한국학교수학회논문집 제 7 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 7, Number 2, 81-97, December 2004

TI-92 계산기를 활용한 이산수학의 이해과정 탐구
- 「행렬과 그래프」 단원을 중심으로 -

강윤수[1] · 이보라[2]

본 논문은 그래픽 계산기를 활용한 이산수학의 '행렬과 그래프'개념의 이해과정에 관한 연구이다. 본 연구의 목적을 위해 우리는 TI-92 계산기를 활용하여 '행렬과 그래프' 개념을 학습해 가는 두 명의 중학생을 조사하였다. 이 과정에서 우리는 캠코더나 녹음기를 활용하여 질적자료를 수집하였으며 이 자료들을 테크놀로지에 관한 학생들의 태도, 용어의 의미 이해, 행렬 연산의 이해 과정, 수학적 의사소통 등으로 범주화하였다. 이로부터 우리는 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 학생들은 그래픽 계산기를 활용하여 행렬의 의미와 역할을 그들 스스로 탐구하였으며 계산기는 이 과정에서 훌륭한 학습동반자 역할을 수행하였다.

둘째, 탐구과정에서 학생들이 오류를 범했을 때 그래픽 계산기가 에러메시지를 곧바로 출력함으로써 학생들의 자기주도적 학습을 가능하게 하였다.

셋째, 계산기는 교사와 학생들간, 혹은 학생들 사이의 수학적 의사소통을 강화시키는 역할을 하였다.

주요용어: 행렬, 이산수학, 그래픽 계산기, 이해과정

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

21세기 정보화 사회는 수학이 활용된 정보를 이해하고 이러한 정보를 다른 사람과 직·간접적으로 교환하는 능력, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 활용하여 문제를 구성하고 해결하는 능력 등을 포함한 수학적 힘을 요구하고 있다.

더구나, 계산기나 컴퓨터의 역할이 부각되고 있는 상황에서는 전통적인 수학만을 고집하기보다는 변화하는 시대적 요구에 대처할 수 있는 새로운 수학이 요구됨을 알 수 있다. 이와 같은 시대적 변화에 발맞추어 학습자들이 변화에 잘 적응할 수 있게 하기 위해서 학교수학에서 강조되어야 할 수학분야의 하나가 바로 이산수학이라 할 수 있다.

이산수학이란, 미·적분과 같은 연속량을 취급하는 수학과는 달리 이산적인 데이터에 관련된 수학분야로서 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 활용하여 실생활에서 일어나는 유한

1) 순천대학교 수학교육과 (yskang@sunchon.ac.kr)
2) 순천대학교 교육대학원 (97indra@hanmail.net)

하거나 불연속적인 이산적 상황과 관련된 문제를 수학적으로 분류하고, 해결하는 능력과 태도를 기르는 것을 목적으로 하는 수학의 모든 영역이라 할 수 있다.

이산수학은 이미 1970년대 컴퓨터의 대중화와 1990년대 인터넷의 보급으로 새로이 각광을 받고 있다가 21세기에 들어서면서 세계의 많은 나라들이 정보통신기술(IT, Information technology) 및 이와 관련된 산업의 육성에 박차를 가하면서 더욱 중요한 교과목으로 자리를 잡게 되었다. 우리나라에서는, 기존의 교육과정에 부분적으로 포함되어 있었으면서도, 2002년부터 실행된 제7차 교육과정에서야 비로소 그래프 이론이라는 새로운 주제를 첨가하여 고등학교 수학과의 심화선택과목 중 하나로 편성되었으며, 고등학교 2, 3학년 학생들의 희망에 따라 선택하도록 되어 있다. 이산수학이 이처럼 독립된 교과영역으로 자리를 잡게 되면서 부터는 우리나라에서도 이산수학을 주제로 한 많은 연구들이 진행되었다. 하지만 이들 연구는 대개 교육과정(강선경, 2002; 박윤근, 2002; 이길주, 2001; 정춘경 · 허혜자, 1997)과 관련되거나 선수학습 요인 및 지도방법(김보라, 2001; 김정은, 2002; 김창일, 2002; 배자욱, 2003; 이은정, 2003)과 관련되는 등 크게 두 부류로 나누어진다. 이에 반해, 연속량을 다루는데 익숙해진 학생들의 이산수학적 개념의 이해 과정이나 이산수학의 교수-학습 과정에서 활용가능한 교구들과 관련된 연구는 매우 미진한 형편이다.

이런 관점을 바탕으로, 본 연구에서는 테크놀로지를 활용한 자기주도적 교수-학습 상황에서 새로이 접하게 될 이산수학적 개념에 대한 학생들의 이해 과정을 탐구해봄으로써 이산수학 특히, 행렬 개념의 지도계열을 구성하는데 기초가 될 수학교육적 시사점을 얻고자 한다.

2. 연구문제

(1) 실생활과 관련시킨 워크시트를 활용한 이산수학의 교수-학습 방법은 학생들의 이해 과정에 어떤 역할을 하는가?

(2) TI-92 등과 같은 수학교구의 활용이 이산수학적 개념의 이해 과정에 어떤 영향을 끼치는가?

3. 연구의 제한점과 한계

첫째, 본 연구는 학교 수학성적이 비교적 우수한 두 명의 학생들로 대상이 제한되기 때문에 그 결과가 전체 학생들에게로 일반화되지 않을 수 있다.

둘째, 본 연구에 투입될 work-sheet는 2시간 정도의 교수-학습 시간과 상호작용이 가능한 소집단 협력학습용으로 개발될 것이기 때문에 다른 형태의 교수-학습 상황에는 맞지 않을 수도 있다.

셋째, 본 연구가 진행되는 동안에 사용될 TI-92 계산기는 work-sheet를 수행하는 과정에서만 활용될 것이기 때문에 장기간 활용될 경우에는 학생들의 계산기 활용능력면에서 다소 차이가 있을 수 있다.

Ⅱ. 연구방법 및 자료수집

1. 연구방법

본 연구에서는 학습자들이 이산수학적 개념을 처음 대할 때 어떤 직관을 갖는지, 이러한 직관은 개념 이해 과정에서 어떤 역할을 하는지, 자기주도적 학습 과정에서 테크놀로지는 어떤 역할을 할 수 있는지 등을 살펴봄으로써 행렬과 같은 이산수학적 개념의 이해 과정을 탐구할 것이다. 따라서 본 연구에서는 이러한 연구목적에 어울리는 질적연구 방법이 활용될 것이며, 비디오 녹화나 오디오 녹음 등과 같은 질적 자료수집 방법을 통해 실험 상황들과 관련된 자료들이 수집될 것이다.

