한국학교수학회논문집 제 7 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 7, Number 2, 99-116, December 2004

중학교 수학에서 무리수 개념에 관한 학습자의 이해 연구

박윤희[1] · 박달원[2] · 정인철[3]

본 연구는 중학교 시기에 학생들이 처음 접하는 수인 무리수에 대한 지도내용을 상세히 살펴보고 이에 따른 지도 방법에 의해서 무리수를 지도할 때 학생들이 무리수의 개념을 어느 수준으로 어느 정도 이해하고 있는지 또 어느 수준의 이해가 어려운지를 확인하여 보고, 무리수 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 확인하여봄으로써 이러한 결과에 의한 무리수 지도시의 문제점을 찾아보고 이를 개선할 수 있는 지도 방안을 모색하여, 무리수를 지도할 때 무리수 개념에 관한 학습자들의 이해를 고려하여 지도할 수 있는 토대를 마련한다.

주요용어 : 교육과정, 무리수, 교수학습, 대수

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

옛 그리스의 수학자 피타고라스가 "모든 것은 수이다."라고 주장했듯이 오늘날 현대인에게도 수가 존재하지 않는 세계를 생각한다는 것은 불가능하다. 수라는 개념은 생활의 필요에 의해서 인류문화에 자연스럽게 받아들여져 왔듯이 수의 개념은 우리 생활 속에 깊숙이 자리잡혀 있다. 그러나 이러한 수 개념 즉, 자연수에서 정수, 정수에서 유리수, 유리수에서 실수로 확장되어 나오는 수 체계의 과정을 정확하게 알고 학생들에게 지도하는 것은 쉽지 않다.

특히 유리수가 조밀함에도 불구하고 연속이 아님을 지도하면서 무리수의 존재를 인식시켜 유리수에서 실수로 확장되어 가는 과정에서 자연적으로 발생하는 무리수 개념은 유리수와는 달리 일상생활과의 연관성이 거의 없고 양적으로나 직관적으로나 시각화되지 않아 학생들이 이해하는데 어려움이 크다.

무리수를 배운 학생 중 많은 학생들이 무리수에 대한 정확한 이해 없이 매우 빈약한 개념적 지식만을 가지고 문제해결과정에서 많은 오류를 발생시키고 있으며, 중학교에서 배운 무리수의 개념을 고등

1) 공주대학교 수학교육과 (yun4217@hanmir.com)
2) 공주대학교 수학교육과 (dwpark@kongju.ac.kr)
3) 전남대학교 수학교육과 (ijung@chonnam.ac.kr)

학교에서 배우는 무리수 개념과 연계시키는 데 어려움을 겪고 있다.

그러나 무리수는 고차방정식, 인수분해, 지수, 로그, 삼각함수, 극한, 미분, 적분, 확률과 통계, 기하 등 수학 전반에 걸쳐 자주 등장하게 되어 매우 중요한 영역이므로 무리수 개념에 관한 고찰이 필요하다. 또한 중학교 수학을 지도하는 중요한 목적 중의 하나는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 학습을 통하여 논리적이고 합리적인 사고를 기르고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 실생활 문제 해결이나 다른 과목의 학습에 활용할 수 있게 하기 위한 것이다. 이를 위해 학교 수학은 무엇보다도 수학의 기본적인 지식과 기능을 중시해야 한다. 수학의 기본 지식이 갖추어져 있을 때에야 비로소 창의적인 문제 해결이 가능하고, 실생활 및 타 교과에 활용할 수 있으며, 또 발전된 수학을 학습할 수 있다.(교육부, 1997) 따라서 중학교 3학년에서 처음 소개되어지는 무리수의 개념을 학습자들이 정확하게 이해하는 것은 중요한 문제이다.

이에 본 연구에서는 제7차 수학과 교육과정에서 무리수의 지도 내용을 자세히 살펴보고, 이에 따른 지도 방법에 의해서 무리수를 지도할 때 학생들이 무리수의 개념을 어느 수준으로 어느 정도 이해하고 있는지 또 어느 수준의 이해가 어려운지를 확인하여 보고, 무리수 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 확인하여봄으로써 이러한 결과에 의한 무리수 지도시의 문제점을 찾아보고 이를 개선할 수 있는 지도 방안을 모색하여, 무리수를 지도할 때 무리수 개념에 관한 학습자들의 이해를 고려하여 지도할 수 있는 토대를 마련해 보고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 무리수의 역사

지금으로부터 4000년 전의 것으로 추정되는 고대 바빌로니아 점토판에서 무리수의 흔적을 찾아 볼 수 있다. 아래의 그림은 한 변의 길이가 30인 정사각형의 대각선의 길이를 구하는 것을 나타내고 있다.

그림에서 나타난 숫자 1, 24, 51, 10은 $1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}+\cdots=1.41421$ 를 뜻하는 것으로 $\sqrt{2}$의 근사값에 해당한다.

또한, 그림에서 나타난 숫자 42, 25, 35는 $42+\frac{25}{60}+\frac{35}{60^2}+\cdots=42.426$ 을 의미하는 것으로 $30\sqrt{2}$의 근사값으로 추정하고 있다. 이와 같이 바빌로니아 시대에는 비록 $\sqrt{2}$를 사용하고 있었으나 무리수 존재의 자체를 인식하였다고 볼 수는 없다.

무리수의 본격적인 발견은 피타고라스학파 사람들에 의해서이다. 예를 들면, 직각이등변삼각형의 빗변과 한 등변의 길이의 비, 정사각형의 대각선과 한 변의 길이의 비와 같이 정수의 비로 표현하기 쉽지 않다는 사실을 알게 되었다. 이후로 테아이테토스(Theaetetos)와 에우독소스(Eudoxos)등에 의해 무리수가 상당부분 인정되었으나 무리수의 개념은 기하학적으로 작도가 가능한 기하학적 사고에 머물렀다.

