

학교수학에서 통계교육의 개선방향

김응환¹⁾

본 연구는 학교수학에서의 통계교육에 대한 개선방향을 탐구하기 위해 이루어졌다. 한국과 미국의 수학과 교육과정에서 통계교육의 핵심 내용을 살펴보고 학생들의 통계적 문맹을 보다 효과적으로 극복할 수 있는 통계교육의 개선 방향을 통계교육의 내용, 교수학습방법과 교사의 재교육에 대한 방안을 모색하여 보고자하였다.

주요용어 : 통계교육, 통계문맹, 수학과 교육과정

I. 서론

2003년 11월, 대부분 사람들이 “밤에 음식을 먹어도 살이 찌지 않는다”라는 영국의 BBC 인터넷 뉴스를 보고 매우 놀랐다. 지금까지 다이어트를 위해 몸이 뚱뚱해질까봐 밤에는 먹는 것을 참아야 했던 대부분 사람들의 통념을 깨는 내용이었다. 이 내용은 오레곤 대학의 Judy Cameron 박사와 그 동료 과학자들이 원숭이 47마리의 관찰과 실험을 하던 중에 종래의 다이어트에 관한 통념이 틀리다는 것을 우연히 발견하게 된 것이었다. 다이어트와 음식을 먹는 때와는 상관관계가 없다는 것을 발표하였다. 우리는 종래의 생각이나 가설에 대해 아무런 과학적 증거도 없이 믿어버리는 경향이 있다. 가장 확실한 것일수록 의심해 보라는 격언이 있기도 하지만 우리는 흘러 다니는 정보에 대하여 세심한 주의와 관심을 두지 않고 의사결정을 하는 경향이 있다. 위의 예는 가설과 실증을 요구하는 과학적 사고와 함께 통계적 사고를 키워야 하는 일이 중요함을 보여주는 한 예이다.

또한 사람들은 의사결정을 하는데 각종 데이터에 의존한다고 하지만, 아직도 그들이 보게 되는 발표된 데이터는 자주 왜곡되어 있는 것이 사실이다. 통계적 데이터에 대하여 신뢰를 하기 어려운 경우가 자주 있는 것이다. 이것은 여러 원인이 있을 수 있으나 우선 데이터에 정직성이 결여되어 있거나 데이터를 다루는 양적인 자료처리 능력이 부족한 경우가 있다.

사회가 정보화되고 컴퓨터와 인터넷의 발전과 함께 정치, 의학, 사회과학, 생물, 교육, 경영 등 모든 분야에 실험과 표본(여론)조사가 상용화되고 있기에, 이들에 대한 이해 또한 매우 중요한 과제이다. Cynthia Crossen(1994)는 그의 책 “왜곡된 진실(Tainted Truth)”에서 데이터에 대한 사용과 함께 데이터 수집에 있어서의 경향에 대해 다음과 같이 말하고 있다.

“우리는 통계적이며 사실적인 정보에 대해 의심을 하지만, 우리가 생각하는 것만큼 의심

1) 공주대학교 사범대학 수학교육과 (yhkim@kongju.ac.kr)

2) 본 연구는 공주대학교의 연구지원에 의하여 이루어진 것이다.

스러운 것은 아니다. 우리는 수치를 존중한다. 그리고 우리는 그들을 믿지 않을 수 없다. 우리가 물건을 사고, 선거를 하고, 충고를 하기 위해서 사용하게 되는 정보의 증가는 우리의 지식의 확장과 생산한 물건의 판매를 촉진해 왔다. 우리가 표본조사를 행하는 것이 그것이며, 기본적으로 그것들이 뉴스를 생산하고 있는 것이다.”

그렇다면 수많은 데이터와 정보들의 진실됨과 왜곡됨이 혼재되어 있는 현실 속에서 우리 모두는 무엇을 해야 하는가? 이에 대한 대답의 하나는 통계교육이다. 즉 통계적 문맹을 학생 수준에 맞는 적절한 통계교육을 통하여 해결해야 한다. 우리는 초중등학교의 수학교과에서 자료처리와 통계를 지도하고 있다. 이들의 학교수업에서는 특히 모든 학생들이 자신의 생활주변 문제에 대한 합리적인 의사결정 능력과 각종 데이터 정보에 대한 통계적 사고 능력을 충분히 길러주어야 할 필요성이 있다.

Scheaffer과 Watkins와 Landwehr 등(1998)은, “모든 고등학교 졸업생들은 데이터의 지적 소비자가 되어야 한다. 그리고 다른 사람들에 의하여 제공되는 온갖 데이터의 가치에 대하여 합리적이고 이성적인 판단을 내릴 수 있도록 데이터의 생산에 대하여 충분히 알아야 한다. 이러한 관점의 교육은 유치원에서부터 12학년까지의 수학과 교육과정 속에 시종일관 구비되어야 한다. 뿐만 아니라, 과학, 사회과학, 건강, 그 밖의 학문적 주제에 포함되어야 한다고 한다.”라고 주장하고 있다.

이러한 통계교육의 과제는 초·중·고등학생들에게 구체적으로 무엇을 가르쳐야 하는가는 통계교육 커리큘럼의 문제로 귀결이 된다. 본 연구에서는 주로 고등학교 중심의 학교수학에서 꼭 다루어야 할 통계내용은 무엇이어야 하며, 이 내용을 어떻게 중점을 두어 지도할 것인가에 대한 통계교육 개선방향에 대하여 논의해보기로 한다. 우선적으로 우리나라와 미국의 학교수학에서의 통계교육 내용에 대하여 알아보고 통계교육의 개선방향에 초점을 맞춰 알아보기로 한다.

