

엑셀 환경에서 대수 문장제 해결 경험을 통한 학생들의 문자 인식과 문자식 표현에 관한 연구

류 희 찬* · 김 현 주**

7학년 학생들이 문자 사용과 대수식 표현에 심각한 어려움을 갖는다고 많은 연구자들이 보고하고 있다. 이에 본 연구는 엑셀이 학생들의 문자 인식과 대수식 표현에 어떻게 기여하는지 살펴보았다. 2주간에 걸쳐 6시간 동안 4명의 7학년 학생들은 방과후에 다양한 엑셀 활동을 경험하였고 실험 전후에 그들의 이해를 확인하기 위한 면담이 이루어졌다. 학생들의 엑셀 활동과 면담을 분석하여 얻은 결과는 다음과 같다. 첫째, 실험 후에 학생들은 식을 표현하기 위해 다양한 문자들을 사용하고, 문자가 어떤 대상뿐 아니라 변하는 대상을 나타냄을 인식하였다. 또한 그들은 같은 대상을 다른 문자로 나타낼 수 있고 다른 대상을 같은 문자로 나타낼 수 있음을 받아들였다. 둘째, 엑셀은 문제에 있는 변수와 불변량을 구분하고 변수들 사이의 수학적 관계를 찾는 학생들의 능력이 향상되었다. 그리고, 엑셀 환경에서 학생들은 전체적인 계산 절차를 좀 더 쉽게 다루기 위해서 여러 개의 단계로 나눌 수 있었다. 또한 엑셀은 즉각적인 산술 피드백을 제공하고, 학생들이 지필 환경에서보다 좀 더 형식적인 방법으로 계산을 표현하도록 하였다.

1. 서 론

초등수학에서 중등수학으로의 전환에서 가장 두드러진 특징 가운데 하나는 초등 수학의 산술과는 달리 중등 수학의 대수에서는 문자를 많이 다룬다는데 있다. 교육과정에서 대수 영역은 문자를 수학적 대상으로 곧바로 도입하고 산술에서 학습한 수와 그 연산과의 관련성을 전혀 고려하지 않고 문자 연산이 이루어진다. 대다수의 학생들이 초등 과정에서 문자가 주로 자리지기로서 다루어졌지만 중등 과정에서는 문자가 상황에 따라 미지수, 상수, 변수를 나타낸다는 사실을 받아들이지 못하고 여전히 문자

를 단순히 자리지기인 미지수로만 인식한다.

또한 많은 학생들이 산술에서는 특별한 수치적 해를 구하고자 하는 것에 초점을 두는 반면, 대수에서는 절차와 관계를 끌어내고 그것을 일반적이고 간단한 형태로 표현하는 것에 초점을 둔다는 것을 깨닫지 못하고, 여전히 문자를 포함한 대수적 문제에서도 수치적 답이 요구된다고 생각하고 있다. 이로 인해 초등 과정에서 문자의 사용, 방정식을 직접 다루지 않지만, 문장제 문제가 다루어지고 거기서 문자식과 방정식의 개념을 학습하였음에도 불구하고, 중등 과정의 많은 학생들이 문장제 문제를 문자식으로 표현하는데 실패한다. 많은 연구들이 이처럼 학생들이 대수 학습에서 문자 사용

* 한국교원대학교(hclew@knu.ac.kr)

** 대구구암중학교(mallia-so@hanmail.net)

과 관련하여 어려움을 겪고 있음을 보여준다 (Davis, 1975; Kieran, 1981; Clement, 1982; Matz, 1982; Booth, 1988; Herscovics & Linchevski, 1994; Kieran & Chalouh, 1999; 김남희, 1997; 김미정, 2004).

컴퓨터의 사용이 산술에서 대수로의 이행을 도울 수 있다는 주장들이 제기되고 있다. 컴퓨터 프로그래밍 환경 내에서 학생들은 컴퓨터와 대화하는 도구로써 기호 언어를 사용할 필요성을 느끼며 지필 환경보다 문자 기호를 대상으로 좀 더 쉽게 받아들인다(Sutherland, 1989; Tall, 1989). 특히 스프레드시트는 다른 프로그램 언어와는 달리 변수에 이름을 붙이거나 선언할 필요 없이 마우스를 움직이거나 화살표 키를 누름으로써 수학적 관계를 스프레드시트 언어로 나타낼 수 있다. 따라서 학생들은 자신이 생각한 수학적 관계를 기호 언어의 복잡성에 얽매이지 않고 스프레드시트 상에 자유롭게 표현하고 테스트할 수 있다. 이런 점에서 스프레드시트는 전통적인 지필 환경에서는 불가능했던 즉, 산술로부터 일반화하고 학생들의 비형식적인 산술 전략을 확장하기 위한 맥락을 제공한다(Sutherland & Rojano, 1993).

엑셀이 대수 도입 시기에 있는 학생들에게 어떻게 작용하는지 알기 위한 연구들이 이루어지고 있다(Sutherland & Rojano, 1993; Dettori et al., 2001; Wilson et al., 2004). 이들 연구는 대수 학습 단계에 이르지 아니한 학생들을 대상으로 학생들이 엑셀을 이용하여 문제를 어떻게 해결하는지를 관찰하였다. 그러나 학생들이 엑셀을 이용하여 제시된 문제에 대한 수치적 답을 찾아내는 것으로 학생들의 활동을 종료하고 대수적 문자식에 대해서는 언급하지 않았다. 엑셀 조작에서는 문자식을 직접적으로 다루지 않기 때문에 학생들이 문자식에 대해 깨닫기 어렵다. 따라서 엑셀 조작으로 수치적 답을 찾

는 것에 그치는 것이 아니라 엑셀 조작으로부터 대수적 문자식까지 이끌어내는 시도가 요구된다. 우리나라에서는 엑셀의 그래픽 기능과 계산 기능을 주로 이용한 함수나 통계 지도에 대한 연구들(박동희, 2000; 김지곤, 2001; 최양섭, 2002; 강사경, 2003; 이경도, 2003)은 활발히 이루어지고 있으나 대수 초기 단계에서 엑셀을 활용한 연구는 거의 전무한 실정이다. 엑셀이 산술의 경험을 대수와 연결하는 경험을 제공함으로써 대수를 시작하는 학생들을 도울 수 있다는 많은 주장들이 제기되고 있는 시점에서 우리나라에서도 대수를 시작하는 학생들의 학습을 돕기 위한 시도의 일환으로 이러한 연구들이 이루어질 필요가 있다.

우리나라 교육과정에서 대수 학습은 7-가 ‘문자와 식’ 단원에서부터 이루어진다. ‘문자와 식’ 단원 이전에도 문자를 사용하기는 하나, ‘문자와 식’ 단원에 이르러서야 본격적으로 문자 사용에 대한 명확한 언급과 함께 문자들간의 연산을 통해 식을 계산하는 것을 시작한다. 7차 교육과정에서 ‘문자와 식’ 단원의 지도의의를 살펴보면 문자 사용의 중요성을 명시하고 문자식의 계산과 문장제 문제의 뜻에 맞는 문자식을 세우는 것을 강조하고 있다(교육부, 1999). 그러나 많은 학생들이 변수의 의미와 역할에 대해 알지 못한 채 계산 절차에 따라 기계적으로 문자식을 계산하고, 문장제 문제를 해결함에 있어 특히 대수식을 세우는데 많은 어려움을 느끼고 있다(송홍식, 1989; 신승용, 1996; 이정은, 1998; 김차숙, 2003; 이승자, 2004). 이에 본 연구는 엑셀 환경에서 대수 문장제 해결 경험을 통해서 학생들이 문자를 어떻게 인식하고, 어떤 요소가 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는지를 살펴봄으로써 중등과정에서 학생들이 문자를 사용하게 됨으로써 겪는 어려움을 해결하기 위한 방안을 찾는 데 그

목적이 있다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 엑셀 환경에서 대수 문장제 해결 경험을 통해서 학생들은 문자를 어떻게 인식하는가?
2. 엑셀 환경에서 대수 문장제를 해결하는 과정의 어떤 요소가 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는가?

II. 연구 방법

본 연구는 엑셀 환경에서 대수 문장제 해결 경험을 통해서 학생들이 문자를 어떻게 인식하고, 어떤 요소가 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는지를 분석하기 위해서 질적 사례연구 방법을 사용하였다. 사례연구는 상황, 과정, 사람, 연구의 초점에 따라 다양하게 적용될 수 있으며, 결과보다는 과정에, 특정 변수보다는 전체의 연관성에, 확증보다는 발견에 관심을 두고 있기 때문에 교육문제에 관련된 연구에 적합하다(Merriam, 1988; 허미화(역), 1994). 특히 소수의 연구대상을 선정하여 필요한 정보나 자료를 다양한 방법으로 조사, 수집하여 연구대상이 갖는 특성이나 문제점 등을 종합적으로 진단, 기술한다(김정환, 2003).

1. 실험 계획

가. 연구 상황

본 연구는 엑셀이라는 컴퓨터 환경에서 학생들이 어떻게 문자를 이해하고 문자식을 세우는지를 알아보기 위해서 대구에 위치한 G중학교 1학년 학생 4명을 대상으로 방과후에 교실에서 2주간에 걸쳐 6차시의 수업이 이루어졌고 본 연구자는 관찰자로서 수업에 참여하였다. 매 수업 전 교사는 수업에서 사용되는 엑셀의 기본 기능과 수업 진행 방향에 대해 본 연구자와

논의를 한 후에 수업을 진행하였다.

