

◎ 논문

Level Set 상경계면 추적법을 적용한 3차원 CFD 프로그램의 개발

손기현^{*1}, 허남건^{*2}

Development of a 3-D CFD Program for Computing Two-Phase Flows with a Level Set Method

G. Son and N. Hur

A LS(Level Set) formulation is developed for computing two-phase flows on non-orthogonal meshes. Compared with the VOF(Volume-of-Fluid) method based on a non-smooth volume-fraction function, the LS method can calculate an interfacial curvature more accurately by using a smooth distance function. Also, it is quite straightforward to implement for 3-D irregular meshes compared with the VOF method requiring much more complicated geometric calculations. The LS formulation is implemented into a general purpose program for 3-D flows and verified through several test problems.

Key Words: Level Set 방법(Level Set Method), 이상유동(Two-Phase Flow), 비직교격자(Non-Orthogonal Mesh)

1. 서론

컴퓨터의 성능향상과 수치해석방법의 발달과 함께 전산유체역학을 통한 유동해석이 여러 분야에서 이루어지고 있다. 또한, 다양한 분야에 적용될 수 있는 범용 유동해석 프로그램의 개발도 활발히 진행되고 있다. 국내에서는 허남건 등[1]에 의해서 일반 비직교좌표계를 사용하는 3차원 유동해석 프로그램이 개발되었다. 이 유동해석 프로그램은 비직교좌표계에 유리한 유한 체적법, 비엇물림 격자계 및 종속변수로서 직교속도성분을 사용하고 있다.

본 연구에서는 허남건 등[1]이 개발한 유동해석 프로그램에 상경계면 추적법을 적용하여 복잡한 이상유동을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하고자 한다. 복잡한 상경계면을 추적하는 방법으로 현재 가장 많

이 사용되고 있는 수치기법은 Hirt와 Nichols[2]에 의해 도입된 VOF (Volume-of-Fluid) 방법이다. 이 방법은 검사체적 내에 액상의 체적비로 정의된 VOF 함수를 사용하여 상경계면을 추적하며, 각 상의 체적이 잘 보존되는 장점 때문에 STAR-CD[3]를 포함한 많은 상용 프로그램에서 사용되고 있다. 그러나 미분이 불연속인 VOF 함수로는 상경계면의 곡률을 정확하게 계산하기 어려운 단점이 있으며, VOF 함수의 이동을 수치확산 없이 계산하기 위해서는 VOF 함수로부터 상경계면을 기하학적으로 재구성하는 수치기법이 필요하다. 최근 들어 상경계면을 보다 정확하게 묘사하는 PLIC(piecewise linear interface calculation) 기법[4,5]이 도입되어 VOF 방법에 상당한 진전이 이루어졌으나, PLIC 기법을 비직교좌표계에 적용하는 경우에는 상경계면의 기하학적인 재구성 과정이 매우 복잡하게 되는 문제점이 있다.[6] VOF 방법의 단점을 개선하기 위하여

* 2004년 7월 26일 접수

*1 서강대학교 기계공학과

*2 정회원, 서강대학교 기계공학과

Sussman 등[7]은 상경계면으로부터의 거리로 정의된 LS (Level Set) 함수를 사용하여 상경계면을 계산하는 LS 방법을 제안하였다. 미분이 연속인 LS 함수는 상경계면의 곡률을 정확히 계산할 수 있기 때문에 기포와 액적과 같이 표면장력이 중요한 작은 규모의 이상유동의 해석에 효과적이다. 그러나 LS 방법에서는 각 상의 체적을 일정하게 유지하지 못한다는 또 다른 문제점이 발견되어, 이를 개선하기 위한 연구가 활발하게 진행되고 있다.[8-10] VOF 방법과 LS 방법의 단점을 극복하기 위한 방법으로서, VOF 함수와 LS 함수를 함께 사용하는 CLSVOF(Coupled LS and VOF) 방법이 최근에 제시되었다.[11,12] 이 방법은 상경계면의 곡률을 정확히 계산할 뿐만 아니라 각 상의 체적도 잘 보존하는 장점이 있다. 그러나 PLIC VOF 방법을 포함하고 있기 때문에 비직교좌표계로 확장하려면 상경계면의 재구성을 위한 복잡한 기하학적인 계산이 필요하다는 문제점이 있다. 본 연구에서는 LS 방법의 질량보존의 문제점을 개선하고 일반 비직교좌표계로 확장하여 복잡한 이상유동을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 검증을 위해 자유표면유동과 경사진 표면에서의 액적거동에 대한 계산을 수행하고 엄밀해와 비교하였다.