II. 한국과 미국의 통계교육 과정

1) 한국의 수학과 교육과정의 통계교육 내용

교육부는 2001년부터 적용할 제7차 교육과정(1997년 12월 31일 고시)을 발표하였다. 21세기 사회는 지식화와 세계화로 그 성격을 예견할 수 있는데, 이에 대비하기 위한 학교수학의 중점은 당연히 단순기능인의 양성보다는 자기 주도적으로 자신의 관리와 지적 가치를 창조할 수 있는 적극적이고 능동적인 인간 양성에 두어져야 한다. 이러한 인간을 키우기 위해 7차수학과 교육과정에서는 국민기본교육 1-10단계와 함께 11-12단계에서의 “확률과 통계” 과목을 별도로 미적분학, 이산수학 등과 같이 선택과목으로 제시하여 계열에 관계없이 자신의 적성과 능력, 진로에 맞게 선택하도록 되어있다. 그 내용체계를 살펴보면 다음과 같다.

(1) 학교수학의 1-12단계의 확률과 통계 내용의 체계

- 1단계 가: 한 가지 기준으로 사물을 분류하기
- 2단계 나: 표와 그래프 만들기
- 3단계 나: 자료의 수집, 정리, 막대그래프로 나타내기

학교수학에서 통계교육의 개선방향

- 4단계 나: 꺾은선 그래프, 여러 가지 그래프로 나타내기
- 5단계 나: 줄기와 잎 그림, 평균
- 6단계 가: 비율그래프(띠그래프, 원그래프)
나: 경우의 수와 확률
- 7단계 나: 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형, 도수분포표에서의 평균
상대도수, 누적도수
- 8단계 나: 확률의 뜻과 기본성질. 확률의 계산
- 9단계 나: 상관도, 상관표, 상관관계
- 10단계 가: 산포도와 표준편차
- 11-12단계의 일반과정(실용수학과 수학 I)

실용수학(단원: 생활통계)

1. 자료의 정리와 요약(여러 가지 그래프와 표. 평균과 분산)
2. 확률과 통계의 활용(확률의 뜻과 활용. 기대값. 이항분포의 활용. 정규분포의 활용. 여론조사.)

수학 I (단원: 확률과 통계)

1. 순열과 조합(경우의 수. 순열. 조합. 이항정리)
2. 확률(확률의 뜻. 확률의 계산)
3. 통계(확률분포. 통계적 추정)

또한 11-12단계에서의 선택과정으로서 새롭게 정한 “확률과 통계”과목의 성격, 목표, 내용, 교수학습방법과 평가에 대하여 구체적으로 알아보면 다음과 같다.(교육부, 7차 수학교육과정, pp. 124-130, 1997)

확률과 통계

1) 성격

확률과 통계는 10단계 수학에 도달여부에 관계없이 학생들이 실생활에 필요한 확률과 통계를 학습하기 위하여 선택할 수 있는 과목으로서 정보화 시대에 필요한 자료처리능력과 통계적 추론 능력을 신장시키고 여러 가지 확률 통계적 사회 현상 및 자연현상을 이해하고 해석하는 능력과 태도를 기르게 한다. 이 과목은 학생 스스로의 실험과 조작활동을 통하여 실생활에 필요한 확률과 통계의 학습을 경험하고자 하는 모든 학생이 이수하기에 알맞은 과목이다.

확률과 통계의 내용은 자료의 정리와 요약, 확률, 확률변수와 확률분포, 통계적 추정 등의 4개 영역으로 하고 10단계 이하 수준의 수학내용을 바탕으로 확률과 통계의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 실생활의 소재를 통하여 이해할 수 있도록 구성한다.

확률과 통계의 학습에서는 확률과 통계의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 활용하여 실생활 속에서 쉽게 관찰할 수 있는 여러 가지 자료와 정보를 처리하고 해석하는 활동에 중점을 둔다. 또, 전 영역에 걸쳐 복잡한 계산이나 문제해결을 위해 계산기와 컴퓨터를 적극적으로 활용한다.

2) 목표

관찰된 자료를 처리하고 해석하는 활동을 경험하고, 확률과 통계의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 활용하여 여러 가지 실생활의 문제를 해결할 수 있다.

- 가. 관찰된 자료를 정리하고, 그 자료의 분포와 특성을 파악할 수 있다.
- 나. 확률의 뜻과 성질을 알고, 생활 속에서 일어나는 여러 가지 우연 현상을 이해한다.
- 다. 이항분포와 정규분포를 이해하고, 이와 관련된 실생활의 문제를 해결할 수 있다.
- 라. 통계적 추정을 이해하고, 여론조사, 설문조사 등의 결과를 해석할 수 있다.

3) 내용체계

- 1. 자료의 정리와 요약(도수분포표, 히스토그램, 줄기와 잎그림, 대표값, 산포도)
- 2. 확률(확률의 뜻과 성질, 확률의 계산, 조건부 확률)
- 3. 확률변수와 확률분포(이산확률변수, 연속확률변수, 기대값과 분산, 이항분포, 정규분포)
- 4. 통계적 추정(모집단과 표본, 표본평균과 그 분포, 모평균, 모비율의 구간추정)

4) 교수학습 방법

가. 확률과 통계는 1-10단계 수학 학습내용을 고려하여 확률과 통계의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 활용하여 실생활에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하고 해결할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 한다.

나. 확률과 통계는 자료의 정리와 요약, 확률, 확률변수와 확률분포, 통계적 추정 영역의 특성과 난이도를 고려하여 수준에 알맞게 재구성하여 지도할 수 있으나 내용이 통합적으로 이해되도록 한다.

