

유연생산 시스템의 최적 복수 경로 계획

김 정 섭*

Optimal Planning of Multiple Routes in Flexible Manufacturing Systems

Jeongseob Kim*

Abstract

We consider the simultaneous selection of part routes for multiple part types in Flexible Manufacturing Systems (FMSs). Using an optimization framework we investigate two alternative route assignment policies. The one, called routing mix policy in the literature, specifies the optimal proportion of each part type to be produced along its alternative routes, assuming that the proportions can be kept during execution. The other one, which we propose and call pallet allocation policy, partitions the pallets assigned to each part type among the routes. The optimization framework used is a nonlinear programming superimposed on a closed queueing network model of an FMS which produces multiple part types with distinct repeated visits to certain workstations. The objective is to maximize the weighted throughput. Our study shows that the simultaneous use of multiple routes leads to reduced bottleneck utilization, improved workload balance, and a significant increase in the FMS's weighted throughput, without any additional capital investments. Based on numerical work, we also conjecture that pallet allocation policy is more robust than routing mix policy, operationally easier to implement, and may yield higher revenues.

Keyword : FMS, Machine Loading, Routing Mix, Pallet Allocation, Closed Queueing Network, Mean Value Analysis, Nonlinear Programming

1. 서 론

생산경로란 한 부품¹⁾이 생산시스템 내에서 일정한 순서에 따라서 거치는 공작기계 혹은 작업장(이하 편의상 워크스테이션(workstation)이라고 칭함)들을 말하며 그 제품의 공정경로(process route)라고도 하며 간단히 경로라고 한다[8, 13]. 유연생산시스템(Flexible Manufacturing System : FMS)의 경우 생산준비의 중요한 단계로 머신로딩(maching loading) 과정이 있는데 이 과정에서 각 부품별로 수행되어야 할 일련의 기계가공 작업들을 여러 워크스테이션에 배분하고 각 작업에 필요한 절삭공구들을 이들 워크스테이션에 배치한다[13, 19, 20]. 절삭공구들이 워크스테이션에 배치되면 부품별로 가능한 경로들이 결정된다. 작업물은 운반장치가 해당 경로상의 워크스테이션들로 운반하면 그것들에 미리 할당된 작업들이 수행되어서 하나의 부품으로 완성된다²⁾.

부품별로 단일 경로만 있는 경우에 비하여 복수 경로가 있는 경우에는 특정 기계의 고장이나 일시적 과부하에 따른 경로 변경이 용이하여 운영상 이점이 있다. 또한 복수경로를 효과적으로 활용하면 작업물의 가공작업을 워크스테이션들에 분산함으로써 워크스테이션 간의 부하를 고르게 하여 전반적으로 이용률(utilization)을 향상하고 생산성을 높일 수 있다. 이러한 이점에 비추어 볼 때 복수 경로를 생성하는 머신로딩이 필요하다. FMS에서는 다기능의 수치제어공작기계(NC), 대 용량 툴매거진(tool magazine), 자동 툴 교체기(automatic tool chang-

er), 자동 운반장치, 그리고 이들을 제어하는 시스템 소프트웨어 덕분에 동일한 부품에 대하여서도 복수의 공정경로들을 비교적 용이하게 생성할 수 있으며 특히 컴퓨터보조 공정계획 시스템(Computer-aided process planning system : CAPP)을 활용할 수 있다[4, 9]. 이렇게 생성한 복수의 대안 경로 집합들 중 어떤 것들을 선택하는 것이 좋을 지 판단하는데 유용한 도구가 필요하다. 이 도구는 주어진 경로들을 가장 효과적으로 사용한다는 가정 하에서 그 성과를 분석할 수 있어야 한다. 그러면 이 도구를 의사결정지원도구(decision support tool)로 이용하여 기존의 대안 경로를 대체하는 새로운 경로를 생성하였을 때 생긴 새로운 경로 집합의 성과를 쉽게 분석하여 이전의 것과 비교할 수 있으므로 보다 나은 머신로딩을 개발 할 수 있다.

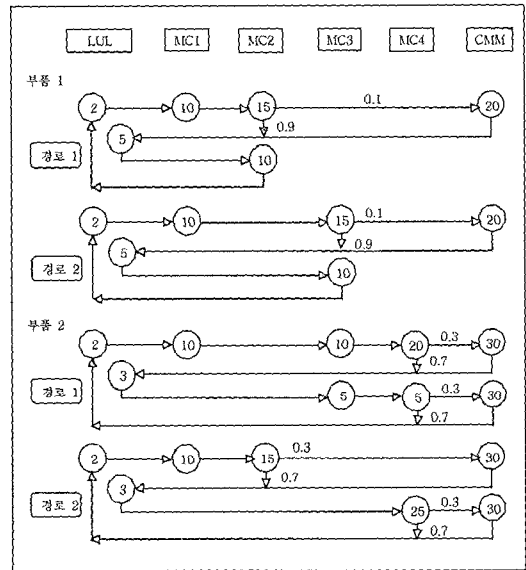
FMS에서 복수 경로를 효과적으로 활용하는 방안에 관하여 문헌상에 나타난 정책은 **경로배합정책(routing mix policy)**이라고 불리는 것으로 한 부품에 대하여 그것의 각 경로별 생산 비율을 결정하는 것이다[12]. 이 정책의 단점은 이렇게 결정된 생산 비율은 실시간 운영에서 맞출 수 있다고 가정하고 있기 때문에 이를 위한 별도의 방법을 개발하여야 한다. 하지만, 문헌상에는 이런 방법에 대한 구체적인 언급이 없다. 한 가지 생각해 볼 수 있는 방법은, 예를 들어서 두 가지 경로가 있는 경우에 경로 1과 경로 2의 최적 비율이 0.4 : 0.6이라면 장작대 (Load/Unload Center)에서 작업 대상물을 FMS에 투입할 때 경로 1과 경로 2로의 누적 투입비율이 0.4 : 0.6이 유지되도록 하는 것이다. 하지만 이러한 휴리스틱이 원래의 최대 생산성을 보장할지는 추가적 검토가 필요하다. 그 한 방법으로 시물레이션을 이용할 수 있을 것이다. 본 논문은 이러한 노력이 필요 없는 새로운 대안으로 **팔렛배분정책(pallet partitioning policy)**을 제안하는데 이것은 새로운 아이디어로 바로 이 논문의 주된 공헌이다. 이 정책에서는 각 부품별로 할당된 일정수의 팔렛들을 그 부품의 경로별로 배분하며 각 팔렛은 항상 정해진 경로를 따라서 순환하므로 기존의 정책에서 필

