

## 초기 처짐을 갖는 평면 포물선 아치의 동적 거동

### Dynamic Behavior of Plane Parabolic Arches with Initial Deflections

조진구\* · 박근수\*\*

Cho, Jin Goo · Park, Keun Soo

#### Abstract

This study aims to investigate the dynamic behaviour of a parabolic arch with initial deflection by using the elasto-plastic finite element model where the von-Mises yield criteria have been adopted. The initial deflection of arch was assumed by the high order polynomial of  $w_i = w_o(1 - (2x/L)^m)^n$  and the sinusoidal profile of  $w_i = w_o \sin(n\pi x/L)$ .

Several numerical examples were tested considering symmetric initial deflection modes when the maximum initial deflection of an arch is fixed as L/500, L/1000, L/2000 or L/5000.

The effects of polynomials order on the dynamic behavior of arch were not conspicuous.

The most unfavorable dynamic response occurs when the maximum initial deflection varies from L/1000 to L/4000 if the initial deflection mode is represented by high order polynomials.

*Keywords* : Parabolic arch, Elasto-plastic model, Initial deflection, Von-mises yield criteria

#### I. 서 론

아치는 주로 원호, 포물선 등의 곡선형상을 갖는 구조물로서 직선부재로 구성되는 다른 구조형식과는 거동이 매우 상이하고 따라서 하중을 지지하는 방식도 매우 특이하다. 아치는 수직으로 작용하는 외력 때문에 양단의 지점에서 수평 반력이 발생하

고 이 수평 반력은 임의 단면에서의 굽힘 모멘트를 감소시키며 부재단면은 주로 축방향 압축력을 지지하게 되므로 긴 지간의 구조물 건설에 사용될 수 있다. 특히 아치는 곡선형태이므로 구조적으로 안정되고 미관이 아름답기 때문에 오랜 옛날부터 온실, 교량 등 각종 구조물에 널리 사용된 구조형식이다.<sup>3),7)</sup>

과거에는 단면은 크고 지간이 짧은 구조물이 대부분이며 하중이 과대하지 않았기 때문에 정적 해석만으로도 안전한 설계가 가능하였다. 그러나 최근에는 강재의 압연기술의 발전으로 강구조 부재는 경량화 및 고강도화 되었으며<sup>1),2)</sup> 설계기술이 발달

\* 전남대학교 농과대학, 농업과학기술 연구소

\*\* 전남대학교 대학원, 금광기업(주)

\* Corresponding author. Tel.: +82-62-530-2152

Fax: +82-62-530-2159

E-mail address: chojg@chonnam.ac.kr

함에 따라 단면은 작아지는 반면 지간은 더욱 길어지는 등 대규모화하는 추세에 있는데<sup>7)</sup> 반해 충격, 지진 등 예기치 않은 동하중을 받는 경우가 많아지는 등 위험성은 오히려 커지고 있다.

한편 작은 지간을 갖는 아치는 그 구조형상의 특성상 건설과정과 크리프 및 건조 수축 등의 장기 거동에 의하여 초기 처짐이 개입될 수 있다.<sup>5),7)</sup> 이러한 초기 처짐은 아치 구조물에 추가적인 응력의 발생과 극한강도의 저하 등에 영향을 미치고 있으므로 정밀한 해석을 위해서는 반드시 고려되어야 한다.<sup>5),7)</sup> Zienkiewicz<sup>12)</sup> 등은 대변형을 고려한 소성문제의 해석방법을 연구하였고, Robert Kao<sup>10),11)</sup>는 1978년과 1980년에 발표된 초기 결함을 갖는 구형꺾의 동적 좌굴의 연구에서 초기 결함이 구형꺾의 내하 능력에 큰 영향을 미친다고 하였다. 한편 국내에서 조<sup>3),4)</sup>는 평면 원호 아치에서 형상 결함을 갖는 경우의 동적 특성을 점-탄소성 모델을 사용한 유한요소 해석을 한 바 있으며 최창근<sup>5)</sup> 등은 철근 콘크리트 냉각탑의 바람하중에 의한 동적 거동에서 초기 처짐의 개입으로 인한 동적 특성을 연구한 바 있다. 그러나 아직까지는 초기 처짐을 갖는 포물선 아치의 동적 특성에 관한 연구는 미흡한 실정이다. 또한 지금까지 이루어진 연구는 대부분 아치의 거동을 수직 처짐만을 자유도로하여 지배미분 방정식을 수치해석<sup>1),2)</sup> 또는 해석적 방법<sup>6)</sup>으로 해석한 것들로서 아치를 평면 문제로 해석한 것은 거의 없는 실정이다.

