

논문 2004-41TC-12-17

유전체가 다층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로 해석

(Analysis of a Parallel-Two-Wire Transmission Line Coated with Multi-layer Dielectric Material)

천 동 완*, 김 원 기*, 신 철 재*

(Dong-Wan Chun, Won-Ki Kim, and Chull-Chai Shin)

요 약

본 논문에서는 등각사상 법을 이용해 유전체가 다층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로의 특성임피던스 및 유효 유전상수 등을 계산하는 방법을 제안하였다. 먼저 두께 및 유전상수가 다른 유전체가 임의의 N 층으로 코팅되었을 때 평행 2선식 전송선로의 정전용량을 계산하였으며, 이를 이용해 임피던스 및 유효 유전상수 등을 계산하였다. Ansoft 사의 Maxwell 2D를 이용한 시뮬레이션 결과와 비교하였을 때, 계산 결과가 오차범위 4% 이내로 거의 일치함을 알 수 있었다.

Abstract

In this paper, we proposed the method of the characteristic impedance and effective dielectric constant calculations of a parallel-two-wire transmission line coated with multi-layer dielectric material using conformal mapping method. First of all, we calculated the capacitance of the transmission line when coated by N layer dielectric material which has different thickness and dielectric constant and calculated the characteristic impedance and effective dielectric constant using calculated capacitances. When compared with the Maxwell 2D (made by Ansoft Corporation) simulation result, calculated result was very similar to the simulation result within the four percent error range.

Keywords : Two-wire transmission line, Multi-layer dielectric coating, Conformal mapping

I. 서 론

단일 층으로 코팅된 평행 2 선식 전송선로의 정전용량 계산에 관한 연구가 많이 진행되어왔다. 먼저 두 선로 중심도체의 반지름이 같고 코팅된 유전체의 두께가 같은 경우에 대해 MoM(Method of Moment)을 기초로 한 수치 해석적 연구가 수행되었다^[1,2]. 다음으로 두 선로 중심도체의 반지름 및 유전체 두께가 다른 경우에 대해서 등각사상 법을 이용해 선로의 구조를 정전용량을 계산하기 용이한 형태로 변환한 다음 계산을 수행하는 연구가 진행되었다^[3,4]. 그러나 두 층 이상으로 코팅된 평행 2선식 전송선로에 대한 해석은 이루어지지 않

은 상태이다. 따라서 본 논문에서는 유전체가 임의의 N 층으로 코팅 된 전송선로의 정전용량을 등각사상 법을 이용해 계산하고, 이를 이용해 특성 임피던스 및 유효 유전상수와 같은 선로 파라미터들을 계산하였다.

먼저 N 층으로 코팅된 평행 2선식 전송 선로를 사상 함수를 이용해 $2N+2$ 층을 갖는 평행 판 커패시터의 형태로 사상을 하였다. 사상된 평행 판 사이의 유전체 층들의 경계 면이 곡면을 이루기 때문에, 일단 곡면을 미세한 부분으로 잘라서 자른 한 부분의 정전용량을 먼저 계산하고, 전체 정전용량은 미세하게 자른 부분의 정전용량 값을 적분하여 계산하였다. 계산된 정전용량을 이용해 선로의 특성 임피던스 및 유효 유전상수를 계산하였다. 검증을 위해 두 층 및 세 층으로 코팅된 평행 2선식 선로를 선택하여, 유전체의 두께 및 유전상수 등을 여러 가지로 변화시켜가며 정전용량을 계산하고, FEM으로 해석하는 Ansoft 사의 Maxwell 2D의 electro-

정희원, 아주대학교 전자공학과
(Dept. of Electrical and Computer Engineering,
Ajou University)
접수일자: 2004년7월26일, 수정완료일: 2004년12월7일

static solver를 이용해 시뮬레이션 하여 두 결과를 비교하였다.