- 1) 일반적으로 FMS에서 가공하는 것은 다른 제품의 부품인 경우가 대부분이므로 제품 대신 부품이라는 용어를 쓰도록 한다.
- 2) 머신로딩 및 운영과 관련된 이슈로서 개별 공작기계에서 현재 진행 중인 작업이 완료되면 대기중인 작업 중 다음에 작업할 것을 선택하는 디스패칭(dispatching) 문제가 있는데 이에 관하여서는 매우 많은 연구가 수행되었다[3, 7, 10, 13, 14 외 다수]. 하지만 이것은 머신로딩이 결정된 다음 실행과 관련한 이슈로서 생산준비 단계에서 복수경로의 생성과 최적 활용 방안을 다루는 본 연구의 대상이 아니다.

요한 실시간 경로 선택 문제는 고려할 필요가 없다. 즉 경로배합정책에서는 한 가지 부품에 배정된 개별 팔레트는 그 부품의 여러 경로 중 아무 것이나 따를 수 있는 반면 팔레트배분정책에서는 한 팔레트가 그 부품의 특정 경로에 미리 배정되고 항상 그 경로를 순환한다. (부품별로 사용할 팔레트의 수를 결정하는 것은 이 논문의 이슈인 다중 경로 활용에 관한 의사결정보다 먼저 결정되어야 할 문제이며 부품별 특성에 따른 치구(fixture)의 가용량 등에 영향을 받는다[2, 19].)

이들 두 가지 정책에 대한 이해를 돕기 위하여 [그림 1]에 도식화 되어 있는 FMS를 예제로 사용하여 보다 구체적으로 설명하기로 한다. 이 FMS는 여섯 개의 워크스테이션(1 대의 장착대(load/unload station : LUL), 4대의 머시닝센터(MC1, MC2, MC3, MC4), 한 대의 형상측정기(contour measurement machine : CMM)와 자동 운반기(automated guided vehicle : AGV)로 구성되어 있다. [그림 1]에는 또한 두 가지 부품에 대하여 각각 2가지 경로와 원으로 표시된 각 작업별 소요 시간이 명시되어 있다. 부품 1의 미가공 작업물을 팔레트에 고정하여 경로 1에 투입하기로 하면 처음 고정대(tomb stone)에 장착되는데 1분이 걸리고 그 다음에 AGV에 의하여 MC1로 이동되어 약 10분간의 가공작업을 받게 된다. MC2나 CMM으로부터 다시 LUL로 이동되어 5분간에 걸쳐 다른 면의 가공을 위하여 고정대로부터 해체된 다음 그 고정대에 재 장착되어 MC2로 이동되어 그곳에서 다시 10분 동안 가공을 거쳐 완성되며 그 다음 LUL로 다시 이동되어 1분간에 걸쳐 해체되어 완성된 부품 보관소로 이동된다. 결과적으로 처음 장착되고 최후 해체 되는데 각각 1분씩 소요되어 모두 2분 소요된다. 화살표 상의 소숫 숫자는 그 화살표를 따라 작업물이 이동될 확률이다. 예를 들면 부품 1의 작업물은 그 경로 1상에서 MC2에서 작업 후 10%만 검사를 위하여 CMM으로 이동된다. 소숫 숫자가 없는 화살표는 반드시 일어나는 이동을 의미한다. 이 부품의 모든 가공이 완료되어 장착대에서 새로운 미가공 부품이 고정된 후

어는 경로에 투입할 것인지를 결정하여야 하는데 팔레트배분정책에서는 이전과 마찬가지로 경로 1에 투입하지만 경로배합정책에서는 미리 정한 경로 비율의 달성을 감안하여 경로 1과 경로 2 중 하나를 선택한다. 이를 위하여 미리 실시간 선택률을 결정해 두어야 한다.



[그림 1] 공정 계획

경로배합정책과 팔레트배분정책을 구현하기 위하여서는 바람직한 생산 성과를 가져올 경로 배합비율과 팔레트배분을 구할 수 있는 방법이 필요하다. 본 논문에서는 대상으로 하고 있는 FMS를 폐대기행렬망(closed queueing network)으로 모형화 하고 이를 이용하여 경로 배합비율과 팔레트배분을 구할 수 있는 비선형계획(Nonlinear Programming)을 수립한다. 이때 목적함수는 모든 부품들의 가중산출율을 최대화 하는 것이다. 각 부품의 상대적인 공헌이익이 가중치가 될 수 있으며 이 때 가중산출율은 단위 시간당 공헌이익이다.

주어진 경로 집합에 대하여 각 정책에 해당하는 비선형계획모형을 풀면 해(경로배합비율 혹은 팔레트배분)와 함께 각 부품별 경로별 산출율과 각 정책에 하에서의 최대 가중산출율을 구할 수 있다. 경로배

합정책보다 팔렛배분정책의 가중산출율이 큰 경우에는 경로배합 비율 유지하기 위한 실시간 노력을 필요로 하지 않는다는 실용적인 장점 때문에 팔렛 배분정책이 선호 될 수 있을 것이다. 반대로 경로배합정책의 가중산출율이 더 큰 경우에는 해당 최적 배합비율을 유지하는 방법을 강구하고 그 방법을 따를 때 이미 구한 가중산출율을 달성할 수 있는지 확인 할 필요가 있다. 이 때 시물레이션이 사용될 수 있을 것이다. 현실적으로 안전한 접근 방식은 주어진 경로 집합에 대하여 두 가지 비선형 계획을 모두 적용하여 해를 구한 다음 시물레이션으로, 필요하면 기계 고장과 같은 상황까지도 감안하여, 보다 현실적인 분석을 하여 더 좋은 대안을 선택하는 것이다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서 이 논문에서 고려하는 FMS의 구성과 운영에 대한 가정과 기호를 정의하고 제 3절에서는 앞에서 언급한 두 가지 경로 이용 정책을 비선형계획 모형으로 표현한다. 이 논문에서 다루는 경로 활용계획은 실시간 문제가 아니라 시간적 여유를 가지고 수립하는 계획 문제이고 또한 기존의 프로그램(예, GAMS/MINOS, GAMS/CONOPT, 등)으로 풀이 가능하므로 풀이 방법 자체는 이 논문의 관심의 대상이 아니다. 제 4절에서 이들 비선형 계획모형을 이용하여 두 가지 정책을 간단한 예를 통하여 비교 분석하고 제 5절에서 이 논문을 맺는다.