따라서 본 연구에서는 2차원 평면 해석 방법을 적용하고 강재의 대변형에 따른 기하학적 비선형성을 고려한 비선형 해석을 통하여 초기 처짐을 갖는 평면 포물선 아치의 동적 거동 특성을 파악함으로써 평면 포물선아치의 실제 설계 시에 동적 특성을 고려할 수 있도록 하는데 그 목적이 있다.

이를 위하여 해석방법으로는 유한요소법을 사용하였으며 유한요소 정식화에서 탄-소성 모델을 채용하였으며 강재의 거동은 강재의 항복 거동에 가장 적합한 Von Mises 항복 기준에 따라 모델링

하였다.

## II. 유한요소 해석

초기 처짐을 갖는 평면 포물선 아치의 동적 해석 방법으로는 유한요소법을 사용하였으며 이때 사용된 요소는 8-절점 등매개변수 요소이다. 또한 유한요소 정식화 과정에서는 탄-소성 모델이 사용되었다.

### 1. 탄-소성 해석

#### 가. 탄소성 구성 방정식

포물선 아치의 동적 거동 해석에 있어서 사용된 유한요소 정식화 과정에서 고려된 탄-소성 모델의 구성 방정식은 다음과 같다.

재료의 소성거동은 비선형 탄성거동과는 달리 응력-변형을 관계가 유일하지 않은 특징이 있다. 이러한 소성거동을 일반 응력상태에서 적용할 수 있도록 항복응력의 개념을 일반화할 필요가 있다.

재료의 항복은 현재의 응력( $\sigma$ )이 식(1)과 같은 항복조건을 만족할 때 일어난다고 가정하는 것이 일반적이다.<sup>8)</sup>

$$F(\sigma, x) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

여기서,  $x$  : 경화 매개변수

최초의 항복이 일어난 후의 재료의 거동은 탄성 부분과 소성부분으로 이루어진다고 가정한다. 즉,

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p \dots \dots \dots (2)$$

여기서,  $d\epsilon_e$  : 탄성 변형을 증분

$d\epsilon_p$  : 소성 변형을 증분

탄성 변형을 증분은 식 (3)에 의해서 응력 증분과 관련지을 수 있다.

$$d\sigma = D d\epsilon_e \dots\dots\dots (3)$$

$$= D(d\epsilon - d\epsilon_p)$$

그런데, Von-Mises는 항복함수 (F)와 소성 변형률 증분 벡터 (dε<sub>p</sub>)사이의 기본 구성식을 제안하였다.<sup>9)</sup>

$$d\epsilon_p = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \lambda \dots\dots\dots (4)$$

여기서, dε<sub>p</sub> : 소성 변형률 증분 벡터  
λ : 소성승수

식 (2), (3) 및 식(4)로 부터 다음 식을 쓸 수 있다.

$$d\epsilon = D^{-1} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \lambda \dots\dots\dots (5)$$

나. 탄소성 유한요소 해석

탄소성 유한요소 해석에서 응력 증분과 변형률 증분과의 구성 관계는 재료에 대한 항복조건 유동 법칙과 경화 법칙등을 이용하여 구하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$d\sigma = D_{ep} d\epsilon \dots\dots\dots (6)$$

여기서,

$$D_{ep} = D - D \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left[ A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \dots\dots\dots (7)$$

여기서,  $A = \frac{\partial F}{\partial x} dx \frac{1}{\lambda} \dots\dots\dots (8)$

