시변시간지연을 가지는 네트워크기반 제어시스템의 H_2 제어기 설계

H_2 controller Design for Networked Contorl Systems with Time-Varying Delay

서 영 수*, 이 홍 희, 노 영 식, 강 희 준
(Young Soo Suh, Hong Hee Lee, Young Shick Ro, and Hee Jun Kang)

Abstract : H_2 controller is proposed for networked control systems with time-varying delay. The time-varying network delay is assumed to be unknown, but its lower and upper bounds are assumed to be known. The time-varying delay is treated like a parameter variation and robust control technique is used to deal with the time-varying delay. The proposed controller can be computed by solving linear matrix inequalities. Through numerical simulations, the proposed controller is verified.

Keywords : networked control systems, time delay, robust control

I. 서론

제어시스템의 구성요소들이 시리얼 네트워크를 통해 연결된 네트워크 기반 제어시스템 (Networked Control Systems)이 최근 많은 관심을 받고 있다[1-3]. 네트워크 기반 제어시스템은 제어시스템의 결선의 수가 감소하는 등, 제어시스템의 구현이 간단하고 또한 시스템의 변경을 쉽게 할 수 있는 장점이 있다. 그러나 시리얼 네트워크를 사용함으로서 필연적으로 네트워크 시간지연이 발생하는 단점이 생기게 된다[4]. 이러한 시간지연이 있는 시스템에 대한 제어기설계에 대한 연구로는 네트워크 기반 제어시스템과 관계없이 많은 연구가 이루어져 왔다[5]. 이러한 결과들은 연속시간 또는 이산시간을 가정해 제어기를 구하였기 때문에, 연속시스템(플랜트)와 이산시스템 (네트워크 시간지연 및 샘플링)이 혼합되어 있는 네트워크 기반 제어시스템에는 바로 적용하기 어려운 점이 있다. 네트워크 기반 제어시스템에서의 시간지연을 고려한 연구결과로는 [6]에서 시간지연이 일정할 때에 제어기를 제안하고 있다. 시간지연이 시변일 때에는 제어기를 설계하는 것이 좀 더 어려운데, [7]에서 시변 시간지연이 있을 때의 LQG 제어기를 제안하고 있다. 이 제어기는 시변 시간지연이 타임스탬프 등의 방법을 사용해 측정가능할 때에만 사용될 수 있다.

본 논문에서는 시변 시간지연요소의 하한 및 상한이 알려져 있고, 정확한 시간지연을 측정할 수 없는 네트워크 기반 제어시스템에 대한 H_2 제어기를 제안한다. 시변 시간지연요소를 일종의 변동하는 파라메터로 취급하여 이 파라메터의 변동에 따른 H_2 놈의 상한을 최소화하는 제어기를 강인제어의 기법을 사용해 제어기를 구성한다. 즉, 시변 시간지연을 포함한 네트워크 제어기의 설계를 H_2 강인제어 문제로 변환하여 제어기를 설계한다[9].

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 네트워크 기반 제어시스템을 소개하고, 시스템 모델을 유도한다. III장에서는 시변 시간지연요소를 고려한 H_2제어기를 선형부등식을 사용해 구한다. IV장에서는 제안한 제어기를 검증하기 위해 간단한 모의 실험을 행하고, V장에서는 결론을 내린다.

II. 네트워크 기반 제어시스템

본 논문에서는 그림 1과 같이 플랜트의 센서출력과 제어명령이 하나의 시리얼 네트워크를 통해 연결된 네트워크 기반 제어시스템을 다룬다. 본 논문에서는 네트워크에 대해서 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1 : 플랜트의 센서 출력은 동기화되어 샘플링이 되고, 주기 T로 제어기로 전송된다.

가정 2 : 네트워크에 의한 시간지연 τ_k는 플랜트의 센서 출력이 제어기로 가는데 걸리는 시간지연 및 제어기에서 보내는 액추에이터 명령이 액추에이터까지 가는데 걸리는 시간지연의 합이다. 그 값 τ_k는 시변이고 그 범위가 (1)과 같이 알려져 있다.

$$\tau_{\min} \le \tau_k \le \tau_{\max} < T \tag{1}$$

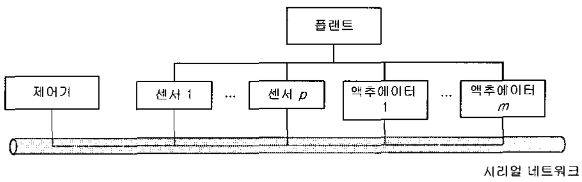


그림 1. 네트워크 기반 제어시스템.
Fig. 1. Networked control systems.