II. 구조 및 해석방법

유전체가 다층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로 구조를 $w = u + jv$ 로 이루어진 복소평면 w 평면에 나타내면 그림 1. (a) 와 같다. 먼저 두 선로의 중심도체의 반지름 및 각각 코팅된 유전체의 두께, 유전상수 등이 모두 같다고 가정하였다. 그림 1. (a) 에서 R 은 두 중심도체 선의 반지름, D 는 두 선의 중심점 사이의 거리, $\Delta_1, \dots, \Delta_N$ 은 코팅된 각각의 유전체의 두께,

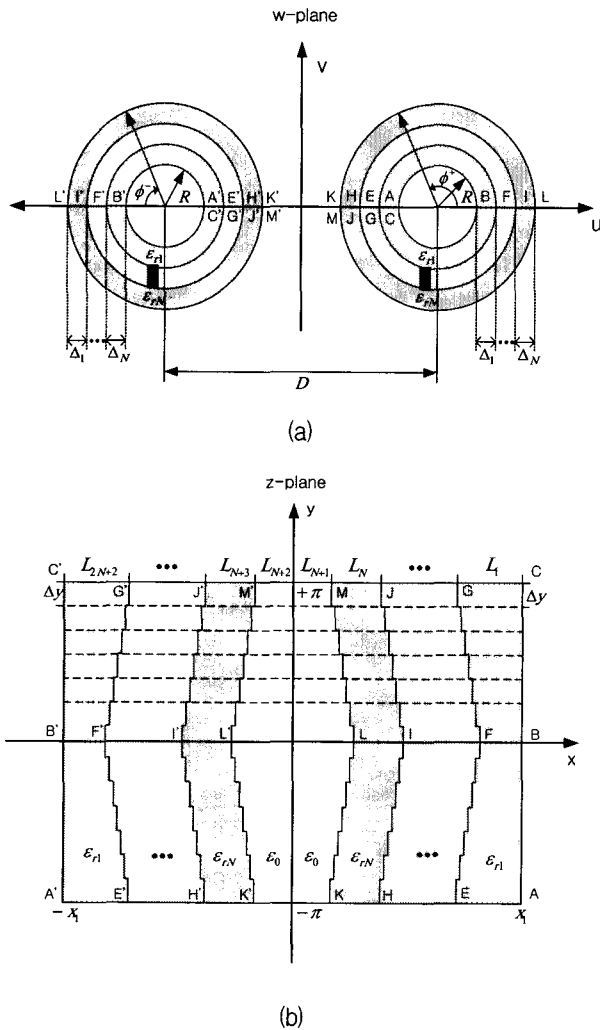


그림 1. (a) w 평면에 나타난 유전체가 다층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로 구조
 (b) z 평면에 나타난 (a) 구조의 등각사상
 Fig 1. (a) Parallel-two-wire transmission line structure coated with multi-layer dielectric material in w plane (b) Conformal transformation of (a) structure in z plane

$\epsilon_{r1}, \dots, \epsilon_{rN}$ 은 각각의 유전체의 유전상수, ϕ^-, ϕ^+ 는 원통을 이루는 각을 나타낸다.

그림 1. (a) 의 구조로부터 직접 전송선로 파라미터들을 계산하는 것은 쉽지가 않다. 따라서 적절한 등각 사상함수를 이용한 계산하기 용이한 구조로의 변환이 필요하다. 본 논문에서는 식 (1), (2) 와 같은 사상함수를 이용하여 구조를 변환하였다^[3-5].