대구에 있는 K중학교 1학년 학생 4명을 대상으로 한 예비실험에서 2명에 1대의 컴퓨터를 사용한 결과 서로 의논해서 컴퓨터를 조작하기는 하나 한 학생이 주도적으로 컴퓨터를 사용하게 되고, 나머지 학생은 다른 학생에 비해 소극적이 되고 수업 진행에 집중을 하지 못하였다. 또한 본 연구는 엑셀 환경을 통한 학생들의 문자 사용의 변화에 초점을 두고 있으므로 서로 의논하여 일치된 식을 입력하기보다는 각 개인이 파악한 식을 직접 입력하고 결과를 확인하여 수정하는 것도 중요하므로 1명당 한대의 컴퓨터를 제공하였다. 방과후 특기적성 수업으로 인해 컴퓨터실 사용이 제한되어 교실에 있는 수업용 컴퓨터 1대외에 별도로 노트북 3대를 준비하였고, 각자의 결과를 비교하고 서로 도울 수 있도록 학생들의 책상은 1자로 배열하였다. 교사는 학생들 뒤에서 학생들의 활동을 보면서 수업을 진행하였고, 본 연구자는 비디오로 수업을 촬영하며 필드노트를 작성하였다. 본 연구에서 사용한 소프트웨어는 Microsoft Excel이다.

나. 실험수업의 설계

엑셀을 사용해보지 못한 학생도 있고, 사용했다하더라도 단순히 문서를 작성하거나 평균 구하는 함수를 이용해 본 경험뿐이어서 1차시 수업에서는 엑셀의 기본 기능을 익히고 엑셀을 이용하여 간단한 수학 문제를 풀어보도록 한 후, 2차시부터는 엑셀을 활용하여 각 차시당 2개의 학습지를 해결한다. 매 차시는 60분으로 학습지 1개당 30분의 시간이 할애된다. 본 수업에서 교사의 개입은 최소한으로 하여 학생들이 엑셀 조작 미숙이나 수학 지식 부족으로 인해 수업 진행이 막히거나 잘못된 결론에 도달할 때만 도움을 주는데 직접적인 도움보다는

학생들 스스로 알아갈 수 있도록 유도한다. 학생들이 자신의 아이디어를 엑셀 환경에서 직접 조작하고 해석하고 서로의 의견을 교환하는 등의 능동적인 탐구 활동을 할 수 있는 분위기를 조성한다.

차시별 수업 프로그램은 <표 II-1>과 같다.

2. 연구 절차

가. 학생 선발 테스트 문항 개발

본 연구는 대수를 처음 접한 중학교 1학년 학생들을 대상으로 1차 방정식 활용에 나오는 문장제를 엑셀 환경에서 해결하게 함으로써 어떻게 문자를 이해하고 어떤 요소가 문자식을 세우는데 도움을 주는지를 알아보고자 하는 연구이다. 연구 대상이 문자와 문자식 사용에 능숙하거나 수학 학습 능력이 낮은 경우 연구가 제대로 이루어지지 않을 수 있으므로 본 연

구에서 연구 대상의 선발이 중요하다. 따라서 본 연구자는 16종의 제7차 교육과정에 따른 수학 7-가 교과서의 '일차방정식의 활용'에 나오는 문장제를 소재별로 분류하여 기본되는 10개의 문항을 선별하여 학생 선발 테스트를 제작하였다.

나. 학습지 개발

학생 선발 테스트에 있는 10개의 문항을 엑셀에서 문제를 해결할 수 있도록 재조직하여 학습지를 제작하였다. K중학교 1학년 학생 4명을 대상으로 한 예비실험에서 몇 시간의 구조화된 수업 후 문제가 구조화되지 않더라도 학생 스스로 엑셀을 이용하여 문제를 해결할 수 있는 것이 확인되어 본 실험에서는 4차시까지의 구조화된 학습지를 제시하고 나머지는 학생 스스로 엑셀을 활용할 수 있도록 비구조화된 학습지를 제시하였다.

<표 II-1> 차시별 수업 프로그램

수업차시	과 제	학습지 유형	특 징
1	엑셀 기능 익히기 엑셀 이용하여 수학문제 풀어보기	구조화된 학습지	셀주소, 셀참조, 자동채우기 등 엑셀의 기본 기능을 익힌 후 엑셀을 이용하여 간단한 수학 문제 풀기
2	물건사기 저축액		구조화된 학습지를 따라서 엑셀을 조작하여 답을 구하고 셀주소로 표현된 식을 학습지에 기록
3	직사각형 둘레 나이		<2차시>와 달리 엑셀에 입력할 요소가 제시되지 않았기 때문에 학생들은 학습지에서 세분되어 제시된 문제를 통해 필요한 요소를 찾아야 함
4	극장 티켓 인터넷 요금	비구조화된 학습지	<2차시>와 <3차시>에서 했던 활동 경험을 토대로 학생들 스스로 토론을 통해 엑셀에 입력할 요소를 찾고 그들 사이에 있는 관계를 찾아야 함
5	동물 수 식탁 수		
6	이동한 물의 양 굴 분배		

다. 대상 선정

대구시 G중학교 1학년 1개반을 대상으로 한 학생 선발 테스트에서 문장제를 대수적 방법이 아닌 비형식적 방법으로 해결하고 반 정도의 정답률을 보이는 학생 4명을 연구 대상으로 선정하였다.

라. 자료 수집

1) 면담자료

면담자료는 크게 학생과의 면담 자료와 교사와의 면담 자료로 나누어진다. 면담에 대한 학생과 교사의 응답은 오디오 테이프에 녹음되었다.

가) 학생과의 면담

학생과의 면담은 크게 실험 전과 실험 후의 공식 면담, 실험 중의 비공식적 면담, 과제를 통한 비구조화된 면담으로 나누어진다.

- 실험 전 공식 면담 : 설문지를 이용하여 학생들의 수학 학습, 컴퓨터 사용에 관한 견해를 조사하기 위해 실험 전에 이루어졌다(수학에 대한 태도, 문자 사용에 대한 경험과 이해 정도, 수학학습에서 컴퓨터 사용 경험, 엑셀을 포함한 컴퓨터 사용 경험, 일차방정식 풀이 능력)
- 실험 후 공식 면담 : 실험이 끝난 후 전체 활동을 회고하면서 실시되었다. 질문 내용은 수업전반에 대한 견해와 수학 내용에 대한 견해(문자 사용과 관련)로 나누어졌다.
- 실험 중 비공식적 면담 : 연구자가 수업 관찰 시 학생들의 행동이나 발문에 의문이 있을 때 수업 후 비공식적 면담이 이루어졌다.
- 과제를 통한 비구조화된 면담 : 엑셀에서의 경험 결과 학생들이 문자를 어떻게 인식하고 문자식을 세우는지 알아보기 위해서 과제를 중심으로 비구조화된 면담을 실시하였다. 면담은 학생 A와 B, C와 D로 둘씩 짝을 지어 이루어졌으며, 문제만 제시하고 학생들이 스스로 문제를 해결하고 문자식을 세우

도록 하여, 학생들의 문자 이해 정도와 문자식 표현 능력을 알아보기 위한 것이었다.

나) 교사와의 면담

교사와의 면담은 크게 실험 전과 실험 후의 공식 면담, 실험 중의 비공식적 면담으로 나누어진다.

- 실험 전 공식 면담 : 설문지를 이용하여 교사의 수학 학습, 컴퓨터 사용에 관한 견해(문자 사용에 대한 견해, 수학학습에서 컴퓨터 사용 경험, 엑셀을 포함한 컴퓨터 사용 경험)와 학생들에 대한 정보(연구대상인 학생에 대한 일반적인 견해, 연구대상인 학생의 수학 적성에 대한 견해)를 알아보기 위해서 실시하였다.
- 실험 후 공식 면담 : 실험이 끝난 후 전체 활동을 회고하면서 실시되었다. 질문 내용은 수업전반에 대한 견해와 수학 수업에서 엑셀 사용에 대한 견해로 나누어졌다.
- 실험 중 비공식적 면담 : 매 수업 전 수업 진행에 대해서 교사와 비공식적인 면담이 이루어졌다.

2) 관찰자료

관찰자료는 실험 중 연구자가 학생들을 직접 관찰한 것과 학생들의 활동을 촬영한 비디오 테이프와 컴퓨터 화면을 녹화한 파일을 전사한 것이다. 비디오 테이프와 컴퓨터 화면 녹화 파일 전사는 연구자가 실험 중에 미처보지 못했던 학생들의 활동 내용을 자세히 기록하고 있다.

3) 문서자료

문서자료는 연구자의 필드노트, 학습지, 디스켓, 설문지로 구성된다.

