JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS MAR. 2004, pp. 77-89

한국농공학회논문집
제46권 제2호

프리스트레스트 콘크리트 구조물의 합리적인 최적설계

Reasonable Optimum Design of Prestressed Concrete Structures

김 종 옥*
Kim, Jong Ok

Abstract

This study was carried out to find out the reasonable optimum design method for the design of prestressed concrete structures. The optimum design problems were formulated and computer programs to solve these problems were developed.

To test the reliablity, efficiency, possibility of application and reasonablity of optimum design problems and computer programs, both continuous optimization method and mixed-discrete optimization method were applied to the design of prestressed concrete composite girder and application results were discussed.

It is proved that mixed-discrete optimization method is more reliable, efficient and reasonable than continuous optimization method for the optimum design of prestressed concrete structures.

Keywords : Continuous optimization method, Mixed-discrete optimization method, Design variable, Constraint, Convergence history, Objective function, Prestressed concrete composite girder

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

지금까지 최적설계에 관한 연구가 거의 알고리즘 위주의 이론적인 연구에 치우친 나머지 개발된 최적화기법은 실용화의 수준을 능가하면서도 아직 항공공학이나 기계공학 분야 등 특정 분야에서만 실용화가 이루어질 뿐 토목구조물의 최적설계에는 크게 활용되지 못하고 있다.

그러나 토목구조물은 건설단가가 높고 안전성이 크게 요구되고 있는점을 감안하면 토목구조물의 설계에 합리적이고 효율적인 최적설계기법을 도입하여 경제성과 안전성을 확보하는 것이 무엇보다도 필요하다.

최근 국가경제가 발전하여 도로망 확충 등 사회간접자본에 대한 투자가 크게 증대되면서 프리스트레스트 콘크리트 구조물에 의한 각종 시설의 확충이 크게 요구되고 있다. 그런데 프리스트레스트 콘크리트 구조물은 설계기법이 복잡하고 설계시 결정해야 할 변량이 많으며 성격이 다른 설계변수가 혼

* 공주대학교 산업과학대학
Tel.: +82-41-330-1000
Fax: +82-41-330-1004
E-mail address: jokim@kongju.ac.kr

재되어 있다. 즉 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 단면치수는 연속형 설계변수지만 철근이나 PC 강선의 단면적은 한국산업규격에 의하여 생산된 규격화된 상품중에서 선택해야 하는 이산형설계변수이다.

따라서 이와 같은 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계를 수행하려면 연속형 설계변수와 이산형 설계변수가 혼합된 혼합이산형 최적화 기법으로 최적화 문제를 정식화하여 해를 구해야만 합리적인 최적설계가 된다.

따라서 본 연구에서는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계에 모든 설계변수를 연속형 설계변수로 취급하여 최적해를 구하는 경우와 연속형 설계변수와 이산형 설계변수가 혼재된 혼합이산형 최적화 문제로 정식화하여 최적해를 구하는 경우를 적용하여 그 결과를 비교 검토하므로써 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 합리적인 최적설계 모델을 제안하고자 한다.

2. 연구의 방법

프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계를 합리적이고 효율적으로 수행할 수 있는 최적설계 모델과 컴퓨터 프로그램을 개발하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 방법과 순서로 연구를 수행하였다.

① 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계를 위한 설계변수로 사용할 수 있는 콘크리트 단면치수, PC강선 단면적, 철근 단면적 등을 면밀히 검토하여 이들 중에서 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계이론이나 재료의 특성 등을 감안하여 가장 합리성이 있는 설계변수를 택한다.

② 단면치수는 연속형 설계변수이고 PC강선 및 철근의 단면적과 같은 설계변수는 한국산업규격에 의하여 생산된 상품을 사용하게 되므로 이산형 설계변수로 취급할 수 있다. 따라서 최적설계 문제를 모든 설계변수를 연속형 설계변수로 고려한 연속형 최적설계 문제와 연속형 설계변수와 이산형 설계변수가 혼합된 혼합이산형 최적설계 문제로 정식화한다.

③ 본 연구에서 개발되는 합리적이고 효율적인 최적설계 모델을 검증하기 위하여 적용할 프리스트레스트 콘크리트 구조물은 교량구조물의 합성거더로 한다.

④ 제약조건식은 프리스트레스트 콘크리트 교량구조물에서 고려해야 되는 비선형성, 시간적인 영향, 온도의 영향 등을 모두 고려하고 허용응력 설계법과 강도설계법 그리고 콘크리트표준시방서, 콘크리트구조설계기준 및 도로교표준시방서의 기준을 적용하여 유도한다.

⑤ 본 연구에서 개발된 최적설계 모델의 신뢰성, 효율성, 적용가능성, 합리성 등을 분석한다.

⑥ 연속형 최적설계법과 혼합이산형 최적설계법에 의한 결과를 비교 검토하여 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계에 합리적인 최적설계 기법을 제안한다.

3. 국내외 연구 동향

구조물의 최적설계 관한 연구는 1960년 Schmit가 "Structural Design by Systematic Synthesis"[16] 라는 획기적인 논문을 통하여 최적화의 개념을 체계적으로 제시하면서부터 급진적으로 발전하기 시작하였다. 그 후 약40여년 동안 최적설계 분야에서는 각종 최적화 기법의 이론과 최적설계 팩키지 프로그램의 개발에 관한 연구가 집중적으로 수행되어 이제는 최적설계법이 실제 구조물의 설계에 이용될 수 있을 만큼 성숙되었다고 말할 수 있게 되었다.[20),22)]

그러나 오늘에 이르기까지 최적설계법이 실제 구조물의 설계에 적용된 예는 첨단 구조설계가 요구되는 항공, 우주, 선박, 기계, 자동차, 플랜트 부분에서만 부분적으로 이루어지고 있을 뿐 토목, 건축 분야에서 널리 사용되는 철근콘크리트 또는 프리스

트레스트 콘크리트 구조물의 실제 설계에 적용한 예는 그리 많지 않다.