$$w = \sinh x_1 \coth z/2 \tag{1}$$

$$z = \ln \frac{w + \sinh x_1}{w - \sinh x_1} \tag{2}$$

그림 1. (a), (b) 에서 w 평면 및 z 평면은 식 (1), (2) 에 의해서 1 대 1 대응을 이룬다. 먼저 계산을 용이하게 하기 위해서 반지름 R 을 1로 정규화 시키면 w 평면에서 우측 선의 중심점은 $\cosh x_1$, 좌측 선의 중심점은 $-\cosh x_1$ 과 대응된다. 따라서 z 평면에서 미지수 x_1 은 거리 D 로부터 계산이 가능하다. 그리고 w 평면에서 중심도체 선을 나타내는 ABC 로 이루어진 원은 z 평면에서 ABC 로 이루어진 $-\pi$ 부터 π 까지의 직선과 대응된다. 마찬가지로 w 평면에서 첫 번째로 코팅된 유전체 층을 나타내는 EFG 로 이루어진 원은 z 평면에서 EFG 로 이루어진 곡면과 대응된다. 또한 w 평면에서 HIJ 로 이루어진 원은 z 평면에서 HIJ 로 이루어진 곡면과 대응된다. 즉 맨 위층에 코팅된 유전체 층까지 계속 중첩된 곡면으로 대응되며 마지막으로 유전체 외부 공간에 해당하는 공기부분은 z 평면에서 ϵ_0 로 표시된 영역과 대응된다. 그리고 좌측 선 또한 이와 같은 방식으로 대응된다. 우측 선에 대해서 식 (2)를 구체적으로 나타내면 식 (3)과 같다. 여기서 Δ_n 은 n 번째 유전체 층의 두께이며, $\cosh x_1$ 은 중심점 좌표, $e^{j\phi^+}$ 는 중심도체 선과 첫 번째 유전체 층 사이의 경계면, $\Delta_n e^{j\phi^+}$ 는 n 번째 유전체 층과 $n+1$ 번째 유전체 층 사이의 경계 면을 나타낸다. 마찬가지로 좌측 선에 대해서 식 (2)를 구체적으로 나타내면 식 (4) 와 같다.

$$z = x + jy$$

$$= \ln \frac{\cosh x_1 + \sinh x_1 + (1 + \Delta_n) e^{j\phi^+}}{\cosh x_1 - \sinh x_1 + (1 + \Delta_n) e^{j\phi^+}} \tag{3}$$

$$(-\pi \leq \phi^+ \leq \pi)$$

$$z = x + jy$$

$$= \ln \frac{-\cosh x_1 + \sinh x_1 + (1 + \Delta_n)e^{j\phi}}{-\cosh x_1 - \sinh x_1 + (1 + \Delta_n)e^{j\phi}} \quad (4)$$

$$(0 \leq \phi \leq 2\pi)$$

z 평면으로부터 $-\pi \leq y \leq \pi$ 에서 $-x_1 + jy$ 및 $x_1 + jy$ 가 두 중심 도체 선과 대응하는 부분이기 때문에 $-\pi \leq y \leq \pi$ 범위를 Δy 간격으로 나눈 다음 각각의 Δy 폭 만큼에 해당하는 부분을 평행 판 커패시터라 가정 할 수 있다. 먼저 z 평면에서 Δy 만큼 잘랐을 때 각각의 유전체 및 공기 부분의 두께를 $L_1, L_2, \dots, L_{2N+2}$ 로 정하여 그림 1. (b) 에 나타내었다. 여기서 L_1, \dots, L_N 은 z 평면에서 우측 선의 유전체 층들의 두께를 나타내며 L_{N+1}, L_{N+2} 는 공기층의 두께, L_{N+3}, \dots, L_{2N+2} 는 좌측 선의 유전체 층들의 두께를 나타낸다. 이로부터 우측 및 좌측에서 Δy 폭에 해당하는 정전용량을 각각 계산하면 다음과 같다.

$$C_R = \frac{1}{\frac{1}{\Delta C_1} + \dots + \frac{1}{\Delta C_N} + \frac{1}{\Delta C_{N+1}}}$$

$$= \frac{\Delta y}{\frac{L_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} + \dots + \frac{L_N}{\epsilon_0 \epsilon_{rN}} + \frac{L_{N+1}}{\epsilon_0}} \quad (5)$$

$$C_L = \frac{1}{\frac{1}{\Delta C_{N+2}} + \frac{1}{\Delta C_{N+3}} + \dots + \frac{1}{\Delta C_{2N+2}}}$$

$$= \frac{\Delta y}{\frac{L_{N+2}}{\epsilon_0} + \frac{L_{N+3}}{\epsilon_0 \epsilon_{rN}} + \dots + \frac{L_{2N+2}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} \quad (6)$$

그리고 z 평면에서 좌우측이 대칭이기 때문에 C_R 및 C_L 은 같은 값을 갖는다. 따라서 Δy 폭에 해당하는 정전용량은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta C = C_R \parallel C_L = \frac{1}{2} C_R \quad (7)$$

Δy 가 아주 작은 값이라 가정하면 적분상수 dy 로 나타낼 수 있고, 따라서 전체 정전용량 C 는 다음과 같이 계산된다.