마. 자료 분석

엑셀 환경에서의 수업과 반구조화된 면담으로부터 얻은 자료를 문헌 검토를 토대로 하여 분석하였다. 먼저 학생 선발 테스트와 사전 면

답을 통한 학생들의 문자와 문자식에 대한 이해 정도를 파악하였다. 엑셀 환경에서의 수업은 <표 II-2>에서 제시하고 있는 항목들을 초점으로 엑셀 환경에서 학생들의 문자 인식 정도를 관찰하고, <표 II-3>에서 제시하고 있는 과정에 따라서 어떤 요소가 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는지 관찰하였다.

III. 결과 분석

엑셀 환경에서 대수 문장제를 해결하는 경험을 통해서 학생들의 문자 인식은 어떠하고, 문제 해결 과정에서 어떠한 요소들이 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는지를 각 절에서 살펴보고자 한다.

1. 엑셀 환경에서 문자 인식

실험 전 학생들과의 면담을 통해서 학생들이 문자 사용에 대해 어떻게 인식하고 있는지 조사하였다. 학생들의 문자 사용은 x , y , a 와 같은 특수한 문자로 한정되어 있었고, 문자를 어떤 대상을 대표하는 것으로 사용한다고 생각하

기보다는 단순히 식을 간단히 하거나 계산을 편하게 하기 위해 사용한다고 생각하였다. 또한 $2n$ 과 $n+2$ 의 크기 비교에서 학생들은 n 의 값이 특정한 하나의 값일 때 $2n$ 과 $n+2$ 을 비교하거나 2를 곱한 것이 2를 더한 것 보다 클 것이라고 생각할 뿐, n 의 값이 변함에 따라 $2n$ 와 $n+2$ 의 값 또한 변한다는 사실을 알지 못하고 n 의 값을 특수한 하나의 값으로 보고자 하였다.

이 절에서는 이와 같은 학생들의 문자에 대한 인식이 엑셀 환경에서 문제를 해결하면서 어떻게 변하여 가는지 살펴보고자 한다.

가. 다양한 문자 사용

엑셀을 이용하여 문제를 해결한 후 답에 들어있는 엑셀 수식을 활동지에 적게 한 후 셀주소를 대신하여 문자를 쓰도록 하였다. 처음에 학생들에게 셀주소 대신에 문자를 써보라고 했을 때 4명의 학생 모두 셀주소 대신 x 나 y 를 사용하여 식을 적었다. 그러나 수업이 진행됨에 따라 학생들은 사용하는 셀들을 하나의 대상으로 인식하였고, 활동지에 있는 문제를 해결하기 위해서 A열부터 시작하여 상황에 따라서는 J열까지 사용하면서 학생들이 접하는 셀주소의 문자들이 다양하게 되었다. 엑셀에 나

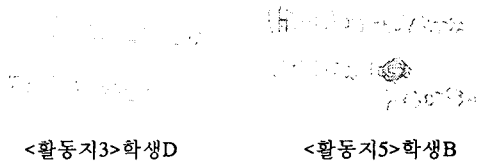
<표 II-2> 문자 인식에 대한 항목

1	다양한 문자 사용
2	어떤 대상을 대신하는 것으로 문자 인식
3	변하는 대상으로 문자 인식
4	같은 대상을 다른 문자로, 다른 대상을 같은 문자로 나타낼 수 있음을 인식

<표 II-3> 엑셀 환경에서 문제 해결 과정

1	열 제목 입력
2	열 제목 아래에 문제에서 주어진 정보 입력
3	엑셀로 답 찾기
4	문자식 표현

타난 식에 포함된 셀주소의 문자가 문제에 따라서 다양하게 변함에 따라 학생들이 문자식을 나타내기 위해 사용하는 문자 또한 다양해졌다. 특히, 학생들은 엑셀에서 사용된 셀주소를 이용하여 셀주소에 있는 문자로 식을 나타내었다([그림III-1]).



[그림III-1] 셀주소를 이용한 문자 사용

식을 나타내기 위해 x, y 만을 주로 사용했던 학생들은 수업이 진행됨에 따라 A, B, C, D, H, F, G, I, J, a, h 등의 다양한 문자를 사용하여 식을 표현하였다. 이는 엑셀에서 A열부터 J열까지 자유롭게 이용하여 문제를 해결하고 대문자로 표현된 셀주소의 사용이 학생들이 교과서에서는 다루지 않는 다양한 문자와 대문자를 사용하는데 영향을 준 것 같다.

사전 면담에서 'x, y, a 이외의 문자를 사용하는 것은 어려울 것 같다'라고 응답한 학생들이 수업 후 면담에서는 '어떤 문자를 사용해도 상관없다'라고 대답하였다. 다음은 학생 D와의 사후 면담 내용이다.

<사후 면담>

연구자 : 수업을 시작하기 전에 수학에서 사용한 문자는 a, x, y라고 했잖아. 수업을 하고 난 지금은 어떻게 생각하니?

학생 D : 수업에 참석하기 전에는 a, x, y 이외의 문자는 사용하면 안 되는 줄 알았어요. 교과서에 나온 문자들도 그런 것 뿐이었어요. 근데 엑셀을 사용해보기란 어떤 문자를 사용해도 상관없는

거 같아요.

연구자 : 어떤 점에서 상관이 없다는 거니?

학생 D : 음... 있잖아요. 연필수 구하는 거 할 때요. 연필수를 x로 하든지 다른 거로 하든지 식은 똑같잖아요. 식에 있는 문자만 다르고... 그러니까 어떤 걸 쓰든지 상관없다는 거예요.

이는 변수가 특정한 문자에 고정되어 나타나는 것이 아니라 학생들의 임의대로 문자를 선택해서 변수를 나타낼 수 있음을 학생들이 인식했다는 것을 보여준다.

나. 어떤 대상을 대신하는 것으로 문자 인식

엑셀 환경에서 문제를 풀면서 학생들은 [그림III-2]처럼 각각의 셀에 자신이 표현하고자 하는 대상의 이름을 부여하였다. 실제로 학생들은 문제를 읽고 A1, B1, C1에 연필수, 볼펜수, 지불한 금액을 입력한 후 각각의 이름 아래에 필요한 수와 식을 입력하였다. 학생들은 A열과 B열이 연필수와 볼펜수를 나타내고, 엑셀 수식에 있는 셀주소 A14와 B14가 연필수와 볼펜수를 대신한다는 것을 인식하였다.

C14		=200*A14+300*B14	
	A	B	C
1	연필수	볼펜수	지불한 금액
2	0	15	4500
3	1	14	4400
4	2	13	4300
5	3	12	4200
6	4	11	4100
7	5	10	4000
8	6	9	3900
9	7	8	3800
10	8	7	3700
11	9	6	3600
12	10	5	3500
13	11	4	3400
14	12	3	3300
15	13	2	3200

[그림III-2] <활동지 1> 셀에 대상의 이름 부여

<활동지 1>

교 사 : 여기서 A14가 나타내는 건 뭐야?
 학생 D : 연필 수
 학생 A : 연필 수 12개
 교 사 : 그럼 B14는?
 학생 C, D : 볼펜 수 3개

학생들은 엑셀 수식에 있는 셀주소가 표현하고자 하는 대상임을 인식하고 그 대상을 문자를 사용하여 문자식으로 표현하였다. 학생 D의 경우 문자식을 표현하여 해를 구한 후 자발적으로 그 문자가 나타내는 대상을 명시하였다.

Handwritten notes:
 $100 - 76 = 20 + A$
 $100 - E = (200 + E) \times 4$
 $A = 20$
 $E = \text{볼펜 수}$

<활동지6>

<활동지9>

[그림Ⅲ-3] 문자가 나타내는 대상 명시 (학생 D)

다. 변하는 대상으로 문자 인식

엑셀 기능 중 셀참조 기능을 소개하면서 [그림Ⅲ-4]에서처럼 C열에는 8+3을 계산한 결과를 입력하고 E열에는 8이 입력된 셀 A1을 참조하여 입력하였다. 학생들은 A1에 입력한 8을 5로 바꾸면 C1에는 변화가 없지만 E1에 나타나는 수는 11에서 8로 바뀐을 확인하였다. 이는 C1에는 수가 입력되었고 E1에는 A1을 포함한 식이 입력되었기 때문임을 인식하면서 학생들은 수는 고정되지만 문자는 변한다는 것을 이해할 수 있었다.

E1		=A1+3				
	A	B	C	D	E	
1	8		11		11	
2			6		6	
3			40		40	
4			2		2	

E1		=A1+3				
	A	B	C	D	E	
1	5		11		8	
2			6		3	
3			40		25	
4			2		1.25	

[그림Ⅲ-4] 셀참조 기능

또한 엑셀을 통한 $2n$ 과 $n+2$ 과의 크기 비교에서도 학생들은 우선 n 의 값을 1부터 10까지 입력한 후 각 n 의 값에 대한 $2n$ 과 $n+2$ 의 값을 구하여 $2n$ 과 $n+2$ 의 크기를 비교하였다.

$2n$ 의 값은 n 의 값에 따라 변하기 때문에 셀 B2에 입력하는 것은 n 의 값이 들어있는 A열을 참조하여 '=A2*2'를 입력하였다.

이는 학생들이 문자를 변하는 대상으로 인식하고 있음을 나타낸다.