2. FMS의 구성과 운영에 대한 가정 및 기호의 정의

본 연구에서 대상으로 하고 있는 FMS는 M 워크스테이션들(지수 $i = 1, 2, \dots, M$ 으로 표시함)로 구성되어 있다. 각 워크스테이션은 선착순(First-Come-First-Serve : FCFS) 서비스 원칙을 따르는 단일 서버이거나 무한서버(ample server : AS)인 것으로 가정한다. 팔렛 대기 공간이 충분하여 폐쇄(blocking)는 일어나지 않으며 모든 워크스테이션은 고장이 일어나지 않는 것으로 가정한다. FCFS 위

크스테이션들과 AS워크스테이션들을 표시 하기 위하여 기호 F 와 A 를 사용한다. 즉, $i \in F$ 는 워크스테이션 i 가 FCFS 서버임을 나타낸다.

대상 FMS는 R 가지 부품(지수 $r = 1, 2, \dots, R$ 로 표시함)을 생산한다. 미가공 상태의 부품 r 은 LUL에서 팔렛에 고정된 다음 T_r 가지 중 한 경로 상의 워크스테이션들에서 해당 가공작업을 받고 마지막에 LUL로 돌아와서 팔렛으로부터 분리된다. 이때 빈 팔렛에는 즉시 새로운 미가공 부품 r 이 고정된다³⁾. 이것은 각 부품별로 일정 수($K_r \geq (1)$)의 팔렛이 FMS에 존재함을 의미한다. (K_r 은 부품 r 의 공정 재고(work-in-process) 수준으로도 볼 수 있다.) 이 점에 착안하여 FMS를 폐대기행렬망으로 모형화할 수 있으며 자세한 것은 <부록 A>에 소개되어 있다.

부품 r 의 작업물은 그것의 t 번째 경로의 워크스테이션 i 에 모두 $n(r, t, i)$ 가지의 방문을 한다. 각 방문마다 미리 계획된 가공 작업을 하게 되므로 $n(r, t, i)$ 가지의 작업을 받게 된다고 볼 수도 있다. 식 $n(r, t, i) = 0$ 는 부품 r 의 t 번째 경로에 워크스테이션 i 가 포함되지 않음을 의미한다. 이들 방문(혹은 작업) 종류를 표시하기 위하여 첨자 j 를 사용한다. 한 가지의 방문은 4중 첨자 (r, t, i, j) 로 표현된다. 작업 $(r, t, LUL, j = 1)$ 은 부품 r 을 그것의 t 번째 경로에 따라서 생산할 경우 작업물의 최초 투입과 모든 가공작업이 완성된 후 해체작업을 나타내며 다른 모든 작업 $(r, t, LUL, 1 < j \leq n(r, t, LUL))$ 은 LUL에서 반제품을 재고정(reorientation)하는 것을 나타낸다. 경로상에서 각 워크스테이션에서의 관련 시간들을 다음과 같은 부호를 사용하여 표시한다.

3) 각 팔렛에는 하나의 부품만 고정되는 것으로 가정한다. 실제로는 'tombston'을 사용하여 여러 개의 미가공 부품을 고정하는 경우가 흔하며 이것은 수정을 통하여 우리의 모형에 쉽게 반영할 수 있다. 뒤에 도입될 작업시간 s_{rtij} 를 tombstone에 있는 모든 부품들의 가공시간의 합으로 정의하면 되고 이와 더불어 산출율은 해당 수만큼 곱하면 된다. 단, 한 팔렛에는 한 가지 부품만 고정되며 한 부품에 대하여 각 팔렛에 고정되는 부품의 숫자는 동일한 것으로 가정한다.

s_{rtij} = 부품 r이 그것의 t번째 경로상에 있는 워크스테이션 i에서 작업 j를 받을 때 소요되는 평균작업시간(mean processing time), $1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$. $S_{r, t, LUL, j}$ 는 재고정을 위한 해체와 재장착에 따르는 시간의 합이다.

v_{rtij} = 부품 r이 그것의 t번째 경로상에 있는 워크스테이션 i에서 작업 j를 위하여 방문하는 평균 회수, $1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$. 특별히, $V_{r, t, LUL, 1} = 1$ 인데 이것은 각 작업물이 FMS에 한 번 투입되고 한 번 떠나기 때문이다. 모든 V_{rtij} 는 $V_{r, t, LUL, 1} = 1$ 에 상대적이다.

D_{rtij} = 작업 (r, t, i, j)의 직전 작업이 수행된 워크스테이션으로 부터 워크스테이션 i로 운반하는데 걸리는 평균운반시간.

지금까지 정의한 부호들에 대한 이해를 돕기 위해 [그림 1]에 있는 부품 1의 경로 1에 대하여 이들을 적용하면 다음 표와 같다. 단, $D_{rtij} = 0.5$ 로 가정한다.

<표 1> 부품 1의 경로 1의 공정 계획 자료

R	t	i	n(r, t, i)	j	S_{rti}	v_{rtij}	D_{rtij}
1	1	1	2	1	2.0	1.0	0.5
				2	5.0	1.0	0.5
		2	1	1	10.0	1.0	0.5
				1	15.0	1.0	0.5
		3	2	2	10.0	1.0	0.5
				1	20.0	0.1	0.5

3. 복수 경로 정책 모형

앞에서 언급한 두 가지 경로활용정책을 수립하기 위한 최적화 비선형계획(Nonlinear Programming) 모형을 수립한다.