이와 같이 구해진 탄소성 행렬 (D<sub>ep</sub>)는 증분 해석에서 탄성행렬 (D) 대신으로 이용된다. 그런데, 변형률 증분은 변형률 행렬과 절점 변위 증분의 곱으로 주어진다. 즉,

$$d\epsilon = B d\delta \dots\dots\dots (9)$$

여기서, dδ : 절점 변위 증분

따라서, 탄소성 재료의 강성도 행렬 (K<sub>ep</sub>)은 다음과 같이 된다.

$$K_{ep} = \int_V B^T D_{ep} B dV \dots\dots\dots (10)$$

2. 동적 해석

동하중을 받는 구조물의 임의시간 t<sub>n</sub>에서의 평형방정식은 다음과 같다.

$$M a_n + C v_n + P_n = F_n \dots\dots\dots (11)$$

- 여기서 M : 질량 행렬
- C : 감쇠 행렬
- P<sub>n</sub> : 저항 절점력 벡터
- F<sub>n</sub> : 절점 외력 벡터
- a<sub>n</sub> : 절점 가속도 벡터
- v<sub>n</sub> : 절점 속도 벡터

위의 동적 평형방정식은 2계의 선형 미분 방정식의 형태이므로 이 식의 해는 표준화된 방법으로 구할 수 있다. 즉 식(11)의 시간적분방법으로는 직접 점진적인 방법에 의해 수치적으로 적분하는 직접적분방법과 고유 벡터를 이용하는 모드 중첩법으로 나눌 수 있다. 구조물의 동적 평형 방정식의 직접적분법에 의한 수치적인 해법으로는 t+Δt에서의 평형 방정식으로부터 거동을 구하는 묵시적(implicit) 방법과 t에서의 평형 방정식으로부터 거동을 구하는 명시적(explicit) 방법이 있다. 대체로 묵시적 방법은 시간 간격을 크게 할 수 있지만 해를 구하는 과정에서 필요한 유효강성도 행렬을 계산하기 위해 많은 계산량을 요구하고 명시적 방법은 묵시적 방법보다는 적은 계산량으로 해를 구할 수 있지만 시간 간격을 작게 하여야한다. 명시적 적분방법으로는 중앙차분법이 있고, 묵시적 방법으로는

Houbolt 방법, Wilson- $\theta$  방법 그리고 Newmark 방법 등이 있다. 그러나 묵시적 방법은 시간 간격의 크기와는 무관하게 항상 안정된 방법이기 때문에 비교적 큰 시간간격을 사용할 수 있는 장점이 있으므로 본 논문에서는 묵시적 방법 중에서 Newmark 방법을 적용하여 적분을 수행하였다.

### 3. 초기 처짐

초기 처짐을 갖는 평면 포물선 아치의 형상 및 초기 처짐의 형상은 Fig. 1과 같다.

여기서  $h$ 는 아치의 중앙에서의 높이이고  $L$ 은 아치의 지간이다. 또한  $w_i(x, t)$ 는 임의시간  $t$ 에서의 처짐 값이다. 한편  $w_i(x, 0)$ 는 초기 처짐 값이다.

본 연구에서 아치의 초기 처짐은 식(12)와 같은 고차 다항식 또는 식(13)와 같은 정현곡선으로 가정한다.

$$w_i = w_o(1 - (2x/L)^m)^n \dots \dots \dots (12)$$

- 여기서  $w_o$  : 아치의 정점에서의 최대 초기 처짐 값
- $x$  : 아치의 대칭축으로부터의 거리
- $L$  : 아치지간
- $m$  : 초기 처짐의 모드를 결정하기 위한 임의의 상수
- $n$  : 초기 처짐의 모드를 결정하기 위한 임의의 상수

$$w_i = w_o \sin(n\pi x/L) \dots \dots \dots (13)$$

- 여기서  $w_o$  : 아치의 정점에서의 최대 초기 처짐 값
- $x$  : 아치의 대칭축으로부터의 거리
- $L$  : 아치의 지간
- $n$  : 초기 처짐의 모드의 결정 상수로서 대칭 모드일 때 1 또 역 대칭모드 일 때 2