2. 수치해석

2.1 지배 방정식

기체-액체의 상경계면은 기상에서 음의 값, 액상에서 양의 값을 가지는 거리함수로 정의된 LS 함수에 의해 계산된다. 유동을 비압축성으로 가정하면, 기상-액상 영역 모두에 적용되는 질량보존, 운동량보존 및 LS 함수(ϕ)의 이류를 지배하는 방정식은 다음과 같이 표현된다.[12]

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} - \sigma \kappa \nabla H + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \phi = 0 \tag{3}$$

위의 식에서 기상-액상을 구분하는 계단함수 H , 상경계면의 곡률(κ)과 검사체적에서 평균 밀도 및 점성은 다음과 같이 계산된다.[7,8]

$$H = \max [0, \min [1, 0.5 + \phi/3\Delta_n + \sin(2\pi\phi/3\Delta_n)/2\pi]]$$

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$$

$$\rho = \rho_g + (\rho_l - \rho_g)H$$

$$\mu = \mu_g + (\mu_l - \mu_g)H$$

여기서, Δ_n 는 상경계면에 수직한 방향의 격자간격이다. H 의 계산에서는 상경계면의 두께를 “0”이 아닌 $3\Delta_n$ 으로 확장하여 불연속성을 완화하였다. 이는 공기-물과 같이 기체-액체의 물성치가 상당히 다를 때 발생하는 수치적인 불안정성을 줄이는데 효과적이다.[7,8] 상경계면 곡률의 계산에서는 미분이 연속인 LS 함수를 사용함으로써 불연속인 체적비 함수를 사용하는 VOF 방법보다 정확도를 높일 수 있다.

상경계면($\phi = 0$)은 식 (3)에 의해 결정되지만 식 (3)에서 구한 ϕ 은 일반적으로 거리함수($|\nabla \phi| = 1$)의 성질을 만족하지 않는다. H 와 κ 를 정확하게 계산하기 위해서는 LS 함수를 거리함수로 보정하는 재초기화(reinitialization)로 명명된 다음의 과정이 필요하다.[7]

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = S(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|) \tag{4}$$

$$S(\phi_0) = \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + \Delta_m^2}} \tag{5}$$

여기서, Δ_m 는 인접한 격자간의 최단거리, ϕ_0 는 식 (3)의 해이며, τ 는 식 (4)의 우변이 상경계면 주위에서 0이 될 때까지 계산하는 반복단계를

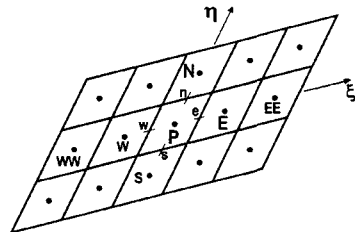


Fig. 1 Control volume.

의미한다. 식 (5)는 LS 함수가 거리함수가 되도록

보정하는 식 (4)를 푸는 과정에서 상경계면($\phi = 0$)을 변형시키지 않으면서, 상경계면으로부터 멀어지는 방향($S\nabla\phi$)으로 계산하기 위해 도입되었다.[7] 식 (5)에서 $S(0) = 0$ 이므로 상경계면($\phi = 0$)은 재초기화 과정에서 이론적으로 고정되어 있지만 실제 수치계산에서는 미세하게 이동하는 경향이 나타난다. 이로 인해 LS 방법의 가장 큰 단점인 상경계면을 추적하는 동안에 각 상의 체적이 일정하게 보존되지 못하는 문제가 발생된다.[10] 본 연구에서는 $\phi = 0$ 을 고정하는 식 (5)를 수정하여, 상경계면에 인접한 격자점에서는 LS 함수를 고정하고 (또는 $S = 0$), 그 외의 격자점에서는 식 (5)를 사용하는 기법을 사용함으로써 체적보존의 문제를 현저히 개선할 수 있었다.