2. 연구참여자 선정

연구참여자는 이 연구에서 다루게 될 행렬 등과 같은 이산수학적 개념을 전혀 다뤄보지 않은 학생들로서 이러한 개념들을 학습하는데 필요한 선수학습 요인을 이해하고 있는 학생들로 선정하고자 하였다. 그래서 이러한 조건을 갖추고 있으면서 연구자와 의사소통이 자유롭고 상호 신뢰할 수 있는 대상이라고 판단되는 두 학생을 선정하였다.

2003년 6월 12일, 연구참여자로 선정된 두 학생과 그들의 부모들에게 연구계획과 연구과정에서 수집된 자료의 활용 계획을 설명하고 연구에 대한 참여 여부와 실명 사용에 대한 동의를 구하였다. 두 명의 연구참여자는 현재 전라남도 S시에 소재한 S중학교 3학년에 재학중이고, 학교 성적이 비교적 우수한 편이며 개인 과외 등을 통하여 고등학교 과정에 해당하는 10단계의 수학을 선수학습 형태로 미리 학습하고 있는 상황이다.

3. 연구절차

2003년 5월에 연구계획을 수립하여 개략적인 연구일정을 결정하고 연구참여자 선정, 실험단원 선정 및 질적 자료 수집 방법을 논의하였으며, 6월 초까지 이에 대한 준비를 하였다. 6월 19일 사전조사를 실시하여 연구에 필요한 기초자료를 확보하였고, 7월 27일 이미 확정된 워크시트를 1차로 투입하였다. 1차 워크시트에 연결된 내용을 중심으로 작성된 2,3차 워크시트를 8월 12일에 투입하였다. 그 후, 1,2,3차 워크시트를 실행한 결과를 분석하던 중 이전에 깨닫지 못한 내용들이 발견되어 이를 중심으로 개별 심층면담용 워크시트를 작성하고 이와 관련된 후속 연구일정을 계획하였다. 이 계획에 의해 워크시트5, 6과 관련된 교수-학습 과정이 9월 15~17일에 걸쳐 이루어 졌다.

4. 워크시트 작성

기존의 선행연구를 참고하여 기본적인 워크시트의 형태를 파악하고 이산수학 교과서의 탐구문제 유형을 중심으로 일반적인 문제풀이 중심에서 점차적으로 실생활 문제를 해결해 나감으로써 기본적인 개념과 그 원리를 발견할 수 있게 할 목적으로 탐구형 워크시트를 작성하였다. 1차로 작성된 워크시트는 '행렬 연산(덧셈, 뺄셈, 실수배)의 이해', '행렬 곱셈에 대한 이해와 실생활에서의 탐구', '행렬의 곱셈에 대한 교환법칙 탐구' 등 세 가지였으며, 2차로 작성된 워크시트는 '실생활 문제를 통한 인접행렬 탐구' 였다. 3차 워크시트는 개인별 심층면담용으로 탐구과정을 제시하여 주지 않은 '행렬의 활용'과 관련된 두 가지였다. 투입된 워

크시트는 모두 6가지 중 각각 5개씩으로 총 9시간 분량이었다.

5. 자료수집 및 절차

자료수집을 위해 관찰과 면담, 비디오 녹화 및 오디오 녹음 등의 방법을 활용하였다. 관찰을 통해 학습내용을 탐구하는 과정에서 연구참여자들에게 일어나는 행동 및 반응을 살폈고, 관찰내용은 녹취록에 포함시켰다. 면담기법은 관찰에 의하여 알 수 없는 피험자들의 학습내용 인지과정을 파악하기 위하여 심층면담기법 형식을 취하였다. 연구와 관련된 모든 상황은 녹취록으로 작성되었으며(A4용지 기준 약 150 페이지 정도), 이는 다시 범주화되어 재구성(A4용지 기준 약 130 페이지- 누적된 자료임)되었다. 비디오 녹화는 연구의 전반적인 상황과 연구참여자들의 연구 참여 태도, 워크시트 작성과정을 살피는데 사용되었고, 오디오 녹음은 청각적 자료의 정확성을 높여주기 위해 활용되었다. 시청각 자료는 비디오 총 8시간(60분용 11개), 오디오 자료는 총 10시간(120분용 6개) 분량으로 수집되었다.

자료는 1, 2, 3차 워크시트 투입 후 곧바로 녹취록을 작성하였고, 이렇게 녹취된 내용들은 사전면담 녹취 내용과 연계해서 범주화되었다. 1차로 범주화된 자료는 후속 워크시트 실행과 결부되어 계속해서 재범주화 되었으며, 마지막 네 번째로 범주화된 자료가 연구결과 분석에 활용되었다.

Ⅲ. 결과분석

자료수집이 끝나고 자료의 범주화 과정이 4차례에 걸쳐 이루어졌다. 범주화를 위한 주제는 연구 문제를 토대로 하여 TI-92 계산기의 조작(활용)에 대한 반응, 행렬의 용어와 의미에 대한 반응, 행렬의 표현에 대한 반응, 행렬의 연산을 인지하는 과정에서 나타나는 반응, 학습내용 탐구 과정 중에 나타난 수학적 의사소통 등 다섯 가지를 선정하였다.

1. TI-92 계산기의 조작(활용)에 대한 반응

TI-92 계산기를 조작하고 활용하는 과정에서 나타난 아이들의 반응에 대한 자료들을 몇 가지 측면[3]으로 분류하여 분석하였다.

두 아이들이 계산기[4]를 처음 보고 난 느낌은 어떠했을까?

기운 : 흥미로울 것 같아요. 컴퓨터 자판이랑 비슷하네요.

유성 : 좋을 것 같고 편할 것 같기도 해요.

매일 컴퓨터를 대하는 시간이 많은 기운이는 계산기를 처음 다루면서도 그다지 어려워하지 않았다. 반면, 유성이는 꼭 필요할 때에만 컴퓨터를 사용하는 평소의 습관 때문인지 약간의 어려움을 표현하였다.

---

3) TI-92 계산기를 처음 본 느낌, TI-92 계산기와 행렬의 첫 만남, TI-92 계산기 조작에서 나타나는 오류, TI-92 계산기를 사용하는 태도, TI-92 계산기 사용상 어려운 점, TI-92 계산기의 활용도.