* 책임저자(Corresponding Author)
논문접수 : 2004. 7. 28., 채택확정 : 2004. 10. 1.
서영수, 이홍희, 노영식, 강희준 : 울산대학교 전기전자정보시스템공학부(suh@ieee.org/hhlee@mail.ulsan.ac.kr/ysro@uou2.ulsan.ac.kr/hjkang@ulsan.ac.kr)
※ 본 논문은 한국과학재단 지정 울산대학교 네트워크 기반 자동화연구센터의 지원에 의한 것입니다.

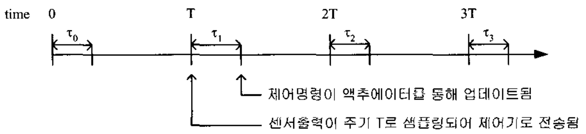


그림 2. 네트워크상의 제어데이터의 시간적 흐름.

Fig. 2. Timing diagram of control data on the network.

가정 3 : 제어기에서 각각의 액추에이터로 가는 명령은 브로드캐스팅을 통하여 동시에 전달된다.

위의 가정에서 가정 2의 $\tau_{\min}$ 및 $\tau_{\max}$의 값은 네트워크의 종류 및 어떤 스케줄링 방법을 사용하는가에 따라 달라진다. 대부분의 제어용 네트워크의 경우, $\tau_{\max}$가 그렇게 크지 않은 스케줄링 방법이 존재한다. 그림 2는 네트워크상의 제어데이터(센서데이터 및 액추에이터 제어명령)의 전형적인 흐름을 나타낸 것이다.

제어대상인 플랜트 G는 다음과 같은 선형시불변 시스템이라고 가정한다.

$$G: \begin{array}{rcl} \dot{x}(t) &=& Ax(t)+Bu(t) \\ y(t) &=& Cx(t) \end{array} \tag{2}$$

여기서 $x\in R^n$은 상태이고, $y\in R^p$는 출력이고, $u\in R^m$은 제어입력이다. 플랜트 G에서 (A,B,C)는 다음의 조건을 만족한다고 가정한다.

조건 1 : (A,B)는 가제어(controllable)하고 (C,A)는 가관측(observable)하다.

조건 2 : A의 서로 다른 고유치 중에서 실수부분은 같고 허수부분의 차가 $\frac{2\pi}{T}$의 정수배인 것은 없다.

위에서 조건1은 표준적인 가정이고, 조건2는 플랜트를 이산화한 시스템이 가제어성 및 가관측성을 유지하기 위한 필요충분조건이다[8].

플랜트를 제어하기 위한 제어기로는 다음과 같은 이산시불변 제어기를 사용한다.

$$C(z): \begin{array}{rcl} \zeta_{k+1} &=& A_c\zeta_k+B_c y_k \\ u_k &=& C_c\zeta_k+D_c y_k \end{array} \tag{3}$$

본 논문에서는 폐루프 시스템을 안정화하고, 다음의 성능지표를 최소화하는 제어기 $C(z)$를 구하는 것이 목표이다.

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}(q^2\|y(kT)\|_2^2+\|u_k\|_2^2),\, x(0)=x_0 \tag{4}$$

성능지표 (4)는 초기치가 0이 아닌 상태에서 출력이 빨리 0으로 갈수록 J의 값이 작아지게 되어 있다. 여기서 q는 스칼라 상수로서 디자인 파라메터의 역할을 한다. q의 값이 클수록 출력에 비중을 많이 두게 되어, 과도한 입력을 사용해서라도 출력을 빨리 0으로 만든다.

제어기를 구하기 위해서 먼저 플랜트 G에 네트워크 시간지연 τ_k까지 포함한 시스템을 이산시스템으로 표현한다. 센서출력이 주기 T로 샘플되고, 제어명령도 한 주기에 한 번 갱신됨으로 다음과 같은 이산시스템으로 표현할 수 있다. 이산시스템의 출력, 입력, 상태를 각각 다음과 같이 정의하면

$$y_k\equiv y(kT),\quad u_k\equiv u(kT),\quad \tilde{x}_k\equiv\begin{bmatrix} x(kT) \\ u_{k-1}\end{bmatrix},$$

플랜트 G에 네트워크 시간지연 τ_k를 포함한 이산시스템 $\mathcal{G}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathcal{G}: \begin{array}{rcl} \tilde{x}_{k+1} &=& \mathcal{A}_k\tilde{x}_k+\mathcal{B}_{2,k}\tilde{u}_k \\ y_k &=& \mathcal{C}_2\tilde{x}_k \end{array} \tag{5}$$

여기서

$$\mathcal{A}_k\equiv\begin{bmatrix} \exp(AT) & \int_0^{\tau_k}\exp(A(T-r))Bdr \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B}_{2,k}\equiv\begin{bmatrix} \int_{\tau_k}^{T}\exp(A(T-r))Bdr \\ I \end{bmatrix}$$

이산시스템 $\mathcal{G}$은 시변 시간지연요소 τ_k를 포함하고 있기 때문에, 시변시스템이 된다.

