

측정된 추력 데이터만을 이용한 실제 추력의 계산

김준엽*

The Computation of True Thrust Using only the Measured Thrust

Jun-Yeop Kim*

ABSTRACT

The measured thrust could be distorted because of the transient response of thrust stand during combustion of rocket motor. As a result of the distorted thrust, it is not easy for us to know the values of thrust peak and thrust duration time. Therefore, it is of great importance to compute the true thrust from the measured thrust. In this study, the method to eliminate the transient response from the measured thrust using only the measured thrust was proposed, and also experimental data were used to approve the proposed method. The result showed that the proposed method would be available to compute the true thrust.

초 록

지상연소시험 후 측정된 추력은 시험대의 동특성으로 인해 실제 추력과는 달리 과도진동이 중첩되어 왜곡된 형태를 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 왜곡된 추력을 보상하기 위해 측정된 추력만을 이용해 로켓모터의 실제 추력을 계산하는 방법을 제안하였고, 제안한 방법을 실험을 통해서 얻은 데이터에 적용하여 타당성을 입증하였다. 먼저 시험대 운동방정식을 이산시간 데이터 해석에 적합하도록 차분식으로 근사시키고, 시험대 특성 파라메타를 대수감소를 방법을 이용해 추정하였다. 그리고 측정 추력과 추정한 시험대 파라메타 정보를 이용하여 시험대 변위를 계산한 후 차분식에 적용하여 실제 추력을 계산하였다. 결과, 측정된 추력 이외에 다른 물리량을 측정하지 않고서 단지 측정된 추력 데이터만을 이용하더라도 시험대 과도응답이 제거된 실제 추력을 계산할 수 있었다.

Key Words: Measured Thrust(측정 추력), Distorted Thrust(추력 왜곡), Transient Response(과도응답), True Thrust(실제 추력), Static Firing Test(지상연소시험)

1. 서 론

로켓모터의 성능을 확인하기 위해 지상에서 연소시험을 수행하여 추력, 압력, 온도, 그리고 변형률 등 필요한 데이터를 계측하게 되는데 이러한 시험을 지상연소시험(static firing test)이라고

† 2004년 4월 30일 접수 ~ 2004년 10월 25일 심사완료

* 정회원, 국방과학연구소 기-4-8

연락처, E-mail: jmjh2858@hotmail.com

한다. 이와 같은 지상연소시험은 로켓모터의 추력을 측정하기 위한 추력 시험대(thrust stand: 이하 "시험대")에서 수행되는데, 시험대는 추력벽(thrust butt), 로드셀(load cell), 플렉슈어(flexure), 그리고 추력 수집기(thrust collector)로 구성된다. 그런데 시험대 구성요소의 강성(stiffness)으로 인해 측정된 추력은 연소 중 발생하는 과도 가진력(transient excitation force)[1]의 작용으로 시험대 과도응답(transient response) 특성이 추력에 중첩(superposition)되어 왜곡될 수 있다. 이러한 과도 가진력으로 인한 왜곡된 추력은 연소초기 추력 최대치와 추력 상승시간 등의 값을 확인하기 어렵게 만들기 때문에, 연소 중 나타나는 연소불안정(combustion instability) 현상과는 달리 반드시 제거되어야 한다.

일반적으로 측정된 추력에서 과도응답 성분을 제거하기 위해 데이터를 평활화(smoothing)시켜 과도응답 성분을 제거하지만, 추력이 급격하게 변하는 추력상승이나 하강부분에서는 참값에 제한을 받을 수 있다. 또는 시험대를 1자유도 감쇠진동계(damped single degree of freedom system)로 모델링하여 연소 중 가속도, 속도, 그리고 변위를 동시에 측정하거나, 가속도, 속도 또는 변위 중 한 개의 물리량을 측정하고 다른 물리량은 수치적으로 미·적분하여 구한 후 과도응답을 제거하는 방법을 제안한 연구[2,3]도 있다. 그러나 이러한 제거방법은 여러 가지의 물리량을 동시에 측정하거나, 측정된 물리량으로부터 다른 물리량을 얻기 위해 수치적 방법을 사용하기 때문에 잡음이 혼입된 신호의 수치해석 과정에서 오차가 유발되어 증폭되기도 하며, 원래 신호에는 포함되어 있지 않았던 고주파 성분이 증폭되어 나타나게 되어 정확한 추력 계산에 한계가 있다. 따라서 가능한 측정 물리량의 개수를 최소화시켜 해석과정에서 야기되는 오차의 증폭을 최소화시킬 연구의 필요성이 대두된다. 그리고 실험을 통해서 얻어지는 대부분 데이터는 이산시간 데이터(discrete time data)이며, 해석적인 함수로 표현되지 않기 때문에 선형 미분방정식(linear differential equation)으로 표현되는 시험대의 운동방정식을 디지털 연산에 의해