인도의 수학자들은 $\sqrt{3}+\sqrt{12}=\sqrt{(3+12)+2\sqrt{3\cdot 12}}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$과 같이 무리수 계산을 즐겨 사용하였으나 논리적으로 인식을 못하였다. 그리하여 약 1500년까지 유럽에서 무리수는 자연스럽게 사용되다가 스테빈(Stevin), 월리스(Wallis), 데카르트(Descartes) 등에 의해 무리수가 연속량을 나

타낼 수 있는 추상적인 수로 인정되었다. 유리수와 무리수의 실질적인 다리가 놓인 것은 19세기 후반이며, 칸토어(Cantor) 와 데데킨트(Dedekind)에 이르러 정립이 되었다.

2. 선행연구자의 고찰

최성희(2000)는 '중등수학에서 무리수 지도에 관한 소고'에서 무리수 지도상의 문제점과 지도방안을 모색하였다. 지도상의 문제점으로는 첫째, 수 체계가 자연수 · 정수 · 유리수 · 실수로 확장되는 과정에서 수 확장의 필요성에 대한 설명이 부족하다는 것이다. 둘째, 제곱근을 제곱의 역으로만 설명하는 데, 이차방정식의 해를 구하는 과정에서 수확장의 필요성과 더불어 설명하면 학생들의 이해가 쉬울 것이라는 것이다. 셋째, 학생들이 제곱근의 개념과 성질을 정확히 알지 못하면 계산상의 오류를 범하는 몇 가지 예를 제시하였다. 넷째, 제곱근을 이용하여 무리수를 도입한 후 학생들은 무리수를 하나의 수로 받아들이기가 어려운데 이는 유리수를 수직선에 표시하면 쉽게 이해할 수 있다는 것이다. 마지막으로 분모의 유리화에서 계산 과정만을 보여 줄 뿐 유리화의 필요성에 대한 이유 설명이 없어서 학생들이 유리화의 필요성을 느끼지 못하고 있다는 것을 지적하였다.

노민숙(2002)은 '제곱근과 무리수 개념의 이해 실태 분석에 관한 연구'에서 학생들이 학교에서 배운 무리수의 개념에 대해 어떠한 이해를 가지고 있으며 제곱근의 이해와 근호의 사용에 있어서 어떠한 장애와 문제점을 가지고 있는지 파악하고자 하였다. 이에 따라 먼저 제곱근의 정의, 제곱근 구하기, 제곱근의 대소관계, 근사값, 사칙계산에 대한 이해 분석과 무리수의 정의, 무리수의 수직선 위치, 무리수의 예, 무리수와 유리수를 가려내기, 무리수의 대소관계 비교하기에 대한 이해 분석과 제곱근과 무리수 개념에 대한 지도 방안의 모색에 관한 내용을 연구하였다. 결과로는 학생들의 제곱근 개념의 이해를 위한 해결 지도 방안으로 "첫째, 제곱근의 정의를 도입할 때 제곱근의 정의를 말로 표현할 뿐만 아니라 식으로 표현해야한다. 둘째, a의 양의 제곱근으로써 '+'기호를 사용하여 $+\sqrt{a}$로 표현해야 한다. 셋째, 근호 $\sqrt{\ }$는 root(근)의 머리글자 r를 도안화한 것임을 이용하여 제곱근 구해야 한다. 넷째, 유리화를 이용하여 제곱근의 근사값을 구할 때 유리화의 목적을 분명히 밝혀주어야 한다. 다섯째, $a+\sqrt{b}=a\sqrt{b}$, $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}=\sqrt{a\pm b}$ 등이 성립하지 않는다는 것을 보여주기 위한 쉬운 예를 자주 제공해 주어야 한다." 등의 지도 방안을 제언하였다.

서봉하(2002)는 '중등과정에서의 무리수 개념의 지도에 관한 소고'에서 수학적 사고에는 직관적으로서 체계를 세우는 것과 논리적으로 생각하는 것이 있는데 직관주의와 발생적 원리를 바탕으로 한 수업실제의 교수-학습으로 무리수 $\sqrt{2}$의 존재성에 관한 수업으로 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정사각형에서 넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이를 생각하도록 하고 그것이 유리수가 되는지 생각하게 한 다음 새로운 수인 무리수를 도입하는 것으로 교수-학습의 실제를 보았고 수를 엄격히 정의할 때는 직선과 같은 직관적인 이미지를 바탕으로 해서 생각한다는 것은 다소 위험한 측면이 있으나 논리적 사고력이 부족한 중학교 3학년 학생들에게는 실수로의 확장과정에서 도입되는 무리수를 지도할 때 직관적인 측면을 고려하여 출발함으로써 단원의 이해는 물론, 학습에 상당한 흥미를 부여할 수 있다고 하였다.

이상의 연구에서 보면 서봉하는 우리나라의 교육과정에서 직관적으로 지도되어야 하는 무리수 개념에 대하여 직관적 교수방법에 대한 지도가 타당하다는 것을 학습자들의 이해 측면에서 보여주었으며 최성희는 교사의 관점에서 무리수를 어떻게 지도할 것인가에 초점을 맞추었고 노민숙은 논문에서 학생 입장에서 무리수의 개념에 관해 학생들이 어떠한 이해를 가지고 있고 제곱근의 학습에서 어떤 문제점을 가지고 있는 지에 대한 실태를 연구하였다.

이러한 무리수 개념의 학습자 실태조사에서는 단순히 무리수단원에서의 오류를 분석하였고 직관적으로 지도되어야 하는 무리수의 개념을 학습자들이 어떻게 받아들이고 이해하고 있는지에 관한 연구 내용이 부족한 것으로 보여진다.