주어진 성능지표 (4)를 최소화하는 제어기 문제를 H_2 문제로 바꾸기 위해서 다음과 같은 일반화 플랜트를 도입한다.

$$G_g: \begin{array}{rcl} \tilde{x}_{k+1} &=& \mathcal{A}_k\tilde{x}_k+\mathcal{B}_1 w_k+\mathcal{B}_{2,k}u_k \\ z_k &=& \mathcal{C}_1\tilde{x}_k+\mathcal{D}_{12}u_k \\ y_k &=& \mathcal{C}_2\tilde{x}_k \end{array} \tag{6}$$

여기서

$$\mathcal{B}_1\equiv\begin{bmatrix} x_0 \\ 0\end{bmatrix},\quad \mathcal{D}_{12}\equiv\begin{bmatrix} 0 \\ I\end{bmatrix},\quad \mathcal{C}_1\equiv\begin{bmatrix} qC_2 & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}.$$

본 논문에서는 사용되는 시스템 G_g의 w에서 z까지의 H_2 놈의 정의는, 임펄스를 w에 입력시켰을 때의 출력 z_k에 대해서 다음과 같이 구한다.

$$\|T_{zw}\|_2^2\equiv\sum_0^{\infty}\|z_k\|_2^2 \tag{7}$$

여기서, T_{zw}는 w에서 z까지의 전달함수를 나타낸다.

만약, 네트워크 시간지연 τ_k가 상수라고 가정하면, 주어진 성능지표 J는 (7)의 $\|T_{zw}\|_2^2$과 일치하게 된다. 따라서 주어진 성능지표 J를 최소화하는 제어기를 구하는 문제는 $\|T_{zw}\|_2$를 최소화하는 제어기를 구하는 문제로 귀착된다. 실제로는 네트워크 시간지연 τ_k가 시변이고 그 값이 어떻게 변하는지 정확히 모르기 때문에, $\|T_{zw}\|_2$를 정확히 계산할 수 없는 문제점이 있다. 이 어려움을 해결하기 위해, 본 논문에서는 가정 (1)을 만족하는 모든 τ_k에 대해서 $\|T_{zw}\|_2$의 상한을 최소화하는 제어기를 찾기로 한다.

일반화 플랜트 G_g와 제어기 $C(z)$가 결합된 폐루프시스템 T_{zw}는 다음과 같이 주어진다.

$$T_{zw}: \begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \zeta_{k+1} \end{bmatrix} &= A_{cl,k}\begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \zeta_k \end{bmatrix} + B_{cl}w_k \\ z_k &= C_{cl}\begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \zeta_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$A_{cl,k} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_k + \mathcal{B}_{2,k}D_c\mathcal{C}_2 & \mathcal{B}_{2,k}C_c \\ B_c\mathcal{C}_2 & A_c \end{bmatrix}, B_{cl} = \begin{bmatrix} \mathcal{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{cl} = [\ \mathcal{C}_1 + \mathcal{D}_{12}D_c\mathcal{C}_2 \quad \mathcal{D}_{12}C_c].$$

보조정리 1에서는 $\|T_{zw}\|_2$의 상한을 구하는 문제를 다룬다.

보조정리 1 : $Q=Q'>0$가 범위 $\tau_{\min} \le \tau_k \le \tau_{\max}$에 속하는 모든 τ_k에 대해서 다음 선형행렬부등식을 만족하면,

$$A_{cl,k}QA_{cl,k}' - Q + B_{cl}B_{cl}' < 0 \quad (9)$$

(1)을 만족하는 모든 τ_k에 대해서, 다음 관계식이 만족된다.

$$\|T_{zw}\|_2^2 \le \mathrm{Tr}(C_{cl}QC_{cl}'). \quad (10)$$

증명 : 연속시스템에 대한 증명 [9]을 (8)에 적용하면 (10)이 만족한다는 것을 보일 수 있다. ■

보조정리 1을 이용해 $\|T_{zw}\|_2$의 상한을 구하기 위해서는 (1)을 만족하는 모든 τ_k에 대해서 (9)가 성립하는 Q를 찾아야 되는데, 이는 용이한 문제가 아니다. 본 논문에서는 τ_k의 변동에 의해서 변하지 않는 부분과 변하는 부분으로 구분해 견실제어의 기법을 사용해 제어기를 구하기로 한다.