이와 같이 최적설계법이 실제 구조물의 설계, 그 중에서도 콘크리트 구조물의 실제 설계에서 설계도구가 되지 못하고 있는 주원인은 그동안 이 분야의 연구가 지나치게 알고리즘 위주의 이론적 연구에만 치우쳐 왔고 그 적용도 실제 설계문제와는 거리가 멀거나 너무 단순한 교과서적인 문제에만 한정되어 왔기 때문이다. 더구나 그동안 최적설계에 관한 연구에서 개발된 각종 알고리즘과 최적화기법의 효율성, 신뢰성, 적용가능성 등을 확인하기 위한 적용예에서 도입된 구조물은 거의 대부분이 트러스 구조물이었고 철근콘크리트 또는 프리스트레스트 콘크리트 구조물에 적용한 예는 불과 4%[5]에 불과하였기 때문에 이들 구조물의 설계에 최적설계 기법의 도입이 늦어지고 있으며 특히 프리스트레스트 콘크리트 구조물을 대상으로 한 연구는 거의 찾아 볼 수 없다.

따라서 Cohn[5]은 만약 실제 설계에서 고려되는 하중과 제약조건이 그대로 고려된 철근콘크리트 구조물의 최적설계에 관한 연구가 활발히 수행된다면 최적화 기법은 실무 설계자들에게 아주 매력적인 기법이 될 것이라고 지적하였다.

최근에 발표된 콘크리트 구조물의 최적설계에 관한 연구는 거의가 전단벽, 옹벽, 판, 슬래브 등과 같은 부재의 단면설계나 개별 구조요소의 최적설계와 관련되어 있다.

Adamu와 Karihaloo[1),2),3)]는 철근콘크리트 뼈대구조물의 최적설계를 각각 COC (Continuum-type Optimality Critrria) 방법, DCOC(Discritized Continuum-type Optimality Criteria) 방법에 의하여 수행하였다.

Lourenco와 Figueriras[13)]는 철근콘크리트 판, 슬랩 그리고 쉘구조물을 비선형 해석과 연계해서 최적설계를 수행하여 실험결과와 비교해보니 잘 일치하였다고 보고하였으며 Al-Harthy와 Frangopol[4)]은 프리스트레스트 콘크리트 보를 설계하기 위한 신뢰성에 기초를 둔 최적설계과정을 제안하였다.

Moharrami와 Grierson[15)]은 철근콘크리트 건물 뼈대구조의 최적설계를 위한 컴퓨터를 기초로 한 방법을 제안하였고 그 결과 최적성 규준법은 효과적인 최적화 방법이고 일반적으로 몇회의 반복 과정 안에 철근콘크리트 뼈대구조물의 최적치에 수렴한다고 하였다.

Cohn과 Louis[6)]는 프리스트레스트 연속보를 ULS(Ultimate Limit State) 와 SLS(Serviceability Limit State)의 요구조건에 따라 최적설계를 수행하였으며 이들은 또한 철근콘크리트 교량시스템의 최적설계에 관한 연구[7)]를 수행하였다.

Fang[8)] 등은 다단계 다목적 함수 최적화 방법을 사용하여 프리캐스트 콘크리트 벽 패널의 최적설계 문제를 푸는 과정을 개발하였다.

현재 철근콘크리트 또는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계에 관한 연구는 카나다의 Waterloo대학에서 Cohn의 주도하에 활발하게 진행되고 있고 독일 Essen대학의 Thierauf는 구조해석과 연계되면서 독일 콘크리트 표준시방서의 모든조건을 고려하여 철근콘크리트 구조물의 최적설계를 수행할 수 있는 B&B 라는 software를 개발하였다.

그러나 지금까지의 연구에서는 단순한 개별 부재 또는 요소의 최적설계에 어떤 특정 최적화 기법을 적용하여 모든 요구조건을 종합적으로 만족하는 설계값을 얻게 되었을 뿐 구조물 전체의 설계에 최적설계기법을 적용 할 수 있는 합리적이고 효율적인 통합된 최적설계과정을 제안한 연구는 찾아볼 수 없었다.

따라서 만약 최적화기법을 실제 구조물의 설계에 적용하는 연구가 활발해지고 구조물의 종류별로 최적설계를 위한 사용자 중심의 software가 개발되어 보급된다면 최적화기법은 머지않아 실제 콘크리트 또는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계에 적용할 수 있는 강력한 도구가 될 것이다.

Ⅱ. PC 교량의 구조해석

1. 대상구조물

최적설계 대상구조물은 프리스트레스트 콘크리트 교량으로써 주형의 길이 25.7 m, 설계지간 25.0 m, 교폭 9 m로 가정하여 설계하였다.

2. 작용하중

교량에 작용하는 하중은 도로교 표준시방서의 제 규정에 따라 사하중과 활하중을 고려하였으며 사하중은 슬래브, 프리캐스트보, 칸막이, 아스팔트포장, 난간, 연석등의 자중을 고려하였고 활하중은 표준트럭하중이 작용하는 것으로 보았다.

3. 설계모멘트 및 설계전단력의 계산

바닥판의 설계에서는 고정하중, 활하중 및 충격하중을 고려하여 총모멘트를 계산하였고 주형의 설계에서는 보, 바닥판 및 칸막이, 아스팔트 포장, 난간, 연석 등의 자중, 추가 고정하중, 활하중 및 충격하중에 의한 총모멘트를 고려하였다.

전단력 역시 PC보의 자중, 바닥판 및 칸막이 중량, 포장등의 고정하중, 활하중, 충격하중 등에 의한 전단력을 고려하였다. 그런데 활하중에 의한 최대 모멘트와 최대 전단력을 구할 때는 표준트럭 하중의 위치가 변화함에 따라 절대 최대 전단력 및 절대 최대 휨모멘트의 발생위치와 크기가 변하게 되므로 하중의 위치가 변화하는 상태에서 절대 최대 휨모멘트와 절대 최대 전단력을 찾아내기란 쉬운 일이 아니다.

