T))K)' P \\ (F(T_{nom}) + \Delta F(T) + (G(T_{nom}) + \Delta G(T))K) - P < 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

즉,  $F(T)$ ,  $G(T)$ 를 알려져 있는 상수값  $F(T_{nom})$ ,  $G(T_{nom})$ 와 변화하는 값  $\Delta F(T)$ ,  $\Delta G(T)$ ,로 나누어 표현하였다. 본 논문의 핵심 아이디어는  $T$ 의 변화에 대한  $\Delta F(T)$  및  $\Delta G(T)$ 의 크기 상한(upper bound)을 구하고, 이를 이용하여 식(10)의 충분조건을 구하는 것이다. 구해진 충분조건이 조건(10)과 비슷하려면,  $\Delta F(T)$  및  $\Delta G(T)$ 의 구조를 이용해 상한을 구하는 것이 바람직하다. 다음 보조정리 2에서는  $\Delta F(T)$  및  $\Delta G(T)$ 가 하나의 행렬  $\Delta(T)$ 로 연결될 수 있음을 보인다.

**보조정리 2 :**  $\Delta(T)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Delta(T) \equiv [I_{(n)} \ 0_{(n \times m)}] \left\{ \exp \left( \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (T - T_{nom}) \right) - \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right\} \quad (11)$$

(11)을 이용하면,  $\Delta F(T)$ ,  $\Delta G(T)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta F(T) = \begin{bmatrix} I_{(n)} \\ 0_{(m \times n)} \end{bmatrix} \Delta(T) F(T_{nom}) \quad (12)$$

$$\Delta G(T) = \begin{bmatrix} I_{(n)} \\ 0_{(m \times n)} \end{bmatrix} \exp(AT_{nom}) \Delta(T) \begin{bmatrix} 0_{(n \times m)} \\ I_{(m)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

증명 : 다음 관계를 이용하면[10],

$$\exp \left( \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} t \right) = \begin{bmatrix} \exp(At) & \int_0^t \exp(As) B ds \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (14)$$

식(11)에서 정의된  $\Delta(T)$ 는 다음과 같다.

$$\Delta(T) = \left[ \exp(A(T - T_{nom})) - I \int_0^{T - T_{nom}} \exp(As) B ds \right] \quad (15)$$

위 관계를 식(12),(13)에 대입하면, 식(8),(9)와 일치하는 것을 보일 수 있다.  $\Delta F(T)$  및  $\Delta G(T)$ 의  $T$ 의 변화에 따른 크기의 상한은,  $\Delta(T)$ 의 크기의 상한을 구하면 얻을 수 있다.  $\Delta(T)$ 의 크기를 다음의 부등식을 만족하는 상한행렬  $Q = Q' \in R^{(m+n)} > 0$ 로 나타낸다.

$$\Delta(T)' \Delta(T) \leq Q, \quad T_{\min} \leq T \leq T_{\max} \quad (16)$$

되도록 작은  $Q$ 를 찾는 문제를 풀기 위해 다음과 같은 알고리즘을 제시한다.

(i) 다음을 만족하는  $\alpha$  및  $Q$ 를 구한다.

Minimize  $\alpha$  subject to

$$\begin{aligned} 0 < Q = Q' < \alpha I \\ \Delta(T_{\min})' \Delta(T_{\min}) \leq Q \\ \Delta(T_{nom})' \Delta(T_{nom}) \leq Q \\ \Delta(T_{\max})' \Delta(T_{\max}) \leq Q \end{aligned} \quad (17)$$

(ii) (i) 단계에서 구한  $Q$ 가 식(16)을 만족하는지 확인하고, 만족하지 않으면  $Q$ 에 (16)을 만족하는 최소한의 양의 실수를 곱한다.

제시된 알고리즘은 식(16)을 만족하는 되도록 작은  $Q$ 를 찾는 문제를 해결하는 준최적화(suboptimal) 알고리즘이라고 할 수 있다. 식(17)은 표준적인 LMI문제로서 Matlab LMI Toolbox 등으로 쉽게 해결할 수 있다.

위와 같은 과정을 통한 상태회환 제어기 설계방법을 간단히 정리하면 다음과 같다.