일반화 플랜트 G_g에서 시변 시간지연요소 τ_k에 의존하는 부분은 $\mathcal{A}_k$의 $\int_0^{\tau_k}\exp(A(T-r))Bdr$ 및 $\mathcal{B}_{2,k}$의 $\int_{\tau_k}^{T}\exp(A(T-r))Bdr$의 두 곳이 있다. 상수 τ_{nom}을 사용하여, 다음과 같이 $\Delta(\tau_k, \tau_{nom})$을 정의하면,

$$\Delta(\tau_k, \tau_{nom}) \equiv \int_{\tau_{nom}}^{\tau_k}\exp(A(T-r)B)dr \quad (11)$$

시변 시간지연요소 τ_k에 의존하는 부분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau_k}\exp(A(T-r))Bdr &= \int_0^{\tau_{nom}}\exp(A(T-r))Bdr \\ &\quad + \Delta(\tau_k, \tau_{nom}) \\ \int_{\tau_k}^{T}\exp(A(T-r))Bdr &= \int_{\tau_{nom}}^{T}\exp(A(T-r))Bdr \\ &\quad - \Delta(\tau_k, \tau_{nom}) \end{aligned} \quad (12)$$

(12)의 관계를 이용하여, $\mathcal{A}_{nom}$, $\mathcal{B}_{2,nom}$ 및 $A_{cl,nom}$을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{nom} &\equiv \begin{bmatrix} \exp(AT) & \int_0^{\tau_{nom}}\exp(A(T-r))B\,dr \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathcal{B}_{2,nom} &\equiv \begin{bmatrix} \int_{\tau_{nom}}^{T}\exp(A(T-r))B\,dr \\ I \end{bmatrix} \\ A_{cl,nom} &\equiv \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{nom} + \mathcal{B}_{2,nom}D_c\mathcal{C}_2 & \mathcal{B}_{2,nom}C_c \\ B_c\mathcal{C}_2 & A_c \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

(11) 및 (13)의 정의를 이용하여, 폐루프시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$T_{zw}: \begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{k+1} \\ \zeta_{k+1} \end{bmatrix} &= (A_{cl,nom} + F_1\Delta(\tau_k, \tau_{nom})F_2) \\ &\qquad \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \zeta_k \end{bmatrix} + B_{cl}w_k \\ z_k &= C_{cl}\begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \zeta_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$F_1 \equiv \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_2 \equiv [\,[0 \ \ I] - D_c\mathcal{C}_2 \ , \ -C_c].$$

(14)에서 시변요소는 전부 $\Delta(\tau_k, \tau_{nom})$에 모여 있는 것을 알 수 있다. 논문에서는 $\Delta(\tau_k, \tau_{nom})$의 상한행렬 Γ가 식 (15)와 같이 주어지는 불확실한 부분으로 취급하여 제어기를 구한다.

$$\begin{aligned} &\Gamma = \Gamma' > 0, \ \ \Delta(\tau_k, \tau_{nom})\Delta(\tau_k, \tau_{nom})' \le \Gamma \\ &\forall \tau_{\min} \le \tau_k \le \tau_{\max} \end{aligned} \quad (15)$$

(15)를 이용하여 제어기를 구할 때, 가능하면 $\bar{\sigma}(\Gamma)$ (행렬 Γ의 최대특이치)가 작게 되는 τ_{nom} 및 Γ를 구하는 것이 좋다. 이를 위해 먼저 다음 최적화 문제에서 τ_{nom}을 구한다.

$$\min_{\tau_{\min} \le \tau_{nom} \le \tau_{\max}} \max_{\tau_{\min} \le \tau \le \tau_{\max}} \bar{\sigma}(\Delta(\tau, \tau_{nom})\Delta(\tau, \tau_{nom})') \quad (16)$$

(16)의 최적화 문제는 스칼라 변수에 대한 최적화문제이므로 쉽게 최적치 τ_{nom}을 구할 수 있다. τ_{nom}을 구한 후, (15)를 만족하는 Γ를 수치적인 방법으로 구하면 된다.

III. H_2 제어기 설계

II장에서 구한 τ_{nom} 및 $\Delta(\tau_k, \tau_{nom})$의 상한행렬 Γ를 이용해 H_2 제어기를 구한다. $\|T_{zw}\|_2$의 상한을 다음 정리에서 구한다.