실제로 초기 처짐의 크기 및 형상에 관한 자료는 거의 없지만  $L/1,000 \sim L/5,000$ 의 범위 내에서 추정하고 있다.<sup>7)</sup>

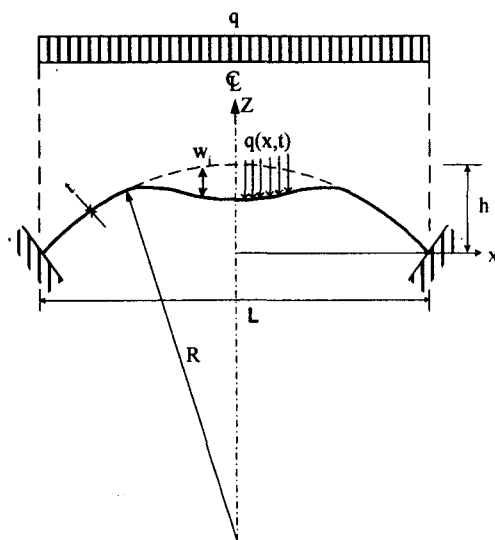


Fig. 1 Geometry of plane parabolic arch with initial deflection

### III. 프로그램의 검증

본 연구에서 사용된 프로그램의 적용성을 알아보기 위하여 양단 고정 보의 중앙에 집중하중이 작용하는 경우의 동적 거동을 해석하고 그 결과를 문헌(8)과 비교하였다. 본 예제는 프로그램의 검증이 목적이므로 문헌(8)의 구조물을 그대로 사용하였으며 재료성질과 하중도 동일하게 하였다.

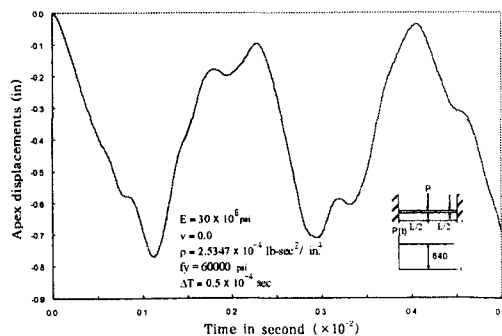


Fig. 2 Time response of vertical displacement of clamped beam

Mcnamara는 중앙차분법을<sup>8)</sup> 사용하여 최대 변위 2.29 cm(0.9in.)를 그리고 동일 문제에 대해서 Mondkar<sup>8)</sup>는 5개의 8-절점 등매개변수 요소로서 분할된 유한요소 해석으로 1.96 cm(0.77in.) 얻었다. 본 연구에서의 프로그램을 이용하고 5개의 요소로서 분할한 해석결과에 의하면 동적 응답은 Fig. 2와 같고 최대 변위는 1.95 cm(0.768in.)로서 Mondkar<sup>8)</sup>의 결과와 일치되었다.

IV. 해석예

모델 케이스로서 선정된 아치 구조물은 Fig. 3(a)와 같은 강재 포물선 아치로서 이때 요소의 분할은 포물선 아치를 각도 방향으로 20 등분 두

계 방향으로 3등분하였으며 사용된 재료의 성질은 Table 1과 같다. 이때 아치의 단면은 한국표준 I-150×75 강재를 사용하는 것으로 하였다.

V. 결과 및 고찰

가. 아치높이/아치지간 비에 따른 동적 거동

먼저 아치높이/아치지간 비(h/L)에 따른 아치의 동적 거동을 알아보기 위하여 아치높이/아치지간의 비를 0.1~0.5로 변화시킨 경우 아치 중앙에서의 동적 응답은 Fig. 4와 같다.