다. 학습자 중심의 관찰, 조사, 수집, 탐구활동을 강조함으로써 확률과 통계에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하고, 확률과 통계의 가치와 실용성을 인식하게 한다.

라. 과목선택형 수준별 교육과정을 효율적으로 운영하기 위하여 다음 사항에 유의한다.

(1) 개인차에 따른 학습능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하고, 이를 적절히 운영한다.

(2) 개인차에 따라 교수학습을 개별화하여 학습의 효율을 높인다.

(3) 소집단 협력 학습체제를 적절히 운영하여 서로 도우며 학습할 수 있도록 한다.

마. 다양한 교수학습을 위하여 다음 사항에 유의한다.

(1) 생활주변 현상이나 구체적인 사실을 학습소재로 하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 지도하고, 실생활과 관련된 문제를 해결하는 능력을 길러 주도록 한다.

(2) 구체적 조작활동과 사고과정을 중시하고 원리나 법칙을 학생 스스로 발견하고 해결하는 기회를 제공하여, 학생으로 하여금 발견의 즐거움을 맛볼 수 있도록 한다.

(3) 학생들의 경험과 욕구를 바탕으로 하여, 수학의 기초적인 개념과 원리를 간단하고 구체적인 것에서 추상적인 것의 순으로 교수학습 함으로써, 스스로 발견하고 창의적으로 문제를 해결할 수 있도록 한다.

(4) 생활주변이나 다른 교과에서 접할 수 있는 수학과 관련된 여러 가지 형태의 문제를 다루어, 수학에 대한 흥미와 관심을 가지게 하고, 수학의 필요성을 느낄 수 있도록 한다.

(5) 발문은 학생들의 인지발달수준과 경험을 고려하여 적절하게 선택하고, 그에 대한 처

리를 의미있게 함으로써 학생들이 효율적인 학습을 할 수 있도록 한다.

(6) 수학적 사고력과 창의적인 추론 능력을 기르기 위하여 학습지도과정에서 적절한 발문 기법을 사용한다.

(7) 수학의 활용성, 타 분야와의 관련성, 가치성 등에 대한 올바른 인식을 가지도록 하여 수학을 대하는 바람직한 태도를 지닐 수 있도록 한다.

바. 문제해결력을 신장시키기 위하여 교수학습과정에서 다음사항에 유의한다.

(1) 문제해결력을 신장시키기 위하여 문제해결과정(문제의 이해->해결계획수립->계획실행->반성)에서 구체적인 해결전략(그림그리기, 예상과 확인, 표만들기, 규칙성 찾기, 단순화하기, 식세우기, 거꾸로 풀기, 논리적 추론, 반례 들기 등)을 적절히 사용하며, 문제 해결의 결과뿐만 아니라 해결과정과 그 방법도 중시하도록 한다.

(2) 습득된 수학적 지식과 사고방법을 토대로 문제를 발견하고, 문제해결을 위한 전략을 자주적으로 세워 이를 해결해 나아갈 수 있도록 한다.

(3) 문제해결은 전 영역에서 정형문제 및 비정형문제를 통하여 지속적으로 지도되어야 하며, 여기에서 습득된 문제해결전략이 실생활의 문제해결에 활용될 수 있도록 한다.

사. 교수학습 전 과정에서 적절하고 다양한 교육기자재를 적극 활용하여 학습의 효과를 높이도록 한다.

아. 교수학습과정에서 복잡한 계산, 수학적 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다.

5) 평가

수학학습의 평가는 획일적인 방식을 지양하고, 수학 수업의 전개 국면에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등의 적절한 평가방식을 택하여 실시하되, 다음과 같은 사항을 고려하여 수업 목표에 충실한 평가가 될 수 있도록 한다.

가. 수학학습평가는 학생 개개인의 전인적인 성장과 수학 학습을 돕고, 교사 자신의 수업 방법을 개선하기 위한 것이어야 한다.

나. 학생의 학습활동 측면에 대한 평가뿐만 아니라 수학학습의 지도를 담당하는 교사의 지도활동 측면에 대해서도 자발적인 평가를 함으로써 발전적인 수학 학습 지도 개선의 참고 자료로 사용한다.

다. 학생의 인지발달 수준을 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수하여 평가한다.

라. 인지적 영역에 대한 평가는 사고력 신장을 위하여 결과보다는 과정을 중시해야하며, 기본적인 지식, 개념의 이해, 기본적인 계산 기능 등에 중점을 둔다.

마. 문제해결력에 대한 평가에서는 결과뿐만 아니라 문제의 이해 능력과 문제해결과정을 파악할 수 있도록 한다.

바. 수학적 성향에 대한 평가에서는 학생들의 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심과 흥미의 정도를 파악할 수 있도록 한다.

사. 학생 스스로 문제해결을 위한 다양한 전략을 세우고 논리적인 추론을 하여 문제를 해결해 나아가는 과정에서 유연하고 다양한 사고력과 창의성을 발휘하고 있는가를 평가한다.

아. 수학과 학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조하여 평가한다.

(1) 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 이해

(2) 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 기능

김용환

- (3) 수학적 지식과 기능을 활용하여 문제를 수학 적으로 사고하여 해결하는 능력
 - (4) 실생활 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하는 태도
- 자. “확률과 통계” 교육과정에 제시되어 있는 내용에 대한 학습 성취수준을 전반적으로 평가하여야 하나, 특히 다음 사항을 강조하여 평가한다.
- (1) 확률과 통계의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 이해
 - (2) 확률과 통계의 기본적인 지식과 기능을 활용하여 실생활의 문제를 수학적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력
 - (3) 확률과 통계의 용어와 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 기능

차. 평가기준의 수준구분은 학습목표, 수학적 가치의 유용성, 내용의 복합성, 지식과 기능의 종류와 활용범위 등의 정도에 따르되, 다음 사항에 유의한다.