$$C = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dy}{\frac{L_1}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} + \dots + \frac{L_N}{\epsilon_0 \epsilon_{rN}} + \frac{L_{N+1}}{\epsilon_0}} \quad (8)$$

또한 z 평면에서 각각의 유전체 층의 경계 면에서 실수 x 값을 $f_n(y)$ 라 하면 L_n 은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$L_1 = x_1 - f_1(y)$$

$$L_2 = f_1(y) - f_2(y)$$

$$\vdots$$

$$L_N = f_{N-1}(y) - f_N(y)$$

$$L_{N+1} = f_N(y) \quad (9)$$

식 (9)에서 y 값은 w평면의 실제 구조를 z 평면으로 변환했을 때의 복소수 값에 해당한다. 따라서 식 (8)은 $f_n(y)$ 에 따라 다르고 ϕ 에 의존한다. 즉 식 (8)의 적분을 계산하기 위해서는 각각의 $f_n(y)$ 에서 같은 y 값을 갖도록 하는 ϕ 값들을 찾아주어야 한다. 식 (3)으로부터 y를 계산하면 다음과 같이 주어진다.

$$y = \tan^{-1} \frac{-2 \sinh x_1 (1 + \Delta_n) \sin \phi}{1 + 2 \cosh x_1 (1 + \Delta_n) \cos \phi + (1 + \Delta_n)^2} \quad (10)$$

식 (10)을 이용해 y 값이 주어졌을 때 그에 해당하는 ϕ 값을 계산하기 위해서는 식 (11) 과 같은 방정식을 풀어야한다. 본 논문에서는 Newton's Method를 이용하였다^[6].

$$2(1 + \Delta_n)(\sinh x_1 \sin \phi + \cosh x_1 \tan y \cos \phi) + [1 + (1 + \Delta_n)^2] \tan y = 0 \quad (11)$$

III. 계산 및 시뮬레이션

1. 두 층 및 세 층으로 코팅된 평행 2 선식 전송선로의 정전용량 계산

식 (8), (9) 로부터 두 층 및 세 층으로 코팅된 평행 2 선식 전송선로의 정전용량을 계산하면 각각 식 (12), (13) 과 같다.

$$C_{2lay} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2}}{2} \times \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dy}{(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})f_1 + \epsilon_{r1}(\epsilon_{r2} - 1)f_2 + \epsilon_{r2}x_1} \quad (12)$$

$$C_{3lay} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} \epsilon_{r3}}{2} \times \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dy}{\epsilon_{r3}(\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2})f_1 + \epsilon_{r1}(\epsilon_{r2} - \epsilon_{r3})f_2 + \dots} \dots \frac{1}{+ \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} (\epsilon_{r3} - 1)f_3 + \epsilon_{r2} \epsilon_{r3} x_1} \quad (13)$$

식 (12), (13) 의 적분 식을 계산하기 위해 Gaussian Quadrature 방법을 이용하였으며 계산식은 다음과 같이 주어진다^[6].

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{2} \sum_{j=1}^N C_j f\left(\frac{(b-a)r_j + b+a}{2}\right) \quad (14)$$

식 (14)에서 r_j, C_j 는 Legendre polynomial 의 근 및 계수이며, 본 논문에서는 10차까지 이용하였다. $a = -\pi, b = \pi$ 이므로 $y = \frac{(b-a)r_j + b+a}{2} = r_j \times \pi$ 이다. 따라서 식 (10), (11)을 이용하여 위의 y 값에 해당하는 ϕ 를 계산한 후 f_1, f_2, f_3 를 계산하여 적분계산에 적용하였다.