따라서, 본 연구에서는 설계지간에 표준트럭이 지나갈 때 표준 트럭하중의 위치를 설계변수로 하고 휨모멘트 및 전단력을 목적함수로 해서 최적화 문제를 정식화 하여 절대 최대 휨모멘트와 절대 최대 전단력을 자동적으로 찾을 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하였고 이 프로그램에 의하여 계산된 절대 최대 휨모멘트와 전단력이 설계모멘트와 전단력으로 사용되도록 최적설계 프로그램을 작성하였다.

Ⅲ. 최적설계 문제의 정식화

1. 설계변수

설계하고자하는 프리스트레스트 콘크리트 합성거더 단면은 Fig. 1과 같으며 단면의 각부 치수와 철근량 및 PC 강선량을 설계변수로 하였다. 설계변수 X_{11} 의 경우는 바닥판의 폭 1 m당 배근해야할 철근 단면적이다.

연속형 최적화 기법을 적용할 경우에는 모든 설계변수를 연속형 설계변수로 취급하였고 혼합이산형 최적화 기법을 적용할 경우에는 PC 강선단면적(X_8)과 철근 단면적(X_9, X_{11})은 이산형 설계변수로 고려하고 나머지는 연속형 설계변수로 고려하였다. 이때 각 이산형 설계변수의 이산값은 다음과 같다.

X_8 ={0.1321, 0.1982, 0.5161, 0.6968, 0.9290, 1.387} ㎠

X_9, X_{11}={0.713, 1.267, 1.986, 2.865, 3.871, 5.067, 6.424, 7.942, 9.566, 11.40}㎠

2. 목적함수

설계변수가 크게 3가지의 서로 성격이 다른 값으로 구성되었기 때문에 목적함수는 프리스트레스트 콘크리트 합성거더 단위길이(1 m)를 제작하는데 필요한 재료의 총 경비로 하였다. 이때 각 재료의 단가는 2003년 7월 물가정보에 의거 다음과 같이 설정하였다.

콘크리트 : 59,000 원 / ㎥
철근 : 390 원 / kgf
PC 강선 : 870 원 / kgf

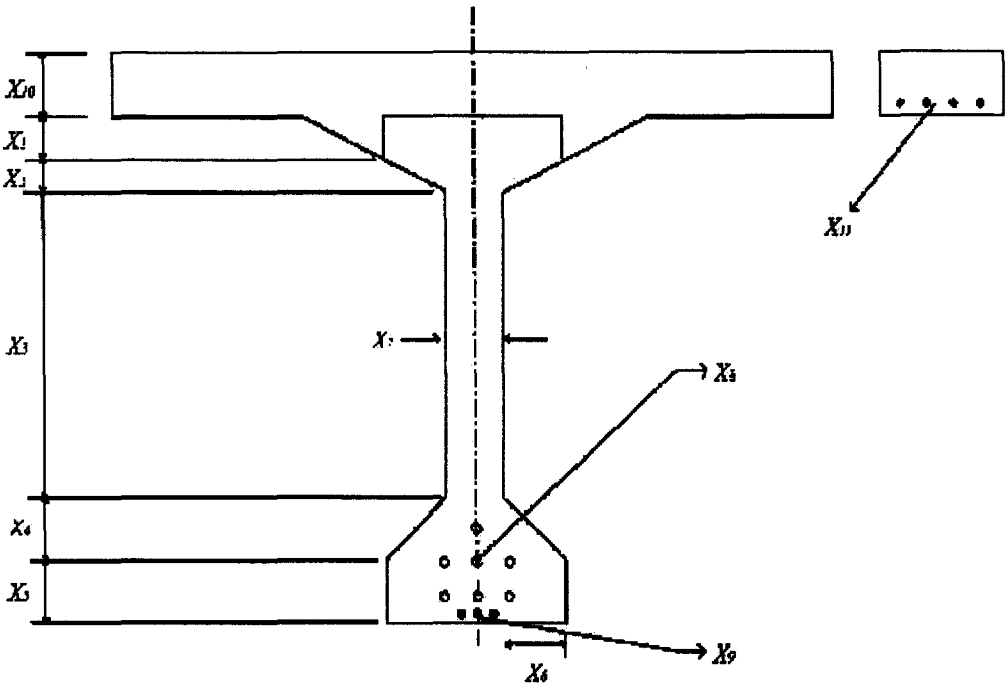

Fig. 1 Design variables for prestressed concrete composite girder

3. 제약조건식

프리스트레스트 콘크리트 구조물의 경우 각 하중단계에 따라 발생하는 응력을 고려해야 되므로 이들 각 하중단계의 응력과 콘크리트 표준시방서, 콘크리트 구조설계기준 및 도로교 표준시방서의 기준을 고려하여 다음과 같이 제약조건식을 유도하였다. 모든 제약조건에 나타나는 σ^l과 σ^u는 각각 허용 압축응력과 허용인장응력을 나타낸 것이다.