B2		=A2*2	
	A	B	C
1	n	2n	n+2
2		2	3
3		4	4
4		6	5
5		8	6
6		10	7
7		12	8
8		14	9
9		16	10
10		18	11
11		20	12

[그림Ⅲ-5] 엑셀 환경에서 $2n$ 과 $n+2$ 의 크기 비교

라. 같은 대상을 다른 문자로, 다른 대상을 같은 문자로 나타낼 수 있음을 인식 <활동지 2>에서 학생 B는 다른 학생들과 달리 C열부터 시작하여 문제를 풀었다.

이로인해 학생들의 답은 같으나 식에 나타난 셀주소는 달랐다. 답과 엑셀식을 확인하는 과정에서 학생들은 처음에 엑셀식에 있는 셀주소가 다름에 당황하였으나 서로의 엑셀 화면을 확인하면서 각 식에 나타난 셀주소는 다르지만 그것이 똑같이 '달'을 의미함을 이해하였다. 엑셀 환경에서 어느 열을 시작열로 하느냐에 따라서 같은 대상이 다른 셀주소로 나타남을 통해서 학생들은 같은 대상이라 할지라도 다른 문자로 나타낼 수 있음을 인식하였다.

C9		=30000+A9*7000		
A	B	C	D	
1	시간(달)	월	저축액	동생 저축액
2	1	72000	37000	
3	2	74000	44000	
4	3	76000	51000	
5	4	78000	58000	
6	5	80000	65000	
7	6	82000	72000	
8	7	84000	79000	
9	8	86000	86000	
10	9	88000	93000	
11	10	90000	100000	

<활동지2> 학생 A, C, D

E9		=30000+7000*C9			
A	B	C	D	E	
1		시간(달)	월	저축액	동생 저축액
2		1	72000	37000	
3		2	74000	44000	
4		3	76000	51000	
5		4	78000	58000	
6		5	80000	65000	
7		6	82000	72000	
8		7	84000	79000	
9		8	86000	86000	
10		9	88000	93000	
11		10	90000	100000	

학생 B

[그림III-6] 같은 대상을 다른 문자로 표현

<활동지 3>에서는 학생들이 가로와 세로를 입력하는 순서가 달랐다. 이로 인해 같은 A열이지만 학생 A와 C에게는 가로, 학생 B와 D에게는 세로가 되고 같은 B열이지만 학생 A와 C에게는 세로, 학생 B와 D에게는 가로가 되었다. 답과 엑셀식을 확인하는 과정에서 학생들은 같은 셀주소 A8이 상황에 따라 가로/세로, 셀주소 B8이 세로/가로를 나타낼 수 있음을 이해하고, 같은 문자가 다른 대상을 나타낼 수 있음을 인식하였다.

	A	B	C
1	가로	세로	둘레
2		2	1
3		4	2
4		6	3
5		8	4
6		10	5

<활동지 3> 학생 A, C

	A	B	C
1	세로	가로	둘레
2		1	2
3		2	4
4		3	6
5		4	8

학생 B, D

[그림III-7] 다른 대상을 같은 문자로 표현

2. 엑셀 환경에서 문제 해결 과정

학생 선발 테스트 결과 38명의 학생 중 7명의 학생들이 대수적인 방법으로 문자식을 세워 문제를 해결하고자 하였고, 나머지 31명의 학생들은 비형식적인 방법으로 문제에 있는 수들을 하나씩 대입하거나 임의로 연산하여 원하는 답을 찾코자 하였다.

학생들의 비형식적인 풀이 방법은 초등학교 때 배운 산술적인 방법을 이용한 것으로 이들은 미지수를 정하여 식을 세우는 것에 큰 어려움을 느꼈다.

연구 대상인 4명의 학생들과의 사전 면담에서도 학생들이 대수적인 접근보다는 비형식적인 접근에 익숙하며 문자를 사용하여 식을 나타내는 것에 거부감을 느끼며 어려움이 잘 나타난다.

<사전 면담>

연구자 : 10개의 활용문제를 식을 세워서 풀지 않고 수를 계산해서 풀었는데, 이런 활용문제를 식을 세워 푸는 것에 대해 어떻게 생각하니?

학생 A : 식 세우는 거 어려워요. 어떻게 해야 할지 잘 모르겠고요. 웬지 거리감이 들어요.

학생 B : 문자식 쓰는 건 너무 복잡해요. 학원에서 선생님이 공식 말해주면 이게 공식이구나하고 외워요. 근데 시간이 지나면 잊어버려요.

학생 C : 이해가 안 되요. 그래서 그런 문제는 표를 그려서 하거나 아무거나 계산해서 해요.

학생 D : 문자를 사용해서 식을 세우는 건 어려워요. 그리고 어떻게 해야할지 형식도 모르구요. 그래서 짜 맞춰서 푸는데, 답을 찾는데 시간이 많이 걸리고 실수를 많이 하게 되요. 하다보면 뭘 구해야할지 요점도 흐려지고요.

이 절에서는 엑셀 환경에서 대수 문장제를 해결하는 과정을 통해 엑셀 환경의 어떤 요소가 학생들의 문자식 표현에 도움을 주는 살펴보고자 한다.

가. 열 제목 입력

엑셀 환경에서 문제를 해결하기 위해서는 우선 문제를 읽고 각 열에 무엇을 입력할지 결정부터 해야한다. 각 열에 입력될 열 제목을 찾는 것은 지필 환경에서 미지수를 결정하여 그들 사이의 관계를 찾는 것에 해당된다.

지필 환경에서는 미지수를 문자로 놓고 문자에 대한 연산이 이루어지는데 비해 엑셀 환경에서는 미지수가 셀로 표현되고 셀을 참조한식을 이용하여 문자가 아닌 수가 나타난다. 열에 제목을 입력하는 것은 문제 내에 있는 변수와 불변량을 확인하고 문제를 해결하는 실마리를 찾는 데 중요한 역할을 한다.

엑셀 환경에서 문제를 푸는 것이 생소한 학생들이 처음부터 열 제목을 입력하는 것은 아니었다. 활동지 1과 2에서는 주어진 열 제목을 가지고 문제를 풀었지만 활동지 3에서부터는 엑셀을 이용하는 방법을 학생들에게 자발적으로 맡겼다. 일부 학생들은 열 제목부터 입력하고 문제를 해결하였지만 일부 학생들은 엑셀에 바로 문제를 해결하였다.

그러나 열 제목을 입력하지 않고 문제를 해결하였을 때 학생들은 엑셀 화면에 있는 수들만을 보고는 자신이 무엇을 했는지 알지 못하고 답을 찾는데 어려움을 겪었다. 이런 학생들에게 교사는 열 제목을 입력하도록 격려하였고, 그 후로 학생들은 열 제목을 먼저 입력하고 문제를 풀기 시작했다.

학생들에게 문제를 제시했을 때 열 제목에 입력할 요소를 찾는 것을 어려워했다. 처음에 그들은 문제에서 제시된 요소들을 제대로 파악

	A	B	C	D
1	1	55	15	45
2	2	56	16	48
3	3	57	17	51
4	4	58	18	54
5	5	59	19	57
6	6	60	20	60
7	7	61	21	63
8	8	62	22	66
9	9	63	23	69
10	10	64	24	72



	A	B	C	D
1	년	아버지 나이	아들 나이	아들나이3배
2	1	55	15	45
3	2	56	16	48
4	3	57	17	51
5	4	58	18	54
6	5	59	19	57
7	6	60	20	60
8	7	61	21	63
9	8	62	22	66
10	9	63	23	69
11	10	64	24	72

<활동지 4>

[그림III-8] 열 제목 입력 (학생 B)

하지 못하고 문제에서 수로 언급된 모든 것을 요소로 두고자 하였다. 다음은 <활동지 5>에서 열 제목을 정하기 위한 학생들의 대화이다.

<활동지 5>

- 학생 A : 어린이부터 적어야 돼?
- 학생 C : 학생 명부터 적는 거 아니야? 그게 더 편하다 아니야?
- 학생 A : 학생 명이 뭐라고 적지?
- 학생 B : 총 수입액부터 적어야지
- 학생 C : 왜?
- 학생 A : 총 수입액 안 나온다 아니까?
- 학생 D : 5개 해야 돼? (열 제목의 개수를 의미함)
- 학생 B : 금액도 해야 되잖아
- 학생 C : 명수, 명... 2명해야 되네?
- 학생 B : 근데 명, 몇 명인지 모르잖아
- 학생 C : 70명이잖아

학생 A : 70명까지 해야 돼, 그럼? 아니야. 70
 명보다 많다고 했어
 학생 C : 아~~~ 많다고 했나?

열 제목을 잘못 두고 시작했다하더라도 학생
 들은 문제를 해결하는 과정에서 불필요한 요소
 를 없애거나 필요한 요소를 삽입하고 수정하면
 서 열 제목에 들어가야 할 요소들의 특징을 조
 금씩 인지해갔다. 즉, 시간이 지남에 따라 엑셀
 환경에서 문제를 푸는 경험을 통해 학생들은
 열 제목에 우선 변수가 들어가고 그 다음에 변
 수와 관련된 요소들이 들어가야 됨을 인지하면
 서 점차 열 제목을 찾는데 유능해졌다. 엑셀
 환경에서 열 제목에 입력할 요소를 찾으면서
 학생들은 자연스럽게 문제에 포함된 미지수를
 셀로 나타내고 미지수와와의 관계를 나타내는 요
 소들을 찾게 되었다.