정리 1 : 다음 부등식을 만족하는 행렬 $P=P'$ 및 $W=W'$가 존재하면,

$$\begin{bmatrix} -P & PA_{cl,nom} & PB_{cl} & PF_1 & 0 \\ \bigstar & -P & 0 & 0 & F_2' \\ \bigstar & \bigstar & -I & 0 & 0 \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & -\Gamma^{-1} & 0 \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} P & C_{cl}' \\ C_{cl} & W \end{bmatrix} > 0, \tag{18}$$

폐루프시스템은 안정하고 다음이 성립한다.

$$\|T_{zw}\|_2^2 \le \mathrm{Tr}(W), \quad \forall \tau_{\min} \le \tau \le \tau_{\max}. \tag{19}$$

(17)에서 대칭행렬을 간단히 표시하기 위해 대각행렬 우측 위쪽 부분만 나타내고, 나머지 부분을 ★로 표시하였다.

증명 : 먼저 (17)을 만족하는 $P=P'$가 존재하면, $Q \equiv P^{-1}$가 $\Delta\Delta' \le \Gamma$를 만족하는 모든 Δ에 대해서 다음 식을 만족함을 보인다.

$$\begin{gathered} Q > 0 \\ (A_{cl,nom} + F_1 \Delta F_2) Q (A_{cl,nom} + F_1 \Delta F_2)' \\ - Q + B_{cl} B_{cl}' < 0 \end{gathered} \tag{20}$$

Schur complement에 의해서, (20)은 다음 식과 등가이다.

$$\begin{bmatrix} -P & P(A_{cl,nom} + F_1 \Delta F_2) & PB_{cl} \\ \bigstar & -P & 0 \\ \bigstar & \bigstar & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{21}$$

행렬 Δ가 $\Delta\Delta' \le \Gamma$를 만족할 때, 다음의 관계가 성립함을 쉽게 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} PF_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta [0 \;\; F_2 \;\; 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ F_2' \\ 0 \end{bmatrix} \Delta' [F_1'P \;\; 0 \;\; 0] \\ \le & \begin{bmatrix} PF_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma [F_1'P \;\; 0 \;\; 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ F_2' \\ 0 \end{bmatrix} [0 \;\; F_2 \;\; 0] \end{aligned}$$

위 관계식을 (21)에 넣고 Schur complement를 적용시키면, (17)을 만족시키는 $P=P'$가 존재하면, $Q \equiv P^{-1}$는 (20)을 만족함을 알 수 있다. Δ의 정의에서 이는 (9)를 만족시키는 Q가 존재하는 것을 의미한다. 따라서 보조정리 1에서 다음이 성립한다.

$$\|T_{zw}\|_2^2 \le \mathrm{Tr}(C_{cl} Q C_{cl}') = \mathrm{Tr}(C_{cl} P^{-1} C_{cl}') \tag{22}$$

(18)의 Schur complement에서, 다음을 얻을 수 있다. ■

$$C_{cl} P^{-1} C_{cl}' \le W \tag{23}$$

(22)와 (23)을 결합하면 (19)가 성립함을 보일 수 있다.

정리 1의 결과 및 [10]의 방법을 이용하여 시변인 네트워크 시간지연을 가지는 시스템의 H_2 제어기를 다음 정리에서 구한다.

정리 2 : 다음의 부등식을 만족하는 $X=X'$, $Y=Y'$, $\hat{\mathcal{A}}$, $\hat{\mathcal{B}}$, $\hat{\mathcal{C}}$ 및 $\hat{\mathcal{D}}$가 존재하면

$$\begin{bmatrix} -X & -I & E_1 & E_2 & \tilde{\mathcal{B}}_1 & \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ \bigstar & -Y & \hat{\mathcal{A}} & Y\tilde{\mathcal{A}}_{nom} + \hat{\mathcal{B}}\tilde{\mathcal{C}}_2 & Y\tilde{\mathcal{B}}_1 & Y\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ \bigstar & \bigstar & -X & -I & 0 & 0 & X\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} - \hat{\mathcal{C}}' \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & -Y & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} - \tilde{\mathcal{C}}_2'\hat{\mathcal{D}}' \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & -I & 0 & 0 \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & -\Gamma^{-1} & 0 \\ \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & \bigstar & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} X & I & X\tilde{\mathcal{C}}_1 + \hat{\mathcal{C}}'\tilde{\mathcal{D}}_{12}' \\ \bigstar & Y & \tilde{\mathcal{C}}_2'\hat{\mathcal{D}}'\tilde{\mathcal{D}}_{12}' + \tilde{\mathcal{C}}_1' \\ \bigstar & \bigstar & W \end{bmatrix} > 0 \tag{25}$$