가. 바닥판 설계의 경우

① 콘크리트와 철근의 인장 및 압축응력에 대한 제약조건식

$$\frac{\sigma^l - \sigma_{ij}}{|\sigma^l|} \le 0 \qquad \frac{\sigma_{ij} - \sigma^u}{|\sigma^u|} \le 0 \cdots\cdots (1)$$

여기서 i : 재료의 종류 (철근 또는 콘크리트)

j : 응력의 종류 (압축 또는 인장)

② 바닥판의 최소 두께에 대한 제약 조건식

$$T_{min} - X_{10} \le 0 \cdots\cdots (2)$$

여기서 T_{min} : 콘크리트 구조설계 기준에 규정된 바닥판의 최소두께 (15 cm)

③ 바닥판 단위폭당 (1 m)당 최소철근량에 대한 제약조건식

$$A_{min} - X_{11} \le 0 \cdots\cdots (3)$$

여기서 A_{min} : 콘크리트 구조설계 기준에 규정된 최소철근량

나. 주형설계의 경우

① 콘크리트의 인장 및 압축응력에 대한 제약조건식

$$\frac{\sigma^l - \sigma_{ijk}}{|\sigma^l|} \le 0 \qquad \frac{\sigma_{ijk} - \sigma^u}{|\sigma^u|} \le 0 \cdots\cdots (4)$$

여기서 i : 하중도입 단계로써 프리스트레스 도입 직후와 설계하중이 작용할 때가 고려되었음.

j : 응력 발생 위치로서 보의 상단 및 하단, 바닥판의 상단 및 하단 등이 고려되었음.

k : 각종 하중의 조합으로서 도입 직후의 프리스트레스 힘, 유효 프리스트레스 힘, 프리캐스트보의 자중, 바닥판 칸막이 중량, 교면 사하중(포장 연석등) 및 활하중 등이 조합된 경우를 나타냄.

② PC 강선의 인장응력에 대한 제약조건식

$$\frac{\sigma_{ijk} - \sigma^u}{|\sigma^u|} \le 0 \cdots\cdots (5)$$

여기서 i, j, k는 ① 항의 경우와 동일함.

③ 철근의 허용 인장응력에 대한 제약 조건식

$$\frac{\sigma^l - \sigma_s}{|\sigma^l|} \le 0 \qquad \frac{\sigma_s - \sigma^u}{|\sigma^u|} \le 0 \cdots\cdots (6)$$

④ 최소 인장철근량에 대한 제약 조건식

$$A_{\min} - X_9 \le 0 \cdots\cdots (7)$$

여기서 $A_{\min}$: 계산된 최소 철근량

⑤ 처짐에 대한 제약 조건식

$$\frac{\delta_i - \delta^u}{|\delta^u|} \le 0 \cdots\cdots (8)$$

여기서 i : 하중단계

δ^u : 허용 처짐량

⑥ 거더의 최소폭에 대한 제약조건식

$$W_{\min} - X_7 \le 0 \cdots\cdots (9)$$

여기서 $W_{\min}$: 도로교 표준시방서에 규정된 거더의 최소폭 (14 ㎝)

다. 합성거더의 최대높이에 대한 제약 조건식

$$\frac{h - h^u}{|h^u|} \le 0 \cdots\cdots (10)$$

여기서 h^u : 합성거더의 최대높이

Ⅳ. 최적설계법

1. 일반적인 수학적 모형

일반적인 최적화의 모형은 등호제약조건과 부등호제약조건을 만족하면서 목적함수를 최소화는 설계변수 벡터 $X = \{x_1, x_2, \cdots x_n\}$를 찾는 것으로써 그 일반적인 형식은 다음과 같은 식으로 표현되는 비선형 계획법이다.

$$\text{Minimize } F(X) \cdots\cdots (11)$$

subject to

$$g_j(X) \le 0 \ : \ j = 1, m \cdots\cdots (12)$$

$$h_k(X) = 0 : k = 1, l \cdots\cdots (13)$$

$$x_i^l \le x_i \le x_i^u : i = 1, n \cdots\cdots (14)$$

여기서 F는 목적함수이고 h와 g는 각각 등호제약조건과 부등호제약조건이며 x_i^l과 x_i^u는 각각 설계변수의 하한값과 상한값이다. 그리고 m, l, n은 각각 부등호제약조건식, 등호제약조건식 및 설계변수의 수이다.

이와 같은 최적설계문제를 풀 때 설계변수 x_i를 유용영역 내의 임의의 수치를 가질 수 있는 것으로 가정하는 경우를 연속형 최적화 문제라 하며 가장 일반적인 방법이다. 그러나 공학설계문제의 경우에

는 사용재료를 상품화된 규격제품 중에서 선택해야 하기 때문에 많은 경우에 있어서 어떤 설계변수는 유한개의 값 중에서 취해야만 한다.

이와 같이 유한개의 값 중에서 변수값을 취할 수 있는 설계변수를 이산형 설계변수로 취급하여 최적 설계문제를 푸는 것을 이산형 최적화문제라 한다.

한편 어떤 공학설계문제에서는 연속형 설계변수와 이산형 설계변수가 동시에 포함되는 경우가 있다. 본 연구에서 설계의 대상구조물로 삼은 프리스트레스트 콘크리트 합성거더의 경우 콘크리트 단면치수는 연속형 설계변수로 취급하고 철근과 PC 강재의 단면적은 이산형 설계변수로 취급하는 것이 합리적이다.

이와 같은 연속형 설계변수와 이산형 설계변수가 공존하는 최적화문제를 혼합이산형 최적화문제라 하며 혼합이산형 최적화문제의 일반적인 형식은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize} \quad F(X) = f(x_1, \ x_2, \cdots \ x_n) \cdots (15)$$

subject to

$$g_j(X) \le 0 \ : \ j = 1, \ m \cdots\cdots (16)$$

$$h_k(X) = 0 : k = 1, \ l \cdots\cdots (17)$$

$$x_i \in D_i, \ D_i = \{d_{i1}, d_{i2}, \cdots d_{iq}\} : i = 1, \ n \cdots\cdots (18)$$

$$x_i^l \le x_i \le x_i^u : i = 1, \ n \cdots\cdots (19)$$

여기서 D_i는 i 번째 설계변수에 대한 이산값의 집합이며 d_{ij}는 i 번째 설계변수에 대한 j 번째 이산값이고 q는 i 번째 설계변수에 대한 이산값의 수이다.