2. 특성임피던스 및 유효 유전상수 계산

평행 2선식 전송선로는 신호가 quasi-TEM 모드로 진행하기 때문에 특성임피던스 및 유효 유전상수는 다음과 같이 주어진다^[7].

$$\epsilon_{eff} = \frac{C_d}{C_a}, Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{\epsilon_{eff}C_a}} \quad (15)$$

여기서 C_d 는 유전체 코팅이 존재할때 단위길이 당 전체 정전용량이며, C_a 는 유전체 층이 공기로 대체되었을 때의 정전용량이고 c 는 자유공간에서 전자파의 진행속도이다. 따라서 C_d, C_a 를 계산하면 ϵ_{eff} 및 Z_0 를 계산 할 수 있다. 유전체 코팅이 존재할 때의 단위길이 당 전체 정전용량은 II 장에서 계산한 결과와 같으며, 유전체를 공기로 대체했을 때의 정전용량은 그림 1. (b)에서 유전체 층을 공기로 대체하였기 때문에 폭이 2π 이고 거리가 $2x_1$ 이고 공기로 채워진 평행 판 커패시터의 정전용량과 같다. 또한 R을 1로 정규화 시켰기 때문에 $x_1 = \cosh^{-1}(D/2R)$ 이며, 따라서 C_a 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$C_a = \frac{\pi\epsilon_0}{\cosh^{-1}D/2R} [F/m] \quad (16)$$

이로부터 식 (16) 이 유전체가 코팅되지 않은 일반 평행 2선로의 정전용량과 같음을 확인할 수 있다^[7].

3. 계산 및 시뮬레이션 결과

먼저 두 층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로의 경우 $R=1\text{ mm}, D=6\text{ mm}, \Delta_1=1\text{ mm}, \epsilon_{r2}=8, 6, 4, 2, \epsilon_{r1}=10$ 일 때 Δ_2 를 0 부터 1mm 까지 변화시켜 가며 정전용량을 구했으며, 이를 이용해 임피던스 및 유효 유전상수를 계산하였다. 계산결과의 신빙성을 확인하기 위해 FEM(Finite Element Method) 으로 해석하는 Ansoft 사의 Maxwell 2D의 electrostatic solver 를 이용해 시뮬레이션 하였다. 그림 2. 에 정전용량을 본 논문에서 등각사상(CMM:Conformal Mapping Method) 을 이용해 계산한 결과와 시뮬레이션 한 결과를 비교하여 나타내었다. 그림으로부터 유전체의 두께 및 유전상수가 증가할수록 도체와 유전체의 경계면 사이에 필드가 더 많이 집중됨으로 인해 정전용량 값이 증가함을 알 수 있다. 그림 3, 4 는 특성 임피던스 및 유효유전상수를 나타낸다. 위와 마찬가지로 유전체의 두께 및 유전상수 값이 증가할수록 정전용량 값이 증가하기 때문에 임피던스가 감소하며, 유효점유비율(Effective Filling Fraction) 이 증가하기 때문에 유효유전상수 값은 증가함을 알 수 있다. 또한 시뮬레이션 결과와 비교하여볼 때 계산결과가 오차 4% 이내로 거의 일치함을 알 수 있다.

다음으로 유전체가 세 층으로 코팅된 평행 2선식 전송선로를 $R = 1\text{mm}, D = 8\text{mm}, \Delta_1 = \Delta_2 = 1\text{mm}, \epsilon_{r1} = 10, \epsilon_{r2} = 6, \epsilon_{r3} = 4, 3, 2$ 이고 $\epsilon_{r1} = 10, \epsilon_{r2} = 8, \epsilon_{r3} = 6, 4, 2$ 일 때 Δ_3 를 0부터 1mm 까지 변화시켜 가며 정전용량을 계산한 결과를 그림 5, 6 에 나타내었다. 유전체를 세 층 코팅하기 위한 공간을 확보하기 위해 거리 D를 8mm 로 늘려 주었기 때문에 전체적으로 정전용량 값이 두 층으로 코팅된 경우에 비해서 감소했음을 확인할 수 있다. 그림 7-10. 은 특성 임피던스 및 유효유전상수를 나타낸다. 두 층으로 코팅된 경우와 마찬가지로 유전체의 두께 및 유전상수 값이 증가할수록 임피던스는 감소하고 유효유전상수는 증가함을 알 수 있다. 또한 계산 및 시뮬레이션 결과 사이의 오차는 4% 이내임을 알 수 있다.