서 조작이 가능하도록 차분방정식(difference equation)의 형태로 근사화 시킬 필요가 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 연소 중 추력 이외의 다른 물리량을 측정하지 않고서 측정된 추력 데이터만을 차분식으로 근사화된 시험대 운동방정식에 적용하여 실제 추력을 계산하는 방법을 제안하였으며, 실제 측정된 데이터를 이용하여 제안한 방법의 타당성을 입증하였다.

2. 본 론

2.1 시험대 운동방정식의 차분화

시험대는 로켓모터나 제트엔진에 의해 생겨나는 힘을 지탱하며, 그 힘들을 로드셀에 전달하기 위해 설계된 기계 구조물이다. 그런데 시험대 구성요소인 로드셀, 추력 수집기, 플렉슈어는 어느 정도의 강성을 갖고서 변형을 하게 되므로 시험대는 동적 거동을 나타낼 수 있다. 이처럼 동적거동을 하는 시험대는 대부분의 경우 Fig. 1과 같이 1 자유도 점성감쇠 진동계로 모델링할 수 있으며[4], 그 운동방정식은

$$M \ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (1)$$

로 표현된다.

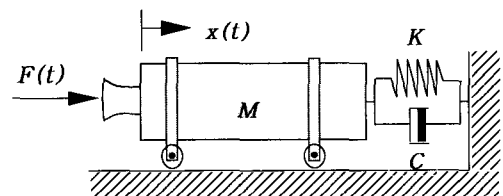


Fig. 1 Modeling of the thrust stand

여기에서 $F(t)$ 는 실제 작용하는 추력, 그리고 $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ 는 각각 변위, 속도, 가속도이다. 또한 M 은 모터를 포함한 이동부(moving element) 질량, K 는 추력벽을 구성하고 있는 강체 구조물에 대해 반력으로 작용하는 로드셀

의 강성(추력 수집기 강성 포함), 그리고 C 는 시험대의 감쇠상수이다.

식 (1)을 간단한 표현 방법으로 나타내면

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta w_n \dot{x}(t) + w_n^2 x(t) = G(t) \quad (2)$$

으로 표현될 수 있다. 여기에서 ζ 는 감쇠비(damping ratio), w_n 은 각고유진동수(angular natural frequency), 그리고 $G(t)$ 는 $\frac{1}{M}F(t)$ 이다. 그런데 연소 중 측정된 데이터는 특정시각 t_i ($i=0, \dots, N-1$)에 대해 등간격으로 샘플링된 함수치만 알려지기 때문에 이러한 이산신호에 대한 해석을 하기 위해서는 여러 수치적 방법을 이용해야 한다. 따라서 식 (2)의 운동방정식을 이산시간 데이터의 표현식으로 변환할 필요가 있다.

Figure 2와 같이 변위 $x(t)$ 가 등간격 Δt 만큼 떨어진 분점들에서 그 함수치가 알려져 있을 때 속도와 가속도는 유한차분법[5]을 이용하여 근사치를 구할 수 있다. Taylor 급수 전개에 의해 x_{i+1} 과 x_{i-1} 은 격자점 i 를 중심으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x_{i+1} = x_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{2}\ddot{x}_i + \frac{h^3}{6}\ddot{x}_i + \dots \quad (3)$$

$$x_{i-1} = x_i - h\dot{x}_i + \frac{h^2}{2}\ddot{x}_i - \frac{h^3}{6}\ddot{x}_i + \dots \quad (4)$$

식에서 $x_i = x(t_i)$, $h = t_{i+1} - t_i = \Delta t$ 이다. 식 (3)과 식 (4)를 이용하면 시각 $t = t_i$ 에서 x 의 1차 및 2차 도함수에 대한 중앙 차분 근사식은 각각 식 (5)와 (6)으로 표현된다.

$$\dot{x}_i = \frac{dx}{dt} \Big|_{t_i} = \frac{1}{2h}(x_{i+1} - x_{i-1}) \quad (5)$$

$$\ddot{x}_i = \frac{d^2x}{dt^2} \Big|_{t_i} = \frac{1}{h^2}(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}) \quad (6)$$