(17) 및 (18)을 만족하는 제어기가 존재한다. 여기서

$$\begin{aligned} E_1 &= \tilde{\mathcal{A}}_{nom} X + \tilde{\mathcal{B}}_{2,nom} \hat{\mathcal{C}} \\ E_2 &= \tilde{\mathcal{A}}_{nom} + \tilde{\mathcal{B}}_{2,nom} \hat{\mathcal{D}} \tilde{\mathcal{C}}_2. \end{aligned}$$

증명 : 정리 1의 (17)과 (18)에 표준적인 제어기변수의 변환 [10]을 사용한다. 변수치환을 위해, P 및 P^{-1}을 다음과 같이 파티션한다.

$$P \equiv \begin{bmatrix} Y & N \\ N' & U \end{bmatrix}, \quad P^{-1} \equiv \begin{bmatrix} X & M \\ M' & V \end{bmatrix} \tag{26}$$

여기서 $X=X'$, $Y=Y'$, $U=U'$ 및 $V=V'$의 크기는 모두 $(n+m)\times(n+m)$이다. [10]에서와 같이 제어기 변수를 다음과 같이 변환한다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{A}} &= NA_cM' + NB_c\tilde{\mathcal{C}}_2X + Y\tilde{\mathcal{B}}_{2,nom}C_cM' \\ &\quad + Y(\tilde{\mathcal{A}}_{nom} + \tilde{\mathcal{B}}_{2,nom}D_c\tilde{\mathcal{C}}_2)X \\ \hat{\mathcal{B}} &= NB_c + Y\tilde{\mathcal{B}}_{2,nom}D_c \\ \hat{\mathcal{C}} &= C_cM' + D_c\tilde{\mathcal{C}}_2X \\ \hat{\mathcal{D}} &= D_c \end{aligned} \tag{27}$$

변환행렬을 Π을 다음과 같이 정의하여 (17)의 좌변에,

$$\Pi \equiv \begin{bmatrix} X & I \\ M' & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathrm{Diag}(\Pi, \Pi, I, I, I)$ 및 우변에 $\mathrm{Diag}(\Pi', \Pi', I, I, I)$을 곱하면, (24)식을 얻을 수 있다. 마찬가지로 (18)의 좌변에 $\mathrm{Diag}(\Pi, I)$ 및 우변에 $\mathrm{Diag}(\Pi', I)$을 곱하면, (25)를 얻을 수 있다. [10]의 증명을 그대로 사용하면, (17)과 (18)을 만족하는 제어기 (A_c, B_c, C_c, D_c)는 먼저 $MN' = I - XY$를

만족하는 M 및 N을 구한 뒤, 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_c &= \mathcal{D} \\ C_c &= (\mathcal{C} - D_c \mathcal{C}_2 X)(M^T)^{-1} \\ B_c &= N^{-1}(\mathcal{B} - Y \mathcal{B}_{2,nom} D_c) \\ A_c &= N^{-1}(\mathcal{A} - N B_c \mathcal{C}_2 X - Y \mathcal{B}_{2,nom} C_c M' \\ &\quad - Y(\mathcal{A}_{nom} + \mathcal{B}_{2,nom} D_c \mathcal{C}_2) X) M^{-T} \end{aligned} \quad \blacksquare$$

정리 2에서 시변 시간지연이 있는 시스템에 대한 H_2 제어기를 (24) 및 (25)의 선형부등식에서 구할 수 있다. H_2 놈이 최소가 되는 제어기를 구하는 것이 목적이므로, (24) 및 (25)의 선형부등식을 $\mathrm{Tr}(W)$ 의 값을 최소화하면서 구하면 된다. 이 최소화 문제는 Matlab의 LMI toolbox 등을 사용해 쉽게 풀 수 있다.

IV. 모의 실험

제안한 제어기를 검증하기 위하여 간단한 모의실험을 하였다. 제어대상인 플랜트 G는 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -25 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [0 \;\; 34.7] \, x(t) \end{aligned}$$

여기서 초기치는 다음과 같이 가정하였다.

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}.$$

샘플주기 $T = 4ms$, $q = 1$, 및 $\tau_{\min} = 105\mu s$로 고정하고, $\tau_{\max}$를 변화시켰을 때의 (4)식의 성능지표 J 및 계산된 τ_{nom}의 값이 표 1에 주어져 있다. 표 1에서 $\mathcal{J}$는 모의실험을 통해 다음과 같이 구하였다.

$$\mathcal{J} = \sum_{k=0}^{1999} (q^2 \| y(kT) \|_2^2 + \| u_k \|_2^2)$$

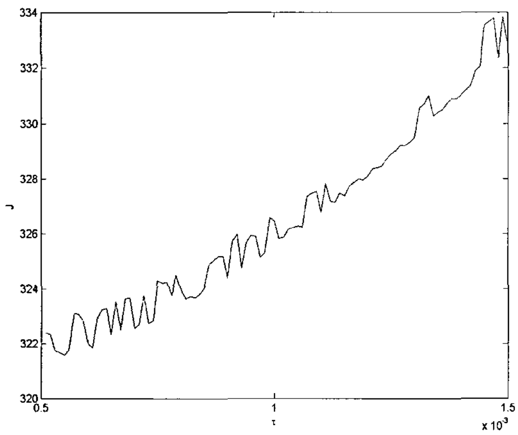


그림 3. τ_k의 변화에 따른 J 값의 변화.