2. 최적해법

앞에서 언급된 바와 같이 최적설계 문제는 일반적으로 목적함수와 제약조건식이 설계변수에 대한 비선형 함수로 나타나게 된다. 이와 같은 형식의 최적화 문제를 푸는법은 여러 가지가 개발되어 있지만 본 연구에서 연속형 최적화 기법과 혼합이산형 최적화 기법에 사용된 최적해법은 다음과 같으며 이들 방법에 대한 이론은 문헌[21]에 자세히 설명되어 있다.

가. 연속형 최적화기법의 경우

1) 수정 유용 방향법 (Modified Method of Feasible Directions, MMFD)

이 방법에서는 설계변수 백터 X 의 초기치 X^0 와 목적함수 그리고 제약조건식이 주어지면 식 (20)에 의하여 목적함수를 최소화하는 방향으로 X가 개선되어 간다.

$$X^q = X^{q-1} + \alpha^* S^q \cdots\cdots (20)$$

여기서 q는 반복 횟수이고 S^q는 탐색방향 백터이며 α^*는 설계변수를 바꾸어 나가는 양을 조절하는 계수이다. 이 방법의 장점은 효율성과 정확성이 우수하다는 것이다.

2) 순차선형 계획법 (Sequential Linear Programming, SLP)

대부분의 공학문제의 설계가 설계변수에 대한 비선형 계획문제이지만 그것은 종종 선형계획 문제로 근사화하고 이를 선형계획법을 사용하여 구할 수 있다.

일단 이 근사해를 구하고 나면 이 점에서 다시 선형화하고 새로운 선형계획 문제를 푸는 과정을 정확한 해를 구할 때까지 반복한다. 이와 같이 비선형 계획문제를 반복해서 선형화하고 해를 구하기 때문에 순차선형 계획법이라고 하며 일명 Kelley의 cutting plane method 라고도 한다.

3) 순차 2차 계획법 (Sequential Quadratic Programming, SQP)

수정유용방향법, 유용방향법, 경사도강하법 등에서는 먼저 탐색방향을 만들고 그 방향으로 가능한 한 많이 설계가 개선 되도록 일차원 탐색을 수행한다.

각 경우 탐색방향은 1계 경사도 정보에 의해서 발견된 1차원 탐색에서 첫번째 단계는 무작위이지만 경사도 정보를 사용하면 1차원 탐색문제의 해를 위한 좋은 값이 첫번째 추정값이 된다.

목적함수는 라그랑즈 승수와 외부벌칙함수에 의하여 1차원 탐색이 비제약 되도록 확장되며 1차원 탐색에서 α^*에 대한 첫 번째 단계가 1.0 일 때 아주 좋은 추정값이 된다. 이와 같이 바람직한 탐색방향을 결정하여 순차적으로 최적해를 구하는 방법이다.

나. 이산형 최적화기법의 경우

이산형 최적화문제를 푸는 최적화기법으로는 분

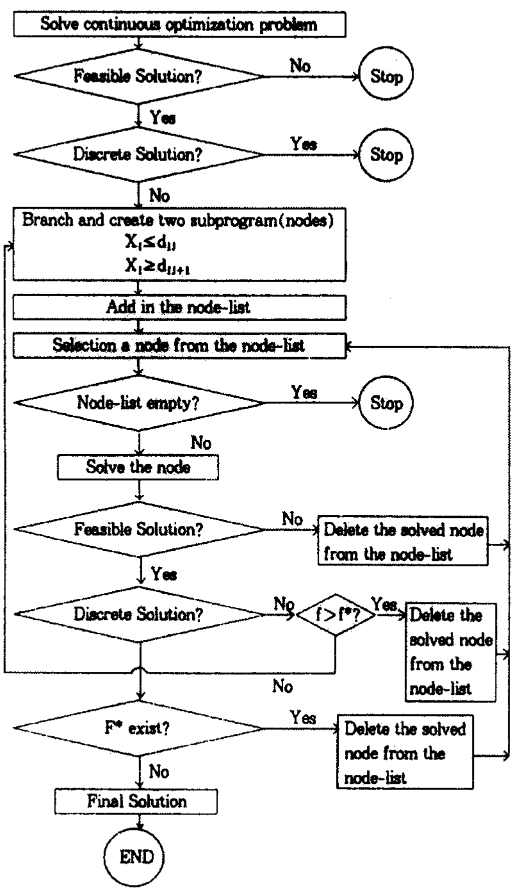

Fig. 2 Flow chart of Branch and Bound Method

기한계법(Branch and Bound Method, BBM)이 가장 많이 사용되고 있다. 이 방법은 Land와 Doig에 의해서 개발되었고 후에 Dakin에 의해서 수정되었는데 신뢰할만한 방법으로 입증되고 있다.[21)]

원래 선형계획법을 위하여 개발되었으나 후에 비선형 계획법에 적용되어 왔다. 이 방법에서는 우선 연속형설계변수 최적화가 수행된다. 그 결과에 의하여 출발점과 이산해에 대한 하한값이 주어진다. 그리고 하나의 변수가 다음 이산값에 추가된 후 최적화가 수행된다. 만약 최적치가 전보다 커졌다면 그 변수는 그 다음 하한 값으로 되어 최적화가 반복된다. 만약 최적치가 더 발전된 방향으로 구해지면 탐색은 발전이 되지 않을 때까지 이 방향으로 계속된다. 그리고 이 변수는 계속 변화하여 현재 부과된 한계까지 만나고 다음 이산변수에 대한 진행이 반복된다. 이 방법에 대한 알고리즘은 Fig. 2와 같다.