이에 본 연구에서는 무리수 개념의 잘못된 이해로 인한 오류개념들을 분석하고자 학교에서 배우는 무리수 단원의 내용을 토대로 제곱근의 정의, 제곱근의 성질, 제곱근의 대소, 무리수의 정의, 제곱근의 곱셈과 나눗셈, 제곱근의 덧셈과 뺄셈, 실수의 대소관계에 대한 수준별 문제를 바탕으로 이해수준에서의 오류를 조사해 보고 이러한 무리수 개념의 잘못된 이해에 관한 문제점을 해결하기 위한 방법을 모색하여 보고, 학습자들이 무리수의 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 면담을 통하여 확인하여 보고자 한다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

무리수 개념 이해에 관한 설문조사를 위하여 성적이 상위권인 2명의 학생들을 대상으로 면담을 실시하였다.

무리수 내용에 관한 본 연구의 대상은 연구자가 임의로 선정하여 대전광역시에 소재한 D 중학교와 H 중학교에서 각각 1개 학급씩 총 2학급의 중학교 3학년 학생들을 대상으로 조사 연구하였다.

2. 문항의 구성

1) 수 단원의 각 내용별 이해 수준을 위한 문항구성

평가 단원의 각 개념에 대한 이해수준이 어떠한가를 조사하기 위하여 수 단원을 현행 교육과정 학습내용에 맞추어 중학교 수학교과서로 평가 단원을 나누었다.

연구자가 학습자료와 선행연구자의 연구자료를 참고하여 평가단원마다 각 개념별로 수준 Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ 3단계 수준을 두어 문항을 추출하였다. 또한 문항 내용을 현직교사 5명이 검토하였다.

문항의 구성은 기본 개념에 대한 이해수준이 어떠한지 잘 나타나도록 답을 선택한 이유나 풀이를 자세히 적도록 하였다.

문항의 선정 기준은 다음과 같은 일곱 종류의 영역으로 구성되어 있다.

(1) 제곱근의 정의
(2) 제곱근의 성질
(3) 무리수의 정의
(4) 실수의 대소 관계
(5) 무리수와 실수
(6) 제곱근의 곱셈과 나눗셈
(7) 제곱근의 덧셈과 뺄셈

2) 무리수 개념에 관한 면담 질문 구성

현행 교육과정인 제 7차 수학과 교육과정에서 실제적인 무리수 지도를 바탕으로 학습자들이 무리수 개념을 어떻게 이해하고 있는지를 알아보기 위하여 면담을 위한 질문을 연구하여 작성하였다.

IV. 연구결과 및 분석

1. 무리수 지도에 관한 교과서 분석

본 내용은 현행 15개의 중학교 수학 9-가의 교과서에서 무리수 지도 내용을 비교 분석하였다.

1) 무리수 지도

(1) 제7차 교육과정에 따른 제곱근과 무리수의 지도관점

제 7차 교육과정에 따른 무리수 지도는 제곱근과 무리수에 대해서 학습함으로써 유리수에서 실수로 수의 체계를 확장한다. 그러므로 유리수에서 수의 성질을 자연스럽게 실수로 확장하여 실수에서 대소관계, 실수를 수직선에 나타내는 방법 등을 학습하게 된다. 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하며 무리수의 개념을 이해하고 수직선에 수를 나타내어 수직선은 자연수, 정수, 유리수, 실수 등으로 조밀하게 채울 수 있다는 사실을 이해하도록 한다.

이 단원에서 학습하게 될 주된 내용은 양수 a의 제곱근은 두 개가 있고, 그 것을 기호로 각각 $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$로 나타낼 수 있도록 지도하되 음수의 제곱근은 다루지 않는다.

$a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$가 성립하며, $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$가 성립함을 이론적 증명이 아닌 직관적인 예를 통하여 학생들이 쉽게 이해하도록 지도한다.

$\sqrt{2}$가 유리수가 아님을 직관적으로 보여줌으로써 유리수가 아닌 수인 무리수가 존재함을 알게 한다. 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수이고, 제곱근의 근사값은 제곱근 풀이가 아닌 $a^2<b^2 \Leftrightarrow a<b$ (단, $a>0$, $b>0$)을 이용하여 구하도록 한다.

임의의 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재하며, 유리수만으로는 수직선을 메울 수 없고, 그 사이에 무리수가 존재하여 수직선을 꽉 채울 수 있다는 사실을 직관적으로 이해하도록 지도한다.

이 단원을 지도함에 있어서 유의할 점은 무리수를 도입할 때는 무한소수를 소재로 하여 도입하고, 제곱근의 두 양수를 비교할 때는 근호 안의 수가 클수록 그 수가 크다는 것을 직관적으로 이해하도록 한다. 뿐만 아니라, 수직선은 유리수와 무리수의 점들로 채워져 있다는 사실로부터 수직선의 점들은 실수의 집합과 일대일 대응관계가 있음을 직관적으로 이해시킨다. 제곱근을 다룰 때는 풀이법은 다루지 않고, 필요시 계산기 또는 제곱근표를 이용하도록 한다.

(2) 무리수 지도

① $\sqrt{2}$의 근사값을 소수로 구하는 과정에서 $\sqrt{2}$가 순환하지 않는 무한소수임을 보여주고

이와 같이 순환하지 않는 무한소수를 무리수라고 정의하고 있다.

즉, $1^2=1$, , $2^2=4$이므로 $1^2<2<2^2$이다.

따라서 $1<\sqrt{2}<2$

또 $1.4^2=1.96$, $1.5^2=2.25$이므로 $1.4^2<2<1.5^2$이다.

따라서 $1.4<\sqrt{2}<1.5$이다.

또 $1.41^2=1.9881$, $1.42^2=2.0164$이므로 $1.41^2<2<1.42^2$이다.

따라서 $1.41<\sqrt{2}<1.42$이다.