2.2 LS 방정식의 차분화

지배방정식을 차분화할 때 모든 종속변수는 Fig. 1에 표시된 차분화된 검사체적의 중심점에 위치시켰다. 단상유동의 지배방정식에 대한 차분화 과정은 참고문헌[1,13,14]에 자세히 기술되어 있으므로 여기서는 LS 함수를 사용하는 이상유동의 지배방정식에서 별도로 나타나는 LS 함수의 지배방정식을 차분화하는 과정에 대해서만 서술한다. LS 함수의 이동을 지배하는 방정식 (3)은 다음과 같이 차분화한다.

$$(\phi_P^{n+1} - \phi_P^n)(\Delta V)_P + \Delta t \sum_f F_f \phi_f^n = 0 \quad (6)$$

여기서, F_f 는 검사체적의 f면을 통과하는 유량이며, ϕ_f 는 인접한 격자점의 값으로부터 2차

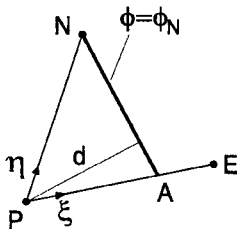


Fig. 2 Schematic for 2-D discretization of $|\nabla\phi|$.

ENO(Essentially Non-Oscillatory) 방법[9]을 이용하여 계산하였다. 2차 ENO 방법은 1차 상류차분법, 2

차 상류차분법과 중앙차분법을 결합한 형태이며, Fig. 1의 e면에 대해 ϕ_e 를 계산하는 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_P + d_{eP} m(D_{\xi e}\phi, D_{\xi w}\phi) \text{ if } F_e > 0 \\ &= \phi_E - d_{eE} m(D_{\xi e}\phi, D_{\xi e}\phi) \text{ otherwise} \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{ab} &= \mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b; \quad d_{ab} = |\mathbf{d}_{ab}| \\ D_{\xi e}\phi &= \frac{\phi_E - \phi_P}{d_{eP}}; \quad D_{\xi w}\phi = \frac{\phi_P - \phi_W}{d_{pW}} \\ m(a, b) &= \text{sign}(a) \min(|a|, |b|) \text{ if } ab > 0 \\ &= 0 \text{ otherwise} \end{aligned}$$

LS 함수를 재초기화하는 식 (4)에서 $|\nabla\phi|$ 를 차분화하는 과정은 특별한 주의가 필요하다. ϕ_P 는 격자점 \mathbf{x}_P 와 상경계면과의 최단거리로 정의되기 때문에 상경계면으로부터 멀어지는 방향으로 차분화되어야 한다. 즉 $|\nabla\phi|$ 를 차분화할 때 인접한 격자점의 LS 함수값 중에서 보다 작은 값으로부터 계산하여야 한다. 또한, $|\nabla\phi|$ 를 비직교좌표계에서 차분화하는 경우 격자점의 기하학적인 조건을 고려하여야 한다. 단순히 좌표변환 방법을 사용하는 경우에는 결과부분에서 관찰되는바와 같이 추가적인 수치오차가 발생하였다. 2차원인 경우에 $|\nabla\phi|$ 를 차분화하는 과정은 다음과 같다. 먼저, Fig. 2에 표시한 것처럼 $|\phi_\xi| \geq |\phi_\eta|$ 이며 다음의 조건을 만족하도록 좌표 (ξ, η) 를 선택한다.

$$-\phi_\xi = \frac{\phi_P - \phi_E}{d_{PE}} \geq \frac{\phi_P - \phi_W}{d_{PW}} \quad (7)$$

$$-\phi_\eta = \frac{\phi_P - \phi_N}{d_{PN}} \geq \frac{\phi_P - \phi_S}{d_{PS}} \quad (8)$$

위의 식에서 설명의 편의상 1차 ENO 또는 1차 상류차분법을 사용하고 $\phi_P, \phi_E, \phi_N > 0$ 을 가정하였으며, $|\nabla\phi|$ 를 차분화하는 과정은 다음과 같다.

- 1) $-\phi_\xi \leq 0, -\phi_\eta \leq 0$ 이면, ϕ_P 가 인접한 격자점의 ϕ 보다 작기 때문에 LS 함수를 재초기화 하지 않는다.

2) $-\phi_\eta \leq 0 < -\phi_\xi$ 이면, ϕ_P 보다 작은 ϕ_B 를 사용하며 $|\nabla\phi| = |\phi_\xi|$ 으로 계산한다.