V. 결과분석 및 고찰

1. 최적설계값의 도출과정 및 최적설계 결과

실제구조물의 최적설계 문제는 다수의 설계변수와 제약조건식을 갖는 비선형 계획문제로 구성된다. 이와 같이 다수의 설계변수가 포함된 최적설계 문제에서 전역적 최적설계값(Global Optimum Point)을 찾아내기란 실제로 불가능에 가까운 일이다. 그러나 초기설계값(Starting Point)을 여러 가지로 바꾸어 가면서 최적설계를 수행하여 목적함수와 설계변수의 값이 같은 값에 수렴한다면 비록 그것이 국부적 최적치(Local Optimum Point)일지라도 이 값은 전역적 최적치로 볼 수 있기 때문에 실제로 최적설계를 수행할 때는 초기설계값과 최적화 방법을 여러 가지로 바꾸어 가면서 최적설계값을 구하여 거의 같은 값으로 수렴하게 될 때 그 중에서 가장 좋은 값을 선택하게 된다. 최적설계 문제가 합리적으로 정식화 되었다면 설계변수의 초기치

Table 1 Results of optimum design

Design variables	Dimension	Properties	Continuous optimization method					Mixed-discrete optimization method
			Optimum value of design variables			Maximum difference	Percentage of max. difference	Branch and bound method
			MMFD	SLP	SQP			
X(1)	cm	con.	5.16	4.79	4.39	0.77	17.5	4.85
X(2)	cm	con.	8.51	7.48	9.12	1.64	21.9	9.06
X(3)	cm	con.	88.85	90.24	91.06	2.21	2.4	89.32
X(4)	cm	con.	18.23	17.85	15.74	2.49	15.8	17.94
X(5)	cm	con.	6.13	5.62	5.82	0.51	9.0	6.21
X(6)	cm	con.	6.58	6.97	7.62	1.04	15.8	7.43
X(7)	cm	con.	14.00	14.00	14.00	0.00	0.0	14.00
X(8)	㎠	dis.	3.47	3.69	3.64	0.22	6.3	3.6127
X(9)	㎠	dis.	2.33	2.43	3.02	0.69	29.6	3.801
X(10)	cm	con.	15.00	15.00	15.00	0.00	0.0	15.00
X(11)	㎠/m	dis.	2.33	2.33	2.33	0.00	0.0	2.852
Obj. function	Won		686,171	662,357	694,253	31,896	4.8	697,364
No. of iteration			10	18	6			14
No. of function evaluation			236	382	44			524

※con. : continuous design variables dis. : discrete design variables

와 최적화 방법에 관계없이 거의 같은 값으로 수렴하는 것이 일반적이다.

따라서 본 연구에서는 연속형 최적화 기법의 경우 최적화 기법을 MMFD, SLP, SQP법을 적용하고 혼합이산형 최적화 기법의 경우 BBM을 적용하여 각각의 기법에 대하여 초기치를 10가지 이상씩 변화시키면서 최적설계를 수행하여 최적설계값을 결정하였다.

초기치를 10가지 이상씩 변화시키면서 최적설계를 수행시켜 본 결과 초기치의 변화에 따른 최적설계값의 변화의 차이는 별로 크지 않았다. 이와 같은 과정을 거쳐 도출된 최적설계 결과는 Table 1과 같다.

2. 최적해의 신뢰성

실제 구조물의 설계에 최적설계법을 적용할 경우 가장 중요한 것은 최적설계문제의 정식화 과정이다. 정식화가 잘 되면 어떠한 초기치에서 출발하던 또는 어떠한 최적화방법을 사용하던 동일한 최적설계값에 수렴할 확률이 큰 것이다.

최적설계문제의 정식화가 잘 되어 어떠한 초기치에서 출발하던 또한 어떠한 최적화방법을 사용하던 동일한 최적점에 수렴하게 된다면 그 최적설계문제는 신뢰성이 아주 높게 된다.

그러나 이러한 경우는 설계변수의 수가 극히 적고 제약조건식의 수도 적어서 최적설계문제가 간단하게 구성될 때나 있을 수 있는 일이지 설계변수와 제약조건식의 수가 많고 제약조건식이 복잡할 경우에는 동일한 최적치에 수렴하기가 어려운 것이다.

따라서 최적해의 신뢰도는 어떠한 초기치에서 출발하던 또한 어떠한 최적화기법을 사용하던 얼마나 비슷한 최적치에 수렴하는 가의 정도를 가지고 판

단하게 된다.

본 연구에서는 사용된 각 최적화 방법별로 10가지 이상의 초기치를 사용하여 최적해를 구해본 결과 동일한 최적화방법의 경우 거의 같은 최적점에 수렴하였다. 최적화방법을 달리할 경우 Table 1에서 보는 바와 같이 3가지 최적화방법으로 구해진 최적설계값의 최대차이의 최소값에 대한 백분율은 0.00%에서 29.6%까지 분포되었다.

이들 값을 설계변수의 특성별로 고찰해 보면 설계변수 중에서 중요한 핵심을 이루고 있는 설계변수의 차이는 낮게 나타났고 중요성이 낮다고 판단되는 설계변수는 다소 높게 나타났다. 가장 큰 차이를 나타낸 경우는 PC강선의 단면적으로 29.6%로 나타났지만 이 설계변수의 절대값으로 생각하면 전체적인 설계에 큰 영향을 미치지 않기 때문에 큰 문제가 없을 것으로 판단된다.

목적함수의 경우 3가지 방법간의 최대 차이는 4.8%로서 3가지 방법 모두 거의 동일한 값에 수렴함을 알 수 있었다. 따라서 본 연구에서 정식화 된 최적설계문제와 개발된 컴퓨터 프로그램은 신뢰성이 인정되며 실제 교량설계시 효율적으로 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

3. 최적화 효율성

Jo et al.[9]은 최적화 설계 알고리즘의 효율성을 판단하는 척도로서 주어진 최적설계의 해가 몇 회의 함수 및 도함수의 계산으로 구해지는가가 중요한 척도라고 하였다.