3.1 경로배합정책(routing mix policy)의 수리 모형

이미 2절에서 언급한 바와 같이 경로배합정책은

각 부품에 대하여 그것의 경로별 생산 비율을 결정하는 것이다. 즉, λ_r 를 부품 r의 경로 t를 통한 산출율(throughput)이라고 하고, λ_r 을 이들 경로별 생산량의 합인 부품 r의 산출율이라고 할 때 다음과 같은 비율을 결정하는 것이다.

$$\theta_{rt} = \frac{\lambda_{rt}}{\lambda_r} \equiv \frac{\lambda_{rt}}{\sum_{t=1}^{T_r} \lambda_{rt}}, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r$$

여기서 각 부품 r에 대하여 K_r 조의 팔렛이 이미 할당되어 있다고 가정한다. 이 수리모형의 목적함수는 모든 부품들의 가중산출율을 최대화 하는 것이다. 각 부품의 상대적인 공헌이익이 가중치가 될 수 있으며 이 때 가중산출율은 단위 시간당 공헌이익으로 해석될 수 있다. 부품 r의 가중치를 p_r 로 나타내면 수립하고자 하는 비선형 계획은 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 $\lambda_r(\theta)$ 는 주어진 θ 에 상응하는 부품 r의 산출율(throughput)이다.

$$\max_{\theta} \left\{ f(\theta) \equiv \sum_{r=1}^R p_r \lambda_r(\theta) \right\} \quad (3.1)$$

$$\text{단, } \sum_{t=1}^{T_r} \theta_{rt} = 1, \quad 1 \leq r \leq R \quad (3.2)$$

$$\theta_{rt} \geq 0, \quad 1 \leq t \leq T_r, \quad 1 \leq r \leq R \quad (3.3)$$

이 모형은 외견상 선형계획처럼 보이지만 목적함수의 $\lambda_r(\theta)$ 이 의사결정변수 θ 의 선형식이 아니기 때문에 비선형모형이다. 이 모형의 한가지 어려운 점은 $\lambda_r(\theta)$ 이 의사결정변수 θ 의 식(closed-form)으로 표현이 되지 않는 것이다. 따라서 주어진 θ 에 대하여 $\lambda_r(\theta)$ 를 계산하는 방법이 필요한데 이를 위하여 <부록 A>에 소개되어 있는 폐대기행렬망 모형을 이용한다. 이 모형은 부품별로 단일 경로만 있는 FMS를 폐대기행렬망으로 모형화하고 있다. 다중 경로의 경우에 생산 비율 θ_{rt} 가 정해지면 방문 회수 v_{rtij} 가 이 비율에 비례하여 $\theta_{rt} v_{rtij}$ 로 조정되는 것으로 볼 수 있는 점에 착안하여 <부록 A>에 소개된 평균치 분석 폐대기행렬망 모형(A.1)~(A.6)를 다음과 같이 다중 경로의 경우로 확장할 수 있다. (이들 식이 의미하는 바는 <부록 A>의 식 (A.1)~

식 (A.6)의 설명을 참조하면 이해할 수 있다.

$$\lambda_{rtij} = v_{rtij} \lambda_r \theta_{rt},$$

$$1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$$
(3.4)

$$\lambda_r = \frac{K_r}{\sum_{i=1}^M \sum_{t=1}^{T_r} \sum_{j=1}^{n(r, t, i)} (W_{rtij} + D_{rtij}) v_{rtij} \theta_{rt}},$$

$$1 \leq r \leq R$$
(3.5)

$$W_{rtij} = s_{rtij},$$

$$\forall i \in A, 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$$
(3.6)

$$W_{rtij} = s_{rtij} + z_{ri},$$

$$\forall i \in F, 1 \leq r \leq R, 1 \leq j \leq n(r, i)$$
(3.7)

$$z_{ri} = \sum_{p=1}^R \sum_{u=1}^{T_p} \sum_{j=1}^{n(p, u, i)} N_{puij} s_{puij} \left(1 - \frac{\delta_{pr}}{K_{rt}} \right),$$

$$\forall i \in F, 1 \leq r \leq R,$$
(3.8)

$$N_{rtij} = \lambda_{rtij} W_{rtij},$$

$$1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$$
(3.9)

이제 비선형계획 식 (3.1)~식 (3.9)를 풀면 θ 를 구할 수 있는데 우리는 뒤에 제시할 수치 예에서 GAMS/MINOS를 사용하였다.

3.2 팔렛배분정책(pallet partitioning policy)의 수리모형

이 정책에서도 각 부품 r 에 대하여 미리 K_r 조의 팔렛이 할당되어 있음을 가정한다. 팔렛배분정책은 각 부품별로 이미 배정된 팔렛들을 그 부품의 경로들에 적절히 배분함으로써 모든 부품들의 가중산출율을 최대화 하기 위한 것이다. 즉, 가중산출율을 최대화하기 위하여 다음을 결정하는 것이다.

K_{rt} = 부품 r 에 할당된 총 팔렛 중에서 그것의 t 번째 경로에 할당할 수, $r=1, \dots, R, t=1, \dots, T_r$,

$$\sum_{t=1}^{T_r} K_{rt} = K_r$$

일단 이렇게 팔렛이 배분되면 대기행렬망 관점에서 보면 $T_1 + T_2 + \dots + T_r$ 가지의 고객 유형이 존재하는 것과 같다. 즉, 이론적으로 $T_1 + T_2 + \dots + T_r$ 가지의 부품이 존재하는 것이다.

팔렛배분정책은 다음과 같은 비선형계획 문제로 수립된다.

$$\max_K \left\{ f(K) \equiv \sum_{r=1}^R p_r \sum_{t=1}^{T_r} \lambda_{rt}(K) \right\}$$
(3.10)

$$\text{단, } \sum_{t=1}^{T_r} K_{rt} = K_r, \quad 1 \leq r \leq R.$$
(3.11)

$$K_{rt} \geq 1, \quad 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq r \leq R.$$
(3.12)

단, $\lambda_{rt}(K)$ 는 특정 K 에 상응하는 부품 r 의 경로 t 를 통한 산출율이다.

이 모형은 식 (A.5)에 나타난 바와 같이 한 부품의 팔렛 수가 1 보다 작으면 식 (A.4)의 대기 시간이 음수가 될 수 있으므로 팔렛 수는 반드시 1보다 작을 수 없다[11]. 식 (3.6)는 이러한 제약을 나타낸다. 만약 해가 $K_{rt} = 1$ 로 나타나면 이 때의 해와 부품 r 의 경로 t 를 제거하고 다시 구한 해를 비교하여 더 좋은 것을 선택한다.