이와 같은 방법을 계속하여 $\sqrt{2}$가 속하는 범위를 좁혀 나가면 다음과 같다.

$$1.414<\sqrt{2}<1.415$$

$$1.4142<\sqrt{2}<1.4143$$

이와 같은 방법을 여러 번 되풀이하여 $\sqrt{2}$의 근사값을 보다 자세히 구하면 $\sqrt{2}=1.41421356237309\cdots$로 순환하지 않는 무한소수가 된다.

이와 같이 어떤 수를 소수로 나타낼 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 수를 무리수라고 한다.

이상과 같이 무리수의 뜻을 정의하고 있는 교과서는 형설출판사, 교학연구사, (주)중앙교육진흥연구소, (주)천재교육이 있다.

② 무리수를 유리수가 아닌 수라고 정의하고 있다.

즉, 모든 유한소수와 순환소수는 분수로 나타낼수 있으므로 유리수이기 때문에 소수중에서 순환하지 않는 무한소수가 있는데 이를 무리수라고 정의하고 있다.

이와 같이 무리수를 정의하고 있는 교과서는 (주)도서출판 디딤돌, (주)교문사, (주)블랙박스, 한서출판사, 한성교육연구소, (주)두래교육이 있다.

③ 위의 ①과 ②의 방법을 모두 사용하여 무리수의 뜻을 정의하고 있는 교과서는 (주)고려출판, (주)두산, (주)교학사가 있다.

즉, $\sqrt{2}$가 순환하지 않는 무한소수임을 ①의 방법으로 보이고, $\sqrt{2}$가 유리수가 아님을 ②의 방법으로 소개함으로써 순환하지 않는 무한소수이거나 유리수가 아닌수를 무리수라고 정의하고 있다.

④ ③과 같은 방법을 사용하여 무리수의 뜻을 정의하면서 $\sqrt{2}$가 유리수가 아님을 보이는 과정이 다음과 같다.

먼저 제곱하여 정수가 되는 유리수는 정수뿐임을 보인다. $\sqrt{2}$는 1보다 크고 2보다 작은 수이므로 정수가 아니다. 그런데 $\sqrt{2}$를 제곱하면 정수 2이다. 즉, $\sqrt{2}$는 정수가 아니지만 제곱하면 정수가 되는 수이다. 따라서 $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

이상과 같이 무리수의 뜻을 지도하고 있는 교과서는 (주)금성출판사(조태근 외 4인)이다.

⑤ 계산기로 $\sqrt{2}$의 값을 직접 구해서 얻은 값이 순환하지 않는 무한소수임을 보여줌으로써 무리수를 정의하고 하고 있다.

이상과 같이 무리수의 뜻을 정의하고 있는 교과서는 (주)금성출판사(양승갑 외 6인)이다.

(3) 계산기를 이용한 무리수 지도

현행 교과서 15종 중에서 다음 9가지 즉, (주)두산, 한성교육연구소, 한서출판사, (주)금성출판사(양승갑외 6명), (주)블랙박스, (주)교문사, (주)천재교육, 교학연구사, (주)고려출판등의 교과서에는 계산기를 이용하여 무리수의 근사값을 구하는 문제를 제시하였다.

2. 무리수 이해 수준 연구 결과 분석

연구내용은 2개 중학교 2개 학급의 3학년 학생들을 대상으로 실시한 검사지를 통해 학생들이 풀어놓은 검사지를 보고 분석하였다.
이렇게 하여 대전시에 소재한 H중학교 학생 38명, D중학교 학생 36명의 총 74명의 검사지를 분석하였다.

1) 연구내용

제곱근의 정의. 제곱근의 성질, 무리수의 정의, 실수의 대소관계, 무리수와 실수, 근호를 포함한 식의 계산에 대한 각 개념의 수준별 이해 정도를 분석하였다.

2) 각 내용의 수준별 이해도 분석

(1) 제곱근의 정의에 관한 수준 분석

문제 1) 넓이가 9 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.(수준 I)

<표-1> 제곱근의 정의에 관한 수준 I 의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	62 (83.8)	10 (13.5)	2 (2.7)

주어진 문제는 제곱근의 도입을 위하여 학생들이 쉽게 이해 가능한 정사각형의 한변의 길이를 구하는 예를 들어서 제곱근의 정의를 도입하기 위한 문제이다. 이 문제에 대한 학생들의 정답율은 83.8%로 높은 이해도를 보였다. 대체적으로 많은 학생들이 직접 정사각형을 그려보고 넓이에 따른 한 변의 길이를 잘 찾는 반응을 보였다. 오류의 유형 중 $\sqrt{3}$이거나 ±3이라고 대답한 이유는 제곱근의 뜻을 기계적으로 암기한 데서 나온 오류인 것으로 보여진다.

문제 2) 4의 제곱근을 구하여라.(수준Ⅱ)

<표-2> 제곱근의 정의에 관한 수준Ⅱ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	55 (74.3)	16 (21.6)	3 (4.1)

이 문제는 제곱근의 뜻을 알고 구체적인 수 4의 제곱근을 구하는 문제이다. 교과서에 「$2^2=4$, $(-2)^2=4$ 이므로 제곱하여 4가 되는 수, 즉 4의 제곱근은 2와 -2 이다.」라고 정리되어 있는 문제로 학생들의 정답율은 74.3%로 학생들이 제곱근을 직접 구하는 문제는 다소 이해력이 부족한 것으로 나타났다.

문제 3) 어떤수 a의 제곱근 x를 식으로 나타내어라.(단, $a>0$)(수준Ⅲ)

<표-3> 제곱근의 정의에 관한 수준Ⅲ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	21 (28.4)	36 (48.6)	17(23)

교과서에 제시되어 있는 제곱근의 정의 「$x^2=a(a\geq 0)$를 만족하는 수 x를 a의 제곱근이라 한다.」를 식으로 표현하는 이 문제에서의 정답률은 28.4%에 그쳤다. 오답자 36명의 반응을 분석해 보면 제곱되는 대상을 바꾸어 진술한 학생이 15명으로 오답자의 41.7%를 차지하였고, 양의 제곱근만을 대답한 학생이 11명으로 오답자의 30.5%를 차지하여 오답자의 대부분이 음의 제곱근의 존재를 모르고 제곱되는 대상을 바꾸어 진술하는 오반응을 보였다.