**정리 1.** 시스템(4)와 상태회환 제어기(5)로 이루어지는 폐루프 시스템에 대해 다음과 같은 LMI를 만족하는

$$X = X' \in R^{(m+n) \times (m+n)} > 0,$$

$$Z = KX \in R^{m \times (m+n)}, \exists \epsilon_1, \epsilon_2 > 0 \text{가}$$

존재하면, 전체 시스템을 안정화시킬 수 있는 제어기이다.

$$\begin{bmatrix} -X & XF_0' + Z'G_0' & XF_0' & Z[0_{(m \times n)} \ I_{(n)}] \\ F_0X + G_0Z & -X + \begin{bmatrix} \epsilon_1 I_{(n)} + \epsilon_2 E & 0_{(n \times m)} \\ 0_{(m \times n)} & 0_{(m)} \end{bmatrix} & 0_{(m+n)} & 0_{(m \times n)} \\ F_0X & 0_{(m+n)} & -\epsilon_1 Q^{-1} & 0_{(m+n)} \\ \begin{bmatrix} 0_{(n \times m)} \\ I_{(m)} \end{bmatrix} Z & 0_{(m+n)} & 0_{(m+n)} & -\epsilon_2 Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (18)$$

여기서,

$$E = \exp(AT_{nom}) \exp(AT_{nom})', \Delta' \Delta \leq Q \in R^{(m+n)}.$$

증명: 안정화조건 (10)을 LMI로 바꾸면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -X & X(F_0 + \Delta F(T))' + Z'(G_0 + \Delta G(T))' \\ (F_0 + \Delta F(T))X + (G_0 + \Delta G(T))Z & -X \end{bmatrix} \\ & = F_1 + \begin{bmatrix} 0 & X \Delta F(T)' \\ \Delta F(T)X & 0 \end{bmatrix} = F_1 + T' \Delta(T)' S' + S \Delta(T) T < 0. \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} F_0 & \equiv F(T_{nom}), \quad S \equiv \begin{bmatrix} 0_{(m+n)} \\ I_{(m+n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{(n)} \\ 0_{(m+n)} \end{bmatrix}, \quad T \equiv F_0 [X_{(m+n)} \ 0_{(m+n)}], \\ F_1 & \equiv \begin{bmatrix} -X & X(F_0 + \Delta F(T))' + Z'G(T)' \\ (F_0 + \Delta F(T))X + G(T)Z & -X \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

위 식에서 모르는  $\Delta(T)$ 를 소거하기 위해 아래 보조정리3을 이용한다.

**보조정리3:** 만약,  $\Delta' \Delta \leq Q$  이면,  $\forall \epsilon > 0$ 에 대해 다음 부등식이 성립한다.

$$SAT + T' \Delta' S' \leq \epsilon SS' + \frac{1}{\epsilon} T' Q T \quad (20)$$

보조정리3과 Schur's complement를 이용하여 식(19)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -X & XF_0' + Z'G' & XF_0' \\ F_0X + GZ & -X + \begin{bmatrix} \epsilon_1 I_n & 0_{(n \times m)} \\ 0_{(m \times n)} & 0_{(m)} \end{bmatrix} & 0_{(m+n)} \\ F_0X & 0_{(m+n)} & -\epsilon_1 Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

위 식에서  $\Delta G(T)$ 를 고려하면 다음 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_2 + \begin{bmatrix} 0 & Z' \Delta G(T)' & 0 \\ \Delta G(T)Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = F_2 + T_1' \Delta(T)' S_1' + S_1 \Delta(T) T_1 < 0. \quad (22)$$

여기서,

$$F_2 \equiv \begin{bmatrix} -X & XF_0' + Z'G_0' & XF_0' \\ F_0X + G_0Z & -X + \begin{bmatrix} \epsilon_1 I_n & 0_{(n \times m)} \\ 0_{(m \times n)} & 0_{(m)} \end{bmatrix} & 0_{(m+n)} \\ F_0X & 0_{(m+n)} & -\epsilon_1 Q^{-1} \end{bmatrix}$$

$$S_1 \equiv \begin{bmatrix} 0_{(m+n)} \\ I_{(m+n)} \\ 0_{(m+n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{(n)} \\ 0_{(m \times n)} \end{bmatrix} \exp(AT_{nom}),$$

$$T_1 \equiv \begin{bmatrix} I_{(n)} \\ 0_{(m \times n)} \end{bmatrix} [Z \ 0_{(m+n)} \ 0_{(m+n)}].$$

위 식(22)는 보조정리 3과 Schur's complement를 이용하여 정리하면 식(18)을 얻을 수 있다.