4) 이후에서 표현된 계산기는 모두 본 연구에서 활용된 TI-92 그래픽 계산기를 지칭함.

이들에게 계산기에 행렬을 입력하는 방법을 간단히 설명하여 주고 실행해보도록 하였다.

유성 : (기운이에게) "-1" 은 어디에 써야 해?
기운 : "-1" . 이것(뺄셈 연산에 관한 키)으로 마이너스를 해야할까?
(조작해보고) 아니네.
(잠시 생각하더니) 선생님, 마이너스에 문제가 있는 것 같아요.

계산기와 관련된 선행연구에서도 아이들이 계산기를 처음 접할 때 나타나는 오류 중에서 가장 먼저 발생하는 것이 바로 음수입력에 관한 오류였다. 이 아이들도 음수입력에 관한 오류는 피해갈 수 없었다. 이 때 연구자는 우리가 보통 혼용해서 쓰고 있는 뺄셈 연산 기호와 음수 부호를 계산기는 왜 구분하는지에 관하여 생각해 보게 한 후에 그 차이점을 설명함으로써 우리가 인식하는 것과 대수적 알고리즘을 작성하는 것의 차이를 설명하였다.

음수입력에 관한 오류 이외에도 워크시트2의 AX=B(A와 B는 주어진 행렬, X는 구하고자 하는 행렬)에서 행렬 X를 구하고자 할 때 연립일차방정식을 사용하는 문제가 있어 계산기의 solve 기능을 알려주었다. 그러자 아이들은 'solve(방정식, 변수)' 에서 변수를 지정해 주지 않는 오류를 범하였다. 예를 들면,

$$\text{solve}(\ 300x + 80 = 2300,\ x)$$

를 입력해야 하는데

$$\text{solve}(\ 300x + 80 = 2300)$$

로 입력하여 오류가 발생하였다. 이 경우에도 방정식에 다른 문자가 포함되어 있는 경우를 생각해 보게 함으로써 변수를 지정해 줘야 하는 당위성을 설명하였다.

한편, 각자의 성격이나 학습방법에 따라 계산기를 사용하는 태도에 상당한 차이가 있는 것을 확인할 수 있었다. 유성이는 성격이 차분하여 문제를 해결해 가는 과정에서는 치밀한 면을 보였지만 계산기를 다루는 면에 있어서는 상당히 소극적이었다.

유성 : 선생님, 손으로 계산하는 것이 더 빠르지 않을까요?
연구자 : 왜 그렇게 생각하니?
유성 : 그냥 계산기로 계산하는 것이 시간적으로 더 오래 걸리는 것 같아서요.

유성이는 평소 기계에 대한 호기심이 적은 편이어서 계산기를 접해서도 소극적인 자세로 임하다 보니 기운이보다 숙달되는 속도가 느렸다. 위의 대화도 계산기에 입력하는 속도가 상대적으로 느리기 때문에 나타나는 반응이라 판단되었다. 반면, 계산기를 조작하는 방법에 대해서는 민첩성을 보였던 기운이는 정확하지는 않지만 store 기능까지도 스스로 익혔다.

유성 : 뭐해, 지금?
기운 : 한 문자로 나타내려고. 복잡하잖아~
유성 : 나타내서 뭐해?
기운 : 어?
유성 : 나타내서 뭐하게?

기운 : 계산하기 편리할라고. 후~ 없다. 어찌할지 모르겠다.
유성 : 그냥 하지.
(약 10분 경과)
기운 : 이건 뭐지?
(화면에 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\rightarrow$a라고 입력하고 enter를 누른다.)

참고로 store 기능을 누르면 입력창에는 '→' 기호로 입력된다.

(기운이의 조작과정 :

$$\lceil\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\rightarrow a \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\rfloor$$

다시 문자 'a' 를 입력하고 enter를 누른다.

$$\lceil a \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\rfloor$$ 가 출력.)

기운 : 응~ 이런 의미인가? 다른 것을 한 번 더 해볼까?

기운이는 다른 행렬과 문자를 가지고 반복해서 시도해봄으로써 store 기능의 유용성을 깨달았다. 이는 우리가 특정한 행렬이나 임의의 행렬을 문자로 표현할 때의 유용성을 아이들 스스로 깨우친 것으로 계산기가 아이들의 탐구 욕구를 자극하고 있음을 단적으로 보여주는 예이다.

2. 행렬의 용어와 의미에 대한 반응

아이들은 과연 행렬이라는 용어와 그 의미에 대하여 어떤 직관을 가지며 어떻게 반응할 것인가[5]. 여기서는 원리탐구를 통하여 관련 개념들을 이해할 수 있기를 기대하며 워크시트를 작성하여 아이들에게 적용하였다. 아래의 내용은 두 아이 모두 개인별 워크시트를 마치고 난 후에 행렬의 의미를 어느 정도 이해했는지에 대해 질문한 내용이다. 먼저, 기운이가 워크시트 5를 마치고 난 후에 행렬의 의미를 말한 부분이다.

연구자 : 행렬의 의미가 무엇인 것 같니?
기운 : 행렬이라.. 어떤 표를 간단히 해주어서 알고 싶은 값을 간단히 나타내 줄 때 사용하는 거요.
연구자 : 그럼, 적당한 예를 하나 들어줄 수 있겠니?
기운 : 네.
(잠시 생각하더니) 워크시트2를 했을 때, P하고 Q라는 두 상점에서 공책과 연필을 파는데 각각 그 가격이 달랐거든요. 그것을 표로 만들어주고 나서 행렬로 나타내주었잖아요. 그리고 지불금액에 관하여도 그런 순서로 나타내주었고요. 그렇게 해서 구하고자 하는 수량을 구했던 것이 하나의 예가 되

5) 행렬이라는 용어를 처음으로 들었을 때의 느낌, 행렬의 의미 이해, 행과 열의 혼동, 기타 용어에 대한 장애, 행렬을 학습하는 과정에서의 어려움 등.

지 않을까요.