- (1) 상
 - (가) 최종적으로 도달하여야 할 학습 내용에 해당되는 내용
 - (나) 습득된 지식을 통합적으로 이해하여 해결하거나 일반화 시킬 수 있는 내용
 - (다) 수학적으로 큰 가치와 유용성을 지니는 내용
- (2) 중
 - (가) 기본적으로 도달하여야 할 학습 내용에 해당되는 내용
 - (나) 기본적인 개념, 원리, 법칙, 성질을 이해하는 정도의 내용
 - (다) 기본적인 개념, 원리, 법칙, 성질을 이용하여 해결할 수 있는 내용
- (3) 하
 - (가) 최소한으로 도달하여야 할 학습 내용에 해당되는 내용
 - (나) 단순한 수학적 지식(용어, 기호, 알고리즘 등)을 알 수 있는 정도의 내용
 - (다) 단순한 수학적 지식을 이용할 수 있는 정도의 내용

카. 객관식 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필 검사, 관찰, 면담 등 다양한 평가 방법을 활용하여 종합적인 수학 학습평가가 이루어 질 수 있게 한다.

나. 미국의 통계교육 과정

미국의 NCTM(1989)은 “Curriculum and evaluation standards for school mathematics”에서 9-12학년의 통계교육의 목록을 다음과 같이 제시하고 있다.

- 실생활로부터 요약된 데이터의 차트, 표와 그래프를 그리고 구성하기
- 데이터로부터 예측을 위한 곡선 조정을 사용하기
- 중심적 경향, 변동성과 상관관계의 척도를 적용하고 이해하기
- 표집(sampling)을 이해하고 통계적 요구의 역할을 인식하기
- 문제를 연구하기 위한 통계적 실험을 디자인하기와 실험의 실행과 결과의 해석과 이해
- 중심적 경향, 변동성의 척도에 대해 데이터 변환의 효과 해석하기

또한 미국통계학회(ASA: the American Statistical Association, 1991)는 “통계교육의 가이드라인(The Guidelines for the Teaching of Statistics)”에서 다음과 같은 9-12학년의 통계교육 내용의 개요에 대한 내용을 제안하였다.

- 가) 데이터 탐색(문제의 이해, 수집과 데이터탐색, 조직과 데이터 표현과 묘사, 데이터 해석)

나) 통계적 추론(표본조사의 계획과 실험, 추론적 통계, 사회에서의 통계)

Scheaffer과 Watkins와 Landwehr 등은(1998) 다음 5가지 광역으로 통계교육 내용이 강조되어야 한다고 말했다.

1. 수감각(number sense)
2. 연구계획과 데이터 생산
3. 데이터 분석
4. 확률
5. 통계적 또는 추론적 증명

최근에 NCTM(2000)은 “The principles and standards for school mathematics”에서는 다음과 같이 통계교육 내용에 대한 언급을 하고 있다.

데이터 분석과 확률(data analysis and probability)

이 교육 프로그램은 유치원부터 12학년까지의 모든 학생들이 다음과 같은 것들을 할 수 있도록 해야 한다.

유치원과 2학년

(1) 데이터에 대하여 설명될 수 있는 질문들을 공식화하기와 그들에 대한 대답을 하기 위한 관련된 데이터를 모으고, 조직하고, 묘사하기

- 그들 자신과 그들 주변에 관하여 질문을 하고 데이터를 모으기
- 대상을 그들의 속성에 따라 정렬하고 분류하기와 대상들에 관하여 데이터를 조직하기
- 구체적인 대상들, 그림들과 그래프 등을 사용하여 데이터를 표현하기

(2) 데이터를 분석하기 위한 적절한 통계적 방법을 선택하고 사용하기

-데이터가 보여주는 것을 결정하기 위하여 전체로서의 데이터집합과 데이터의 부분을 묘사하기

(3) 데이터를 기초로 한 추론들과 예측들을 개발하고 평가하기

-발생할 가능성과 발생가능성이 없는 것들로서 학생들의 경험에 관련된 사건들을 논의하기

3-5학년

(1) 데이터에 대하여 설명될 수 있는 질문들을 공식화하기와 그들에 대한 대답을 하기 위한 관련된 데이터를 모으고, 조직하고, 묘사하기

-어떤 질문에 대답하기 위하여 조사를 디자인하기와 데이터 수집방법이 데이터모음의 성질에 어떻게 영향을 주는가를 고려하기

-관찰과 여론조사와 실험 등을 사용하여 데이터를 수집하기

-선그림들, 막대그래프들과 선그래프들 등의 표들과 그래프들을 사용하여 데이터를 표현하기

- 범주형 데이터와 수치적 데이터의 표현에서의 차이점을 인식하기
- (2) 데이터를 분석하기 위한 적절한 통계적 방법을 선택하고 사용하기
 - 데이터가 어떻게 분포되는가를 강조하는 관점에서 데이터집합의 중요한 모습과 형태를 묘사하기와 관련된 데이터집합을 서로 비교하기
 - 중위수에 초점을 맞추어 중심적 경향의 척도를 사용하기와 데이터 집합에 관하여 나타낼수 있는 것과 없는 것을 이해하기
 - 같은 데이터에 대한 다른 표현들을 비교하기와 각 표현이 어떻게 데이터의 중요한 모습을 잘 나타내는지를 평가하기
- (3) 데이터를 기초로 한 추론들과 예측들을 개발하고 평가하기
 - 데이터를 기초로 한 결론들과 예측들을 제안하고 정당화하기와 결론들과 예측들을 좀더 조사하기위하여 연구를 디자인하기
- (4) 확률의 기본 개념에 대한 이해와 응용하기
 - 발생할 가능성(likely) 또는 발생가능성(unlikely)이 없음으로 사건들을 묘사하기와 확실히(certain), 동등한 가능성(equally likely)과 불가능(impossible)의 단어를 사용하여 발생가능성에 대한 정도를 토론하기
 - 단순실험과 예측에 대한 검정 결과에 대한 확률을 예측하기
 - 한 사건의 발생가능성의 척도가 0와 1 사이의 수로 표현될 수 있는 것을 이해하기