#### 4. 시뮬레이션

본 논문에서 제안된 상태회환 제어기 설계기법의 타당성을 검증하기 위해 식(23)에 나타낸 임의의 시스템에 대한 레귤레이션 문제(regulation problem)를 고려하기로 한다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0 \end{bmatrix} u(t). \quad (23)$$

시스템(23)의 시뮬레이션 조건은 다음과 같다.

- 상태변수의 초기값은  $x(0) = [1 \ 0]'$ 이다.
- 전송대기시간 ( $T_k$ )은  $0 \leq T_k \leq T_{max}$  사이에서 임의로 변한다.
- $T_{max} = 400ms$ 이다.

우선, 전송대기시간을 고려하지 않고 제어기를 설계할 경우

식(7)을 이용하여 제어이득 K를 구하면 다음과 같다.

$$K = [-31.8698 \quad 53.0633 \quad -0.1947].$$

이를 이용하여 페루프 시스템을 구성하고 주어진 전송대기 시간 ( $T_k$ )의 범위 내에서 페루프 시스템의 안정도를 점검하기 위해  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$ 를 구해보면 그림4에서 보여지는 바와 같이 전송대기시간이 360ms보다 커지면 페루프 시스템이 불안정해짐을 알 수 있다.

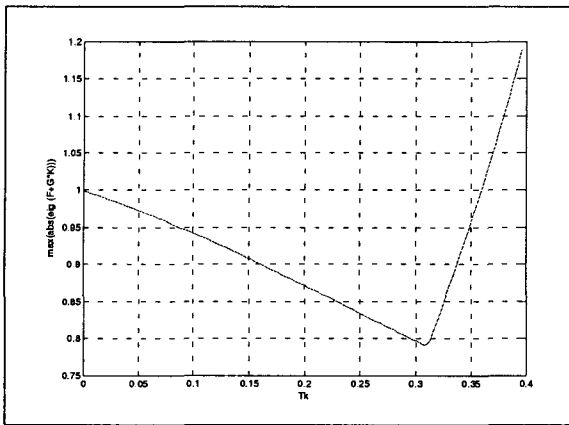


그림 4  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$   
 Fig. 4  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$

다음으로, 제안된 설계기법으로 제어이득을 구하기 위해 식(17)을 이용하여 상한행렬 Q를 계산하면 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.4425 & -0.0584 & 0.0021 \\ -0.0584 & 0.4938 & -0.0016 \\ 0.0021 & -0.0016 & 0.3992 \end{bmatrix}.$$

구해진 Q가 식(16)을 만족하는지의 여부를 확인하기 위해  $\min(\text{dig}(Q - \Delta(T_k) \Delta(T_k)))$ 를 구해보면 아래 그림5에서 보여지는 바와 같이 만족함을 알 수 있다.

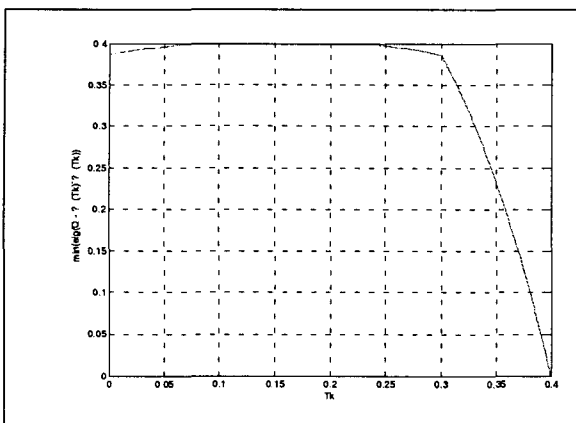


그림 5  $\min(\text{dig}(Q - \Delta(T_k) \Delta(T_k)))$   
 Fig. 5  $\min(\text{dig}(Q - \Delta(T_k) \Delta(T_k)))$

위에서 구한 상한행렬 Q와 제안된 안정화조건(18)을 이용하여 제어이득 K를 구하면 다음과 같다.

$$K = [-31.8678 \quad 59.3720 \quad -0.0110].$$

이를 이용하여 페루프 시스템을 구성하고 주어진 전송대기 시간 ( $T_k$ )의 범위 내에서 페루프 시스템의 안정도를 점검하기 위해  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$ 를 구해보면 그림6에서 보여지는 바와 같이 주어진 범위 내에서 페루프 시스템이 안정함을 알 수 있다.