아치높이/아치지간 비의 값이 0.2~0.3일 때 피크에서의 변위가 비교적 작게 나타났으며 이 값보다 크거나 작은 경우 피크에서의 변위가 점차로 증

Table 1 Dimensions and properties of parabolic arch

internal radius	R = 6.0~12.0 m
thickness of arch	t = 0.15 m
semi angle	$\alpha = 22.62\sim90.0$ degree
elastic modulus	E = $2.1 \times 10^7$ tf/m <sup>2</sup>
Poisson ratio	$\nu = 0.3$
yield stress	$f_y = 40000$ tf/m <sup>2</sup>
mass density	$\rho = 0.801$ tf-s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>
step distributed pressure	q = 1.0 tf/m <sup>2</sup>
yield criterion	Von Mises

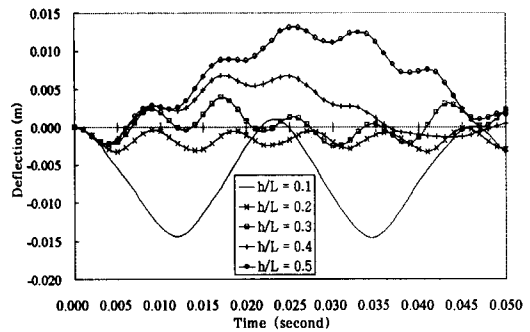


Fig. 4 Time response of vertical displacement at apex of arch due to arch rise to arch span ratio

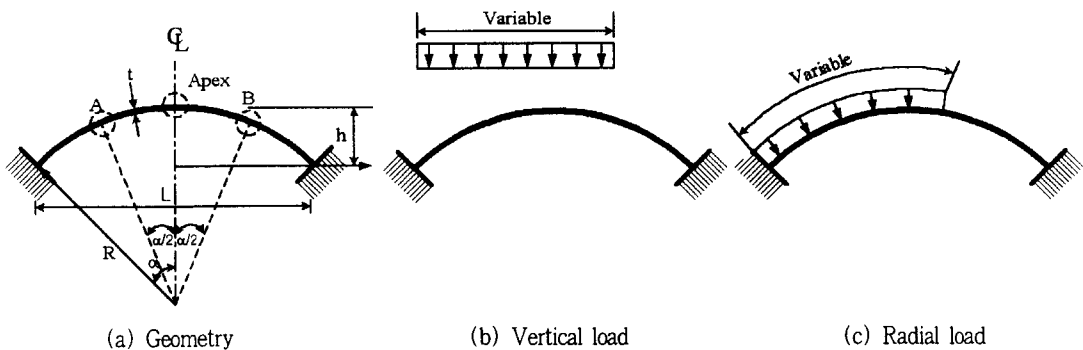


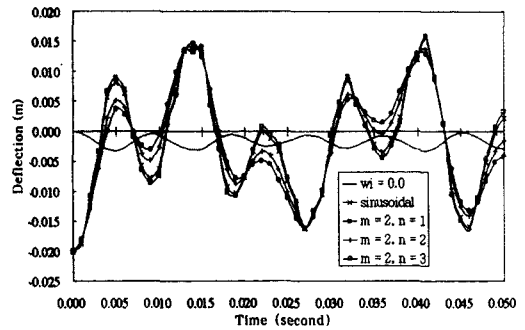
Fig. 3 Geometry of plane parabolic arch and loading cases

가하였고 특히 0.1인 경우 피크에서의 변위는 1.45 cm로서 증가가 현저하였고 0.5일 때 최대 변위는 상향으로 1.31(cm)로서 원호아치<sup>(6)</sup>의 최대 변위 5.5 cm와 비교하면 현저하게 작게 나타났다. 그러나 아치의 진동주기는 아치높이/아치지간 비의 값에 따라 일정한 경향을 찾을 수 없었지만 0.2~0.3일 때 진동주기가 가장 짧았고 0.4 이상이면 현저하게 지연되었다. 같은 지간을 갖는 보의 경우 최대 변위는 32.1(cm)로서 아치에 비교하여 과대한 변위 값을 나타냈다. 이들의 결과로부터 아치높이/아치지간의 비 0.2~0.3일 때의 아치가 구조적으로 안정할 것으로 판단된다. 이는 문헌(6)의 결과와도 일치된다.