6-8학년

- (1) 데이터에 대하여 설명될 수 있는 질문들을 공식화하기와 그들에 대한 대답을 하기위한 관련된 데이터를 모으고, 조직하고, 묘사하기
 - 두 모집단에 의하여 나누어지는 특성들에 관한 것이거나 한 모집단 내에 다른 특성에 관한 질문을 공식화하고, 연구를 디자인하고, 데이터를 수집하기
 - 히스토그램, 상자그림과 산점도등을 포함하여 데이터의 적절한 그래픽 표현을 선택하고 창조하고 그리고 사용하기
- (2) 데이터를 분석하기 위한 적절한 통계적 방법을 선택하고 사용하기
 - 평균과 사분위내범위를 포함하여 중심과 산포의 척도를 발견, 사용하고 해석하기
 - 특별히 히스토그램, 줄기그림, 상자그림과 산점도 등의 데이터 집합과 그들의 그래픽의 표현사이의 대응을 논의하고 이해하기
- (3) 데이터를 기초로 한 추론들과 예측들을 개발하고 평가하기
 - 표본들이 얻어진 것으로부터 모집단에 관한 추측을 만들기 위하여 두 개 또는 그 이상의 표본들간의 차이점에 관하여 관찰치 들을 사용하기
 - 데이터의 산점도를 바탕으로 표본의 두 특성들간에 가능한 관련성에 관한 추측들을 만들기와 적절한 직선을 조절하여 만들기
 - 새로운 질문들을 공식화하기 위하여 추측을 사용하기와 그들을 답하기 위한 새로운 연구를 계획하기
- (4) 확률의 기본 개념에 대한 이해와 응용하기
 - 여사건과 상호배반사건을 설명하기 위한 적절한 용어의 이해와 사용하기
 - 실험과 시뮬레이션의 결과에 관하여 가설을 만들고 검정하기 위한 확률의 기본적인 이해와 비율의 사용하기
 - 조직된 목록, 트리 그림과 면적모델들로서의 어떤 방법들을 사용하고, 단순복합사건들에

대한 확률을 계산하기

9-12학년

(1) 데이터에 대하여 설명될 수 있는 질문들을 공식화하기와 그들에 대한 대답을 하기 위한 관련된 데이터를 모으고, 조직하고, 묘사하기

-연구의 다양한 종류의 차이와 추론의 어떤 형태들이 각각 합리적으로 묘사되어 질수 있는 것을 이해하기

-여론조사와 실험에서의 랜덤화의 역할을 포함하여 잘 디자인된 연구의 특성을 알기

-추정데이터와 범주형 데이터, 일변수 데이터와 2변수 데이터, 그리고 항목의 변수의 의미를 이해하기

-히스토그램, 상자그림과 산점도의 이해하기와 데이터를 묘사하기 위하여 그들을 사용하기

-기초통계를 계산하기와 통계량과 모수의 구별을 이해하기

(2) 데이터를 분석하기 위한 적절한 통계적 방법을 선택하고 사용하기

-일변수 추정데이터에 대하여 분포로 묘사할 수 있기와 그것의 모양을 그리기와 요약된 통계량을 선택하고 계산하기

-2변수 추정데이터에 대하여 산포도로 묘사할 수 있기와 그것의 모양을 그리기와 공학적 도구를 사용하여 회귀계수, 회귀방정식과 상관계수를 결정하기

-적어도 한 변수가 범주형일 때의 2변수에 대하여 묘사하고 토론하기

-일변수 데이터의 선형변환이 어떻게 모양, 중심과 퍼짐정도에 영향을 주는지 인식하기

-2변수에서의 추세를 인식하기와 데이터에 대한 모델의 함수식을 발견하기와 그들이 모델링을 할 수 있도록 데이터를 변환하는 것을 확인하기

(3) 데이터를 기초로 한 추론들과 예측들을 개발하고 평가하기

-알려진 모집단으로부터 표본 통계량의 변동성을 탐색하기위하여 그리고 표본분포를 구성하기 위하여 시뮬레이션을 사용하기

-표본통계량이 어떻게 모집단의 모수들의 값을 반영하는가와 정보의 추론을 위한 기본으로서 표본분포를 사용하는 것을 이해하기

-연구의 계획과 데이터분석의 적절함과 결론의 타당성 등을 조사하여 데이터를 기초로 한 출판된 보고서를 평가하기

-작업현장에서 과정적 특성을 점검하기위하여 기초적인 통계적 기술이 어떻게 사용되었는가를 이해하기

(4) 확률의 기본 개념에 대한 이해와 응용하기

-표본공간과 확률분포, 그리고 표본공간의 구성과 표본의 경우에 있어서의 분포 등을 이해하기

-경험적 확률분포를 구축하기위한 시뮬레이션을 사용하기

-표본의 경우에서 확률변수의 기댓값을 계산하고 이해하기

-조건부확률과 독립사건의 개념에 대한 이해

-복합사건에 대한 확률을 어떻게 계산하는가를 이해하기

III. 통계교육의 개선방향

앞에서 살펴본 한국과 미국 두 나라의 통계교육에 대한 내용의 선정과 각 주장은 철학적, 교육학적 접근방법에서 모두가 다소간의 차이를 보이고는 있지만 모든 학생들에게 통계교육을 보다 효율적으로 행하자는 관점이 중요하고 또한 가능하다는 것에 대한 전체적인 동의를 하고 있는 것은 분명하다.