이 비선형 문제의 경우에도 $\lambda(K)$ 를 구하기 위하여 경로배합정책에서와 마찬가지로 $\langle \text{부록 A} \rangle$ 에 제시된 평균치분석(Mean Value Analysis) 폐대기행렬망 모형을 다음과 같이 확장한다.

$$\lambda_{rtij} = v_{rtij} \lambda_{rt},$$

$$1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$$
(3.13)

$$\lambda_{rt} = \frac{K_{rt}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{n(r, t, i)} v_{rtij} (W_{rtij} + D_{rtij})},$$

$$1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r,$$
(3.14)

$$W_{rtij} = s_{rtij},$$

$$\forall i \in A, 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq j \leq n(r, t, i)$$
(3.15)

$$W_{rtij} = s_{rtij} + z_{rti},$$

$$\forall i \in F, 1 \leq r \leq R, 1 \leq j \leq n(r, t, i) \quad (3.16)$$

$$z_{rti} = \sum_{p=1}^R \sum_{u=1}^{T_p} \sum_{j=1}^{n(p, u, i)} N_{puij} s_{puij} \left(1 - \frac{\delta_{pr} \delta_{tu}}{K_{rt}} \right),$$

$$\forall i \in F, 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r \quad (3.17)$$

$$N_{rtij} = \lambda_{rtij} W_{rtij},$$

$$1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq n(r, t, i) \quad (3.18)$$

이제 비선형계획 식 (3.10)~식 (3.18)를 풀면 K 를 구할 수 있는데 우리는 뒤에 제시할 수치 예에서 GAMS/MINOS를 사용하였다. 여기서, K 는 정수이지만 실수로 간주하고 해를 구한 다음 <부록 A>에 소개된 모형을 풀기 위하여 Kim 등 (1995)이 개발한 DrQ 알고리즘을 이용하여 이 실근 인근의 정수 벡터들에 대하여 각각 λ 를 구하고 그 중에서 목적함수를 최대화 하는 것을 구하도록 한다.

3.3 모형의 활용에 대하여

앞의 두 가지 모형은 목적함수와 제약식들을 적당히 변형하거나 새로운 제약식의 추가를 통하여 유용하게 쓸 수 있다. 예를 들면, 부품별로 일정기간 동안의 목표 생산량이 정해지면 이 목표 생산량을 그 기간 동안의 총 작업시간으로 나누면 목표 산출률이 결정될 것이다. 이러한 목표산출량 달성을 보장하는 제약식을 추가한 후 모형을 실행하였을 때 최적해가 구해지지 않으면 해당 경로계획을 수정하여야 함을 의미하는 것으로 볼 수 있다. 또 다른 예로는 여러 가지 부품이 어떤 비율로 한가지 조립품에 사용될 경우, 이들의 비율을 제약식으로 표현하여 추가하고 목적함수는 이들 부품조(kit)의 생산량 최대화로 채택하면 주어진 복수경로를 이용하여 최대 생산 가능 부품조 수를 알 수 있으며 이것이 목표치에 미달되면 새로운 경로를 추가한다든지 아니면 기존의 대안을 수정하는 등 생산계획에 유용하게 활용할 수 있을 것이다.

4. 수치 예제

이 절에서는 간단한 예를 들어 앞 절에서 개발된 비선형 계획 모형의 활용을 보이고 두 가지 정책을 비교 분석한다. 이 분석은 복수경로 사용의 경제적 이점과 몇 가지 운영상의 직관을 제공한다.

[예제 1] 1절에 소개된 FMS를 예로 사용한다. 두 가지 부품의 생산을 위하여 할당된 팔렛은 각각 20조이고 가중치는 공히 100으로 한다. 즉, $K_1 = K_2 = 20, p_1 = p_2 = 100$.

개별 부품별로 복수경로를 계획할 경우의 이점을 평가하기 위하여 비교의 대상으로서 “기준경로”를 설정하는데 이는 [그림 1]에서 각 부품이 해당 “경로 1”만을 가지는 단일 경로 계획이다. 이에 반하여 각 부품별로 제안된 두 가지 경로를 각 정책별로 최적(즉, 최대 가중평균산출율)화한 것을 “최적경로배합정책” 및 “최적팔렛배분정책”이라고 부른다.

<표 2>는 이 예의 결과를 요약한 것이다. 기준경로정책 하에서 부품 1과 부품 2의 산출율은 각각 시간당 2.377개와 2.297개이며 가중산출율은 시간당 467.4이다. 최적경로배합정책과 최적팔렛배분정책은 가중산출율에 있어서 기준경로 대비 각각 14.8%와 17.0%의 증가를 보이고 있다.

정책별로 세부 내용을 보면, 최적경로배합정책은 ($\theta_{11} = 0.695, \theta_{12} = 0.305, \theta_{21} = 1.000, \theta_{22} = 0.000$)이며 이는 부품 1의 경우 경로 1을 따라서 69.5% 생산하고 경로 2를 따라서 30.5%를 생산하며, 부품 2의 경우는 경로 2를 전혀 사용하지 않는 것이다. 이렇게 할 때 부품 1의 산출율은 38.1% 증가하고 부품 2의 산출율은 9.3% 감소하여 가중산출율은 14.8% 증가할 수 있음을 보이고 있다. 최적팔렛배분정책은 ($K_{11} = 7, K_{12} = 13, K_{21} = 0, K_{22} = 20$)로서 이때 부품 1의 산출율은 37.0% 증가하고 부품 2의 산출율은 3.7% 감소할 것임을 보인다.