(2) 제곱근의 성질에 관한 이해 수준 분석

문제 4) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅰ)

$$\sqrt{3^2}$$

<표-4> 제곱근의 성질에 관한 수준 Ⅰ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	67 (90.5)	5 (6.8)	2 (2.7)

주어진 문제는 교과서에 제시되어 있는 제곱근의 성질 중 「$\sqrt{a^2}=a$ (단, $a>0$)」을 만족함을 이해하고 있는 지에 관한 문제이다. 정답율이 90.5%로 대부분의 학생들이 $\sqrt{3^2}=3$ 이라는 것을 이해하고 있는 것으로 나타났다.

문제 5) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅱ)

$\sqrt{(-4)^2}$

<표-5> 제곱근의 성질에 관한 수준 II의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	62 (83.8)	8 (10.8)	4 (5.4)

교과서에 제시되어 있는 제곱근의 성질 중 「$\sqrt{(-a)^2}=a$ (단, $a>0$)」을 만족함을 이해하고 있는 지에 관한 문제이다. 정답율이 83.8%로 수준 I 의 문제에 비해 이해수준이 저조한 것으로 나타났다. 오류유형중 대부분의 학생들이 $\sqrt{(-4)^2}=-4$ 을 정답으로 제시한 것으로 보아 $\sqrt{(-a)^2}=-a$ ($a>0$)로 인식하고 있는 오류를 범하고 있음을 보였다.

문제 6) 다음을 간단히 하여라.(수준III)

$-\sqrt{(-5)^2}$

<표-6> 제곱근의 성질에 관한 수준 III의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	59 (79.7)	11 (14.9)	4 (5.4)

위의 문제는 수준II의 응용문제로 79.7%의 정답율을 보였다. 대부분의 오류가 수준II의 내용인 「$\sqrt{(-a)^2}=a$ (단, $a>0$)」을 이해하지 못한데서 파생된 결과로 보여진다.

(3) 제곱근의 대소에 관한 이해 수준 분석

문제 7) 다음 두 수의 대소를 비교하여라.(수준 I)

$\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$

<표-7> 제곱근의 대소에 관한 수준 I 의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	70 (94.6)	3 (4.1)	1 (1.3)

교과서에 제시된 「$a<b$일 때, $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이다. (단, $a>0$, $b>0$)」에 관한 내용으로 94.6%의 높은 정답율을 보이고 있어 대부분의 학생들이 위의 내용을 잘 이해하고 있는 것으로 나타났다.

문제 8) 다음 두 수의 대소를 비교하여라.(수준II)

7, $\sqrt{50}$

<표-8> 제곱근의 대소에 관한 수준 Ⅱ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	65 (87.8)	8 (10.8)	1 (1.4)

주어진 문제의 정답율이 87.8%로 비교적 많은 학생들이 잘 이해하고 있는 것으로 나타났다. 주어진 문제를 학생들이 제곱근의 성질을 잘 이용하여 제곱하여 수의 대소를 구하거나 $7=\sqrt{49}$ 로 나타내어 적절하게 문제를 해결하고 있었다.

문제 9) 다음 두 수의 대소를 비교하여라.(수준Ⅲ)

$\sqrt{2}$, 1.4

<표-9> 제곱근의 대소에 관한 수준 Ⅲ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	57 (77.0)	14 (18.9)	3 (4.1)

오류유형에서 보여지듯이 오답유형중 대부분이 $\sqrt{2}=1.\cdots$ 로 알고서 1.4보다 작다고 생각하는 오류를 보였다. 또 일부는 $\sqrt{2}=1.4$ 로 알고 있는 것으로 파악됐다. 주어진 문제는 정답율이 77.0%로 다소 저조한 이해 수준을 보였다.

(4) 무리수의 정의에 관한 이해 수준 분석

문제 10) 무리수란 무엇인가?(수준Ⅰ)

① 무한소수
② 유한소수
③ 근호를 써서 나타내는 수
④ 순환하지 않는 무한소수
⑤ 순환하는 무한소수

<표-10> 무리수의 정의에 관한 수준 Ⅰ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	60 (81.1)	13 (17.5)	1 (1.4)

무리수의 정의를 묻는 문제로서 81.1 %의 비교적 높은 이해수준을 보이고 있으며 오답인원 13명중 6명이 무리수가 근호를 써서 나타내는 수라고 이해하고 있었으며, 5명이 무리수를 순환하는 무한소수로 답하였다.

문제 11) 다음 수 중에서 무리수를 모두 말하여라.(수준Ⅱ)

① $\sqrt{5}+1$　　② $\sqrt{0.01}$

③ $\sqrt{\frac{4}{9}}$　　④ $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{36}}$

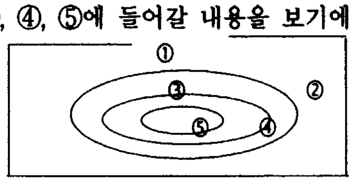
⑤ π

<표-11> 무리수의 정의에 관한 수준 Ⅱ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	58 (78.3)	14 (19.0)	2 (2.7)

주어진 문제는 무리수의 정의를 이해하고 무리수를 찾는 문제로서 정답율이 78.3%로 저조한 이해 수준을 보이고 있었다. 오류유형 중 많은 학생들이 $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{36}}$ 을 무리수로 생각하지 못하고 있었으며 $\sqrt{0.01}$ 에서는 $0.01=(0.1)^2$임을 알지 못하고 $\sqrt{0.01}$ 을 무리수라고 생각하는 오류를 범하고 있었다.