NCTM(1989)의 설명에 의하면, 통계학은 수학의 한 분야로서 자료의 수집, 분석, 해석, 표현을 취급하는 것으로 안내되어 있고, 또한 통계는 데이터로부터 얻어진 양적 자료를 기초로 한 표현의 형태를 말하고 있다. 여기서 추천 제안한 통계교육에 대한 하나의 가능성은 내용들 사이의 적절한 연관성을 고려하여 각 학년에 맞는 문맥의 주제를 선정하는 일이라는 것이다. 이러한 내용들을 어떻게 학생들의 수준에 맞게 적절히 배치하느냐가 관건이 되는 것이다. 그래서 통계교육은 학생들에게 용기를 주는 활동을 포함하고, 통계를 행하는 기회를 학생들에게 제공하는, 실생활과 관련되는 증거를 확인할 수 있도록 하는 교육과정을 재 디자인을 해야 한다는 것이다.(Lajoie, 1998; Lajoie, Jacobs, & Lavigne, 1995)

학생들이 계산하고 암기하는 것보다는 질문하고 조사하고 분석하고 결과를 해석하는 기회를 제공받는 것이 보다 더 통계적 이해를 돕는 일이 될 것이다. 구체적으로 유치원부터 고등학교까지의 12년 동안에 걸쳐 통계학에 입문을 하게 되면 실세계에서의 의사결정을 하기 위한 보다 나은 준비가 될 것임은 분명하다. 이에 대해 학교수학에서 조기에 학생들에게 통계학을 지도하기 위해서는 실세계의 연관된 응용문제를 다루고 통계를 행하는 기회를 학생들에게 제공하고 격려하며 학생들에게 용기를 주는 활동을 추가할 것을 주장하였다(Lajoie, Jacobs, & Lavigne, 1995).

또한 통계교육 내용은 통계학에 대한 체계를 바탕으로 학생들의 통계적 문맹을 극복하고 자료의 해석에 대한 비판능력을 학생들이 키울 수 있도록 복돋아 주어야할 내용으로 구성되어야 한다. 학생들은 통계의 생산자이면서 동시에 소비자가 되어야 한다. 구체적인 활동프로그램의 한 예는 다음과 같다(Gelman & Nolan, 2002).

통계개념의 요소분석, 자료수집, 기본계산, 통계관련성, 시간자료의 내삽과 외삽, 히스토그램, 평균과 중위수, 산포도, 2원표, 정규분포, 선형변환, 로그변환, 한 변수의 예측의 선형회귀, 상관계수, 평균의 회귀, 표집의 입문, 표본조사, 실험관찰, 통계의 문맹, 확률과 랜덤, 조건부확률, 응용한 확률모델링, 표본평균의 분포, 추정의 편향과 분산, 신뢰구간, 가설검정, 통계적 검정력, 다중비교, 다중회귀, 비선형회귀, 통계의 의사소통

그리고 전체적으로 모든 단계에서 통계를 생산(produce statistics)하는 것과 마찬가지로 비평하는 것(critique)을 학생들이 배워야 한다고 주장하고 있다. 학생들이 변화 무쌍한 사회에서 통계의 역할과 기능에 대한 비평적 태도는 기르도록 하는 것은 통계적 문맹을 극복하는 것이고 의사결정의 판단력을 신장시키는 일이 될 것이다. 즉 학생은 통계의 생산자이기도 하지만 소비자인 셈이다. 그 내용은 다음과 같다.(Burrill & Romberg, 1990)

가) 양적 자료에 대한 수 감각을 키워야한다.

-변수에 대한 이해를 해야 한다.

- 표와 그래프를 해석해야한다.
- 나) 연구를 계획하는 법을 알아야한다.
 - 좋은 표본조사는 무엇으로 구성하고 있는가
 - 좋은 실험은 무엇으로 구성되어 있는가
 - 연구를 계획하는 주요 개념들
- 다) 데이터 분석
 - 데이터분석의 주요 개념들
- 라)통계에 확률의 관련성
 - 확률에서의 전통적 교육과정: 조합론으로서의 확률
 - 확률교육은 조합론이 아니다.
 - 중등학교에서의 확률의 주요개념들
- 마) 추론적 증명
 - 시뮬레이션적 접근
 - 이론적 접근
 - 통계적 추론의 주요 개념들

통계학은 수학과는 다소 차이가 있다. 통계학이 귀납적으로 사고하는 과학적 사고방법이라고 한다면 수학은 연역적 사고방법을 바탕으로 하는 것이 다르다. 그러므로 통계교육은 수학교육과 다른 면이 있어야 할 것이다. 또한 통계교육은 초·중등 학교수학의 교육에서 중요한 한 영역을 담당하고 있다. 교육환경의 변화가 있으면 그에 적응하는 우리의 통계교육에 대한 모습도 변화를 해야 한다. 즉, 초·중등학교의 1-12학년까지의 통계교육의 개선에 대한 준비와 실행을 해야 할 필요가 있다.