<표 2> 경로정책별 산출율 및 가중산출율 : 예제 1

		산출율 (개/시간)		가중산출율 (/시간)
		부품 1	부품 2	
기준경로	경로 1	2.377	2.297	467.40
최적경로 배합정책	경로 1	2.281	2.083	
	경로 2	1.002	0.000	
	계	3.283	2.083	536.58
	증가율 (%)	38.1%	-9.3%	14.8%
최적팔렛 배분정책	경로 1	0.960	0.000	
	경로 2	2.297	2.213	
	계	3.257	2.213	547.00
	증가율 (%)	37.0%	-3.7%	17.0%

<표 2>에 제시된 정책들 하에서 워크스테이션들의 이용률이 아래의 <표 3>에 나타나 있는데 이를 분석하면 공정 운영상 매우 흥미로운 점을 얻을 수 있다. 워크스테이션 MC2가 모든 정책 하에서 병목이다. 하지만 기준경로정책의 경우, 가중산출율이 가장 낮음에도 불구하고, 그 이용률은 99.0%로 다른 두 가지 정책보다 높다. 최적팔렛배분정책 하에서 평균이용률이 가장 높는데 이는 평균적으로 워크스테이션들을 가장 많이 활용함을 의미하며 이리하여 가장 높은 산출율을 낳는다. 또한, 두 가지 최적경로정책에서 공히 기준경로보다 이용률의 표준편차가 줄어들었는데 이는 전반적으로 워크스테이션 이용률의 균형을 향상시키면서 병목의 이용률은 줄여서 전반적 이용률을 높임으로써 산출율을 향상할 수 있음을 보인다.

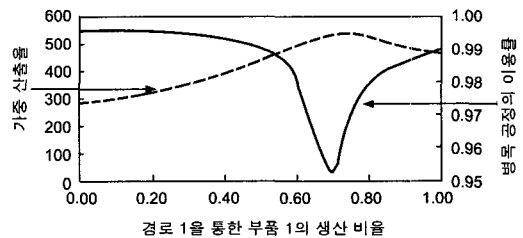
<표 3> 정책별 워크스테이션 이용률 : 예제 1(%)

	워크스테이션						평균	표준편차
	LUL	MC1	MC2	MC3	MC4	CMM		
기준경로	46.9	77.9	99.0	57.4	95.7	76.8	75.6	18.8
최적경로 배합정책	55.7	89.4	95.1	93.8	86.8	73.4	82.4	13.8
최적팔렛 배분정책	56.4	91.2	95.3	95.7	92.2	77.3	84.7	14.1

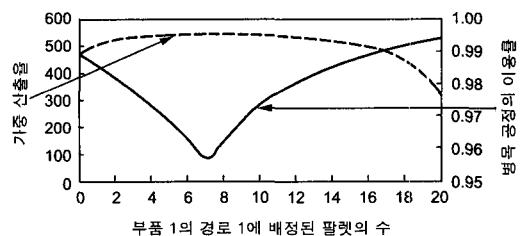
병목의 이용률과 산출율의 관계를 알아보기 위하여 부품 1의 경로 1 사용 비율(θ_{11})과 부품 1의 경

로 1에 배분된 팔렛의 수(K_{11})를 변화시키면서 병목(실제 병목은 특정 워크스테이션에 고정된 것은 아님)의 이용률과 산출율을 각각 [그림 2]와 [그림 3]으로 나타내었다.

(θ_{11})이 증가할 때 병목의 이용률이 서서히 감소하면서 산출율도 완만하게 증가함을 알 수 있다. 하지만 0.7 전후에서 급격한 변화를 보이고 있다. 이러한 점은 실제로 이 논문에서 제시하는 것과 같은 모형을 이용하지 않고 직관(insight)이나 논리적 혹은 휴리스틱 방법으로 예측하기는 매우 힘들다. [그림 2]와 [그림 3]을 비교하면 두 가지 경로정책에서 뚜렷한 차이점을 발견할 수 있다. 우선 산출율을 보면 팔렛배분정책에서는 K_{11} 의 광범위한 구간에서 매우 완만한 곡선을 보인다. 이것은 이 정책이 결정변수에 대한 민감성이 상대적으로 훨씬 낮다는 것을 시사하며 실무적으로 매우 의미 있는 장점이다. 병목의 이용률 변화도 팔렛배분정책에서 그 정도와 범위가 모두 상대적으로 적다. 이것은 팔렛배분 정책에서 더 쉽게 균형된 자원이용률을 달성할 수 있는 실무상의 이점을 보인다.



[그림 2] 부품 1의 경로 1 사용 비율(θ_{11})의 변화에 따른 가중산출율과 병목공정의 이용률 변화(단, $\theta_{21} = 1.0, \theta_{22} = 0.0$)



[그림 3] 부품 1의 경로 1 배정된 팔렛의 수(K_{11})의 변화에 따른 가중산출율과 병목공정의 이용률 변화(단, $K_{21} = 1.0, K_{22} = 0.0$)

[예제 2] 예제 1과 같으나 가중치만 다르다. 즉, 두 가지 부품의 생산을 위하여 할당된 팔렛은 각각 20조이고 ($K_1=K_2=20$), $p_1=100$, $p_2=250$.

경로정책별 가중산출율은 <표 4>에 요약되어 있다. 기준경로 하에서 부품별 시간당 산출율은 $\lambda_1=2.377$ 과 $\lambda_2=2.297$ 이고 가중산출율은 812.00이다. 최적경로배합정책은 부품 1의 경우 전체 산출율 $\lambda_1=3.139$ 중 경로 1을 따라서 27.0% ($\theta_{11}=0.270$, $\lambda_{11}=0.849$)를 생산하고 경로 2를 따라서 73.0% ($\theta_{12}=0.730$, $\lambda_{12}=2.290$)를 생산하는 것으로 나타났으며 이 때 기준경로 대비 32.1%의 산출을 증가를 예상하며, 부품 2의 경우 경로 1은 사용하지 않고 경로 2만을 따라서 시간당 $\lambda_2=2.254$ 개씩 생산하고 이 때 기초경로정책 대비 1.9%의 산출을 감소가 예상되어 가중산출율은 8.1% 증가가 예상된다. 최적팔렛배분정책은 ($(K_{11}=5, K_{12}=15)$, $(K_{21}=0, K_{22}=20)$)이며 이 때 기준경로 대비 부품 1의 산출율은 34.4% 증가하고 부품 2는 1.7% 감소하며 가중산출율은 8.8% 증가할 것으로 예상된다.