(기운이가 설명한 내용 :

단가	공책	연필
P	300	80
Q	320	90

,

수량	갑	을
공책	a	b
연필	c	d

,

지불금액	갑	을
P	2300	2420
Q	2500	2600

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} 300 & 80 \\ 320 & 90 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2300 & 2420 \\ 2500 & 2600 \end{pmatrix} \quad)$$

기운이는 행렬의 적절하게 사용되는 예를 기억하고 있는 것으로 보아 행렬의 의미를 잘 이해했다고 볼 수 있다. 사실은 유성이보다 기운이가 행렬의 의미나 표현을 많이 혼동하고 있는 것 같아서 연구기간 동안 연구자가 무척 고심했던 부분이었다.

다음은 유성이가 워크시트6을 마치고 위에서와 같은 물음에 답을 한 부분이다. 유성이는 행렬의 의미를 비교적 정확히 알고 워크시트를 곧 잘 풀이했기 때문에 언제 어떻게 행렬의 의미를 이해할 수 있었는지를 물어보았다.

연구자 : 유성이는 행렬의 의미를 어떻게 이해했니?

유성 : 전에 선생님께서 사과의 개수에 관한 예를 계산기에 나타내서 설명해주셨을 때 행렬에 대한 의미를 정확히 알았던 것 같아요.

(유성이가 답한 내용 : ① 행렬의 덧셈, 뺄셈, 상수배와 같은 연산 규칙을 탐구할 수 있는가. -사전학습 : 행렬 나타내기

총 8개	먹은 사과의 개수	남은 사과의 개수
기운	2	6
유성	5	3

② 행렬의 상수배 연산을 통하여 행렬끼리의 곱에 대한 암시를 얻을 수 있는가.

-사전학습 : 1번의 사전학습에서 사과의 남은 개수의 2배를 주었더니 각각 처음 먹은 개수만큼 더 먹었다. 그 결과를 나타내보자.)

유성이는 사전조사 때 연구자가 행렬의 연산을 설명하기 위하여 예로 들었던 내용이 행렬의 의미를 알 수 있게 해 준 계기였다고 답하였다. 유성이는 연구자가 준비한 워크시트들을 통하여 행렬 개념을 실생활 문제와 연관시켜 이해하려고 노력하였다.

다음은 유난히 행과 열을 혼동했던 기운이의 어려움에 관한 내용이다.

연구자 : 기운아, 행과 열 구분하는 것을 헷갈려 하는 이유가 뭘까?

기운 : 모르겠어요. 볼 때마다 너무 새로워요.

연구자 : 볼 때마다 새로운 이유가 있지 않을까? 한 번 생각해보렴.

(약 3분 경과)

기운 : 평소에 잘 접하지 않은 것이라서 그런지 행렬을 보면 어떤 것이 행인지 열인지 구분이 잘 안 갔어요. 그런데 지금은 문제를 많이 풀어봐서 구분이 잘 돼요. 뭐, 사각형이 네모난 모양이어서 사각형이라고 어렸을 때부터 들어와서 그 모양만 봐도 사각형인 것을 아는 것하고 똑같아요.

기운이는 형태에 관한 직관적인 잔상에 의해 용어의 의미를 파악하는 것 같았다. 특히, 사각형과 비교해서 행렬을 형태적 의미로 받아들이려고 한 기운이의 사고양식은 행렬 지도에 대한 교육적 시사점을 제공한다.

수학적인 용어는 대개 '미분'이나 '적분'과 같이 어의적인 의미를 갖고 있는 용어가 있는 반면, 여러 가지 도형들을 지칭하는 용어들처럼 형태적 의미를 갖는 용어들도 있다. 그래서 '행렬'이라는 용어를 설명할 때는 같은 형태적 의미를 갖는 '직사각형'과 관련지어 설명하는 것이 바람직할 것 같다. 즉, 행렬은 직사각형 모양으로 수나 문자를 나열해 놓은 것으로 직사각형의 구성요소인 '가로', '세로'에 대응하는 '행'과 '열'로 구성되어 있어서 행렬이라고 명명한 것이라고 설명할 수 있을 것이다. 이렇게 설명한다면 직사각형의 구성요소를 말할 때, 세로→가로로 말하지 않고 가로→세로 순으로 말하는 것처럼 행과 열이 각각 직사각형의 가로, 세로변과 대응하는 개념임을 인식시키는 것이 용이할 것이다.

한편, 이 학생들이 행렬을 학습하는데 가장 어려워 하는 것 또한 행렬이라는 용어의 의미를 파악하는 것이라고 했다.

유성 : 행렬의 뜻하고 (용어의) 의미를 이해하는 것이 가장 어려웠어요.
기운 : 저도 행렬이란 용어를 이해하는 것하고, 행과 열의 구별을 숙달시키는 것이 가장 어려웠어요. 계산기가 있어서 그나마 어렵게 이해했지만.

아이들은 행렬 연산을 수행하거나 실생활 문제에 연계하여 행렬을 적용하는 것보다 용어 자체의 의미를 이해하는 것이 어렵다고 하였다. 그런데 TI-92 계산기는 문제해결의 각 단계에서 학생들의 오류를 드러내 보여줌으로써 학생들이 갖는 직관적 오류를 수정할 수 있도록 하는 역할을 하였다.

3. 행렬 표현에 대한 반응

이 주제는 아이들이 행렬을 표현하는 과정에서 나타낸 여러 가지 반응들에 관한 내용[6]이다. 아이들은 생활 속에서의 상황을 행렬 표현에 응용하는가 하면 행렬을 하나의 수와 동일하게 취급해서 오류를 범하는 경우도 있었다.

다음 내용은 행렬을 수처럼 취급해서 생기는 오류에 관한 것이다. 먼저, 크기가 2×1인 행렬을 다룰 때 행렬표현의 외형적인 형태에 근거해서 자의적으로 해석해서 말하는 경우가 있었다.

(사전조사 워크시트의 2)-3)번 문제의 결과값인 행렬 $\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$을 가리키며)

기운 : 8분의 2가 나와?
유성 : 나오잖아.
연구자 : 기운아, 그 행렬을 8분의 2라고 말하는 거니?
기운 : (웃음) 아니요. 8분의 2가 아니라.. 빨리 말하려다 보니까.
연구자 : 왜 빨리 말하려고 그렇게 표현을 했니?

---

6) 행렬과 행렬의 크기 표현, 행렬을 수와 동일하게 취급하는 경우, 생활 속에서 행렬표현 찾기, 기타 표현에 관한 반응 등.

기운 : 꼭 8분의 2($\frac{2}{8}$)처럼 보이잖아요.