3) $-\phi_\xi > 0, -\phi_\eta > 0$ 이면, Fig. 2의 선분 AN과 P점간의 최단거리(d_{\min})를 구하여야 한다. A점은 $d_{AP} = d_{NP}|\phi_\eta|/|\phi_\xi|$ 의 조건에서 결정되며, $|\nabla\phi| = |\phi_\eta|d_{PN}/d_{\min}$ 으로 계산한다. 직교좌표계와 달리 비직교좌표계에서는 P점에서 선분 AN에 수직한 선이 삼각형 ANP 외부에 놓일 수 있으며, 이 경우에 최단거리는 선분 PA 또는 PN이 되어야 한다는 기하학적인 조건이 추가적으로 고려되어야 한다. 매개변수 s 를 도입하면 P점과 선분 AN간의 거리를 식 (9) 또는 식 (10)으로 표현할 수 있다.[15]

$$d = |d_{AP} + s(d_{NP} - d_{AP})| \quad (9)$$

$$d = (a_2s^2 + 2a_1s + d_{AP}^2)^{1/2} \quad (10)$$

식 (10)에서 $s = s_0 = -a_1/a_2$ 일 때 d 의 값이 최소가 되며, 앞에서 좌표 (ξ, η) 을 선택한 조건에 따르면 $s_0 < 1/2$ 이 된다. 직교좌표계와 달리 비직교좌표계에서는 $s_0 > 0$ 이 성립하지 않을 수 있다. $s_0 < 0$ 인 경우 즉 P점에서 선분 AN에 수직한 선이 선분 AP 아래에 놓이는 경우 최단거리는 선분 AP의 길이가 되어야 한다. 요약하면 $0 \leq s \leq 1$ 의 기하학적인 제한조건을 고려한 최단거리는 다음과 같이 표현된다.

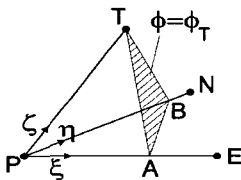


Fig. 3 Schematic for 3-D discretization of $|\nabla\phi|$.

$$d_{\min} = [d_{AP}^2 - \min(0, a_1)/a_2]^{1/2} \quad (11)$$

3차원인 경우에는 Fig. 3에 표시한 것처럼 $|\phi_\xi| \geq |\phi_\eta| \geq |\phi_\zeta|$ 를 만족하도록 좌표 ξ, η, ζ 를 선택하면 $|\nabla\phi|$ 를 구하기 위해서는 P점과 삼각형

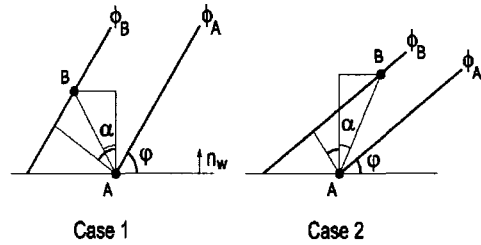


Fig. 4 Schematic for contact angle condition.

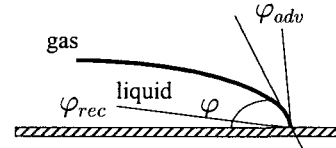


Fig. 5 Contact angle hysteresis.

ABT간의 최단거리를 구하여야 한다. 매개변수 s 와 t 를 도입하면 P점과 삼각형 ABT간의 거리를 식 (12) 또는 식 (13)으로 표현할 수 있다.[15]

$$d(s, t) = |d_{AP} + s(d_{BP} - d_{AP}) + t(d_{TP} - d_{AP})| \quad (12)$$

$$d(s, t) = (a_{20}s^2 + 2a_{11}st + a_{02}t^2 + 2a_{10}s + 2a_{01}t + d_{AP}^2)^{1/2} \quad (13)$$

식 (13)에서 d 의 값이 최소가 되는 (s, t) 를 (s_0, t_0) 로 정의하면, 기하학적인 제한조건을 고려하여 P점과 삼각형 ABT간의 최단거리 d_{\min} 를 구하는 과정은 다음과 같다.

1) $0 < s_0 < 1, 0 < t_0 < 1, 0 < s_0 + t_0 < 1$ 의 조건을 모두 만족하면, P점에서 삼각형 ABT에 수직선이 사면체 PABT안에 놓이는 경우이며 식 (13)으로부터 $d_{\min} = d[s_0, t_0]$ 이다.