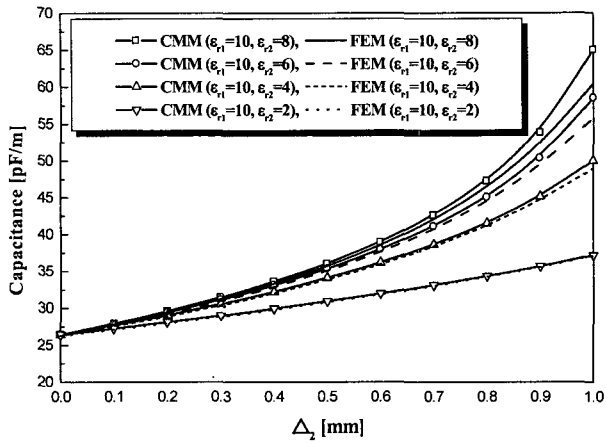


그림 2. Δ_2 의 변화에 따른 정전용량
Fig. 2. Capacitance to the Δ_2 variation.

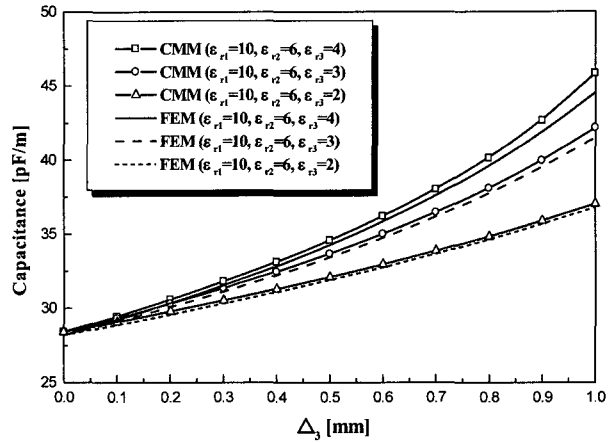


그림 5. Δ_3 의 변화에 따른 정전용량 (1)
Fig. 5. Capacitance to the Δ_3 variation (1).

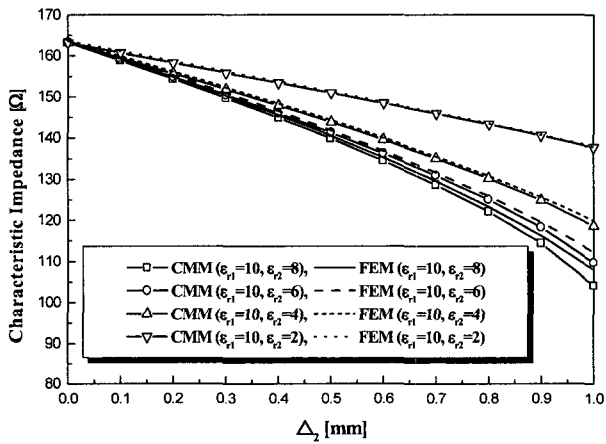


그림 3. Δ_2 의 변화에 따른 특성임피던스
Fig. 3. Characteristic impedance to the Δ_2 variation.

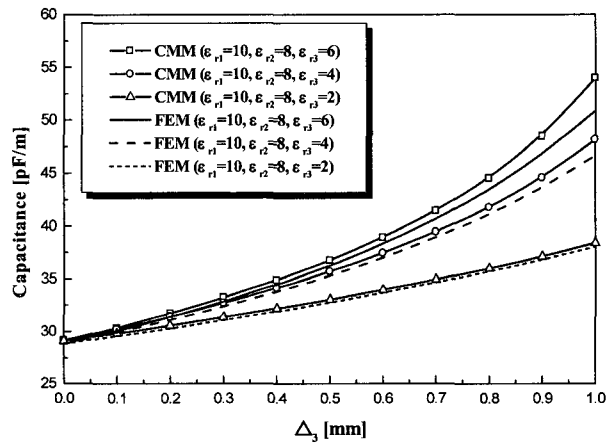


그림 6. Δ_3 의 변화에 따른 정전용량 (2)
Fig. 6. Capacitance to the Δ_3 variation (2).