식 (2)의 속도와 가속도를 중앙 차분 근사식으로 바꾸어 격자점 i 에서의 실제 추력 G_i 에

대해 정리하면 식 (7)과 같이 얻어진다.

$$G_i = \frac{1}{\Delta t}(\zeta w_n + \frac{1}{\Delta t})x_{i+1} + (w_n^2 - \frac{2}{\Delta t^2})x_i - \frac{1}{\Delta t}(\zeta w_n - \frac{1}{\Delta t})x_{i-1} \quad (7)$$

여기서 $G_i = \frac{1}{M}F(t_i)$ 이다. 이것을 실제 추력 G_i 에 대한 순환 방정식(recurrence equation)이라한다. 식 (7)을 반복적용하면 계의 완전한 시간이력(time history)이 구해진다. $i=0$ 에서 식 (7)을 적용할 때 x_{-1} , x_0 , 그리고 x_1 의 값이 필요한데, x_{-1} 값은 알고 있는 초기조건 \dot{x}_0 와 x_1 값을 식 (5)에 대입해서 구할 수 있다.

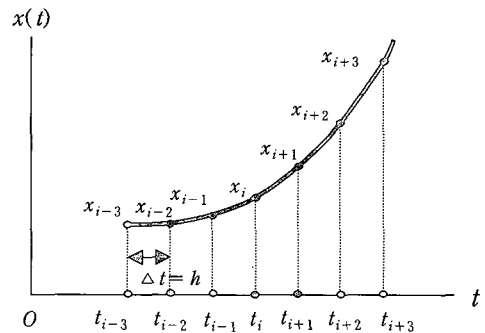


Fig. 2 Displacement sampled at time intervals Δt

2.2 실제 추력 계산법

시험에 사용한 모터 이동부의 무게와 로드셀의 강성을 이용하면 시험대 고유진동수를 예측할 수 있기 때문에, 측정 추력에 중첩된 과도응답이 과도 가진력으로 인한 현상인지, 아니면 연소불안정 현상인지는 쉽게 판단을 할 수 있다. 만일 과도 가진력으로 인한 현상일 경우에는 측정 추력으로부터 과도응답성분을 제거해야 한다.

연소 중 과도응답이 중첩된 측정추력 데이터, $F_{LC}(t)$, 속에는 시험대 파라메타인 ζ 와 w_n

의 정보뿐만 아니라 변위 $x(t)$ 에 관한 정보도 포함되어 있기 때문에 이들 정보를 정확히 추정할 수 있다면 다른 물리량을 측정하지 않더라도 측정된 추력만을 이용하여 실제 추력을 계산할 수 있다. 식 (7)에서 알 수 있는 바와 같이 시간 t_i 에서의 실제 추력 G_i 는 시험대 파라메타와 시간 t_{i+1} , t_i , 그리고 t_{i-1} 에서의 변위를 알고 있으면 계산할 수 있다.

시험대 파라메타를 추정하기 위해서는 기존의 모우드 파라메타 추정법[6]을 이용하여 여러 가지 방법으로 추정할 수 있다. 그러나 시험대와 같이 1 자유도 점성감쇠 진동계로 모델링이 가능한 시스템의 경우에는 대수 감소율(logarithm decrement) 방법[7]을 이용하면 간단하게 파라메타를 추정할 수 있다.

시험대 변위는 측정추력으로부터 얻어질 수 있다. 측정추력은 로드셀에 연결된 스프링과 감쇠기(damper)로 인한 것으로 그 힘은 다음과 같이 결정된다.

$$F_{LC}(t) = Kx_n(t) + C\dot{x}_n(t) \quad (8)$$

여기에서 $x_n(t)$ 와 $\dot{x}_n(t)$ 는 잡음이 혼입된 측정치임을 의미한다. 그런데 감쇠력(damping force) $C\dot{x}_n(t)$ 는 스프링력(spring force) $Kx_n(t)$ 에 비해 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에 측정 추력 $F_{LC}(t)$ 는 아래 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{LC}(t) = Kx_n(t) \quad (9)$$

그런데 스프링 상수 K 는 시험대 고유진동수 f_n 과의 관계로부터 $K = M \cdot (2\pi f_n)^2$ 에서 구할 수 있으며, 이동부 질량 M 은 직접 측정에 의해 얻어질 수 있다. 따라서 시험대 변위 $x_n(t)$ 는 계산이 가능하다. 그런데 실제 실험에서 측정된 데이터는 어떠한 형태의 잡음이 포함되어 있다. 잡음은 해석과정에 있어서 여러 가지 악영향을