2) $t_0 \leq 0$ 이면, 수직선이 선분 AB 아래에 놓이는 경우이며 최단거리는 P점과 선분 AB와의 거리인 $d_{\min} = d[\max(s_0, 0), 0]$ 이 된다.

3) $s_0 \leq 0$ 이면, 최단거리는 P점과 선분 AT와의 거리이며 $d_{\min} = d[0, \max(t_0, 0)]$ 이다.

4) $s_0 + t_0 \geq 1$ 이면, P점과 선분 BT와의 거리이며 $d_{\min} = d[s_0, 1 - s_0]$ 이다.

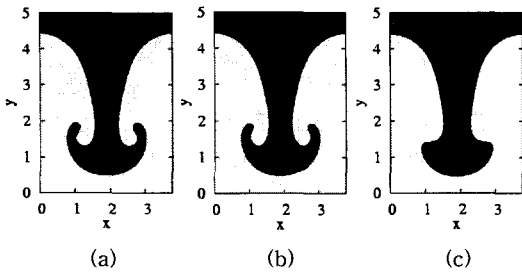


Fig. 6 Deformation of an interface subject to Taylor instability obtained by (a) CLSVOF, (b) new LS and (c) old LS.

2.3 접촉각 조건

상경계면이 고체면과 만나는 경우에 형성되는 접촉각(φ) 조건은 LS 함수의 경계조건이 된다. Fig. 4의 경우처럼 격자계가 고체면에 수직하지 않는 일반적인 비직교좌표계에서 효과적으로 적용할 수 있는 접촉각 조건은 $|\nabla\phi|=1$ 을 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$\phi_A = \phi_B + |d| \cos(\varphi + \beta) \tag{14}$$

여기서,

$$\begin{aligned} d &= x_B - x_A \\ \alpha &= \cos^{-1}(n_w \cdot d / |d|) \\ \beta &= \alpha \operatorname{sign}(d_t \cdot \nabla\phi) \\ d_t &= d - (d \cdot n_w)n_w \end{aligned}$$

실제 고체면에서 접촉각은 상경계면의 이동방향에 따라 Fig. 5에서 표시한 것처럼 전진(advancing) 접촉각 φ_{adv} 과 후진(receding) 접촉각 φ_{rec} 사이에서 변하는($\varphi_{rec} \leq \varphi \leq \varphi_{adv}$) 현상(contact angle hysteresis)이 일어난다. 본 연구에서는 접촉각이 $\varphi_{rec} < \varphi < \varphi_{adv}$ 이면 액적-기체-벽면의 접점은 정지되어 있으며, 접점이 이동하는 경우에는 접촉각은 $\varphi = \varphi_{adv}$ 또는 $\varphi = \varphi_{rec}$ 을 만족하도록 하였다.

3. 결과 및 검토

지배방정식의 각 변수를 기준길이 l_o 과 기준속도 u_o 를 이용하여 무차원화 하였으며, 다음과 같은 무

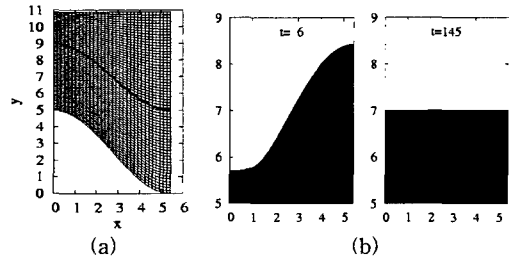


Fig. 7 (a) Computational mesh for 2-D free surface motion and (b) the transient behavior of the interface.

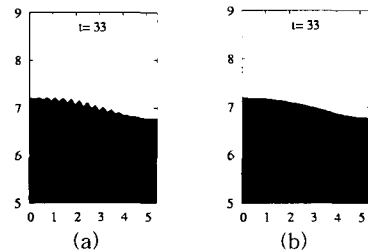


Fig. 8 2-D interfaces obtained from the LS reinitialization (a) without and (b) with the geometric constraint.