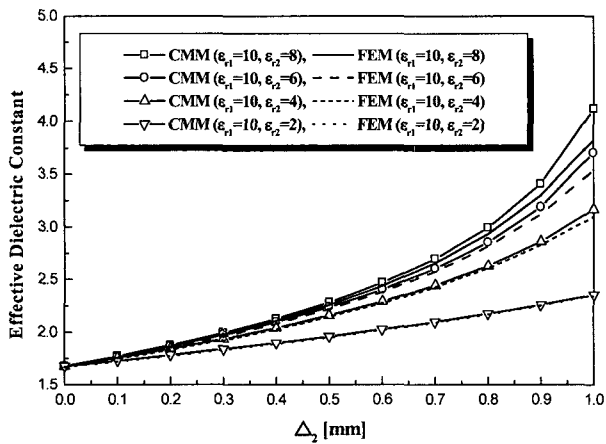


그림 4. Δ_2 의 변화에 따른 유효유전상수
Fig. 4. Effective dielectric constant to the Δ_2 variation.

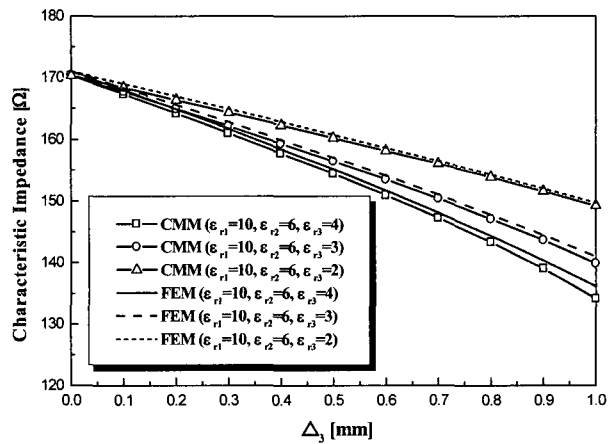


그림 7. Δ_3 의 변화에 따른 특성임피던스 (1)
Fig. 7. Characteristic impedance to the Δ_3 variation (1).

위의 결과를 종합하여볼 때 유전체의 층 수 N 이 커지고, 유전체의 두께가 증가하고, 유전상수 값이 증가할수록 오차는 증가하는 경향을 보였다. 또한 층 수 N 이 증가할수

록 윗부분에 존재하는 유전체가 정전용량 값에 주는 영향은 감소함을 알 수 있었다.

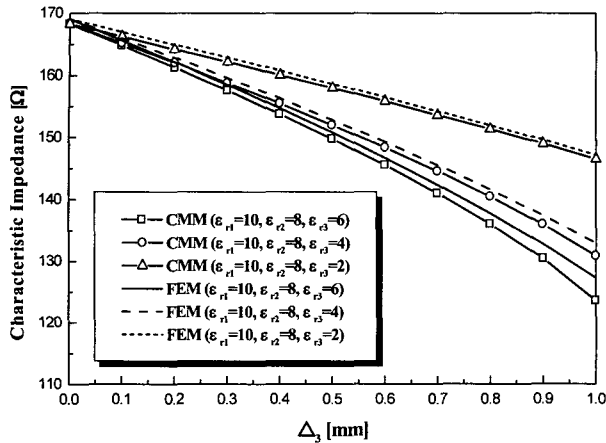


그림 8. Δ_3 의 변화에 따른 특성임피던스 (2)

Fig. 8. Characteristic impedance to the Δ_3 variation (2).

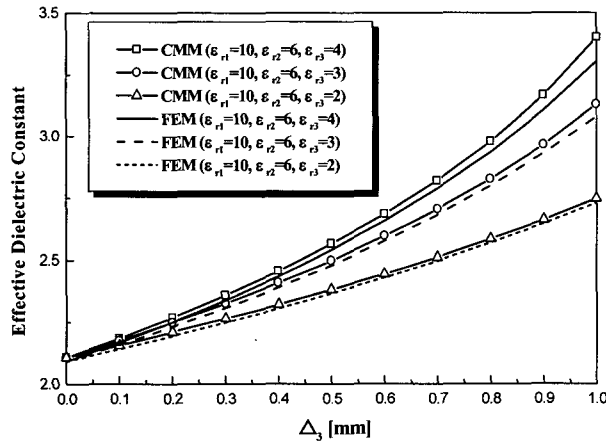


그림 9. Δ_3 의 변화에 따른 유효유전상수 (1)

Fig. 9. Effective dielectric constant to the Δ_3 variation (1).