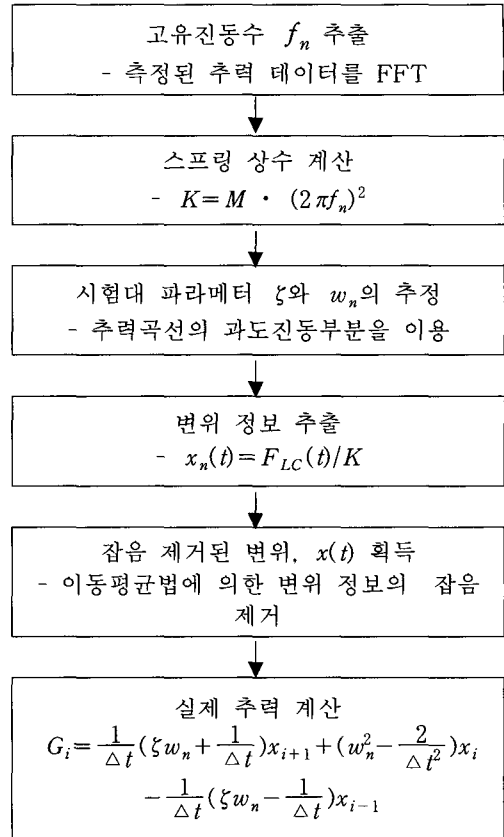


Fig. 3 Procedure for computing true thrust

미치게 됨으로 될 수 있는 대로 작게 하는 것이 바람직하다. 따라서 변위 $x_n(t)$ 는 실제 추력을 계산하기 위해 사용되기 전에 잡음 제거가 선행되어야 한다. 잡음을 제거하는 방법은 신호의 성질에 따라 여러 가지 방법이 사용되고 있는데, 연소시험의 경우와 같이 실험이 단발성으로 끝나며, 샘플링 후의 디지털 데이터로부터 고주파 잡음을 제거해야 하므로 이동평균법(moving average)[8]에 의한 잡음 제거가 유용하다.

마지막으로 위에서 얻어진 정보들을 식 (7)의 순환방정식에 대입하여 시간 간격 Δt 에 따른 실제 추력 G_i 를 계산하면 된다. 위에서 제안한 측정 추력만을 이용하여 실제 추력을 계산하는 방법을 정리하면 아래 Fig. 3과 같이 정리될 수 있다.

2.3 적용 예

위에서 제시한 방법을 실제 환경에서 얻어진 데이터에 적용하여 그 타당성을 입증하였다. 입증은 Fig. 3의 절차에 근거하여 수행하였다.

2.3.1 시험대 고유진동수 및 스프링 상수 계산

측정된 추력이 Fig. 4에 나타나 있다. 그림에서 연소초기 추력 상승 구간인 \bigcirc 부분에서 시험대의 고유진동수와 상관계수로 인해 과도응답 특성이 추력에 중첩되어 나타남을 알 수 있다. 따라서 모터의 성능을 평가할 수 있는 최대 추력치나 추력 상승시간을 정확히 알 수 없다.

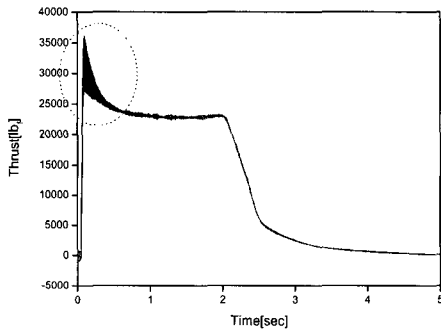


Fig. 4 Measured Thrust, $F_{LC}(t)$

이 곡선으로부터 시험대의 고유진동수를 추출하기 위하여 추력 데이터를 푸리에 변환을 하여 얻어진 주파수 특성은 Fig. 5와 같다.

예상한 바와 같이 추력의 정적신호 성분이 대부분의 에너지를 차지하고 있으며, 시험대 고유진동수인 162.7 Hz 부근에서도 상당한 에너지의 신호성분을 나타내고 있다. 이런 신호 성분들에 비해 연소에 의한 고주파 랜덤신호가 차지하는 부분은 200 Hz 이상의 신호로 작은 부분을 차지하고 있다.