차원 변수를 정의하였다.

$$Re = \frac{\rho_l u_o l_o}{\mu_l}; \quad We = \frac{\rho_l u_o^2 l_o}{\sigma}; \quad Fr = \frac{u_o^2}{g l_o}$$

3.1 Taylor Instability

LS 재초기화 과정에서 도입된 식(5)를 수정함으로 개선한 LS 방법에 대한 검증을 위하여, 중력장에서 가벼운 유체가 무거운 유체아래에 놓여 있을 때 발생하는 상경계면의 불안정성(Taylor instability)에 대한 수치해석을 직교좌표계를 사용하여 수행하였다. 계산에 사용한 무차원 변수와 초기 상경계면의 형상(y_{int}^0)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\rho_l}{\rho_g} &= 4, \quad \frac{\mu_l}{\mu_g} = 1, \quad Re = 100, \quad We = 92.6 \\ Fr &= 1, \quad y_{int}^0 = 3 + 0.05 \cos(5x/3) \end{aligned}$$

Fig. 6은 t=6에서 상경계면의 변형을 나타내며, LS와 VOF 방법을 결합함으로 두 방법의 단점을 극복한 CLSVOF 방법[12]의 결과를 기준으로 비교할

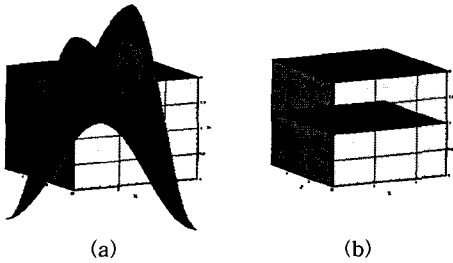


Fig. 9 3-D interfaces at (a) the initial state and (b) the steady state.

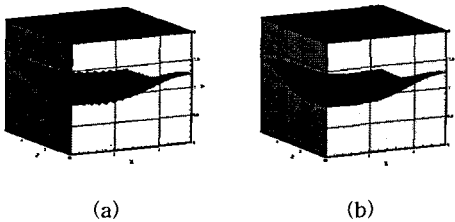


Fig. 10 3-D interfaces obtained from the LS reinitialization (a) without and (b) with the geometric constraint.

때 수정된 LS 방법이 기존의 LS 방법에 비해 상당히 개선되었을 뿐만 아니라 CLSVOF 방법과 거의 같은 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다. CLSVOF 방법을 비직교좌표계로 확장하는 과정은 VOF 함수로부터 상경 계면을 결정하기 위해 매우 복잡한 기하학적인 계산이 필요하기 때문에 실제로 적용된 사례가 없다. 하지만 LS 방법은 상대적으로 용이하게 비직교좌표계로 확장할 수 있다는 장점이 있다.

3.2 자유표면유동

비직교좌표계에서 유도된 LS 방정식의 차분법에 대한 검증은 위하여 무거운 유체가 아래에 놓여 있을 때 일어나는 상경계면의 진동현상을 다음과 같은 무차원 변수, Fig. 7(a)에 나타난 초기 상경계면의 형상 및 고체면의 형상에 대하여 계산하였다.

$$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 4, \frac{\mu_l}{\mu_g} = 1, Re = 10, We = 1/3$$

$$Fr = 1, y_{int}^0 = 7 + 2\cos(x/\sqrt{3})$$

상경계면은 Fig. 7(b)에 표시된 것처럼 시간에 따라 진동하다가 표면장력과 점성의 영향에 의해 결국

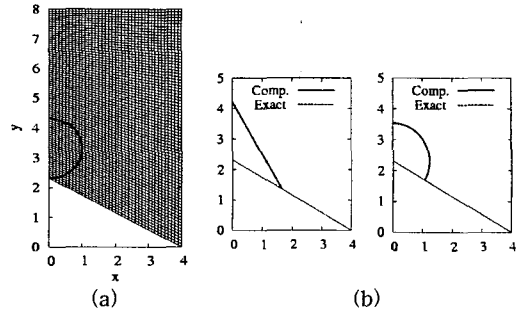


Fig. 11 (a) Computational mesh for droplet motion and (b) the steady droplet shapes at $\varphi = 30^\circ$ and $\varphi = 90^\circ$

정지상태에 도달하게 된다. 정지상태의 상경계면이 엄밀해진 $y=7$ 에 해당하는 수평선이 되며, 이는 중력과 표면장력의 효과가 비직교좌표계에서 제대로 계산되었음을 의미한다.

Fig. 8은 LS 함수를 거리함수로 보정하기 위해 $|\nabla\phi|$ 를 차분화하는 과정에서 기하학적인 조건이 고려된 경우와 그렇지 않은 경우의 결과를 나타낸다. 기하학적인 조건을 고려하지 않고 단순히 좌표변환을 사용하는 경우에는 Fig. 8(a)와 같은 수치 불안정성이 발생함을 볼 수 있다.