(모두 웃음)

크기가 2×1인 행렬 $\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$가 유리수 $\frac{2}{8}$처럼 보였나 보다. 기운이의 말을 듣고 보니 처음으로 이 표현을 접한 학생들에게는 자연스럽게 나타날 수 있는 현상이라고 생각되었다. 따라서 행렬 개념을 처음 도입하는 과정에서는 관련된 문맥속에서 이 개념을 소개함으로써 구성인자들이 갖는 의미가 우선적으로 이해될 수 있게 지도계열을 구성해야 할 것 같다.

다음은 워크시트2의 (5)번 문제를 해결하는 과정에서 기운이가 범한 오류이다.

(계산기 입력내용 : $\begin{pmatrix} 2300 & 2420 \\ 2500 & 2600 \end{pmatrix} \div \begin{pmatrix} 300 & 80 \\ 320 & 90 \end{pmatrix}$)

기운 : 어? 오류가 나왔네.
연구자 : 왜 오류가 나왔을까?
기운 : 오류 날만한 짓 안 했는데(계산기에 행렬을 입력하는 과정에서 오류를 범하지 않았다고 말함).
(다시 약 15초 가량 계산기 조작을 함.)
기운 : 음~ 마음에 안 들어.
연구자 : 기운아, 무슨 오류가 나왔니?
기운 : Data type이라는 에러가 나왔는데요. 제가 뭘 잘못 입력했나요?
연구자 : 그것이 무슨 의미인지 잘 생각해보렴.
기운 : (잠시 생각하더니) 형태가 어떻게 잘못 되었단 말이지?
선생님, 행렬에서는 수에서처럼 나눗셈이 안되나요?
연구자 : 행렬 연산을 수행할 때 대상이 무엇인지 생각해 보세요.
기운 : 아~ 안되겠구나. 선생님, 행렬을 수와 같이 보면 안되네요. 어디서 오류가 생긴 것인지 알겠어요.

이것은 문제 AX=B(A, B: 주어진 행렬, X: 구하고자 하는 행렬)에서 행렬 X를 구하기 위해 X=B/A라고 생각한데서 나타난 상황이다. 기운이는 행렬과 수가 다르다는 것을 알고 있음에도 불구하고 일차방정식의 표현과 유사하기 때문에 행렬을 수처럼 취급하여 계산하려는 오류를 범했다. 하지만 계산기가 자료형태와 관련된 에러 메시지를 출력함으로써 기운이에게 스스로의 수행과정에 관한 반성을 요구하고 있다. 이것은 프로그램 학습법과 매우 유사한 환경이 계산기에 의해 형성된 것으로 볼 수 있으며, 계산기가 학습자에 의해 수동적인 반응을 보이는 정도에 머무르지 않고 학습동반자의 역할을 훌륭하게 수행하고 있음을 보여주는 장면이다. 이후에도 기운이는 계산기가 갖는 특성을 최대한 활용하여 오류가 발생할 때마다 확인하고 수정하는 작업을 게을리 하지 않았으며, 계산기가 갖는 특성들이 기운이의 이러한 노력을 자기주도적 학습으로 이끌 수 있도록 도움을 주고 있음을 확인할 수 있다. 결국 워크시트5에 대한 마지막 면담에서는 이러한 오류들이 모두 수정되었음을 확인할 수

있었다.

4. 행렬 연산을 인지하는 과정에서 오는 반응[7]

이 연구에 사용된 워크시트는 대개 통상적인 학습방법과는 달리 원리탐구형 학습을 위한 목적으로 작성되었다. 아이들은 이러한 워크시트들로 학습해 가는 과정에서 행렬의 곱셈에 대한 학습을 가장 어렵게 느끼고 가장 많이 혼동하였다.

다음은 행렬의 곱셈 연산에 대한 유성이의 학습과정이다.

(사전조사 워크시트 문제에 대한 유성이의 풀이 :

$$CD=\begin{pmatrix}2&1\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(2\times2)+(1\times2)\\(1\times1)+(3\times1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}\quad)$$

연구자 : 유성아, 어떻게 풀이했는지 설명해줄래?

유성 : 네. 행렬 C의 1행 원소하고 행렬 D의 1행 원소하고 곱해주고 더하고, 행렬 C와 D의 2행 원소에 대해서도 그렇게 해주었어요. 그런데 계산기로 확인해보니 결과가 다르게 나왔어요. 더 생각해봐야 할 것 같아요.

유성이의 곱셈에 대한 첫 번째 풀이방법은 같은 위치의 행끼리 분배법칙을 써서 나타낸 것이다. 이는 행렬의 곱셈 연산을 배우지 않은 학생들에게서 흔히 나올 수 있는 오류로 학생들은 행렬이 괄호로 표현되어 있어서 자연스럽게 분배법칙과 유사한 방법을 동원한 것이다. 하지만 유성이는 이러한 방법이 잘못되었음을 계산기를 사용하여 확인하고 곧바로 다른 방법을 강구하였다.

유성 : 선생님, 이렇게 하면 나오네요.

연구자 : 다른 방법을 찾았니?

유성 : 이렇게 열끼리 연산을 해주었어요.

(유성이의 풀이 : $CD=\begin{pmatrix}2&1\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(2\times2)+(1\times1)\\(1\times2)+(3\times1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$)

연구자 : 음.. 어떻게 열끼리 연산해줄 생각을 했을까?

유성이는 계산기의 결과값에 맞추다 보니 각 행렬의 열의 원소끼리 분배법칙을 사용하는 방법을 찾았다고 대답하였다. 이러한 방법이 틀렸음에도 결과값이 같게 나온 이유는 행렬 C의 1행 2열의 원소, 2행 1열의 원소와 행렬 D의 2행 1열의 원소가 "1"로 동일했기 때문이다. 만일, 이것이 결과만 기록하도록 되어 있는 상황이었다면 유성이는 행렬곱셈을 확실히 알고 있는 것으로 평가될 수 있다. 교수-학습 상황을 정확히 진단하고 평가하는 것이 얼마나 어렵고 오류가능한지를 보여주는 단적인 예이다.

연구자는 유성이에게 같은 방법으로 다른 문제($CE=\begin{pmatrix}2&1\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\3&2\end{pmatrix}$)를 풀이해보도록

7) 행렬의 덧셈, 행렬의 실수배, 행렬의 곱셈 I (유성), 행렬의 곱셈 II (기운), 행렬 곱셈에 관한 교환법칙 등.