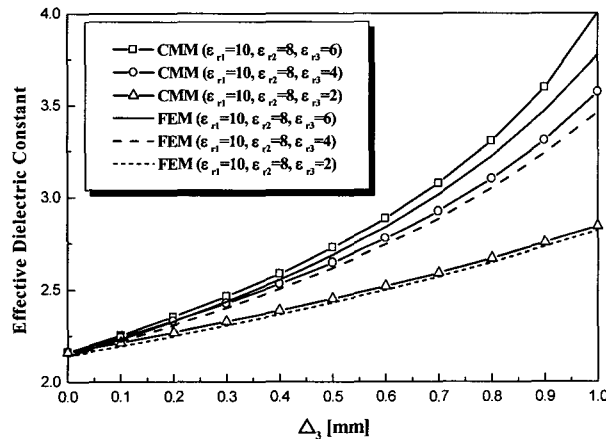


그림 10. Δ_3 의 변화에 따른 유효유전상수 (2)

Fig. 10. Effective dielectric constant to the Δ_3 variation (2).

IV. 결 론

본 논문에서는 평행 2선식 전송선로가 임의의 N 층의 유전체로 코팅되었을 경우의 선로 파라미터를 계산하는 방법을 제시하였다. 먼저 임의의 N 층으로 코팅된 선로의 구조를 등각사상을 이용해 평행 판 커패시터 형태로 변환을 한 후 정전용량을 계산하고, 이를 특성임피던스 및 유효유전상수를 계산하는데 적용하였다. 검증을 위해 두 층 및 세 층으로 코팅되었을 경우를 선택하여 계산 및 시뮬레이션을 수행하였다. 유전체의 층수 N이 증가하고, 두께가 두꺼워 지고, 유전상수가 증가할 수록 계산결과 및 시뮬레이션 결과 사이의 오차가 증가하는 경향을 보였으며, 오차범위는 4% 이내로 두 결과가 거의 일치함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] J. C. Clements, C. R. Paul and A. T. Adams, "Computation of capacitance matrix for systems of dielectric-coated cylindrical conductors," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. EMC-17, Nov. 1975.
- [2] J. S. Savaga and W. T. Smith, "Capacitance calculation of cable harness using method of moments," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 37, pp. 131-137, Feb. 1995.
- [3] B. N. Das, S. Das and Debashis Parida, "Capacitance of transmission line of parallel cylinders with variable radial width," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 40, no. 4, Nov. 1998.
- [4] B. N. Das, S. B. Chakrabarty and K. Siva Rama Rao, "Capacitance of transmission line of parallel cylinders in the presence of dielectric coating," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 37, pp. 94-96, Feb. 1995.
- [5] J. R. Kuttler, "A new method for calculating TE and TM cutoff frequencies of uniform waveguides with lunar or eccentric annular cross section," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 32, pp. 348-354, Apr. 1984.
- [6] J. D. Faires, R. Burden, *Numerical Methods*, Thomson Brooks/Cole, 2003.
- [7] B. C. Wadell, *Transmission Line Design Handbook*. Artech House, 1991.

저 자 소 개



천 동 완(정회원)
1999년 아주대학교 전자공학과
학사 졸업.
2001년 아주대학교 전자공학과
석사 졸업.
2001년~현재 아주대학교 전자
공학과 박사 과정.

<주관심분야: 초고주파 능동 및 수동소자>



김 원 기(정회원)
1995년 아주대학교 전자공학과
학사 졸업.
1997년 아주대학교 전자공학과
석사 졸업.
1997년~현재 아주대학교 전자
공학과 박사 과정.

1999년~2004년 호서대학교 반도체 제조장비
국산화 연구센터 연구원.

<주관심분야: 초고주파 회로설계 및 해석>



신 철 재(정회원)
1964년 연세대학교 전자공학과
학사 졸업.
1968년 연세대학교 전자공학과
석사 졸업.
1983년 연세대학교 전자공학과
박사 졸업.

1967년~1970년 동양공업전문대 조교수.

1970년~1977년 광운대학교 조교수.

1986년~1987년 미국 Florida 대학 객원교수.

1977년~현재 아주대학교 전자공학과 교수.

<주관심분야: 안테나 설계 및 해석, EMI/EMC,
초고주파 통신부품 개발, 전파전파>