3차원인 경우에 대한 계산은 2차원인 경우에 사용한 무차원 변수와 다음과 같은 상경계면과 고체면의 형상에 대해 수행하였다.

$$y_{int}^0 = 7 + 2\cos(x/\sqrt{3})\cos(z/\sqrt{3})$$

$$y_{solid} = 2.5 + 2.5\cos(x/\sqrt{3})\cos(z/\sqrt{3})$$

정지상태에서 상경계면은 Fig. 9와 같이 엄밀해진 $y=7$ 에 해당하는 수평면을 이루며, $t=17.5$ 에서는 Fig. 10에 나타난바와 같이 기하학적인 조건을 적용하지 않은 경우에 수치적 불안정성이 발생함을 확인할 수 있다.

3.3 경사진 고체면에서의 액적거동

접촉각 조건을 적용하기 위해 유도한 식의 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 11(a)와 같이 수평면에 대하여 30° 경사진 고체면에서의 액적거동에 대해 다음과 같은 무차원 변수를 사용하여 계산하였다.

$$\frac{\rho_l}{\rho_g} = 10^3, \frac{\mu_l}{\mu_g} = 10^2, Re = 20, We = 0.2$$

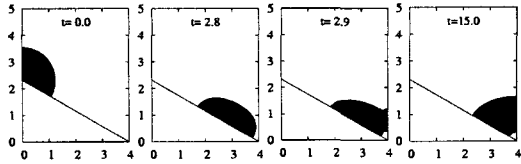


Fig. 12 Droplet motion for $\varphi_{adv} = \varphi_{rec} = 90^\circ$ and $Fr=0.2$

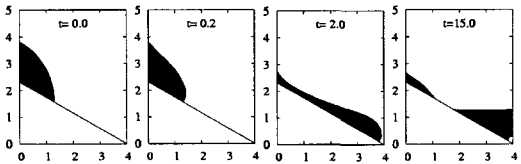


Fig. 13 Droplet motion for $\varphi_{adv} = 90^\circ$, $\varphi_{rec} = 30^\circ$ and $Fr=0.1$

중력을 고려하지 않은 경우($1/Fr=0$), 액적거동은 표면장력에 의해 접촉각을 유지하면서 표면적을 최소화하는 방향으로 진행된다. 점성에 의해 정지상태에 도달했을 때의 액적형상에 대한 엄밀해는 접촉각을 만족하는 조건에서 최소 표면적을 가지는 형태가 된다. 즉 수평면에 대하여 30° 경사진 고체면에서의 액적형상은 $\varphi = 30^\circ$ 에서는 직선이며 $\varphi = 90^\circ$ 에서는 원호형태가 된다. 계산된 정상상태의 액적형상은 Fig. 11(b)에서 보는 바와 같이 엄밀해와 잘 일치함을 확인할 수 있다. Fig. 12는 접촉각이 $\varphi = 90^\circ$ 이고 $Fr=0.2$ 인 경우에 대한 계산결과이다. 경사면, 좌측면과 우측면을 고체로 취급하고 동일한 접촉각 조건을 적용하였으며, 초기조건으로는 Fig. 11에서 구한 중력을 고려하지 않은 경우에 계산된 정상상태의 결과를 이용하였다. 액적을 잡고 있는 표면장력의 힘보다 중력이 크기 때문에 액적은 접촉각을 유지하면서 경사진 면을 따라 미끄러지는 것을 볼 수 있다. 또한, 경사면과 우측면과의 각이 접촉각보다 작기 때문에 Fig. 12의 $t=2.9$ 에서처럼 기포가 액적과 벽면 모서리에 갇히는 현상이 나타난다. 충분한 시간이 지난 후 액적은 $t=15$ 에서처럼 정지상태에 도달하게 된다.