하였다. 유성이는 계산기를 통하여 다시 오류가 발생함을 확인하였다. 이를 수정하기 위하여 연구자는 워크시트 2를 '실생활 문제를 통해 살펴본 행렬의 곱셈에 관한 원리 탐구'라는 학습목표로 작성하여 투입하였다. 유성이는 워크시트 2를 통하여 행렬의 곱셈에 관한 원리를 아래와 같이 일반화하여 정리하였다.

다음은 워크시트 2-(4)번 문제에 대한 답을 유성이가 정리한 것이다.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aA+bC & aB+bD \\ cA+dC & cB+dD \end{pmatrix}$$

유성이는 연구자가 워크시트 2를 작성한 의도에 따라서 행렬의 곱셈에 관한 원리를 제대로 탐구하였다. 물론 여기에는 계산기의 역할이 상당히 컸음을 알 수 있었다. 행렬 곱셈에 대한 원리를 도출해내기까지 유성이는 계산기를 사용하여 여러 가지 크기의 행렬들에 대한 곱셈을 시도해 보고 그 결과로 위에서와 같은 연산규칙이 합리적임을 알아낸 것이다. 이러한 접근방법은 행렬연산을 최초로 창안한 수학자가 겪었던 과정과 비슷한 상황이라고 볼 수 있으며 계산과정에서의 시간을 단축시켜주고 다양한 시도에 대한 결과적 피드백을 곧바로 제공해 주는 계산기에 의해 조성된 학습환경이다.

다음은 행렬의 곱셈 연산에 대한 기운이의 학습과정이다. 기운이는 유난히 행렬의 곱셈을 이해하지 못하였다. 다음은 사전조사 워크시트 문제(1-(4)번)에 대한 기운이의 풀이이다.

$$CE=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2\times1) & (2\times0) & (1\times1) & (1\times0) \\ + & + & + & + \\ (1\times3) & (1\times2) & (3\times3) & (3\times2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$$

기운이가 사용한 방법을 문자로 나타내 보면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae & af & be & bf \\ + & + & + & + \\ cg & ch & dg & dh \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+cg & af+ch \\ be+dg & bf+dh \end{pmatrix}$$

기운이 역시 유성이에게서 나타난 두 번째 오류를 그대로 범하고 있었다. 문제에서 주어진 행렬의 원소에 동일한 수가 있었기 때문에 계산기의 결과값과 동일하게 나온 것이다. 기운이에게 위와 같은 풀이방법을 시도하게 된 이유를 물었다.

기운 : 행렬에 관한 문제니까 행하고 열을 사용할 것 같았고 괄호가 묶여있어서 분배법칙을 써보면 될 것 같다고 생각했어요.

연구자 : 음.. 그러면 그 방법으로 다른 행렬의 곱셈도 해봤니?

기운 : 아직 안 해봤어요.

연구자 : 그럼, 행렬 ED에 대해서도 같은 방법으로 풀이해보렴.

(기운이의 풀이방법 : $ED=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1\times2) & (0\times2) \\ + & + \\ (3\times1) & (2\times1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$)

기운 : (계산기로 확인한다.) 어! 왜 틀리게 나오지?

(약 20초 동안 생각하더니) 선생님, 제가 생각한 방법이 틀렸나봐요. 그런데 왜 세 번째에서 한 것만 안나올까요? 이상하네.

유성 : 틀렸으니까 그렇지.

기운이의 오류를 잡아주기 위해서 행렬의 덧셈을 설명할 때 사용한 예(사과의 개수에 관한 예)로 유도를 해봤으나 기운이는 자신이 생각한 방법에 집착하고 있었기 때문에 다음 워크시트의 과제로 남겨두어야 했다. 연구자는 이러한 기운이의 어려움을 해결하기 위해서 워크시트 5를 작성하여 기운이에 대한 개별학습을 실시하였다.

(계산기 결과 : $\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}(900 \quad 500)$ Error: Dimension)

기운 : 헉!!

연구자 : 저번에 봤던 오류구나.

기운 : 그런 것 같아요. 계산할 때 뭘 잘못했겠네.

(잠시 살피더니) 아! 내가 왜 그랬지? 이렇게 하면 될 것이야.

(계산기 결과 : $\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 900 \\ 500 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 18500 \\ 14000 \end{pmatrix}$)

연구자 : 무엇을 잘못해줘서 에러가 나왔을까?

기운 : 두 행렬을 곱할 때, 행의 수가 맞아야 해요.★오류1

연구자 : .....

기운 : 그러니까 두 행렬을 곱할 때는 분배법칙을 사용해주잖아요.

연구자 : 음.. 그러면 행렬의 크기가 2×3인 것하고 2×1인 것의 예를 들어서 한 번 결과를 살펴보렴.

(계산기 풀이 결과 : $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g \\ h \end{pmatrix}$ Error: Dimension)

기운 : 하~(한숨)

연구자 : 왜 행의 수가 맞았는데 에러가 나왔을까?

기운 : ..... (다시 행렬을 변형하여 풀이해본다.)

(계산기 풀이 결과 : $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & h \\ i & j \end{pmatrix}$ Error: Dimension)

기운 : 음.. 열의 수를 맞춰줘야 돼요.★오류2

연구자 : 처음에 했었던 이것($\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}(900 \quad 500)$)은 열의 수가 맞았는데 에러가 나왔네.

기운 : (지면에 $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & h \\ i & j \end{pmatrix}$를 쓰고 c, f의 원소를 갖는 열을 긁적이며 고민한다.) 음~(한숨!)

(약 12분 경과 후, 계산기에 아래와 같은 결과를 출력해본다.)

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f & g \\ h & i & j \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} ae+bh & af+bi & ag+bj \\ ce+dh & cf+di & cg+dj \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{pmatrix} \qquad \text{Error: Dimension}$$

기운 : 앞 행렬의 크기가 2×2를 넘으면 에러가 나오는 것 같아요.★오류3

연구자 : 그럼, 행렬의 크기가 3×2인 것하고 2×3인 것의 예를 들어서 한 번 결과를 살펴보렴.

(기운이가 살펴본 예 : $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ag+bj & ah+bk & ai+bl \\ cg+dj & ch+dk & ci+dl \\ eg+fj & eh+fk & ei+fl \end{pmatrix}$)

기운 : 으아~

(앞에서 예로 들었었던 행렬들을 살펴보더니)

열의 수가 2를 넘으면 안돼요.★오류4

연구자 : (지면에 다시 2×3과 3×1인 행렬의 크기를 제시해 주었다.)