<표 4> 경로정책별 산출율 및 가중산출율 : 예제 2

		산출율(개/시간)		가중산출율 (/시간)
		부품 1	부품 2	
기준경로	경로 1	2.377	2.297	812.00
최적경로 배합정책	경로 1	0.849	0.000	
	경로 2	2.290	2.254	
	계	3.139	2.254	877.44
	증가율 (%)	32.1%	-1.9%	8.1%
최적팔렛 배분정책	경로 1	0.868	0.000	
	경로 2	2.326	2.257	
	계	3.194	2.257	883.65
	증가율 (%)	34.4%	-1.7%	8.8%

두 가지 예를 비교해 보면, 양 정책에서 부품 2의 산출율이 예제 2의 경우가 예제 1의 경우보다 큼을 알 수 있다. 이것은 부품 2의 상대적 가중치의 증가가 반영된 것이다. 이것은 머신로딩 계획과 경로운영에 있어서 공학적 요인뿐만 아니라 경제적 요인

도 고려할 필요가 있음을 보인다.

GAMS/MINOS를 이용하여 비선형 최적화 문제의 해를 구하는 과정은 먼저 사용자가 GAMS의 문법에 따라 문제의 모형을 수립하고 GAMS를 실행시키면 GAMS는 이 모형을 컴파일하고 에러가 없으면 풀이루틴(solver)인 MINOS의 내부 입력형식으로 모형을 변환하고 MINOS를 불러 풀게 한다 [1]. 예제 1의 경로배합모형의 경우 CPU가 1.6Giga Hertz Pentium 4이고 512MB의 RAM을 가진 PC에서 컴파일 시간은 0.05초였고 MINOS내부 입력형식으로 변환하는데 0.06초 걸렸으며, 처음 실행에서 0.06초 동안에 실행 중 MINOS내부의 기준에 따라 실행불능(infeasible)을 판명되었다. 이 때의 비 최적해를 초기해로 하여 즉시 즉, GAMS 모형 내에서 다시 한번 MINOS를 실행하였으나 역시 같은 시간 경과 후 실행불능으로 판명이 나서 이 때의 비 최적해를 초기해로 하여 다시 한번 더 실행을 반복한 결과 0.05초만에 최적해(locally optimal solution)를 구하였다. 전체적으로 이 예제의 해를 구하는 데 소요된 CPU시간은 0.39초이다. 예제 2의 경로배합의 경우는 같은 컴퓨터에서 컴파일 시간은 0.05초였고 MINOS내부 입력형식으로 변환하는데 0.06초 걸렸으며, 처음 실행에서 0.06초 동안에 실행 중 MINOS내부의 기준에 따라 실행불능(infeasible)을 판명되었다. 이 때의 비 최적해를 초기해로 하여 즉시 즉, GAMS 모형 내에서 다시 한번 MINOS를 실행한 결과 0.16초만에 최적해(locally optimal solution)를 구하였다. 이렇게 풀이루틴이 한번의 실행에서 해를 구하지 못하면 실패한 실행의 최종해를 초기해로 하여 풀이루틴을 반복적으로 수행하는 것은 비선형 최적화의 일반적인 기교이다. 문제의 입력자료에 따라서 내부적으로 행렬처리과정에서 난이도에 차이가 나며 문제의 크기에 따른 CPU시간의 변화는 주로 풀이루틴이 채택하고 있는 알고리즘과 그 구현의 효율성에 좌우된다. 본 논문에서 사용한 MINOS의 경우 그 실행시간은 그것이 기초하고 있는 확장라그란지(Augmented Lagrange) 알고리즘의 일반적인 성능(performance)에 따른다[5, 6, 16,

Murtagh and Saunders(1982)].

5. 결 론

FMS에서는 다기능의 수치제어공작기계(NC), 대용량 툴매거진(tool magazine), 자동 툴 교체기(automatic tool changer), 자동 운반장치, 그리고 이들을 제어하는 시스템 소프트웨어 덕분에 동일한 부품에 대하여서도 복수의 공정경로들을 비교적 용이하게 수립할 수 있다. 복수 경로는 특정 기계의 고장이나 일시적 과부하에 따른 경로 변경이 용이하여 운영상 많은 이점을 제공한다. FMS에서 공정 경로는 생산계획의 중요한 단계인 머신로딩(machine loading) 과정의 결과인데 이 과정에서 각 부품별로 수행되어야 할 일련의 기계가공 작업들을 필요에 따라서 여러 공작기계에 배분하고 각 작업에 필요한 절삭공구(cutting tools)들을 이들 공작기계에 배치한다. 따라서 머신로딩 과정에 각 대안별로 생성되는 복수 경로의 활용을 고려하여 그 성과를 분석할 수 있는 방법이 필요하다.

본 논문에서 이를 위한 두 가지 방법을 비교하는데 하나는 문헌상에 나타나는 경로배합정책이고 다른 하나는 이 논문에서 새로이 제시하는 팔렛배분 정책이다. 경로배합정책에서는 부품별로 복수의 경로들을 따라서 생산할 비율을 결정하며 이러한 비율이 실제 운영상 가능하다고 가정한다. 반면, 팔렛배분정책에서는 부품별로 결정된 일정수의 팔렛을 해당 부품의 경로별로 배분하며, 일단 특정경로에 할당된 팔렛은 그 경로만 따라서 순환한다. 각 정책하에서 부품들의 가중산출율을 최대화하는 최적해를 구하기 위하여 FMS를 폐대기행렬망으로 모형화하고 그 위에서 비선형계획문제를 개발하였다.

수치 예제를 통하여 두 가지 정책을 비교한 결과 다음과 같은 유익한 점을 관찰하였다.

- 복수 경로의 적절한 활용을 통하여 산출율 증가를 이룰 수 있으며 경우에 따라서는 그 효과가 상당할 수 있다.