문제 12) 다음 그림은 수들 사이의 포함관계를 나타낸 것이다.
①, ②, ③, ④, ⑤에 들어갈 내용을 보기에서 고르시오.(수준Ⅲ)



<표-12> 무리수의 정의에 관한 수준 Ⅲ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	50 (67.6)	19 (25.7)	5 (6.7)

주어진 문제는 무리수의 정의를 알고 실수상의 포함관계를 묻는 질문으로 67.6%의 저조한 정답율을 보였다. 대부분의 학생들이 유리수를 가장 큰 수 라는 오류를 많이 범했으며 무리수와 유리수가 서로 소라는 사실을 제대로 인식하지 못해서 많은 오류를 범하고 있음이 나타났다.

(5) 제곱근의 곱셈과 나눗셈에 대한 이해 수준 분석

문제 13) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅰ)
$\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

<표-13> 제곱근의 곱셈과 나눗셈에 관한 수준 Ⅰ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	69 (93.2)	4 (5.4)	1 (1.4)

주어진 문제는 교과서에 제시된 「$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ (단, $a>0$, $b>0$)」라는 내용에 관한 문제로 93.2%의 높은 정답율을 보이고 있다.

문제 14) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅱ)

$$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$$

<표-14> 제곱근의 곱셈과 나눗셈에 관한 수준 Ⅱ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	57 (77.0)	14 (19.0)	3 (4.0)

주어진 문제의 정답율은 77.0%로 수준Ⅰ의 문제의 정답율에 비해 매우 저조한 것으로 나타났다. 오류유형중 대부분이 $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{36}=\pm6$ 으로 기재하여 36의 제곱근과 제곱근 36의 정확한 차이점을 이해하지 못하는 것으로 보인다.

문제 15) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅲ)

$$2\sqrt{3}\times4\sqrt{6}$$

<표-15> 제곱근의 곱셈과 나눗셈에 관한 수준 Ⅲ의 검사결과표

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	49 (66.2)	20 (27.0)	5 (6.8)

이 문제는 정답율이 66.2%로 매우 저조한 이해 수준을 보이고 있다. 오류유형을 보면 $a\sqrt{b}\times c\sqrt{d}=(a+c)\sqrt{b\times d}$ 으로 잘못 이해하는 경우가 오류유형중 가장 많았으며 제곱근의 성질인 $\sqrt{ab^2}=b\sqrt{a}$ (단, $a, b>0$) 라는 것을 잘 적용하지 못하고 있는 것으로 나타났다.

(6) 제곱근의 덧셈과 뺄셈에 대한 이해 수준 분석

문제 16) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅰ)

$$3\sqrt{5}+6\sqrt{5}$$

<표-16> 제곱근의 덧셈과 뺄셈에 관한 수준 Ⅰ의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	68 (91.9)	5 (6.8)	1 (1.4)

주어진 문제에 관한 이해수준은 91.9%로 높은 이해수준을 보이고 있었다. 오답자중 50%가 $3\sqrt{5}+6\sqrt{5}=9\sqrt{10}$ 으로 잘못이해하고 있었다.

문제 17) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅱ)

$$\sqrt{2}+\sqrt{2}$$

<표-17> 제곱근의 덧셈과 뺄셈에 관한 수준Ⅱ의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	53 (71.6)	19 (25.7)	2 (2.7)

이 문제의 78.4%의 정답율로 이해수준이 수준Ⅰ의 문제에 비해 저조하게 나타났는데 대부분이 수준Ⅰ의 오류에서 보여진 것과 같은 오류로 인해 잘못된 답을 구하고 있는 것으로 나타났다. 즉 제곱근의 덧셈을 $\sqrt{a}+\sqrt{a}=\sqrt{a+a}$ 으로 잘못 이해하고 있다는 것이다. 이것은 $\sqrt{a}$ 앞에 1이 곱해져 있다는 것 즉, $\sqrt{a}=1\times\sqrt{a}$ 임을 인식하지 못하고 있는 학생들이 많은 것으로 나타났다. 이러한 오류를 범하고 있는 학생이 오답인원 16명중 9명으로 56%가 넘는 것으로 나타났다.

문제 18) 다음을 간단히 하여라.(수준Ⅲ)

$$3\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

<표-18> 제곱근의 덧셈과 뺄셈에 관한 수준Ⅲ의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	55 (74.3)	17 (23.0)	2 (2.7)

주어진 문제는 $\sqrt{a}$ 와 $\sqrt{b}$ ($a\neq b$) 는 더 이상 덧셈과 뺄셈을 할 수 없다는 사실을 알고 있느냐에 대한 문제로써 정답율이 71.6%에 그쳤다. 대부분의 오류유형이 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 의 계산이 끝났다는 것을 인식하지 못하고 이것을 계산하려는 오류로 인해 발생하였다.

(6) 실수의 대소에 대한 이해 수준 분석

문제 19) 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.(수준Ⅰ)

$$3+\sqrt{7} \text{ 와 } \sqrt{7}+\sqrt{8}$$

<표-19> 실수의 대소에 관한 수준 I 의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	58 (78.4)	15 (20.2)	1 (1.4)

이 문제는 실수의 대소를 비교하는 기본적인 문제로 74.3%의 정답율을 보였다. 위에서 보는바와 같이 오류유형중 대부분이 실수의 각 수에 대한 제곱의 값을 각각 구하여 크기를 비교하는 오류를 범하고 있음을 볼 수 있다.

문제 20) 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.(수준II)

2와 $\sqrt{7}-1$

<표-20> 실수의 대소에 관한 수준II의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	35 (47.3)	36 (48.6)	3 (4.1)

주어진 문제는 정답율이 58.1%로 상당히 저조한 이해수준을 보이고 있다. 대부분의 학생들이 $(\sqrt{7}-1)^2=7-1=6$ 으로 생각하고 있었으며 $2-\sqrt{7}-1$에서 보여지는 것처럼 계산상의 착오를 일으키고 있었으며 $\sqrt{7}=3.\text{xxx}$ 로 알고있는 학생들이 많이 있었다.