또한, Karihaloo, B.L[10] 등은 최적설계 수행시 CPU time은 함수 계산 횟수에 직접적으로 비례한다고 하였다. 그런데 CPU time은 컴퓨터 기종에 따라 차이가 있으므로 실제로 함수 및 도함수의 계산 횟수가 최적화방법 및 최적설계문제 알고리즘의 효율성을 판단하는 중요한 척도가 되는 것이다.

Table 1에서 보면 함수 및 도함수의 계산횟수는 MMFD, SLP, SQP, BBM기법의 경우 각각 236, 382, 44, 524회로서 효율성의 측면에서는 SQP법이 가장 우수한 것으로 나타났다.

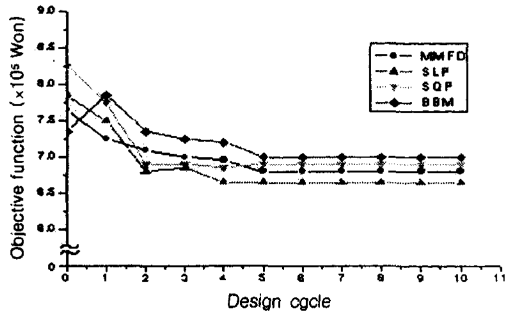

Fig. 3 Covergence history of objective function

그러나 초기치의 값에 상관없이 각 설계변수의 값과 목적함수의 값이 합리성을 유지하면서 최적해에 수렴하는 것은 BBM, SLP법이 우수한 방법인 것으로 나타났다. 효율성을 판단하는 또 한가지 중요한 척도는 최적설계문제의 수렴 특성이다.

본 연구에서 적용된 4가지 최적화 기법에 대한 수렴 특성은 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 3에서 보면 4가지 방법 모두 큰 진동없이 안정적이고 신속하게 최적설계값에 수렴하는 것으로 나타났다. 또한 4가지 방법 모두 거의 동일한 값에 수렴하므로 본 연구에서 정식화된 최적설계 문제와 개발된 컴퓨터 프로그램은 효율적이며 신뢰성이 있음을 알 수 있었다.

4. 적용 가능성

본 연구에서 수행된 프리스트레스트 콘크리트 합성거더의 최적설계 결과치에 대하여 구조해석을 수행해 본 결과 구조공학적으로 모두 안전하였고 콘크리트 구조설계기준과 도로교 표준시방서의 설계기준을 모두 만족하였다. 따라서 본 연구에서 정식화된 최적설계 문제와 개발된 컴퓨터 프로그램은 실제 프리스트레스트 콘크리트 합성거더의 설계에 적용 가능할 것으로 판단된다.

또한 문헌[19]에서 제시된 수작업에 의하여 설계된

예제 문제에 대하여 본 연구에서 개발된 최적설계 컴퓨터 프로그램으로 최적설계를 수행하여 비교해 본 결과 MMFD, SLP, SQP, BBM의 경우 각각 12.4, 14.7, 10.5, 9.8%의 경비를 절감 할 수 있는 것으로 나타났다. 따라서 프리스트레스트 콘크리트 합성거더의 경제적인 설계를 수행하는데 본 연구에서 개발된 최적설계 프로그램이 효과적으로 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

그리고 수작업에 바탕을 둔 재래적 방법에 의하여 설계를 할 경우 설계변수의 값을 적절히 가정하는데 많은 경험이 요구될 뿐 아니라 계산량이 방대하여 설계변수의 가정과 구조해석의 반복작업에 막대한 노력이 요구되고 또한 계산과정에서 오류를 범할 수도 있기 때문에 기존의 설계값에서 더 발전된 설계값을 얻기가 상당히 어려운 것이 현실이다.

그러나 본 프로그램을 활용할 경우 빠른 시간안에 계산량의 오류없이 경제적인 설계값을 구할 수 있는 효과를 가져올 수 있어 본 프로그램은 프리스트레스트 콘크리트 합성거더의 설계에 효율적으로 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

5. 합리성

연속형 최적설계와 혼합이산형 최적설계에 대한 결과를 비교해 본 결과 여러가지 초기치에 대한 최적설계 결과치의 변화가 연속형 최적설계의 경우보다 혼합이산형 최적설계의 경우가 훨씬 작게 나타났다.

그러나 Table 1에서 보는 바와 같이 함수 및 도함수의 계산횟수는 혼합이산형 최적화 기법의 경우가 더 많게 나타났다. 이것은 혼합이산형 최적설계법의 경우가 더 큰 컴퓨터 계산능력을 요구함을 의미하며 이것은 Kim[12)]의 결과와 일치한다. 그러나 컴퓨터의 성능이 크게 발전된 현대로서는 실제 설계에서 큰 문제가 되지는 않을 것으로 판단된다.

가장 중요한 것은 실제 설계에서 설계변수가 기존의 규격화된 상품을 사용해야 할 경우 연속형 최적설계법을 도입할 때는 최종적으로 구해진 최적설계값을 기존의 규격상품에 맞게 설계값을 상향조정하여 사용하고 있다.

그러나 이렇게 할 경우 설계변수의 조합에 따라서는 그것이 불용영역의 설계점이 될 수 있는 오류를 범할 수도 있다. 그러나 혼합이산형 최적화 기법에 의하여 구해진 최적설계치는 그 값을 전혀 수정하지 않고 직접 사용하여도 모든 제약조건이 유용영역 안에 있게 되는 것을 보장받으면서 경제적인 설계치를 얻을 수 있으므로 혼합이산형 최적설계가 실제 프리스트레스트 콘크리트 구조물을 설계하는데는 더 합리적인 것으로 판단된다.

Ⅵ. 결 론

본 연구에서는 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 최적설계에 연속형 최적화 기법과 혼합이산형 최적화 기법을 도입하여 최적설계치를 구한 후 최적설계 과정과 결과치에 대하여 각각 신뢰성, 효율성, 적용 가능성 및 합리성을 검토해 보았으며 연속형 최적설계법과 혼합이산형 최적설계법에 의한 결과치를 비교해 보았다. 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계시 고려해야 할 모든 사항을 포함하여 최적설계 문제를 정식화하였고 이를 수행할 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 그 결과는 다음과 같이 요약된다.