나. 열 제목 아래에 문제에서 주어진 정
 보 입력

열 제목을 입력한 후에 학생들은 각 열 아래
 에 문제에서 주어진 정보를 입력한다. 제일 먼
 저 변하는 요소, 즉 변수의 변역을 입력한 후
 이 셀을 참조하여 나머지 열을 채운다. 변수의
 변역을 입력하고 난 후에는 이 변수에 대하여
 문제 내에 있는 관계를 표시한다. 지필 환경에
 서는 미지수를 결정하고 문제 내에 있는 관계
 를 문자를 사용하여 표시하는 반면에 엑셀 환
 경에서는 문자를 직접적으로 사용하는 것이 아
 니라 마우스나 화살표키를 사용하여 변수를 포
 함하는 셀을 참조함으로써 엑셀에 규칙을 입력
 한다. 추상적인 대상인 문자를 바로 사용하여
 나타내기는 것보다는 수로 표시된 셀을 클릭함
 으로써 규칙을 입력하는 것은 학생들의 비형식
 적인 접근 방법인 산술 계산과 유사하다.

수업 초기에 학생들은 문제 상황을 읽고 엑

셀에 의해 제공되는 수치적 환경에서 작업하는
 경향이 있었다. 즉, 엑셀 환경에서 수학 문제를
 푸는 것에 생소한 학생들은 셀 참조를 이용한
 관계로 나타내기보다는 여전히 문제에 제시된
 값에 초점을 두어 산술 결과를 입력하고자 하
 였다. 학생들이 자발적으로 셀 참조를 통해 관
 계를 나타내지 못하기 때문에 교사의 개입은
 필수적이다. 교사는 학생들이 요소 내의 관계
 가 아닌 요소간의 관계에 대해 생각하도록 지
 원해야 했다. 다음은 <활동지 2>에서 학생들이
 형 저축액을 달과의 관계로 나타내지 못했을
 때의 교사와 학생간의 대화이다.

B3		=B2+2000	
	A	B	C
1	시간(달)	형 저축액	동생 저축액
2		1	72000
3		2	74000
4		3	76000
5		4	78000
6		5	80000
7		6	82000
8		7	84000
9		8	86000
10		9	88000
11		10	90000



B2		=70000+A2-2000	
	A	B	C
1	시간(달)	형 저축액	동생 저축액
2		1	72000
3		2	74000
4		3	76000
5		4	78000
6		5	80000
7		6	82000
8		7	84000
9		8	86000
10		9	88000
11		10	90000

<활동지 2>

[그림III-9] 요소 간 관계로 표현

<활동지 2>

(일부 학생들이 시간(달)을 나타내는 앞의 셀이
 아닌 위의 셀을 참조함)

교 사 : 애들이 잠깐만. 형 저축액 할 때 어
 떻게 했어?

학생 D : 제일 처음에는 70000원 더하기 2000

원 하고 그 다음에는..

학생 C : 그 다음에는 셀 참조해서요
 학생 D : 셀 참조해서 아래로 내렸어요
 교 사 : 아래로 복사했어?
 학생 C : 네
 교 사 : 그렇게 하지말고. 달하고 형 저축액
 하고의 관계를 한번 알아보자. 알겠
 어? 다시 한번 적어보자
 학생 A : 음~~~
 교 사 : 첫 번째 달에는, 1달 후에는?
 학생 C : 72000원
 교 사 : 어떻게 구한 거야?
 학생 C : 70000 더하기 2000요
 교 사 : 2달 후에는 어떻게 구해?
 학생 B : 70000 더하기 4000
 교 사 : 그럼. 달 수와 형 저축액과의 관계가
 어떤지 알 수 있겠어?
 학생 C : 2000원 곱하기 1한단 말이가?
 학생 D : 아니. 곱하기 A2

수업이 진행됨에 따라 학생들은 요소간의 관
 계를 생각하게 되었고 <활동지 6>부터는 모든
 학생들이 교사의 지도없이 스스로 요소간의 셀
 참조를 이용하였다. 즉 학생들은 산술적인 결
 과보다는 요소 사이의 관계에 점차 관심을 갖
 게 되었고 문제 내에 표현된 관계를 셀 참조로
 나타내는 학생들의 능력이 향상되었다. 이는
 엑셀의 기호적 특성에 의해 발생된 이동으로
 학생들이 좀 더 대수적 방법에서 산술 절차를
 기호적으로 묘사하는 엑셀 환경에 노출된 결과
 로 볼 수 있다.

<활동지 4>

(학생 A와 C가 아버지의 나이를 변수 ‘년’과의
 관계가 아니라 수치적인 값 55, 56, ... 으로 나
 타냄)

학생 B : (A에게) 그렇게 하지 말지. 셀 참조해
 야 돼
 학생 C : 어? 진짜? 나도 셀참조 안했는데
 학생 D : 셀 참조해라..
 학생 C : 다시 해야겠다.

엑셀 환경에서는 지필 환경에서 보다 학생들
 이 자신의 비형식적인 아이디어를 좀 더 형식
 적인 방법으로 표현하는 것을 허락하였다. 학
 생들은 문제를 전체적으로 보기보다는 부분적
 으로 보는 경향이 있었다. 즉, 학생들은 문제와
 관련된 요소를 분류하여 그들 사이의 관계를
 부분적으로 표현하고자 하였다. <활동지 5>에
 서 4명의 학생 모두 총 수입액을 생각하기보다
 는 먼저 어린이와 어른의 수입액을 따로 생각
 한 후에 그 들의 합을 생각하였다. 즉, 학생들
 은 지필 환경에서 전체적인 관점으로 $1200x +$
 $800 \times (x + 70) = 110000$ 라는 문자식을 세우는데
 어려움을 느끼며 이 문제를 산술적으로 먼저
 어른 수와 어린이 수 사이의 관계를 이용해서
 각각의 인원 수를 구하고 $1200 \times (\text{어른 수})$ 를 계
 산한 후 $800 \times (\text{어린이 수})$ 를 계산하여 두 개의
 결과를 더해서 110000을 찾는 방법을 선호하였
 다. 이때 엑셀 환경은 이러한 학생들의 비형식
 적인 아이디어를 그들의 연산 순서대로 셀참조
 를 통해서 형식적으로 표현하도록 지원하였다.

E2		=C2+D2			
1	A	B	C	D	E
1	어린이명	어른명	어린이금액	어른금액	총액
2	71	1	58800	1200	58000
3	72	2	57600	2400	60000
4	73	3	58400	3600	62000
5	74	4	59200	4800	64000
6	75	5	60000	6000	66000
7	76	6	60800	7200	68000
8	77	7	61600	8400	70000
9	78	8	62400	9600	72000
10	79	9	63200	10800	74000

<활동지 5>

[그림III-10] 부분적인 관계 표현

엑셀 환경에서의 빠르고 정확한 계산은 학생
 들이 자신이 세운 수식을 체크할 수 있도록 즉
 각적인 산술적 피드백을 제공하였다. <활동지
 4>에서 학생 B는 ‘아들나이 3배’를 나타내는
 셀 D2에 입력될 산술 연산 15×3 을 셀참조로
 나타낸다는 것이 혼돈하여 잘못된 수식을 입력

하였다. 그러나 수식을 입력한 후 D2에 나와야 할 산술 결과가 너무 크자 그는 자신의 식을 다시 점검하여 수식을 수정하였다. <활동지 6>에서도 셀 F2에 없어야 할 괄호를 하여 수식을 입력한 결과 산술 결과가 터무니 없이 크게 나오자 학생 B는 자신의 결과를 의심하였다. 그는 교사와의 대화를 통해 자신이 수식에 불필요한 괄호를 한 것을 발견하고 수식을 수정하였다. 이처럼 엑셀 환경에서는 입력한 수식에 대한 산술 결과를 즉각적으로 보여주어 학생들이 수식에 대한 자신의 아이디어가 옳은지 그른지에 대해 확신할 수 있었고, 잘못된 경우에도 엑셀을 이용하여 올바르게 수정할 수 있었다.