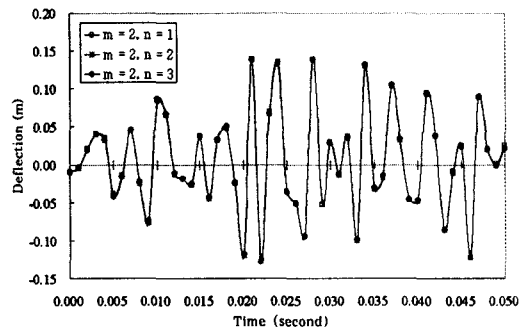
나. 초기 처짐 크기에 따른 동적 거동

먼저 초기 처짐의 형태에 따른 아치 처짐의 동적 응답 특성을 알아보기 위하여 초기 처짐 모드를 정현곡선, 2차 다항식, 4차 다항식 및 6차 다항식 곡선으로 하고 최대 초기 처짐의 값을  $L/1,000$  및  $L/500$ 으로 하였을 경우 아치 중앙에서의 변위의 동적 응답 곡선은 Fig. 5와 같다.

정현곡선으로 표현되는 초기 처짐의 경우 동적 응답은 주기적이었고 최대 진폭은 크지 않았다. 그러나 고차 다항식으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 아치의 응답 특성은 초기 처짐 값이  $L/500$ 인 경우 다항식 차수에 따라 피크에서의 변위값이 약간 상이하였으며 전반적으로 다항식의 차수가 낮을수록 피크에서의 변위의 진폭은 크게 나타났다. 진동시간에 따라 약간의 차이는 있지만 피크에서의 변위 값은 2차 다항식의 경우 정현곡선의 경우보다 약간 크게 나타났고 4차 다항식 및 6차 다항식의 경우에는 정현곡선의 경우보다 약간 작게 평가되었다. 전체적으로 2차 곡선으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우의 동적 응답이 정현곡선으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우의 동적 응답에 가장 근접하였다. 그러나 초기 처짐 값이  $L/1,000$ 인 경우에는 다항식 차수의 영향이 거의 나타나지 않았다. 이때



(a)  $w_i=L/500$



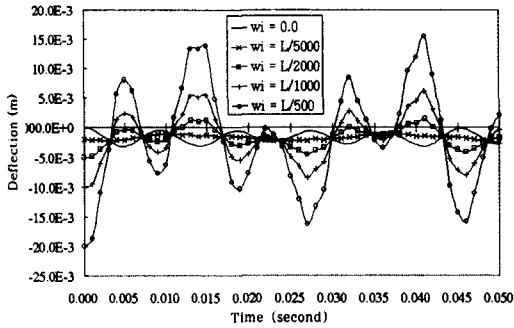
(b)  $w_i=L/1000$

Fig. 5 Time response of deflection at apex of arch according to initial deflection type

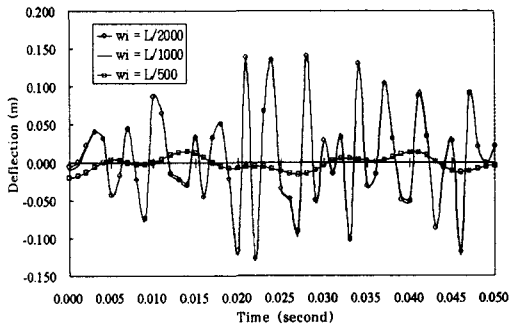
정현곡선 형태의 초기 처짐을 갖는 경우 응답의 진폭은 고차 다항식의 경우에 비교하여 대단히 작기 때문에 그림에서 수평축 위에 놓여 버리기 때문에 제외 시켰다.

초기 처짐의 크기에 따른 아치의 동적 거동을 알아보기 위하여 아치 중앙에서의 최대 초기 처짐의 값을  $L/500$ ,  $L/1,000$ ,  $L/2,000$  및  $L/5,000$ 으로 하여 해석한 결과를 그림으로 나타내면 Fig. 6과 같다.