(기운이가 살펴본 예 : $\begin{pmatrix} g & h & i \\ j & k & l \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ga+hb+ic \\ ja+kb+lc \end{pmatrix}$)

기운 : 하~(한숨) 아!! 알겠어요. 앞 행렬의 열의 수하고 뒤에 행렬의 행의 수가 맞아야 해요. 왜 이걸 헷갈리고 있었지.

기운이가 그 동안 행렬의 곱셈에 대한 연산규칙을 발견하지 못한 이유는 여러 가지 크기의 행렬들을 사용하여 곱셈을 수행해보지 않아 스스로 인지하는 과정에서 혼란이 있었기 때문이다. 위의 예들에서 보여준 오류는 거의 모든 학생들에게서 나타날 수 있는 오류 유형이라고 볼 수 있다. 이러한 오류가능성을 최소화하고 행렬 곱셈의 연산규칙을 이해시키기 위해서는 각각의 오류 유형에 따라 곱셈을 정의했을 때, 나타날 수 있는 문제점들을 깨닫게 하는 방법을 강구해야 할 것이다. 예를 들어, 연립방정식의 행렬표현이나 이미 예로 든 행렬과 관련된 실생활 관련 문제들을 통해 행렬 곱셈규칙의 합리성을 이해시키는 것이 가능할 것이다.

5. 수학적 의사소통

워크시트를 활용해 학습하는 과정에서 아이들 상호간 혹은 연구자와 아이들간의 의사소통이 문제를 해결하는 방향을 찾거나 해결과정에서 발생한 오류들을 수정하는데 많은 도움이 된다는 것을 확인하였다. 그래서 여기서는 학습자 상호간, 연구자와 학습자간에 나타난 의사소통과 관련된 내용을 분류하여 분석[8]하기로 한다. 특히, 워크시트를 활용한 형식의 학습에 관한 대화에서 유성이의 수학에 대한 관심이 달라졌음을 확인하고 이를 살펴보았다.

학생 상호간의 의사소통은 문제를 잘못 이해하여 발생한 오류들을 수정하고 확인하여 주는 역할을 하였다. 다음은 기운이가 워크시트 4의 (3)번 문제를 이해하지 못하여 유성이가 이를 설명해주는 내용이다.

기운 : (유성이에게) 이게 무슨 말이야?

유성 : 모르겠어?

기운 : 응.

유성 : 봐봐. 소주에서 갈 수 있는 도시의 개수가 3개고, 상해에서 갈 수 있는 게 2개고, 항주에서 갈

8) 학습자-학습자의 의사소통, 교사-학습자 사이의 의사소통, 워크시트 형식의 학습에 대한 의사소통.

수 있는 게 3개, 남경에서 갈 수 있는 게 2개. 그래서 1급 노선의 합이 이거라고.
기운 : 응~ 고마워!
(기운이가 다시 계산하여 완성함)

또한, 연구자와 학습자 사이의 의사소통은 대개 워크시트를 해결하기 위한 방향을 잡아주는데 집중되었다. 본 연구는 학습자 중심의 탐구학습 형태로 진행되었기 때문에 여기서 연구자의 역할은 학습의 흐름을 안내하는 것 뿐 그 외의 영역을 침범해서는 안된다고 생각하였다. 다음은 워크시트 6을 수행하는 과정에서 나타난 유성이와 연구자 사이의 대화이다.

유성 : 선생님, 더 이상 사용할 자료가 없는 것 같은데요.
연구자 : 음.. 전에 해봤던 워크시트 중에 이것과 유사한 것이 있었는데.
유성 : (잠시 생각하더니) 아! 워크시트 4에 항로 문제랑 비슷하네요.
연구자 : 그때 ○, ×를 사용해서 표를 나타냈었나?
유성 : 아니요. 숫자로요.
연구자 : 왜 숫자를 사용했을까?
유성 : 행렬로 만들어서 관계를 찾아내려고.
연구자 : 그럼, 그때의 풀이과정을 응용해볼 수 있을까?
유성 : 네.

유성이가 공동우승 2명 중 한 명을 선정할 방법을 찾지 못하고 있었을 때이다. 연구자는 유성이가 약 20분이 다 되어가도록 풀이법에 접근하지 못하였기 때문에 워크시트 4번의 문제를 응용하도록 유도하였다. 유성이는 연구자의 조언에 따라 문제를 해결해 나갔고 6번 선수가 최고의 승자임을 확인하였다.

한편, 이번 연구에서는 아이들이 경험해보지 않은 새로운 형태의 워크시트를 작성하여 학습에 투입한 것이 수학에 전혀 흥미를 느끼지 않고 있던 유성이의 사고에 변화를 주었다.

연구자 : 유성이는 수학이 생활하는데 별로 쓸데도 없고 재미도 없다고 하면서 관심이 없었잖아?
유성 : 네. 학교에서나 애들이 말하고 생각하는 것 보면요 더하기나 뺄셈, 나눗셈, 곱셈말고는 다 쓸데가 하나도 없다고 생각을 했었어요.
연구자 : 음. 그런데 저번 면담에 쓸모가 있다는 것을 알았다고 생각이 달라졌는데, 달라진 이유가 뭐였을까?
유성 : 이거 공부할 때 선생님이 주신 워크시트를 풀어보면서 이런데도 쓸 수 있구나 하는 생각이 들었거든요. 그래서 다른 수학 분야에 대해서도 찾아 보면 쓸모가 있을 것 같다고 생각했어요. 그 전에 수학공부하는 것보다 재미도 있었고요.

실생활과 관련된 문제를 되도록 많이 접하게 하여 수학의 유용성을 인식시키는 것이 수학교육에서 매우 중요하다는 것을 보여주는 장면이다. 이런 점에서, 완전히 형식화되어 있는 결과적 지식으로서의 수학을 제시하여 숙달시킨 후에 이를 단순 적용하여 해결할 수 있는 문제를 부과하는 것은 수학적 개념이 갖는 힘을 약화시키는 결과를 초래할 뿐만 아니라 수

학의 가치를 인식하지 못하게 할 수 있다.

Ⅳ. 결 론

본 연구과정에서 확인된 내용들을 몇 가지로 정리하면 다음과 같다.