1. 본 연구에서 정식화된 최적설계 문제와 개발된 컴퓨터 프로그램으로 최적설계를 수행해 본 결과 어떠한 초기치에서 출발하던 또한 어떠한 최적화 기법을 적용하던 거의 비슷한 최적치에 수렴하였다.

따라서 본 연구에서 정식화된 최적설계 문제와 개발된 컴퓨터 프로그램은 신뢰성이 있는 것으로 판단된다. 특히 혼합이산형 최적화기법이 연속형 최적화기법 보다 더 신뢰성이 있는 것으로 판단된다.

2. 최적설계 값의 수렴특성을 보면 어떠한 초기치에서 출발하던 큰 진동없이 빠른 속도로 6회 안에 최적설계 값에 수렴하였다. 따라서 본 연구에서

개발된 최적설계 문제와 컴퓨터 프로그램은 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계에 안정적이고 강력한 도구가 될 수 있는 것으로 판단된다.

3. 본 연구의 결과로 얻어진 최적설계치에 대하여 구조해석을 수행해 본 결과 구조공학적인 조건과 콘크리트구조설계 기준, 그리고 도로교표준시방서의 조건을 모두 만족하였다. 또한 건설경비도 10%내외를 절감할 수 있는 것으로 나타났으므로 본 최적설계 문제는 실제 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계에 적용 가능한 것으로 판단된다.

4. 최적화 기법을 실제 구조물의 설계에 적용할 경우 연속형 최적화기법에 의하면 최종적으로 구해진 최적설계치를 규격화된 제품의 치수에 맞도록 상향조정하여 사용해야 하나 혼합이산형 최적화기법에 의한 최적설계치는 이러한 조정 없이 직접 사용 할 수 있으므로 혼합이산형 최적화기법이 실제 프리스트레스트 콘크리트 구조물을 설계하는데는 더 합리적인 것으로 판단된다.

이 연구는 공주대학교 교내자체학술연구비 지원에 의하여 수행되었음

References

1. Adamu, A. and Kalihaloo, B. L., 1995, Minimum cost design of RC beams with segmentation using continuum-type optimality criteria, *Structural Optimization* 9, 220-235.
2. Adamu, A. and Kalihaloo, B. L., 1995, Minimum cost design of RC frames using the DCOC method, Part I : Columns under uniaxial bending action, *Structural Optimization* 10, 16-32.
3. Adamu, A. and Kalihaloo, B. L., 1995, Minimum cost design of RC frames using the DCOC method, Part II : Columns under biaxial bending action, *Structural Optimization* 10, 33-39.
4. Al-Harthy, A. S. and Frangopol, D, M., 1994, Reliability-based design of prestressed concrete beams, *J. Struct. Eng., ASCE*, 120(11), 3156-3177.
5. Chon, M. Z. and Dinovitzer, 1994, Application of structural optimization, *J. Struct. Eng., ASCE*, 120(2), 617-650.
6. Chon, M. Z. and Lounis, Z., 1993, Optimum limit design of continuous prestressed concrete beams, *J. Struct. Eng., ASCE*, 119(12), 3551-3569.
7. Chon, M. Z. and Lounis, Z., 1994, Optimal design of structural concrete bridge systems, *J. Struct. Eng., ASCE*, 120(9), 2653-2674.
8. Fang, H. Azarm, S. and Bernold, L., 1994, Multilevel multiobjective optimization in precast concrete well panel design, *Engineering Optimization*, 22, 291-322.
9. Jo, H. N., M. H. Park, and Y. S. Yoo., 1991, *Structural Optimum Design*, The Computational Structural Engineering Institute of Korea (in Korean)
10. Karihaloo, B. L., Most efficient NLP techniques in optimum structural frame design, *Engineering Optimization*, Vol. 20, No. 4, 1993, 261-272.
11. Karihaloo, B. L., 1988, *Structural Optimization*. Kluwet Academic Publishers, Dordrecht, 143-150.
12. Kim, J. O., 1997, Efficient optimum design of reinforced concrete structures using mixed-discrete optimization methed, *J. of KSAE*, Vol. 39, 32-43.
13. Lourenco, P. B. and Figueiras, J. A., 1995, Solution for the design of reinforced concrete plates and shells, *J. Struct. Eng., ASCE*, 121(5), 815-823.
14. Min-Wey Huang and Jasbir S. Arora., 1995, Engineering optimization with discrete vari-

ables, *Proceedings of the 36th AIAA/ASME/ ASCE/AHS/ASC*, 1475-1485.

15. Moharrami, H. and Grierson, D. E., 1993, Computer-automated design of reinforced concrete frameworks, *J. Struct. Eng., ASCE*, 119(7), 2036-2058.
16. Schmit, L. A., 1960, Structural design by systematic synthesis, *Proc. 2nd Conference on Electronic Computation*, ASCE, New York, 105-122.
17. Sepulveda A. E., 1995, Optimal material selection using branch and bound techniques, *AIAA Journal* 33(2), 340-347.
18. Shui-Shun Lin, Chun A Zhang and Hsu-Pin Wang, 1995, On mixed-discrete nonlinear optimization problems, ; A comparative study, *Engineering Optimization*, 23, 287-300.
19. Sin, H. M., 1994, *Prestressed Concrete*, Dongmyungsa. (in Korean)
20. Vanderplaats, G. N., 1982, Structural optimization, past, present and future, *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 7, 992-1000.
21. Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGRAW-HILL, New York.
22. Vanderplaats, G. N., 1993, Thirty years of modern structural optimization, *Advanced in Engineering Software*, 16, 81-88.