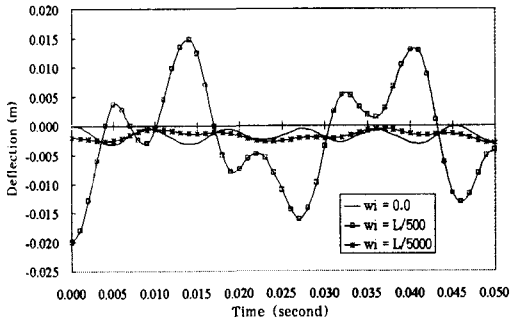
Fig. 6에서 보는 바와 같이 정현곡선 형태의 초기 처짐을 갖는 경우 초기 처짐의 크기에 따라 변위의 진폭은 현저하게 증가하였지만 진동의 패턴 및 진동주기는 동일하였다. 즉 초기 처짐의 값이 변위의 진폭에 미치는 영향은 크게 나타났지만 진동 주기에 미치는 영향은 찾을 수 없었다. 특히 초



(a) sinusoidal initial deflections



(b) high degree polynomial initial deflections



(c) high degree polynomial initial deflections

Fig. 6 Time response of deflection at apex of arch with various initial deflections

기 처짐의 값이 L/5,000인 경우 피크에서의 변위의 진폭은 초기 처짐이 없는 완전아치의 변위의 진폭보다 오히려 작게 나타났다.

그러나 고차 다항식 형태의 초기 처짐을 갖는 경

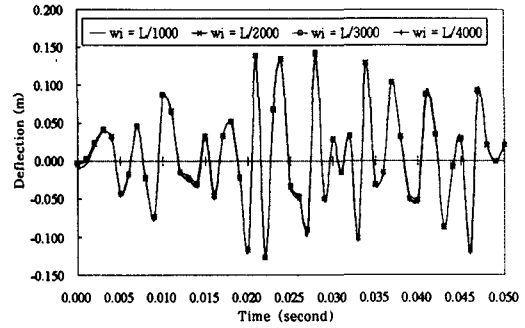


Fig. 7 Time response of deflection at apex of arch with various initial deflections

우 최대 초기 처짐 L/500 및 L/5,000에서는 주기적인 진동 현상을 나타냈지만 최대 초기 처짐 L/1,000 및 L/2,000에서는 변위의 진폭이 현저하게 증가하였고 초기 처짐의 크기의 영향은 차이가 나타나지 않았다.

초기 처짐의 크기에 따른 동적 응답의 변위의 진폭이 현저하게 크게 나타나는 초기 처짐의 크기의 한계를 알아보기 위하여 초기 처짐의 크기를 L/1,000 ~ L/4,000으로 하였을 경우 동적 응답은 Fig. 7과 같다.

그림에서 보는바와 같이 초기 처짐이 L/1,000 ~ L/4,000인 경우 동적 응답에서 초기 처짐의 영향의 차이가 거의 없었다. 특이한 것은 고차 다항식으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우 초기 처짐 값이 L/1,000 ~ L/4,000인 경우 가장 불리하게 나타난 것에 주의할 필요가 있다. 즉 초기 처짐의 값은 구조물의 동적 거동에 가장 불리한 경우가 있다 (본 연구에서는 L/1,000 ~ L/4,000으로 나타났다). 이러한 경우는 가급적 피하는 것이 좋을 것이다. 최대 처짐은 초기 처짐 값이 L/500인 경우 최대 처짐은 1.48 cm 및 최소 처짐은 -1.61 cm 이었지만 초기 처짐 값이 L/1,000 ~ L/4,000의 경우 최대 처짐은 13.8 cm 최소 처짐은 -12.8 cm로서 초기 처짐 값 L/500의 경우와 비교해서 거의 10 배에 가까운 처짐을 나타냈다.

## VI. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 초기 처짐을 갖는 포물선 아치의 동적 거동 특성을 구명하기 위한 것으로 이를 위하여 해석 방법으로는 유한 요소법이 사용되었으며 유한 요소 정식화 과정에서 탄-소성 모델을 채용하였으며 강재의 거동은 Von Mises의 항복 기준에 따라 모델링 하였다.