문제 21) 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.(수준III)

$2+\sqrt{3}$ 와 $3\sqrt{3}-1$

<표-21> 실수의 대소에 관한 수준III의 검사결과

검사인원수(명)	정답인원수(%)	오답인원수(%)	무응답인원수(%)
74명	43 (58.1)	28 (37.8)	3 (4.1)

주어진 문제의 정답율은 47.3%로 가장 저조했다. 위의 수준 I 과 수준II의 문제와 마찬가지로 다항식의 제곱을 알지 못하여 많은 오류가 나타났으며 실수의 대소 비교시 제곱근의 근사값을 활용하여 근사값을 마치 참값인양 대입하여 푸는 오류가 많이 발생하였다.

3. 무리수 개념 이해에 관한 면담

면담자 : $\sqrt{2}$가 유리수일까 아니면 무리수일까?
학생A : 무리수입니다.
면담자 : 그럼 $\sqrt{2}$의 근사값이 얼마인지 알고있니?
학생A : 네. 1.414 ..... 로 알고 있는데요.

면담자 : 그것을 어떻게 알게 되었니?
학생A : 교과서를 보고 알았어요.
면담자 : 그렇다면 암기를 통해서 알게 된 거니?
학생A : 그냥 외웠는데요.
면담자 : 그렇다면 네가 $\sqrt{2}$가 1.414....라고 했는데 소수 넷째자리 아래의 숫자는 어떤 수인지 알고 있니?
학생A : 순환하지 않는 무한소수라고 알고 있어요.
면담자 : 그래. 아주 잘 알고 있구나.
그런데 순환하지 않는 무한소수라는 것에 대해서는 의심을 품어본적이 없니?
학생A : 네. 있어요.
면담자 : 그렇다면 혹시 $\sqrt{2}$의 값을 계산기나 컴퓨터로 계산해 본 적이 있니?
학생A : 아.. 계산기에 $\sqrt{\ }$ 라는 기호가 있는 것을 보고 해 보고 싶었지만 그만두었어요.
면담자 : 그러면 제곱근표로 제곱근의 근사값은 찾아본 적이 있니?
학생A : 네. 수업시간에 찾아 보았어요.
면담자 : 그렇다면 혹시 제곱근 풀이법은 알고 있니?
학생A : 네. 학원에서 들어 보았어요.
면담자 : 그럼 제곱근 풀이법으로 제곱근의 계산을 해 보았니?
학생A : 아니요. 그냥 제곱근 풀이법이 있다는 것만 들었어요.

3. 면담 결과

면담결과를 살펴보면 제7차 수학과 교육과정에 명시되어 있는 학습 지도상의 유의점의 내용은 '무리수를 도입할 때에는 무한소수를 소재로 하고, 제곱근의 근사값이 필요할 때에는 제곱근표나 계산기를 사용하고, 제곱근 풀이법은 다루지 않는다.' 라고 제시되어 있다.

그러나 위의 면담내용에서 알 수 있듯이 학생A와 학생B는 모두 $\sqrt{2}$의 근사값을 계산을 통해서 알게 된 것이 아니라 암기를 통하여 알고 있는 것으로 나타났다.

이는 무리수의 값이 순환하지 않는 무한소수라고 정의하여 학습자들에게 제시하면서도 단순히 교과서에 제시되어 있는 방법으로 $\sqrt{2}$가 순환하지 않는 무한소수임을 교사의 설명에 의해서만 학습하게 되는 즉, 직접 무리수의 근사값이 순환하지 않는 무한소수임을 학생들이 확인할 수 없게 되는데서 발생하는 문제라고 보여진다.

따라서 무리수가 순환하지 않는 무한소수라는 개념을 수업시간에 학생들에게 제시할 때에 학생들이 직접 무리수의 근사값이 순환하지 않는 무한소수임을 확인하는 절차가 필요하다고 생각된다.

그러므로 수업시간에 계산기를 도입하거나 제곱근 풀이법을 가지고 근사값을 계산해 보게 하는 것이 학생들이 무리수가 순환하지 않는 무한소수라고 이해하는데 무리가 없을 것으로 보여진다.

또 학생A의 경우에는 무리수끼리의 합과 곱 그리고 무리수와 유리수의 합과 곱을 잘 이해하고 있는 것으로 나타났으므로 무리수의 개념을 정확히 이해하고 있는 것으로 보여진다. 그러나 학생B의 경우에는 두 무리수의 합이 단순히 무리수라고 알고 있었고, 유리수와 무리수의 곱이 무리수가 된다고 생각하고 있는 것으로 나타났다. 이는 실수상에서의 무리수와 유리수의 사칙연산에 대한 개념을 정확히 모르고 있는 것으로 보여진다.

교과서의 내용을 살펴보면 단순히 근호를 포함한 식의 계산 단원에서 구체적인 무리수와 유리수

의 값을 가지고 사칙연산을 하는 정도의 지도가 이루어지고 있는데 이것만으로 무리수의 개념을 정확히 이해하는 데는 부족한 것으로 보여진다. 따라서 두 무리수의 합과 곱, 무리수와 유리수의 합과 곱을 구체적인 값을 대입하여 이해시키는 과정이 필요하겠다.

V. 결론 및 제언

제 7차 교육과정에서는 무리수 지도를 $\sqrt{2}$가 유리수가 아님을 직관적으로 보여줌으로써 유리수가 아닌 수인 무리수가 존재함을 알게 한다. 이때 무리수를 도입할 때에는 무한소수를 소재로 하고 제곱근의 근사값이 필요할 때에는 제곱근표나 계산기를 사용하고 제곱근 풀이법은 다루지 않는다.

그러나 이러한 무리수 도입방법에 따른 무리수 개념의 잘못된 이해 방식이 면담을 통하여 나타나게 되었다. 그러한 문제점은 다음과 같다.