D2		=15*C2		
1	A	B	C	D
2	1	아버지 나이	15	아들나이의3배
3	2	55	16	240
4	3	56	17	255
5	4	57	18	270
6	5	58	19	285
7	6	59	20	300
8	7	60	21	315
9	8	61	22	330
10	9	62	23	345
11	10	63	24	360

<활동지 4>

F2		=(7000+200)*E2		
1	E	F	G	H
2	1	요금액		
3	2	7200		
4	3	14400		
5	4	21600		
6	5	28800		
7	6	36000		
8	7	43200		
9	8	50400		
10	9	57600		
11	10	64800		

<활동지 6>

[그림Ⅲ-11] 산술적 피드백 (학생 B)

엑셀 환경에서는 식을 아래로 복사하기 위해서 셀참조를 이용하여 문제를 해결한다. 이것이 지필 환경에서의 비형식적인 방법과 다른 점이라 할 수 있다. 지필 환경에서 학생들은 주어진 요소들의 관계를 생각하지 않고 단지

수치적인 계산 결과에 초점을 두어 문제에 접근하는 반면에 엑셀 환경에서는 요소 사이의 관계에 초점을 두어 셀참조를 이용한 수식을 입력하여야 한다. 즉, 엑셀 환경에서는 지필 환경보다는 좀 더 형식화된 방법으로 계산을 표현하는 것이 필요하다. 이것은 사후 면담에서의 학생들의 반응과 일치한다. 이러한 활동은 학생들에 의해 자발적으로 이루어지지 않으며 교사의 개입이 필요하다. 그러나 수업이 진행됨에 따라 학생들의 초점은 점차 수치적인 계산 결과에서 요소들 사이의 관계로 옮겨졌다. 즉, 엑셀 환경에서 문제 해결을 위한 셀 참조는 학생들이 문제에서 제시된 수가 아니라 요소들 사이의 관계에 집중하게 해주어서 문제의 의미에 맞게 문자식을 세우는데 도움을 주었다. 이를 통해 사후에 학생들에게 엑셀 없이 비형식적인 접근이 아닌 문자식 표현을 요구했을 때 학생들은 수업 전보다 문제에 있는 요소들 사이의 관계에 집중했고 전보다 문자식 표현 능력이 향상되었다.

<사후 면담>

연구자 : 너희가 수업 전에 문제를 풀었을 때와 비교해서 엑셀에서 문제를 풀었을 때 어떤 점이 어려웠니?

학생 C : 수업 전에는 문제가 이해가 안되서 표 그려서 아무대로 했어요. 셀참조 하는 거요. 그러니깐 관계를 찾아야 되는데 그게 힘들었어요.

학생 D : 문제지에서 풀 때는 그냥 짜 맞추면 되는데 엑셀에서는 정확한 식을 넣어야 되니깐 그게 좀 어려웠어요

연구자 : 엑셀을 이용한 수업을 한 후에 엑셀 없이 문제를 풀어봤잖아. 수업전과 비교해서 문자식을 세우는게 어땠니?

학생 A : 수업 전보다 나아진 것 같아요. 엑셀로 하면서 셀참조 했을 때의 식을 생각하면서 푸니깐 수업전 보다 많이 나아요.

학생 B : 엑셀을 사용하기 전보다 문자식을 세우는 게 조금은 쉬워진 거 같아요. 몇 개 못 풀었지만 푼 건 엑셀로 수업한 것을 이용해서 했어요. 근데 수업 후에 시험지를 건어가서 집에서 혼자서 못해봐서 엑셀 없이 식을 세우는 건 어려웠어요

학생 C : 수업 전 보다는 식 세워서 푸는 게 쉬워졌어요. 문제에 있는 관계를 이해하는 것도 가능해졌구요

학생 D : 나아진 거 같아요. 문제를 정리해서 할 수 있고 뭘 요구하는지도 알 수 있었어요.

부분적 관계를 나타내는 하나 또는 여러 개의 식을 종합하는 것을 의미한다. 학생들이 이런 활동을 할 수 있게 하기 위해서는 교사의 개입이 필수적이다. 본 실험에서 학생들이 엑셀에서의 수식을 문자식으로 나타내도록 하기 위해서 다음과 같은 활동이 이루어졌다.

A = 200×A14+300×B14				B14 = 15-A14			
연필수	홍필수	지불한 금액		연필수	홍필수	지불한 금액	
1	0	15	4500	2	0	15	4500
2	1	14	4400	3	1	14	4400
3	1	14	4400	4	2	13	4300
4	2	13	4300	5	3	12	4200
5	3	12	4200	6	4	11	4100
6	4	11	4100	7	5	10	4000
7	5	10	4000	8	6	9	3900
8	6	9	3900	9	7	8	3800
9	7	8	3800	10	8	7	3700
10	8	7	3700	11	9	6	3600
11	9	6	3600	12	10	5	3500
12	10	5	3500	13	11	4	3400
13	11	4	3400	14	12	3	3300
14	12	3	3300	15	13	2	3200
15	13	2	3200				

다. 엑셀로 답 찾기

엑셀 환경에서는 문제에서 모르는 것을 셀로 표현하고 문제에 있는 수학적 관계를 셀참조를 이용해서 나타낸다. 식을 셀에 입력하면 수는 자동 계산되고 계산된 값들의 표가 생성된다. 이러한 과정은 대수적 접근과 비슷하지만 해를 구할 때 지필에서는 방정식을 풀어서 해를 구하지만 엑셀에서는 수를 변화시켜 해를 찾는다는 점에서 다르다. 즉, 엑셀 환경에서는 수식을 입력하면 규칙을 아래로 복사하여 모르는 것을 다양하게 하여 답을 찾으면 되기 때문에, 학생들은 필요한 일반적인 수학 관계를 엑셀의 수식으로 표현하기만 하면 문제의 해를 아주 쉽게 발견한다.

라. 문자식 표현

본 실험에서는 엑셀을 이용해서 해를 구하는데 그치지 않고 셀참조를 이용한 수식을 대수 표기로 대체하도록 하여 문자식 표현과 연결시키고자 시도하였다. 엑셀은 방정식과 같은 문자식을 취급하지 않기 때문에 엑셀 조작만으로 학생들이 문자식에 대해 깨닫기는 어렵다. 주어진 문제를 기술하기 위한 문자식을 세운다는 것은 엑셀에서 주어진 계산된 값들의 표에서

지불한 금액 > 3300
 지불한 금액 < 3300
 지불한 금액 = 3300

<활동지 1>

[그림Ⅲ-12] 문자식 표현

<활동지 1>

교 사 : 활동지 6번이다. 지불한 금액 셀이 3300일 때 셀에 입력된 수식을 써 보라 했는데 셀에 뭐가 입력되어 있는데? 지불한 금액이 3300인 셀에다가 뭐가 적혀있는데?

학생 B : 200 곱하기 A2 더하기 300 곱하기 B14

교 사 : 적어봐. 3300이 그 수식이라는 얘기가 맞지? 그러면 등식을 하나 적을 수 있겠지.

학생들 : (활동지에 “200×A14+300×B14=3300”이라고 적는다)

교 사 : 등식에 어떤 셀참조가 있어?

학생 D : A14랑 B14

교 사 : 근데 방정식 배울 때 식에 문자 몇 개 들어갔어?

학생 D : 1개요

교 사 : 지금 쓴 식에는 셀 참조가 2개 들어갔지? 셀 참조가 하나만 있도록 할

수 없을까? 어떻게 해야 될까?

학생들 : (엑셀 표만 봄)

교 사 : 우선 A14와 B14가 의미하는게 뭔지 한 보자. A14가 나타내는 게 뭐야?

학생 C : 연필 수요

교 사 : B14는?

학생 D : 볼펜 수요

교 사 : A14에는 뭘 넣은거야?

학생 B : 12

교 사 : 12라는 숫자다 그지? 그럼 B14는?

학생 A : 15 빼기 A14

교 사 : B14가 뭐로 표시되는 거야? A14로 표시되지?

학생 A : 네

교 사 : 그럼 우리가 쓴 식에서 B14를 뭐로 바꿀 수 있겠어? B14에 뭐가 입력 되어 있어?

학생 A : 음... 15 빼기 A14

교 사 : 그럼 아까 쓴 식에서 B14 대신에 15 빼기 A14 쓰면 등식에 셀참조가 하나만 나타나겠지? 고쳐서 다시 등식을 적어보자

학생 C : A14 그대로 쓰고요?

교 사 : 응. A14는 그대로 쓰고

학생 D : 식으로요?

교 사 : 이걸 그대로 하고 B14 자리만. 다른 건 그대로 있고 뭐 만? B14 자리에 서만

학생 B : A하고 고쳐요?

교 사 : (엑셀 표에서 B14에 입력된 '=15-A14' 을 가리키며) B14만 이렇게 되는 거 다 맞지?

학생들 : 아~~~ (활동지에 " $200 \times A14 + 300 \times (15 - A14) = 3300$ " 이라고 적는다 - 학생 B 와 C는 괄호를 하지 않아서 교사가 따로 설명함)

교 사 : 그럼 등식에 있는 A14가 의미하는 게 뭐야?

학생 D : 연필 수

교 사 : A14가 연필 수를 의미한다고 했으니깐 A14 대신에 연필 수라고 집어넣자. 등식을 한번 바꿔봐

학생들 : (활동지에 " $200 \times \text{연필 수} + 300 \times (15 - \text{연필}$

수)=3300" 이라고 적는다)

교 사 : 어때 그래도 같은 의미 맞어?

학생들 : 네

교 사 : 같은 의미 맞다. 그런데 등식에 연필 수라는 글자가 있으니까 식이 어때? 너무 길지?

학생 C : 네

교 사 : 그럼 연필 수라는 우리말 대신에 문자를 사용해보자. 어떤 문자를 사용할까?

학생들 : x

교 사 : 그럼 문자를 써서 식을 다시 적어봐

학생들 : (활동지에 " $200 \times x + 300 \times (15 - x) = 3300$ " 이라고 적는다)

교 사 : 그럼 x는 얼마야?