얻어진 고유진동수를 이용하면 시험대의 스프링 상수 K 는 고유진동수와 관계로부터 유도된다. 여기에서 질량 M 은 시험대의 이동부 질량으로 추진기관의 무게뿐만 아니라 추력 수집기, 로드셀, 그리고 플렉슈어 무게를 포함한 연소 중 이동부

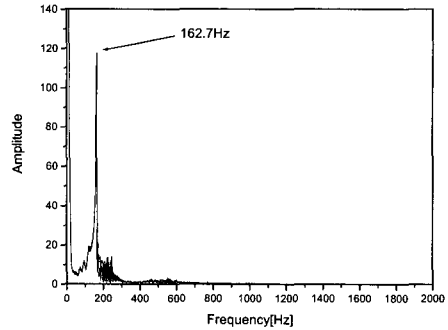


Fig. 5 Frequency characteristics of measured thrust

부의 모든 무게를 합한 것으로 시험 전 측정에 의해 쉽게 얻어지는 값이다. 본 시험에서 사용된 이동부의 질량은 171 kg이므로 스프링상수 K 는 0.179×10^9 N/m로 계산된다.

2.3.2 시험대 파라메타 ζ 와 w_n 의 추정

1 자유도 점성감쇠 진동계로 모델링되는 시험대 파라메타를 추정하기 위하여 측정 추력 데이터 중 시험대 특성을 포함하고 있는 0.066sec ~ 0.346 sec 사이의 데이터를 이용하였다. 시험대 고유진동수 특성이 지배적으로 포함되어 있는 데이터만을 이용하기 위해 측정추력 데이터를 100 Hz ~ 200 Hz로 필터링 시킨 후 얻어진 응답 데이터를 지수함수로 커브피팅(curve fitting)하여 시험대의 감쇠비 ζ 를 추정하였다.

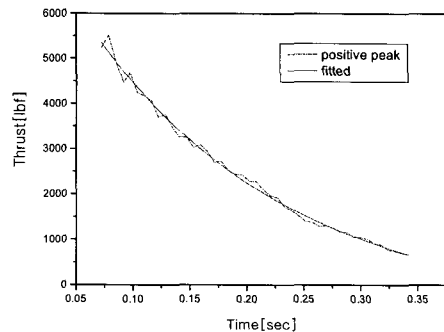


Fig. 6 Estimated damping ratio

Figure 6은 커브피팅 결과를 나타낸 것으로 감쇠특성 ζw_n 의 값이 5.8668로 추정되었으며, w_n 이 1022.27 rad/s임을 고려하면 감쇠비 ζ 는 5.739×10^{-3} 으로 추정된다.

2.3.3 변위 정보의 추출

시험대 변위는 식 (9)의 로드셀에서 측정된 힘에서 구해질 수 있다. 위에서 얻어진 시험대 스프링 상수와 측정된 추력을 이용하면 변위는 계산될 수 있으나, 계산된 변위를 식 (7)에 적용하기 전에 이동평균법을 이용하여 고주파 잡음이 제거된 변위를 구하였다(Fig. 7참조).

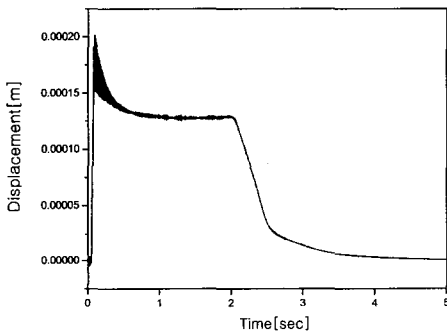


Fig. 7 Displacement filtered with moving average

그러나 Fig. 5의 추력 곡선의 주파수 성분에서 언급한 바와 같이 실제 추력 성분을 나타내는 0 Hz-50 Hz 범위와 시험대 동특성을 포함한 추진제 연소성분을 나타내는 50 Hz-300 Hz 범위의 주파수 성분이 대부분이고 300Hz 이상의 고주파 성분이 차지하는 비율은 대단히 작기 때문에 이동평균에 의한 고주파 잡음의 제거는 많이 이루어지지 않음을 유추할 수 있다.

2.3.4 실제 추력의 계산

얻어진 정보들을 식 (7)에 대입하여 실제 추력 $G_i (= \frac{1}{M} F_i)$ 를 계산하였다. 계산된 실제 추력을 시험대의 과도진동 특성이 포함된 측정 추력과 상호 비교하여 나타내면 Fig. 8과 같다.