Fig. 3. Change of J with respect to change of τ_k.

$\tau_{\max}$의 변화에 따른 J 값의 변화를 보다 정량적으로 보기 위해서 그림 3에서 τ_k를 $500\mu s \sim 1500\mu s$ 의 범위에서 변화시키면서, J의 값을 그려 보았다. 전체적인 경향으로서

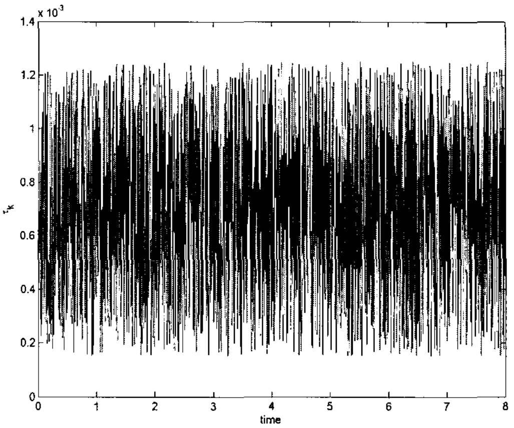


그림 4. 시변 네트워크 시간지연 τ_k.

Fig. 4. Time-varying network delay τ_k.

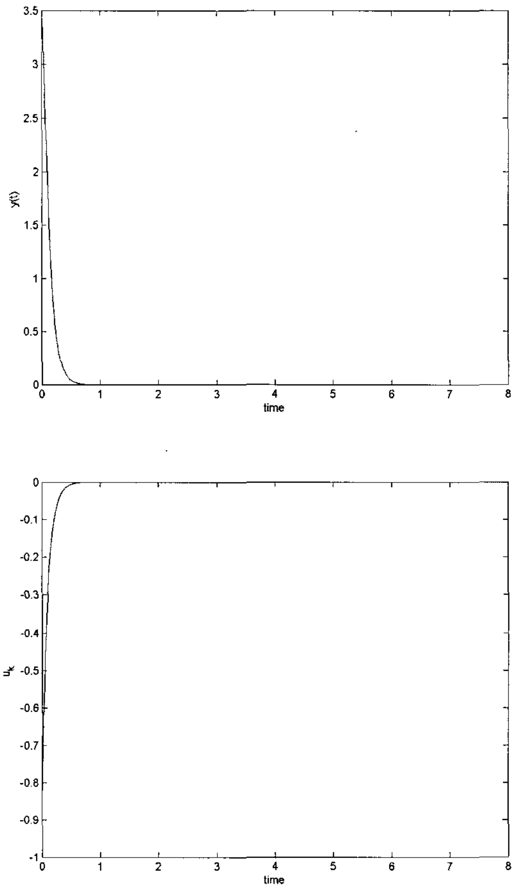


그림 5. 폐루프 시스템에서의 플랜트 G의 출력 및 제어입력($\tau_{\max} = 1200\mu s$).

Fig. 5. Plant G output and control input of the closed-loop system($\tau_{\max} = 1200\mu s$).

표 1. $\tau_{\max}$의 변화에 따른 J, $\mathcal{J}$, 및 τ_{nom}의 변화.

Table 1. J, $\mathcal{J}$, and τ_{nom} variations with respect to $\tau_{\max}$ change.

$\tau_{\max}$	J	$\mathcal{J}$	τ_{nom}
750 μs	324.3	251.0	447.0 μs
1000 μs	326.5	252.1	570.7 μs
1200 μs	328.9	252.9	694.4 μs

$\tau_{\max}$ 값이 커질수록 J의 값이 커짐을 알 수 있다. 즉, 네트워크의 시간지연이 커면 클수록 제어시스템의 성능이 떨어진다고 말할 수 있다. 표 1에서 $\mathcal{J}$는 네트워크 시간지연 τ_k가 그림 4과 같이 시변일때의 수치계산에서 구했다. 참고로, $\tau_{\max} = 1200\mu s$일 때의 Γ 값은 다음과 같이 계산된다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.002046 & 0.00002 \\ 0.00002 & 0.001540 \end{bmatrix}$$

이때의 플랜트의 출력과 제어입력이 그림 5에 주어져 있다.