학생 B, D : 12 (문자식의 계산 결과가 아니라 엑셀 활동에서 찾은 결과)

지필 환경에서는 미지수를 문자로 바로 두고 식을 세우기 때문에 학생들이 문자식 표현에 어려움을 겪는 반면, 엑셀 환경에서의 이러한 활동은 학생들이 문자 사용없이 단지 마우스나 키보드의 조작만으로 학생들에게 익숙한 비형식적인 접근으로 해를 구하고, 해가 표시된 셀에 입력된 수식의 셀주소를 바탕으로 자연스럽게 문자를 도입하여 문자식으로 나타낼 수 있도록 허락한다.

이상에서 살펴본 엑셀을 활용한 대수 문장제 해결 과정에서 학생들이 문자식을 표현하는데 도움을 주는 요소를 요약하면 다음과 같다. 먼저, 열 제목을 입력하는 과정을 통해 학생들은 문제에 포함된 변수와 불변량을 구분하고 변수와 관련된 수학적 요소를 찾는데 유능해졌다. 지필 환경과 달리 엑셀 환경에서는 문자 조작이 아닌 마우스나 화살표키의 조작만으로 관계를 표시할 수 있어서 학생들이 자신의 비형식적인 아이디어를 좀 더 형식적으로 표현할 수 있도록 지원하였다. 또한 엑셀 환경에서의 빠른 계산은 학생들에게 산술적 피드백을 제공하

였고, 셀참조를 통한 관계 표현은 학생들에게 지필 환경보다 좀 더 형식적인 방법으로 계산을 표현하는 것을 요구함으로써 학생들이 산술 값이 아니라 관계에 좀 더 초점을 둘 수 있도록 하였다. 마지막으로 엑셀 환경에서 셀에 입력된 수식의 셀 주소는 학생들이 자연스럽게 문자를 도입하고 문자식을 표현하도록 지원하였다.

IV. 결론 및 제언

본 연구의 목적은 대수 도입 시기에 있는 중학교 1학년 학생들이 문자 사용에서 겪는 어려움을 해결하기 위한 방안으로 엑셀 환경에서 대수 문장제 해결 경험이 문자 인식과 문자식 표현에 어떻게 기여하는지 살펴보는 데 있다. 이와 같은 연구 문제를 해결하기 위하여 탐색적이고 귀납적이며 결과보다는 과정을 강조하는 질적 사례연구를 선택하였다. 먼저 수학 7-가 교과서의 ‘일차방정식의 활용’에 나오는 문장제를 소재별로 분류하여 10개의 문항을 선정하여 학생 선발 테스트를 작성하고, 엑셀에서 문제를 해결할 수 있도록 재조직하여 활동지를 제작하였다. 대수 문장제를 비형식적인 방법으로 해결하는 4명의 학생을 대상으로 면담과 수업을 실시하여 얻은 자료를 분석하였다.

본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫째, 한정된 문자만을 사용하던 학생들이 수업이 진행됨에 따라 다양한 셀주소를 접하게 되어 이를 바탕으로 대문자와 소문자의 구별없이 다양한 문자를 사용하였다. 문자를 식을 간단히 하거나 계산을 편하게 하기 위해 사용하는 것이라는 학생들의 생각 또한 각각의 셀에 자신이 표현하고자 하는 대상의 이름을 부여하

는 경험을 통해서 어떤 대상을 대신하는 것으로 문자를 인식하게 되었고, 셀참조를 통해 변수를 변화시키면서 변하는 대상으로도 문자를 인식하게 되었다. 학생 개개인의 시작 열이나 요소의 순서가 달라짐에 따라 각자의 엑셀 활동을 비교하면서 학생들은 같은 대상을 다른 문자로 나타낼 수 있고 다른 대상을 같은 문자로 나타낼 수 있음을 인식할 수 있었다.

둘째, 엑셀 환경에서 문제를 해결하기 위해서 우선 열 제목을 입력해야 하는데 이 활동을 통해서 학생들은 문제 내에 있는 변수와 불변량을 확인하고 변수와 관련된 수학적 요소를 찾는데 유능해졌다. 엑셀에서는 문자 사용에 대한 부담없이 마우스나 화살표키를 통해서 수학적 관계를 표현할 수 있었고, 전체보다 부분으로 나누어 생각하는 학생들의 비형식적인 아이디어를 요소로 구분하여 그들간의 관계로 셀참조를 이용하여 좀 더 형식적으로 표현할 수 있었다. 또한 엑셀의 빠른 계산 기능은 학생들에게 산술적인 피드백을 제공하며, 엑셀 환경에서의 문제 해결은 수치적인 계산 결과가 아닌 셀참조를 입력하여 수식을 복사해야 되기 때문에 지필 환경보다 좀 더 형식적인 방법으로 계산을 표현하기를 요구하였다. 엑셀 활동을 통해 답을 찾은 후 해가 표시된 셀에 입력된 수식을 통해서 자연스럽게 문자와 문자식을 이끌어 낼 수 있었다.

본 연구로부터 얻은 연구 결과와 연구 과정에서 나타난 제한점을 보완하여 보다 좋은 후속 연구를 위하여 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 전대수 단계로서 엑셀 환경에서 대수 도입을 시도할 수 있다. 7-가 ‘문자의 식’ 단원을 재구성하여 문자 도입과 문자 연산, 문장제가 분리되어 학습되는 것이 아니라 엑셀 환경에서 문장제를 통해 자연스럽게 문자와 문자식

이 도입되고 맥락 속에서 문자 연산이 이루어지는 수업 방안이 모색되어야 한다.

둘째, 엑셀 환경에서 대수 기호와 연산이 이루어지지 않기 때문에 교사의 개입은 필수적이다. 따라서 엑셀을 활용한 수업에서 교사의 역할이 어떠해야 하는지에 대한 연구가 이루어질 필요가 있다.

셋째, 수학 교육에 엑셀이 도입되었을 때 수업에서 약화되어야 할 내용과 새로이 강조되어야 할 내용에는 어떤 것이 있으며, 학생 평가는 어떻게 이루어져야 하는지에 대한 구체적인 방안이 모색되어야 한다.

넷째, 연구 대상인 4명의 학생 중 학생 B와 C는 실험 전 엑셀을 사용한 경험이 없었다. 학생 C는 <1차시> 수업 후 능숙하게 엑셀을 조작한 것이 비해 학생 B는 실험 초반에 엑셀 조작 미숙으로 수업에 어려움을 겪었다. 이는 학생 C는 다른 컴퓨터 프로그램을 다루어본 경험이 있고 컴퓨터 조작에 능숙한 것에 비해 학생 B는 인터넷 이외의 컴퓨터 프로그램을 사용해 보지 않아 컴퓨터 조작 미숙에 의해 엑셀 조작 또한 미숙했던 것으로 보인다. 따라서 수학 교육에 엑셀을 도입하기 위해서 학생들에게 어느 정도까지 엑셀 기능을 가르쳐야 하며 이를 위해 몇 시간을 투자해야 하는지에 대한 논의가 필요하다.

참고문헌

강사경(2003). 10단계 수학에서 엑셀을 활용한 통계 학습지도에 관한 연구. 연세대학교 교육대학원 석사학위논문.
교육부(1999). 중학교 교육 과정 해설.
김남희(1997). 변수 개념의 교수학적 분석 및 학습-지도 방향 탐색. 서울대학교 대학원

박사학위논문.

김미정(2004). 산술적 지식과 대수적 지식 사이의 이행 과정에서 나타난 연결과 단절 현상에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위논문.
김정환(2003). 교육연구 및 통계방법(증보판). 서울: 원미사.
김지곤(2001). Excel과 Matheview를 활용한 고등학교 통계지도. 한국수학교육논문집 시리즈 E <수학교육 논문집> 제11집, 367-387.
김차숙(2003). 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구. 한국교원대학교 석사학위 논문.
박동희(2000). Excel(차트 및 VBA)을 활용한 함수(공통수학) 교수-학습 모델. 수학사랑 제2회 Math Festival, 567-578.
송홍식(1989). 방정식의 문장제 오류 유형 및 지도 방안. 영남대학교 석사학위논문.
신승용(1996). 초등학교 6학년 아동의 문장제 문제 해결력 수준과 사용전략의 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.
이경도(2003). 이차함수 성질에 관한 오류분석과 Excel을 사용한 교정에 관한 연구-중학교 3학년을 대상으로. 한국교원대학교 석사학위논문.
이승자(2004). 심화반·보충반 학생들의 문장제 해결 전략 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.
이정은(1998). 중학생들의 일차방정식에 관한 문장제 해결 전략 및 오류 분석. 한국교원대학교 석사학위논문.
최양섭(2002). 엑셀이 그래프를 그린다. 수학사랑 제4회 Math Festival, 134-145.
Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. Coxford & A.

- Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp.20-32). Reston, VA: NCTM.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solution: Through processes underlying a common misconception. *Journal of Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30.
- Davis, R. B. (1975). Cognitive processes involved in solving simple algebraic equations. *Journal of Children's Mathematical Behavior*, 2(1), 10-32.
- Dettori, G., Garuti, R., & Lemut, E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet. In R. Sutherland, et al. (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp. 191-207). Kluwer Academic Publishers.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59-78.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1999). Prealgebra: The transition from arithmetic to Algebra. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades K-12* (pp.59-70). Reston, VA: NCTM.
- Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors. In D. Sleeman & J. S. Brown (Eds.), *Intelligent tutoring systems* (pp. 25-50). Academic press.
- Merriam, S. B. (1994). *질적사례연구법*. (허미화, 역). 서울: 양서원. (영어 원작은 1988년 출판).
- Sutherland, R. (1989). Providing a computer-based framework for algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 20(3), 317-344.
- Sutherland, R., & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 12, 353-383.
- Tall, D. (1989). Different cognitive obstacles in a technological paradigm, In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Wilson, K., Ainley, J., & Bills, L. (2004). Spreadsheet generalising and paper and pencil generalising. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the PME*, 4, 441-448.