- 최적경로배합과 최적팔렛배분은 부품들의 경제적 가중치에 영향을 받는다.
- 복수 경로의 활용은 시스템의 개별 자원의 부하를 고르게 하고 병목의 부하를 줄여서 산출율을 향상시킨다.
- 경로를 추가하는 것이 산출율 향상을 가져오는 것은 사실이지만, 부품들이 시스템의 자원을 놓고 경쟁하고 있으므로 부품들간의 상호작용을 분석할 수 있어야 우수한 생산계획을 수립할 수 있다. 이러한 상호작용은 FMS의 특성상 직관적으로 쉽게 분석되지 않으며 그 특성을 고려한 편리한 도구를 필요로 한다. 이 논문에서 제시한 방법들은 그러한 도구이다
- 팔렛배분정책이 경로배합정책의 훌륭한 대안이 될 수 있으며 운영상 용이하며 엄격한 증명은 제시하지 않았지만 최적해의 민감성도 낮은 것 같다. 이것에 대한 해석적 설명은 매우 어려운 것으로 판단되며 직관적으로 보면 팔렛배분정책에서는 경로별 팔렛의 수가 고정되는데 반하여 경로배합정책에서는 경로들 사이의 생산비율을 유지하기 위하여 경로별로 팔렛의 수가 수시로 변경되어야 한다. 대기시스템에서 변동은 일반적으로 시스템의 성과를 저하시키는 원인이 되므로 후자의 경우 전자에 비하여 시스템의 변동을 증가시켜서 전자보다 시스템이 민감한 행태를 보이는 것으로 추정된다. 또한 이러한 직관적 설명은 시스템의 산출률에 있어서도 팔렛배분정책이 더 우수할 가능성(혹은 최소한 더 나쁘지 않음)을 함의하는데 여기서 다루어진 두 가지 예에서도 이런 점을 볼 수 있었다. 또한 팔렛배분정책에서는 팔렛을 조정하면 경로별산출에 영향을 미치므로 결국 경로별 산출률의 비율도 (최소한 간접적으로) 조정하는 효과가 있어서 경로배합정책보다 좋은 결과를 낳을 것 같기도 하다. 하지만, 이런 직관은 과감하게 일반화될 수는 없다. 이 점에 대하여서는 추후 더 깊은 연구가 필요할 것으로 판단된다.

FMS처럼 구성요소 사이에 상호연관성(coupling)이 높고 또한 제품배합(production mix)이 자주 바뀌는 상황에서는 시스템 능력(capacity)이 매우 가변적이므로 능력 평가 도구가 생산계획 과정에 중요한 도구이다. 이 논문에서 채택한 대기행렬망모형은 생산계획 단계에서 대안의 평가를 위한 편리한 도구가 될 수 있다. 하지만 대기행렬망모형은 균형상태를 가정하므로 계획기간(planning horizon)이 아주 짧을 때에는 그 유용성이 제한적이다. 특히, 제품별로 생산량이 매우 작고 제품배합이 아주 자주 바뀌는 경우에는 더욱 그렇다. 이런 경우에는 폐대기행렬망 모형은 일반적으로 적합하지 않다. 이 논문에서 제시한 대기행렬망 기반 모형으로 '1차적 평가 (quick and dirty analysis)'를 하고 목표 달성에 근접한 경우에는 시뮬레이션으로, 필요하면 고장과 같은 것까지도 감안하여, 정밀 분석을 하는 것이 현실적인 접근 방법일 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Brooke, A. D. Kendrick and A. Meeraus, *GAMS 2.25: A User's Guide*, The Scientific Press, San Francisco, CA, 1992.
- [2] Buzacott, J.A. and J.G. Shanthikumar, *Stochastic Models of Manufacturing Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [3] Chan, F.T.S., H.K. Chan, H.C.W. Lau and R.W.L. Ip, "Analysis of dynamic dispatching rules for a flexible manufacturing system," *Journal of Materials Processing Technology*, 138(2003), pp.325-331.
- [4] Dong, J., H.H. Jo and H.R. Parsaei, "A Feature-Based Dynamic Process Planning and Scheduling," *Computers and Industrial Engineering*, Vol.23, No.1-4(1992), pp.141-144.
- [5] Fletcher, R., "Methods Related to Lagrangian Functions," in *Numerical Methods for Constrained Optimization*, P.E. Gill and W. Murray (Eds.), Academic Press, London, (1974) pp.219-239.
- [6] Gill, P.E. and W. Murray (Eds.), *Numerical Methods for Constrained Optimization*, Academic Press, London, 1974.
- [7] Gamila, M.A. and S. Motavalli, "A modeling technique for loading and scheduling problems in FMS," *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 19(2003), pp.45-54.
- [8] Hopp, W.J. and M.L. Spearman, *Factory Physics, 2nd Ed.*, McGraw-Hill, Seoul, 2001.
- [9] Hou, T.H. and H.P. Wang, "Integration of a CAPP and an FMS," *Computers and Industrial Engineering*, Vol.20, No.2(1991), pp.231-242.
- [10] Kim, M.H. and Y.D. Kim, "Simulation-based real-time scheduling in a flexible manufacturing system," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol.13, No.2(1994), pp.85-93.
- [11] Kim, J., P.J. Schweitzer and A. Seidmann, "Analysis of Flexible Manufacturing Systems with Distinct Repeated Visits : DrQ," *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 7(1995), pp.319-338.
- [12] Kouvelis, P., "Design and Planning Problems in Flexible Manufacturing Systems : A Critical Review," *Journal of Intelligent Manufacturing*, 3(1992), pp.75-99.
- [13] Liu, J. and M.B.L. MacCarthy, "The Classification of FMS Scheduling," *International Journal of Production Research*, Vol.34, No.3 (1996), pp.647-66.
- [14] Montazeri, M. and L.L. Van Wassenhove, "Analysis of scheduling rules for an FMS," *International Journal of Production Research*, Vol.28, No.4(1990), pp.785-802.
- [15] Murtagh, B.A. and M.A. Saunders, "MINOS 5.1 User's Guide," Report SOL 83-20R, December 1983, revised January 1987, Stanford University, 1987.

- [16] Powell, M.J.D., "A Method for Nonlinear Constraints in Minimization Problems," in *Optimization*, R. Fletcher (Ed.), Academic Press, New York, NY, 1969.
- [17] Schweitzer, P.J., "Approximate Analysis of Multiclass Closed Networks of Queues," *Proceedings of the International Conference on Stochastic Control and Optimization*, Free University, Amsterdam, Netherlands, (April 1979), pp.5-6.
- [18] Schweitzer, P.J., A. Seidmann and S. Shalev -Oren, "The Correction Terms in Approximate Mean Value Analysis," *Operations Research Letters*, 4(1986), pp.197-200.
- [19] Stecke, K.E., "Formulation and Solution of Nonlinear Integer Production Planning Problems for Flexible Manufacturing Systems," *Management Science*, 29(1983), pp.273-288.
- [20] Stecke, K.E. and J.J. Solberg, "Loading and Control Policies for a Flexible Manufacturing System," *International Journal of Production Research*, Vol.19, No.5(1981), pp.481-490.