21세기에 들어와서는 과학과 컴퓨터의 혁신적인 발전으로 모든 사람들이 보다 쉽고 빠르게 방대한 자료들에 접근할 수가 있게 되었다. 수많은 자료들로부터 정보를 추출하여 과거에 대한 반성과 미래에 대한 예측 및 합리적인 의사결정은 민주시민의 필수적인 요건이 된 지 오래다. 즉 통계교육이 중요한 것은 우리 모두가 개인적으로 그리고 사회적으로 의사결정을 하는 경우에 통계를 사용하며, 세계를 이해하려고 할 때에 통계를 사용하게 된다. 또한 모든 언론 매체들에 보고되는 연구결과들은 관찰, 실험 그리고 여론조사로부터 수집된 자료를 분석하기 위하여 전형적으로 거의 통계를 사용하고 있다. 이러한 통계의 중요성에 맞추어 지금까지 초·중등학교에서 교사들이 여러 가지 방법을 모색하여 통계교육을 해오고 있다.

이러한 주안점은 통계학에서 중요한 수학적 아이디어를 명료화하고, 학교의 안과 밖에서 일어나는 여러 가지 사회현상과의 교감을 통해서 아이디어의 구축을 실험하고, 통계적 문제를 해결하고, 이에 대한 추론을 하며 표현하고 공식화하는 인지심리학적 면에서 학생들의 학습에 대한 연구와 교사들의 신념, 교육, 내용에 대한 지식을 탐구하고 그들이 교실에서 그들의 학생들에게 깊이 생각할 수 있는 환경을 제공할 수 있도록 하는 통계학에 대한 충분한 이해를 갖도록 하자는 것이다.

이상과 같은 내용의 결말로서 앞으로의 통계교육의 주요 강조사항을 요약하면 다음과 같다.

1) 통계자료의 수집과정에 대한 실험을 도입해야 한다.

여러 가지 자료수집방법을 배우고 바이어스(편향)에 대한 직관적인 개념을 지도해야 한다.

2) 통계그래픽스를 만드는 경험을 많이 해본다.

데이터 그래픽스는 측정된 양을 점, 선, 좌표시스템, 수, 기호, 단어, 음영과 색의 결합을 수단으로 하여 시각적으로 표현하는 것이다. 잘 디자인된 데이터 그래픽스는 항상 간단하고 동시에 가장 강력하다. 주제가 선명하게 드러난 통계그래픽스는 독자들을 명쾌하고 합리적인 발견의 기쁨으로 감명을 받게 유도한다. Tufte(2002, p. 13)는 그래픽스의 우수성을 다음과 같이 그래픽의 우수성의 원리(p. 51)를 말한다.

-그래픽의 우수성은 관심 있는 데이터의 잘 디자인된 표현이다.

-통계그래픽의 우수성은 명쾌함, 정확성과 효율성을 전달하는 복합 아이디어들로 구성한다.

-통계그래픽의 우수성은 독자에게 가장 작은 공간에 가장 적은 잉크로 짧은 시간에 많은 아이디어들을 제공하는 것이다.

-통계 그래픽의 탁월함(excellence)은 거의 항상 다양함에 있다.

-그리고 그래픽의 탁월함은 데이터에 대한 진실을 말할 것을 요구한다.

3) 통계에 확률의 관련성을 알아야 한다.

확률에서의 전통적 교육과정은 조합론으로서의 확률을 강조한 측면이 없지 않다. 그러나 확률교육은 조합론의 교육만은 아니라고 생각한다. 중등학교에서의 확률의 개념 도입은 우선적으로 상대도수로부터 확률의 개념을 도입해야 한다. 수학적 확률의 개념은 우리가 계산과 결과를 얻기는 매우 간편하다고 할 수 있으나 상대도수를 통한 확률의 개념 도입은 우리의 실생활과 밀접한 관련이 있으며 추론을 위한 사전 준비로서도 매우 합당한 일이다.

대부분 학생들이 통계가 매우 유용한 지식임을 인정하면서도 확률과 통계학을 공부한다는 것은 매우 어렵고 골치가 아픈 과목으로 인식하고 있지 않은가. 그 이유중의 하나는 순열과 조합 등의 조합론과 난해한 확률계산 문제들 때문이기도 하다. 이 내용들은 대학에 입학한 후에도 거의 배우지 않고 사용하지도 않는 내용으로 오직 입시 시험문제의 영향으로 인하여 너무 깊게 다루고 있는 경향이 있었다. 이러한 것은 고등학교 때 과연 이렇게 어렵게 생각되는 내용을 무작정 배울 이유가 성립되지 않음을 추측할 수 있다. 조합론등의 어려운 문제 풀이가 그토록 중요하다면 대학에 입학한 후에는 모두가 많이 사용해야 하는 것이 아닌가.

4) 공학기술(technology)의 도입은 학교에서 배우는 이론을 현장문제에 적용하기 위한 도구로서 필수적이다.

교사는 새로운 기술 즉 통계소프트웨어를 다룰 줄 알아야 한다. 컴퓨터의 이용은 낮은 수준의 인지적 기술을 지원하고 고차원의 생각을 구현해 줄 수 있기에 학생들에게도 유용하게 사용할 수 있다. 이러한 방법을 통하여 자료수집, 자료표현, 해석과 논의 등은 기술의 사용을 통하여 모델링을 할 수가 있다. 또한 학급에서 공동과제를 서로 나눔과 행함으로써 통계문제해결에서 공동체 정신을 키울 수 있는 것이다.

5) 통계교육의 평가는 다양화해야 한다.

학생들이 통계를 이해하고 있느냐를 평가하는 일은 어렵다. 그러나 확률단원의 이해에 대한 평가와 통계적 추론에 대한 학습에 대한 평가는 달라야 마땅하다. 수학의 연역적인 내용과 귀납적인 추론의 지식은 평가방법이 달라야 한다는 것이다. 때로는 필기시험보다는 구술시험의 의사소통을 통해 확인 평가하는 것이 유의할 수도 있다. 구체적으로 커리큘럼이 바뀌었을 때 발생하는 교육과 평가의 여러 면을 살펴야 한다. 대체로 다중평가를 행한다면 보다 좋을 것이다. 학생들 스스로 자료의 분석을 행하고 그들의 결과를 이해하고 있는가를 여러 가지 평가 방법을 통하여 평가해야 할 것이다.