첫째, 연구가 진행되는 동안 계산기는 풍부한 학습환경을 제공함으로써 지필환경만으로는 불가능한 원리탐구형 발견학습을 가능하게 하였다. 이는 새로운 이산수학적 개념을 탐구하는 과정에서 계산기가 학생들의 탐구 욕구를 자극하는 역할을 할 수 있음을 보여주는 것이다.

둘째, 행렬을 학습하는데는 용어의 의미를 이해하는 과정이 학생들에게 가장 큰 어려움을 주고 있음을 확인하였다. 행렬은 외형적 의미를 갖는 수학적 용어이므로 같은 유형의 수학적 용어인 직사각형의 구성요소가 가로-세로임을 상기시켜 행렬의 구성요소가 가로, 세로에 해당하는 행-열임을 이해시킴으로써 연산 수행 과정에서 행과 열을 혼동해서 생기는 어려움을 경감시킬 수 있을 것이다.

셋째, 행렬의 덧셈이나 실수배 연산은 학생들의 인지 메카니즘에 자연스럽게 통합될 수 있으나 곱셈 연산은 이들과 전혀 다른 사고를 요구한다는 사실을 확인할 수 있었다. 따라서 곱셈 연산 규칙의 합리성을 이해시키기 위한 의미 풍부한 예가 필요하다. 본 연구에서와 같이 계산기를 활용하여 서로 다른 크기의 행렬들에 대한 여러 가지 곱셈규칙을 시행해보고 그 장,단점을 분석하게 함으로써 행렬 곱셈 연산규칙에 대한 합리성을 이해시키는 것도 하나의 예가 될 수 있을 것이다.

넷째, 학습자간 혹은 연구자와 학습자간의 의사소통은 문제해결 과정의 오류를 확인·수정하거나 학습계열간의 연계성을 인식하는 것, 수학에 대한 흥미를 고취시키는 역할을 하고 있음을 볼 수 있었다. 특히, 본 연구에서와 같이 계산기를 활용한 학습과정에서는 학습자간 의사소통이 매우 자연스러운 형태로 나타나며 의사소통에 따른 학습효과가 지대함을 알 수 있었다.

한편, 본 연구과정에서 TI-92 계산기는 단순한 도구의 역할을 벗어나 작동자가 오류를 범했을 때, 오류의 유형을 출력하여 학습자 스스로 인지과정을 반성하게 하는 메타인지적 사고를 유발시킴으로써 학습동반자 역할을 충실히 수행하고 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

강선경(2002), "7차 교육과정의 이산수학 학습에 필요한 선수 학습 요소 분석 연구", 성균관대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문

강원대학교 1종 도서 편찬 위원회, 『고등학교 이산수학 교과서』, 교육 인적 자원부, 2002

강원대학교 1종 도서 편찬 위원회, 『고등학교 이산수학 교사용 지도서』, 교육 인적 자원부, 2002

김보라(2001), "이산수학의 기초 개념 형성에 관한 조사 연구 : 중학교 학생들을 대상으로",

한국교원대학교 대학원 석사학위논문
김영천(1997), 『네 학교 이야기』, 문음사,
김정은(2002), "제 7차 교육과정의 선택과목 중 이산수학의 지도방법에 관한 연구", 숙명여자대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
김창일(2002), "고등학교 이산수학 교과목에 대한 분석과 교수학습 방법에 대한 고찰", 서울시립대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
박윤근(2002), "제 7차 교육과정의 이산수학 연구 : 고등학교 수학 교사의 이산수학 이해와 연구", 경희대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
박형빈, 『수학은 생활이다』, 경문사, 1998
배자욱(2003), "중학교 학생들을 위한 이산수학에 관한 연구", 성균관대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
순천대학교 사범대학 부설 중등교원연수원, 『중등교원 수학교육 연수교재』, 순천대학교 사범대학 부설 중등교원연수원, 1998
안재구, 『생활에서 수학을 이해하는 책』, 일월서각, 1993
유은희(2002), "행렬을 이용한 실생활 문제와 해결에 관한 고찰", 순천대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
이길주(2001), "이산수학 교육과정에 대한 고찰", 서울대학교 대학원 석사학위논문
이용숙 · 김영천 편, 『교육에서의 질적 연구』, 교육과학사, 2002
이은정(2003), "소집단 활동을 통한 이산수학에 관한 연구", 한국교원대학원 대학원 석사 학위논문
정춘경 · 허혜자(1997), "제 7차 수학과 교육과정에서 새롭게 부각된 주제 : 이산수학", 대한수학교육학회 논문집 제 7권 제 1호
조병찬(2001), "TI-92 계산기를 활용한 수학과 탐구학습 : 사례연구", 순천대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
존 알렌 파울로스 저, 박래식 · 김진권 옮김, 『수학나라에 바보는 없다』, 푸른미디어, 1996
주소연(2002), "조작활동으로부터 기호화하는 과정의 인지에 대한 질적연구", 순천대학교 교육대학원 수학교육전공 석사학위논문
홍성대, 『(기본)수학 I 의 정석』, 성지출판(주), 2001(개정 제27판)

An Inquiry on the Understanding Process of Discrete Mathematics using TI-92 Calculator - Matrix and Graph-

Kang, Yun Soo[9] · Lee, Bo Ra[10]

Abstract

This paper is a study on the understanding process of 「Matrix and Graph」 on discrete mathematics using TI-92 calculator. For this purpose, we investigated the understanding process of two middle school students learning the concepts of matrix and graph using TI-92 calculator.

In this process, we collected qualitative data using recorder and video camera. Then we categorized these data as follows: students' attitude related to using technology, understanding process of meaning, expression and operation of matrix and graph, mathematical communication, etc.

From this, we have the following conclusions:

First, students inquired out the meaning and role of matrix by themselves using calculator. We could see that calculator can do the role of good learning partner to them.

Second, students realized their own mistakes when they used calculator on the process of learning matrix. So we found that calculator could form the self-leading learning circumstance on learning matrix.

Third, calculators reinforce the mathematical communication in learning matrix and graph. That is, calculator could be a good mediator to reinforce mathematical communication between teacher and students, among students on learning matrix and graph.

Key Words: Matrix, Discrete Mathematics, Graphing Calculator, Understanding Process.

7) Sunchon National University, Dept. of Mathematics Education (kangys@fw.sunchon.ac.kr)
10) Sunchon National University, Education Graduate School (97indra@hanmail.net)