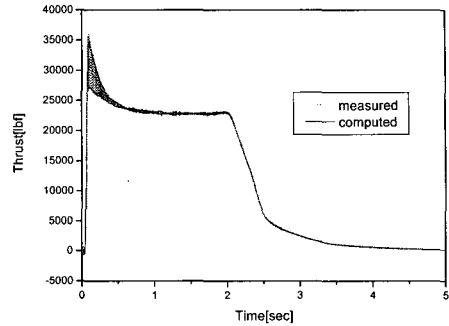


Fig. 8 Comparison of measured and computed thrust

Figure 8에서 알 수 있는 바와 같이 연소초기의 시험대 과도응답성분이 제거된 실제 추력을 계산해내고 있음을 알 수 있다.

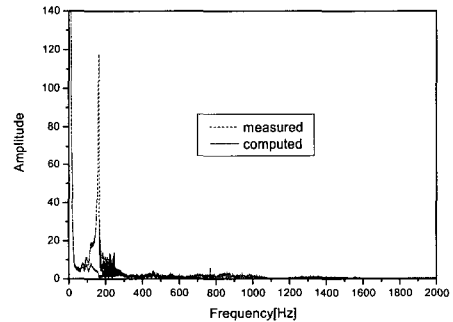


Fig. 9 Frequency characteristics of measured and computed thrust

그리고 제안한 방법의 타당성을 확인하기 위하여 계산된 추력에 대해 주파수 분석을 해보면 Fig. 9와 같이 시험대의 고유진동수인 162.7 Hz 부근의 시험대 진동성분이 완전히 제거되었고, 고주파수 부분은 600 Hz 이상의 주파수에서 약간 증폭되는 경향을 보이지만 원래 신호에 거의 영향을 미치지 않고 있음을 알 수 있다.

3. 결 론

측정된 추력 데이터만을 이용한 실제 추력의 계산에 관한 연구를 통해서 다음과 같은 결론을

얻었다.

1. 본 연구에서 제안된 방법은 추력 이외의 다른 물리량을 측정하지 않고서 측정된 추력만의 데이터를 이용하기 때문에 측정에서 기인하는 잡음의 영향을 최소화시킬 수 있을 뿐 만 아니라, 해석 과정에서 기인하는 오차를 최소화시킬 수 있으며, 실험을 단순화시킬 수 있는 추력계산법이다.
2. 실제 실험을 통해서 얻어진 데이터를 이용하여 과도응답이 중첩된 추력으로부터 실제 추력을 계산하여 타당성을 그 입증하였다.
3. 제안된 방법은 시험대가 1 자유도 점성 감쇠계로 모델링이 된 경우에는 정확한 추력의 계산이 가능하지만, 시험대가 다자유도 (multi-degree of freedom system)의 거동을 나타내거나, 감쇠계가 쿨롱감쇠(column damping) 또는 이력감쇠(hysteretic damping) 등 다른 구조를 갖게 되면 적용에 한계를 갖는다. 이러한 한계점을 해결하기 위한 연구가 이루어져야 한다.
4. 실제 추력의 정확한 수학적인 해가 없기 때문에 계산된 추력의 정확성을 비교할 수 없으며, 이는 차후 진행되어야 할 과제이다.

참 고 문 헌

1. James, M. L., Vibration of Mechanical and Structure Systems, Harper & Row Publishers, Singapore, 1989, pp.227-276
2. Etzel, W. W., "Elimination of Thrust Stand Effects from the Thrust Transducer by Mechanical Means," Bachelor of Science in Aerospace Engineering, 1966, University of Cincinnati library, pp.2-14
3. 김준엽, "왜곡된 로켓모터의 추력추정에 관한 이론적 연구", 한국추진공학회지 제 8권 제 2 호, 2004년 6월, pp.73-84
4. 김준엽, 장성조, 윤일선, 김도영, "고체추진로켓모터의 지상연소시험시 발생하는 진동현상에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제17 권 9호, 1993년, pp.2280-2285
5. Hildebrand, F. B., Introduction to Numerical Analysis, 2nd Ed., McGraw-Hill Inc., New York, 1974, pp.129-173
6. Ewins, D. J., Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press Ltd., Letchworth, Hertfordshire, England, 1984, pp.153-196
7. Rao, S., Mechanical Vibrations, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1986, pp.74-97
8. Robinson, E. A. and Silvia, M. T., Digital Signal Processing and Time Series Analysis, Holden-Day Inc., California, 1978, pp.244-275

1. James, M. L., Vibration of Mechanical and