6) 교사교육은 통계의 실용성의 강화에 초점을 두어야 한다.

Moore(1990)는 “수학교사는 달라져야 한다” 라는 제안을 하고 있다. 실제로 수학교사들에게 통계적 사고를 바탕으로 한 귀납적 관점에서의 통계학의 깊은 개념적 이해를 위해서 통계교육의 새로운 내용을 추가하고 새로운 기술을 배울 수 있게 통계교육에 대한 전문성 신장을 위한 워크샵 프로그램을 개발해야 한다. 교사는 수업 중에 다양한 학생들의 응답에 해결을 할 수 있어야 한다.

교사들은 수업시간에 다룰 수 있는 통계문제해결의 연구와 실용성의 강화에 초점을 맞추고 이에 대한 학습에 관심이 있어야 한다. 수학교사들은 어떻게 하면 학생들이 통계를 잘 배울 수 있을까하는 인지과학적 고려를 항상 해야 한다. 수학교사를 만드는 사람들은 교사들이 적절한 다양한 수준의 통계적 내용을 알 수 있도록 교육해야 한다. 특히 통계학은 수학과는 다른 면이 있음을 알아야 한다. 또한 통계교육자들은 수학교사들이 실제로 가르치고 평가를 잘할 수 있도록 여러 가지 연구를 해서 지원해야 한다.

IV. 결 론

통계교육의 중요성을 생각한다면 통계학에서의 중요한 수학적 아이디어의 분류와 학교의 안과 밖의 생활에서 발생하는 사회적 교류를 통한 아이디어의 구성을 연습해야 한다. 그리고 통계적 문제를 해결하고, 이에 관한 분석과 표현과 공식화 그리고 추론 등을 학생들이 어떻게 학습할 것인가를 고려해야 한다.

전체적으로 모든 단계에서 통계를 생산(produce statistics)하는 것과 마찬가지로 비평하는 것(critique)을 학생들이 배워야 한다고 생각한다. 학생들이 변화무쌍한 사회에서 통계의 역할과 기능에 대한 비평적 태도는 기르도록 하는 것은 통계적 문맹을 극복하는 것이고 의사결정의 판단력을 신장시키는 일이 될 것이다. 즉 학생은 통계의 생산자이기도 하지만 소비자인 셈이다.

확률의 도입은 우선적으로 상대도수로부터 확률의 개념을 도입해야 한다. 수학적 확률의 개념은 우리가 계산과 결과를 얻기는 매우 간편하다고 할 수 있으나 상대도수를 통한 확률의 개념 도입은 우리의 실생활과 밀접한 관련이 있으며 추론을 위한 사전 준비로서도 매우 합당한 일이다.

수학교사들이 수학을 지도할 때와 통계를 지도할 때는 구별된 방법을 견지해야 한다. 즉 수학교사들의 종전에 지니고 있는 통계내용의 지식과 교육학과 신념 등을 심층 연구하여,

김용환

수학교사들이 학생들의 통계에 대한 깊은 이해를 자극하고 도울 수 있는 수업환경을 제공할 수 있도록 교사 재교육 워크샵 프로그램이 있어야 한다. 특히 예비교사를 양성하는 사범대학 수학교육과에서는 통계교육의 교육과정을 활동을 많이 하는 통계의 실용성의 강화를 중심으로 초점을 맞추어야 한다고 생각한다.

참 고 문 헌

- American Statistical Association (1991), Guidelines for the teaching of statistics K-12 mathematics curriculum, Landover, MD: Corporate Press.
- Burrill, G., & Romberg, T. A. (1998), Statistics and probability for the middle grades: Examples from mathematics in context, Reflection on Statistics edition.
- Chatterjee (2003), Statistical Thought; a perspective and history,
- Cynthia Crossen (1994), Tainted Truth, Touchstone, NY.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988), Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research, Journal for Research in Mathematics Education, 19(1), 44-63
- Gelman, A. & Nolan, D. (2002), Teaching Statistics; A Bag of Tricks, Oxford university press.
- Lajoie, S. P. (1998), Reflections on Statistics; learning, teaching, and assessment in grades k-12, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, New Jersey.
- Lajoie, S. P., Jacobs, V. R., & Lavigne, N. C. (1995), Empowering children in the use of statistics, Journal of Mathematical Behavior, 14(4), 401-425
- National Council of Teachers of Mathematics (1989), Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995), Assessment standards for teaching mathematics, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000), The principles and standards for school mathematics, Reston, VA: Author.
- Scheaffer, R. L. , Watkins, A. E. & Landwehr, J. M. (1998), Reflection on Statistics, edited by Susanne p. Lajoie: What every high-school graduate should know about statistics, p3-31.
- Tankard, J. W. Jr (1984), The Statistical Pioneers, Schenkman Publishing Company, Inc. Massachusetts.

Improving of Teaching Statistics in School Mathematics

Kim, Yung Hwan³⁾

Abstract

The purpose of this study was to develop the way in improving of teaching statistics in school mathematics. I reviewed the curriculum of Korea and America in statistics at School. I proposed the effective way of teaching statistics with the curriculum and content of statistics and the method of teaching of students and teachers.

Key words: Teaching statistics, Statistical literacy, The curriculum of mathematics

2) Kongju National University, Dept. of Math. Edu. (ykim@kongju.ac.kr)