▶ $\sqrt{2}$의 근사값을 계산을 통해서 이해하고 있는 것이 아니라 암기를 통해서 알고 있다.

▶ $\sqrt{2}$가 순환하지 않는 무한소수라는 것에 대하여 의심을 품고 있다.

▶ 무리수 개념 이해의 어려움으로 인하여 무리수와 유리수에 관한 사칙연 산을 정확하게 알지 못하고 있다.

이러한 문제점들로 인해서 다음과 같은 오개념들이 발생하였다.

▶ 제곱근은 $\sqrt{\ }$ 가 있는 수라고 생각한다.

▶ 제곱근 계산에서 음의 제곱근의 존재를 모르고 있다.

▶ 무리수의 근사값을 참값으로 생각하고 있다.

▶ 무리수의 정의를 근호를 써서 나타내는 수라고 생각한다.

▶ 무리수와 제곱근을 같은 것으로 생각하고 있다.

따라서 이와 같은 오류개념이 나타나는 이유는 무리수를 도입할 때 무한소수 개념에 따라서 도입하면서도 단지 제곱근의 근사값이 필요할 때에만 제곱근표나 계산기를 사용하고 제곱근 풀이법은 다루지 않기 때문에 학생들이 무리수의 값을 직접 계산해 볼 수 있는 기회가 부족하여 위의 면담결과와 같이 $\sqrt{2}$의 근사값을 암기를 통하여 알고 있었으며 $\sqrt{2}$가 순환하지 않는 무한소수라는 것에 의심을 품고 있는 것으로 보여진다. 따라서 무리수 지도시 무리수의 근사값을 학생들이 직접 계산해 볼 수 있도록 하는 내용이 반드시 필요한 것으로 보여지며 이에따라 학습자들이 직접 무리수의 값이 순환하지 않는 무한소수임을 확인하는 작업이 필요하다고 보여진다.

또한, 교육과정에서는 무리수 지도시 무리수끼리 합과 곱, 무리수와 유리수의 합과 곱에 관한 개념 설명이 부족하여 학생들이 무리수 개념을 이해할 때 어려움을 겪고 있는 것으로 보여진다. 따라서 무리수 지도시 이러한 내용을 보완하여 적절한 예를 들어서라도 무리수의 개념을 정확하게 인식시켜주기 위하여 실수상에서의 무리수끼리의 합과 곱, 무리수와 유리수의 합과 곱에 관한 개념을 설명해 주어야 하겠다.

선진국의 무리수 지도에 관한 한 예를 살펴보면 미국의 교과서에서는 무리수개념을 도입할 때 계산기를 사용하여 무리수의 근사값을 직접 계산해보는 과정을 담고 있다. 따라서 우리도 직접 무리수의 근사값을 계산기를 이용하여 지도하는 내용을 교육과정에 제시해야 하겠다.

또한 영국에서는 무리수 개념을 순환하지 않는 무한소수로 도입하지 않고 유리수가 아닌수로 정의

하고 있다. 즉 무리수가 무엇인지 명확하게 알려주는 것이 아니라, 유리수가 아닌 수라는 방식으로 우회적으로 접근하고 있다. 실제 많은 국가에서 순환소수를 이용하지 않고 무리수를 도입하고 있다. 따라서 무리수의 배경 논리로서 존립을 인정받았던 순환소수를 중학교 수학 내용에서 제외시키고, 대안적인 방식으로 무리수를 도입하는 것을 고려해 볼 만 하다.

참고문헌

강옥기 외 2인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 두산

강행고 외 8인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 중앙교육진흥연구소

강행고 외 8인(2002), 중학교 9-가 수학 교사용 지도서, 중앙교육진흥연구소

고성은 외 5인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 블랙박스

교육부(1999), 중학교 교육과정

금종해 외 3인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 고려출판

노민숙(2002), 제곱근과 무리수 개념의 이해 실태 분석에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문

박경미(2000), 수학사랑 10월호, 한국과 미국의 중학교 수학 교과서 비교

박경미(2000), 수학사랑 12월호, 한국과 영국의 중학교 수학 교과서 비교

박두일 외 4인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 교학사

박규홍 외 7인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 두레교육

배종수 외 7인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 한성교육연구소

서봉하(1997), 중등과정에서의 무리수 개념의 지도에 관한 소고, 경성대학교 교육대학원 석사학위 논문

신항균(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 형설출판사

양승갑 외 6인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 금성출판사

이영하 외 3인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 교문사

이준열 외 4인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 도서출판 디딤돌

전평국 외 4인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 교학연구사

조태근 외 4인(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 금성출판사

최성희(2000), 중등수학에서 무리수 지도에 관한 소고, 충남대학교 석사학위 논문

최용준(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 천재교육

황석근, 이재돈(2002), 중학교 9-가 수학 교과서, 한서출판사

Haward Eves(1979), 수학사 / 이우영 · 신항균 역, 경문사

Petr Beckmann(1976), 파이의 역사 / 박영훈 역, 경문사

Study on learneer's understanding of the concept of irrational number in middle school

Park, Youn Hee[1] · Park, Dal Won[2] · Jung, Inchul[3]

This study investigates the concept of irrational number which middle school students begin to learn for the first time in their learning mathematics. Further, this explores how that concept is being taught, how much students understand that concept and things that students have difficulty in understanding relating to the concept of irrational number. Thus we try to figure out how the concept of irrational number should be taught for the most effective students' understanding. Thus, we want to provide some suggestions for teaching and learning irrationals numbers.

Key Words : Curriculum, Irrational number, Teaching & learning, Algebra

1) Kongju National University, Department of Math. Edu. (yun4217@hanmir.com)
2) Kongju National University, Department of Math. Edu. (dwpark@kongju.ac.kr)
3) Chonnam National University, Department of Math. Edu. (ijung@chonnam.ac.kr)