A Study on Students' Understanding of Letters and Algebraic Expressions in Solving Algebraic Word Problems with Excel

Lew, Hee-Chan (Korea National University of Education)

Kim, Hyun Ju (Teagu Guam Middle School)

Many researchers have reported that 7th graders have severe difficulties in using letters and algebraic expressions. This study investigated the way Microsoft Excel contributes to student's understanding of letters and algebraic expressions. For six hours through two weeks, four 7th grade students experienced various activities with Excel after school and both before and after the experimentation, the interviews to check their understanding was conducted. The results were as follows;

First, after the experimentation, students used various letters to express formulas and recognized that letters represent not only some objects but also changing objects. Also they

accepted that same objects could be represented by different letters and different objects could be represented by the same letters.

Second, Excel improved students' abilities to discriminate variables and invariables in the problem and to find mathematical relationships among variables. And with Excel students could divide the whole calculation procedure into several steps in order to handle it more easily. Also, Excel made immediate numerical feedback possible and it made students express the calculation in a more formalized way than a paper and pencil environment did.

* key words: algebraic expressions(대수 표현), algebraic word problems(대수 문장제), excel (엑셀), understanding of letter(문자 이해)

논문접수 : 2004. 11. 2

심사완료 : 2004. 11. 30

<부록 1> 학생 선발 테스트

※ 다음 문제를 읽고 풀이과정과 답을 쓰시오.(식을 쓸 수 있으면 식을 쓰고, 식으로 나타내기 어려우면 답을 얻은 과정을 학습지에 적으세요)

1. 철수는 한 개에 200원하는 연필과 한 개에 300원하는 볼펜을 합하여 15개를 사고 3300원을 지불하였다. 철수는 연필과 볼펜을 각각 몇 자루씩 샀는가?
2. 형 통장에는 70000원, 동생 통장에는 30000원이 들어있다. 매달 형은 2000원, 동생은 7000원씩 저축한다면, 몇 달 후에 형과 동생의 저축액이 같아지나?
3. 둘레의 길이가 42m이고 가로 길이가 세로 길이의 2배인 직사각형의 운동장이 있다. 이 운동장의 세로와 가로 길이를 각각 구하여라.
4. 현재 아버지의 나이는 42세, 아들의 나이는 9세이다. 아버지의 나이가 아들의 나이의 4배가 되는 것은 몇 년 후인가?
5. A극장의 티켓 요금은 어린이 800원, 어른 1200원이다. 오늘 하루 입장한 어린이의 수는 어른보다 70명 많고, 총수입은 110000원이다. 오늘 A극장에 입장한 어린이와 어른의 수는 각각 몇 명인지 구하여라.
6. 영화가 즐겨보는 인터넷 방송은 가입비 4000원에 하루에 300원의 요금을 내야 한다. 영화가 가지고 있는 돈이 16000원일 때 몇 일간 인터넷 방송을 볼 수 있는가?
7. 순이네 동물 농장에서 키우는 토끼와 오리는 모두 15 마리이다. 토끼와 오리의 다리 수가 모두 42개일 때, 토끼와 오리는 각각 몇 마리인가?
8. 영수네 학교 식당에서 4인용 식탁과 6인용 식탁을 합쳐서 25개를 구입하고자 한다. 122명의 학생이 빈자리 없이 앉을 수 있도록 하려면 4인용 식탁과 6인용 식탁을 각각 몇 개씩 구입해야 하는가?
9. 두 개의 물병 A, B에 물이 각각 1000ml, 200ml 씩 들어있다. A가 B의 4배가 되도록 하려면 A에서 B로 몇 ml의 물을 옮겨야 하는가?
10. 학생들에게 쿡을 나누어 주는데 한 사람에게 4개씩 나누어 주면 5개가 남고, 5개씩 나누어 주면 4개가 모자란다. 이 때, 학생 수를 구하여라.

<부록 2> 활동지 1 - 구조화된 학습지

<활동지 1> 물건사기

철수는 한 개에 200원하는 연필과 한 개에 300원하는 볼펜을 합하여 15개를 사고 3300원을 지불하였다. 철수가 연필과 볼펜을 각각 몇 자루씩 샀는지 구하여라.

- 1) 연필을 1개 구입했다면, 철수가 구입한 볼펜은 몇 개인가?
이때 철수가 지불한 금액은?
- 2) 연필을 2개 구입했다면, 철수가 구입한 볼펜은 몇 개인가?
이때 철수가 지불한 금액은?
- 3) 철수가 구입한 연필의 수가 1개씩 늘어날 때마다 구입한 볼펜의 수는 어떻게 되는가?
철수가 구입한 연필의 수와 볼펜의 수 사이에는 어떤 관계가 있는가?
- 4) 1), 2), 3)을 참고로 하여 철수가 구입한 연필 수의 변화에 따른 볼펜 수와 지불한 금액에 대한 표를 엑셀을 이용하여 표로 만들어라.

연필 수	볼펜 수	지불한 금액

- 5) 연필 수 변화에 따른 엑셀 표를 완성하여 몇 개의 연필과 볼펜을 구입했을 때 지불한 금액이 3300원이 되는지 구하여라.
- 6) 지불한 금액 셀이 3300일 때 셀에 입력된 수식을 쓰시오.
- 7) 6)의 수식에 있는 셀주소가 의미하는 것은 무엇인가? 셀주소의 의미를 생각해서 6)의 수식을 다르게 나타낼 수 없는가?
- 8) 만약 철수가 지불한 금액이 3900원이라면 구입한 연필과 볼펜의 수는 몇 개인가? 이때 지불한 금액 셀에 입력된 수식을 쓰시오.
- 9) 6), 8)의 수식을 참조로 하여 문제를 풀기 위한 문자식을 세워보아라.
- 10) 만약 철수가 구입한 연필과 볼펜을 합하여 13개를 사고 3300원을 지불했다면, 이때 구입한 연필과 볼펜의 수는 몇 개인지 엑셀을 이용하여 구하여라. 이 문제를 풀기 위한 문자식을 세워보아라.

<부록 3> 활동지 3 - 구조화된 학습지(엑셀에 입력할 요소 제시하지 않음)

<활동지 3> 직사각형 둘레

둘레의 길이가 42m이고 가로와 세로 길이의 2배인 직사각형의 운동장이 있다. 이 운동장의 세로와 가로의 길이를 각각 구하여라.



- 1) 세로의 길이가 1m일 때 가로의 길이는?
이때 직사각형 둘레의 길이는?
- 2) 세로의 길이가 2m일 때 가로의 길이는?
이때 직사각형 둘레의 길이는?
- 3) 세로의 길이와 가로의 길이는 어떤 관계가 있는가?
- 4) 1), 2), 3)을 참고로 엑셀을 이용하여 세로와 가로의 길이가 얼마일 때 둘레의 길이가 42m가 되는지 구하여라.
- 5) 둘레의 길이 셀이 42m일 때 셀에 입력된 수식을 쓰시오.
- 6) 5)의 수식에 있는 셀주소가 의미하는 것은 무엇인가? 셀주소의 의미를 생각해서 5)의 수식을 다르게 나타낼 수 없는가?
- 7) 만약 둘레의 길이가 60m라면 세로와 가로의 길이는 얼마인가? 이때 둘레의 길이 셀에 입력된 수식을 쓰시오.
- 8) 5), 7)의 수식을 참조로 하여 문제를 풀기 위한 문자식을 세워보아라.
- 9) 만약 둘레의 길이가 72m이고 가로의 길이가 세로 길이의 3배인 직사각형의 운동장이 있다면, 이때 운동장의 세로와 가로의 길이가 얼마인지 엑셀을 이용하여 구하여라. 이 문제를 풀기 위한 문자식을 세워보아라.

<부록 4> 활동지 5 - 비구조화된 학습지

<활동지 5> 극장 티켓

A극장의 티켓 요금은 어린이 800원, 어른 1200원이다. 오늘 하루 입장한 어린이의 수는 어른보다 70명 많고, 총수입은 110000원이다.

1) 엑셀을 이용하여 오늘 A극장에 입장한 어린이와 어른의 수는 각각 몇 명인지 구하여라.

2) 1)에서 각 셀에 입력된 수식을 참고로 하여 문제를 풀기 위한 문자식을 세워라.

3) 만약 A극장의 티켓 요금은 어린이 900원, 어른 1500원이다. 오늘 하루 입장한 어린이의 수는 어른보다 50명 많고, 총수입은 93000원이라면, 이때 오늘 A극장에 입장한 어린이와 어른의 수는 각각 몇 명인지 엑셀을 이용하여 구하여라. 이 문제를 풀기 위한 문자식을 세워 보아라.