V. 결론

본 논문에서는 시변 시간지연이 존재하는 네트워크 기반 제어시스템에 대해서 시변 시간지연요소를 명시적으로 고려한 H_2 제어기를 제안하였다. 시변 시간지연요소를 일종의 파라메터 변동으로 취급하여, 그 변동에 대한 상한을 구해 강인제어의 기법으로 제어기를 제안하였다. 제안된 제어기는 선형부등식의 형태로 주어져 쉽게 계산할 수 있다.

시변 시간지연요소의 변동의 상한을 구하는 부분에서 좀 더 정확한 상한을 구하는 방법이 있으면, H_2 제어기의 성능이 좋아질 것으로 기대되고 이에 대한 연구가 앞으로의 과제이다.

참고문헌

[1] A. Ray, "Introduction to networking for integrated control systems," *IEEE Control Systems Magazine,* vol. 9, no. 1, pp. 76-79, 1989.

[2] W. Zhang, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of networked control systems," *IEEE Control Systems Magazine,* vol. 21, no. 1, pp. 84-99, 2001.

[3] D. D. Blair, D. R. Doan, D. L. Jensen, and T. K. Kim, "Networked intelligent motor-control systems," *IEEE Industry Application Magazine,* vol. 7, no. 6, pp. 18-25, 2001.

[4] F. Lian, J. R. Moyne, and D. M. Tilbury, "Performance evaluation of control networks: ethernet, controlNet, and deviceNet," *IEEE Control Systems Magazine,* vol. 21, no. 1, pp. 66-83, 2001.

[5] S. Niculescu, Delay Effects on Stability, Springer, 2001.

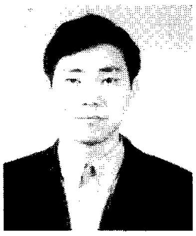
[6] J. K. Yook, D. M. Tilbury, and N. R. Soparkar, "A design methodology for distributed control systems to optimize performance in the presence of time delays," *Int. J. Control.,* vol. 74, no. 1, pp. 58-76, 2001.

[7] J. Nilsson, B. Bernhardsson, and B. Wittenmark, "Stochastic analysis and cotnrol of real-time systems with random time delays," *Automatica,* vol. 34, no. 1, pp. 57-64, 1998.

[8] T. Chen and B. Francis, Optimal Sampled-data Control Systems, Springer, 1995.

[9] A. A. Stoorvogel, "The Robust H_2 control problem: a worst-case design," *IEEE Trans. Automat. Control.,* vol. 37, no. 9, pp. 1358-1370, 1993.

[10] C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali, "Multiobjective output-feedback control via LMI optimization," *IEEE Trans. Automat. Control.,* vol. 42, no. 7, pp. 896-911, 1993.

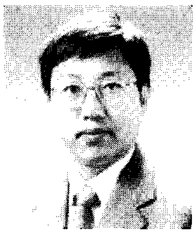


서 영 수

1967년 10월 6일생. 1990년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1992년 서울대학교 제어계측공학과 (석사). 1997년 동경대학교 (공학박사). 2000년 ~ 현재 울산대학교 전기전자정보시스템공학부 부교수. 관심 분야는 네트워크 기반 제어시스템 설계, 관성센서를 이용한 자세 추정 및 제어.

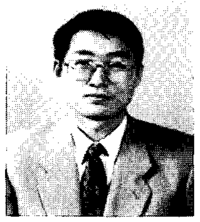
이 홍 희

1957년 10월 15일생. 1980년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1982년 동대학원 전기공학과 (석사). 1990년 동대학원 (공학박사). 현재 울산대학교 전기전자정보시스템공학부 교수. 관심 분야는 전력전자, 산업용 네트워크.



노 영 식

1959년 1월 1일생. 1981년 연세대학교 전기공학과 졸업. 1983년 동대학원 전기공학과 (석사). 1987년 동대학원 (공학박사). 1987년 ~ 1991년 삼성전자 생산기술연구소 선임연구원. 1991년 ~ 현재 울산대학교 전기전자정보시스템공학부 교수. 관심 분야는 로보틱스, 머신 비젼, 물류자동화.



강 희 준

1961년 10월 1일생. 1985년 서울대학교 기계공학과 졸업. 1991년 Texas Austin 대학 (공학박사). 1992년 ~ 현재 울산대학교 전기전자정보시스템공학부 교수. 관심 분야는 로봇 제어 및 응용, 햅틱스, 비쥬얼 서보, 캘리브레이션.