본 연구에서는 동하중을 받는 강재 포물선 아치가 초기 처짐을 갖는 경우 아치의 초기 처짐은  $w_i = w_o(1 - (2x/L)^m)^n$ 으로 주어지는 고차다항식과  $w_i = w_o \sin(n\pi x/L)$ 으로 주어지는 정현곡선으로 가정하였다. 모델 케이스로 선정된 강재 포물선 아치가 초기 처짐을 갖는 경우의 동적응답 해석에 적용한 몇 가지의 수치 예를 제시하였다. 수치 예에서 초기 처짐의 값은 L/500, L/1,000, L/2,000 및 L/5,000으로 하였으며 초기 처짐의 모드는 대칭 처짐만을 고려하였다.

계산된 몇 가지의 예에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 초기 처짐이 있는 경우 아치 중앙단면에서 변위의 진동주기는 현저히 짧아졌으며 진폭은 크게 나타났다. 그러나 초기 처짐의 크기가 응답곡선의 최대 및 최소 변위에 미치는 영향은 크게 나타났지만 진동주기에 미치는 영향은 거의 없었다.

2. 초기 처짐의 형태를 정현곡선으로 가정한 경우 진동 특성은 주기적이었고 진폭은 초기 처짐의 크기에 따라 증가하였다.

3. 고차다항식 형태의 초기 처짐을 갖는 경우 초기 처짐 값이 L/500인 경우 다항식의 차수가 낮을수록 피크에서의 변위의 진폭이 약간 크게 나타났다. 또한 2차 곡선으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우가 정현곡선으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우의 동적 응답에 가장 근접하였다. 그러나 초기 처짐값이 L/1,000인 경우에는 다항식 차수의 영향이 거의 나타나지 않았으며 정현곡선으로 표현되는

초기 처짐을 갖는 경우의 동적 응답과 큰 차이를 나타냈다.

4. 고차다항식으로 표현되는 초기 처짐을 갖는 경우 아치의 동적 거동에 특히 불리한 초기 처짐 값이 존재하였으며 본 논문에서는 L/1,000 ~ L/4,000으로 평가되었다. 이러한 경우는 가급적 피하는 것이 좋을 것으로 사료된다.

## References

1. Austin, Walter J., et al., 1982, Numerical Bending Analysis of Arches, Journal of the structural division, ASCE, Vol 108, No. ST4, : 849-867
2. Austin, Walter J. and Timothy J. Ross, 1876, Elastic Buckling of Arches under symmetric loading, Journal of the structural division, ASCE, Vol. 102, No. st5, : 1085-1095
3. Cho, Jin Goo, 2001, Dynamic Behavior of the Plane Circular Arches with the Shape Imperfections, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 43(3) : 85-93. (in Korean)
4. Cho, Jin Goo, Keun Soo Park, 2001, Effects of Partially Distributed Step Load on Dynamic Response of the Plane Circular Arches, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 43(4) : 89-96. (in Korean)
5. Choi, Chang Koon and Hyuk Chun Noh, 1999, Wind Induced Dynamic Behavior of RC cooling Tower Shell, Journal of the Wind Engineering Institute of Korea, 3(1) : 99-109. (in Korean)
6. Howard B. Harrison, 1982, In-Plane Stability of Parabolic Arches, Journal of the structural division, ASCE, Vol. 108, No. ST1. : 195-205.
7. Komatsu, Sadao and Tatsuro Sakimoto, 1977, Ultimate Load Carrying Capacity of Steel Arches, *Journal of the structural division*,



- ASCE*, Vol. 103, No. ST12, 2323-2336.
8. Mondkar and Powell, G. H. 1977, Finite Element Analysis of Nonlinear Static and Dynamic Response, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, 499-520.
  9. Owen, D. R. J. and E. Hinton, 1980, *Finite elements in plasticity*
  10. Robert Kao, 1978, Dynamic buckling of axisymmetric spherical caps with initial imperfections, Pergamon, Computer & Structures, vol. 9, 463-473.
  11. Robert Kao, 1980, Nonlinear dynamics buckling of spherical caps with initial imperfections, Pergamon, Computer & Structures, vol. 12, 49-63.
  12. Wood R. D. and O. C. Zienkiewicz, 1977, Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells, Pergamon, Computer & Structures, vol. 7, 725-735.