접촉각이 상경계면의 이동방향에 따라 다른 값을 가지는 현상(contact angle hysteresis)에 대한 수치모사 결과는 Fig. 13과 같다. 초기조건으로는 무중력 상태에서 $\varphi = 60^\circ$ 의 경우에 계산된 정지상태의 액적형상을 이용하였다. $t < 0.2$ 에서 접촉각이

$\varphi_{adv} = 90^\circ$ 와 $\varphi_{rec} = 30^\circ$ 사이에 있을 때는 기체-액체-고체 접점은 움직이지 않음을 볼 수 있다. 이후 접점이 이동함에 따라 접촉각은 액적의 선단은 $\varphi_{adv} = 90^\circ$ 를 후미는 $\varphi_{rec} = 30^\circ$ 를 유지하는 것을 볼 수 있다. 그러므로 앞에서 유도된 접촉각 조건이 비직교좌계에서 잘 적용됨을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 복잡한 상경계면을 계산할 수 있는 Level Set 방법을 바탕으로 질량보존의 문제점을 개선하고 일반 비직교좌표계에 적용할 수 있는 수치기법을 개발함으로 기존의 3차원 범용 유동해석 프로그램의 적용범위를 이상유동해석으로까지 확장하였다. 프로그램의 검증을 위해 자유표면유동과 경사진 벽면에서의 액적거동에 대한 계산을 수행하였다. 정상상태에서 엄밀해가 존재하는 경우의 결과와 비교함으로 수치방법을 검증하였으며, Level Set 방정식을 비직교좌표계에서 차분화할 때 기하학적인 조건을 추가적으로 고려해야한다는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 불규칙한 고체면과 상경계면이 만날 때 형성되는 접촉각에 대한 조건을 비직교좌표계에서 효과적으로 적용할 수 있는 수식을 유도하고 이의 타당성을 액적거동에 대한 계산으로부터 확인하였다.

후기

본 연구는 과학기술부의 공학용 해석 소프트웨어 기술개발사업의 연구비 지원(M1-01290000 01)으로 수행되었습니다.

참고문헌

[1]허남건, 조원국, 윤성영, 김광호, “일반 비직교좌표계를 사용하는 3차원 범용 유동해석 프로그램의 개발,” 대한기계학회논문집, 18 권 (1994), pp.3345-3356.
 [2]Hirt, C.W. and Nichols, B.D., “Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 39 (1981), pp.201-225.

- [3]STAR-CD, version 3.10 Manual, Computational Dynamics LTD. (1999).
- [4]Youngs, D.L., "Time-Dependent Multi-Material Flow With Large Fluid Distortion," in Morton, K.W. and Baines, M.J. (eds.), *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, (1982), pp.273-285.
- [5]Rider, W.J. and Kothe, D.B., "Reconstructing Volume Tracking," *J. Comput. Phys.*, Vol.141 (1997), pp.112-152.
- [6]Kothe, D.B., Williams, M.W., Lam, K.L., Korzekwa, D.R., Tubising, P.K., and Puckett, E.G., "A Second-Order Accurate, Linearity-Preserving Volume Tracking Algorithm for Free Surface Flows on 3-D Unstructured Meshes," *Proc. of the 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, San Francisco, (1999).
- [7]Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S., "A Level Set Approach for Computing Solution to Incompressible Two-Phase Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol.114 (1994), pp.146-159.
- [8]Sussman, M., Fatemi, E., Smereka, P., and Osher, S., "An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows," *Comput. Fluids*, Vol.27 (1998), pp. 663-680.
- [9]Chang, Y.C., Hou, Y.Y., Merriman, B., and Osher, S., "A Level Set Formulation of Eulerian Interface Capturing Methods for Incompressible Fluid Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol. 124 (1996), pp.449-464.
- [10]Russo, G. and Smereka, P., "A Remark on Computing Distance Functions," *J. Comput. Phys.*, Vol.163 (2000), pp. 51-67.
- [11]Sussman, M. and Puckett, E.G., "A Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method for Computing 3D and Axisymmetric Incompressible Two-Phase Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol.162 (2000), pp.301-337.
- [12]성명호, 손기현, 허남건, "3차원 범용 유동해석 프로그램의 개발 - CLSVOF 상경계면 추적법의 적용," *한국전산유체공학회지*, 7권 (2002), pp.28-34.
- [13]Peric, M., "A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph.D. Thesis, University of London, (1985).
- [14]Ubbink, O., "Numerical Prediction of Two Fluid Systems With Sharp Interfaces," Ph.D. Thesis, University of London, (1997).
- [15]Schneider, P.J. and Eberly, D.H., *Geometric Tools for Computer Graphics*, Morgan Kaufmann Publishers, Amsterdam (2003).