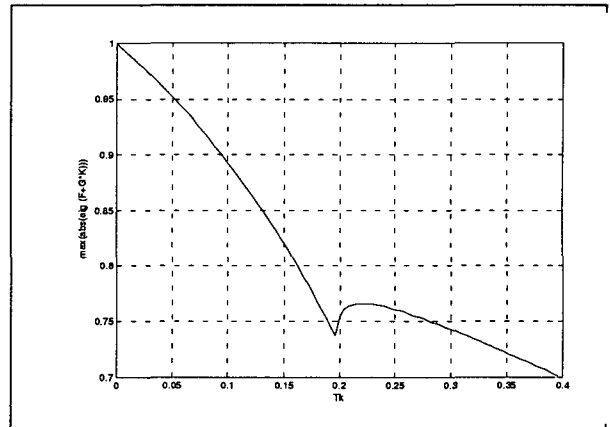


그림 6  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$   
 Fig. 6  $\max(\text{abs}(\text{eig}(F(T_k) + G(T_k)K)))$

### 5. 결 론

본 논문에서는 제어입력이 네트워크를 통해 전송되는 네트워크 기반 제어시스템의 상태궤환 제어기 설계기법에 대해 논하였다. 이러한 시스템의 경우 제어입력은 네트워크의 트래픽 상황에 따라 전송지연이 가변적이므로 제어기 설계 시 이를 고려하지 않으면 제어 목적을 달성할 수 없게 된다. 본 논문에서는 시스템 모델링 시 적용성을 고려하여 디지털제어 시스템에 대해 이러한 입력 시지연을 시스템의 가변 샘플링 시간 형태로 고려하였다. 또한 제어기설계 시 시스템의 안정화 문제를 선형행렬부등식(LMI(Linear Matrix Inequality))에 대한 해의 존재성 문제(feasibility problem)로 바꾸어 얻어진 일반적인 결과인 LMI(7)을 제어입력의 시변 전송지연을 포함하는 LMI(18)로 변형하였다. 얻어진 결과의 타당성을 검증하기 위해 전송지연을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우, 계산된 제어기를 이용해 페루프 시스템의 안정도를 점검하여 논문에서 얻어진 LMI의 타당성을 입증하였다.

### 감사의 글

본 연구는 울산대학교와 한국과학재단 지정 울산대학교네트워크 기반 자동화연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

[1] W. Zhang, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of networked control systems," *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 1, pp. 84-99, 2001.

[2] 김옥현, 홍승호, "발전설비 분산제어 시스템에서 CAN 구축 기술 연구", *대한전기학 회논문지*, 제48권, 제6호, pp. 760-772, 6. 1999. 1988.

[3] J. K. Yook, D. M. Tilbury, and N. R. Soparkar, "A design methodology for distributed control systems," *Int. J. Contr.*, Vol. 74, No. 1, pp. 58-76, 2001.

[4] J. Nilsson, B. Bernhardsson, and B. Wittenmark, "Stochastic analysis and control of real-time system with random time delay," *Automatica*, Vol. 34, No. 1, pp. 57-64 1998.

[5] G. C. Walsh, H. Ye, "Scheduling of networked control systems," *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 1, pp. 55-65, 2001.

[6] D. S. Kim, Y. S. Lee, W. H. Kwon, and H. S. Park, "Maximum allowable delay bounds of networked control systems," *Control Engineering Practice*, Vol. 11, No. 1, pp. 1031-1313, 2003.

[7] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Philadelphia, SIAM, 1994.

[8] Wolfhard Lawrenz, *CAN System Engineering From Theory to Practical Application*, Springer, 1997.

[9] K. Astrom, B. Wittenmark, *Computer-Controlled Systems*, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice-Hall, 1990.

[10] C. F. Van Loan, "Computing Integral Involving the Matrix Exponential," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 23, No. 3, pp. 395-404, 1978.

저 자 소 개



정 의 헌(鄭義憲)

1973년 1월 10일생. 1999년 울산대 제어계측공학과 졸업. 2001년 동 대학원 제어계측공과 졸업(석사). 현재 동 대학원 제어계측공학과 박사과정.



서 영 수(徐榮秀)

1967년 10월 6일생. 1990년 서울대 공대 제어계측과 졸업. 1992년 동 대학원 제어계측과 졸업(석사). 1997년 동경대학교 계측공학과 졸업(공학박). 2000~현재 울산대학교 전기전자정보시스템공학부 부교수



이 흥 희(李弘熙)

1957년 10월 15일생. 1980년 서울대 전기공학과 졸업. 1982년 동 대학원 적기공학과 졸업(공학 석사). 1990년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1994년~1995년 Texas A & M 방문교수. 현재 울산대 전기전자정보시스템공학부 교수.