퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2004, Vol. 14, No. 7, pp. 902-906

퍼지 관측기-제어기의 국소적 독립 원리
Local Separation Principle of Fuzzy Observer-Controller

이호재* · 박진배* · 주영훈**
Ho Jae Lee, Jin Bae Park, and Young Hoon Joo

* 연세대학교 전기전자공학과
** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 관측기-제어기의 독립 설계 원리를 조사한다. T-S 퍼지 시스템의 전건부 변수가 측정 가능하거나 출력으로부터 계산 가능한 경우 T-S 퍼지 모델 기반 관측기와 T-S 퍼지 모델 기반 제어기는 독립적으로 설계 가능하며, 이에 따른 관측기 기반 출력 궤환 제어기는 전역적 안정화 가능성을 보장한다. 한편 T-S 퍼지 시스템의 전건부 변수가 측정 불가능하거나 출력으로부터 계산 불가능한 경우에는, T-S 퍼지 모델 기반 제어기와 관측기를 구현하기 위하여 퍼지 추론 시스템의 전건부 변수를 추정해야 한다. 본 논문은 전건부 변수가 측정 불가능한 경우 T-S 퍼지 모델 기반 제어기와 T-S 퍼지 모델 기반 관측기의 독립적 설계 가능성을 조사한다. T-S 퍼지 모델 기반 제어기와 관측기의 수렴속도가 충분히 빠를 경우 전역적인 독립 설계가 가능함을 보이며, 그렇지 않은 경우 국소적인 독립 설계가 가능함을 보인다.

Abstract

A separation principle of the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy-model-based observer-control is investigated. When the premise variables are able to be measured or directly computed from the outputs of the T-S fuzzy system and the fuzzy inference rules for the plant, control, and observer share the premise parts, the T-S fuzzy-model-based observer and the T-S fuzzy-model-based control can be separately designed such that the global stabilizability is guaranteed by the fuzzy observer-based output-feedback control. In this case, the global separation principle is well established. On the other hand, when the premise variables are unmeasurable or cannot be computed from the outputs, they should also be estimated. We examine the separation principle of this case. If the decay rates of the T-S fuzzy-model-based control and observer are sufficiently fast, the global separation is assured. Otherwise we show that the separation principle holds locally.

Key words : Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy system, observer, observer-based output-feedback separation principle, stability.

1. 서 론

T-S (Takagi-Sugeno) 퍼지 모델 기반 제어 기법은 1) 수학적으로 정의되기 어려운 비선형 혹은 불확실한 시스템의 모델링에 매우 효과적이며 2) 전문가의 지식과 선형 제어 이론을 손쉽게 결합할 수 있으며 3) 제어 신호를 구현을 위하여 여타 비선형 제어 기법에 비하여 상대적으로 적은 계산량을 요구하는 장점에 의하여 불확실 비선형 시스템을 위한 강력한 제어기법으로 인식되어 왔으며 많은 연구가 수행되었다 [1-12].

한편 많은 실제적인 제어 응용 분야에서, 시스템의 모든 상태 변수를 직접 측정 가능한 경우는 많지 않다. T-S 퍼지 시스템의 경우 일반적으로 T-S 퍼지 모델 기반 제어기의 퍼지 규칙의 전건부(premise part)는 제어기 설계의 편의를 위해서 플랜트를 모사하는 플랜트 퍼지 규칙의 전건부를 동일하게 사용하는 경우가 많다. 플랜트를 모사하는 퍼지 규칙의 전건부 변수가 직접 측정 가능한(measurable) 경우, 혹은 T-S 퍼지 시스템의 출력으로부터 계산 가능한 경우는 T-S 퍼지 모델 기반 관측기-제어기의 독립원칙(separation principle)은 상태 공간 전역에서 성립함이 알려져 있다 [10-12]. 보다 구체적으로, 플랜트의 상태 변수 벡터와 상태 관측 오차 벡터의 동특성을 나타내는 확장 시스템의 모든 부시스템의 고유값은 전 상태 궤환 (full state-feedback) 제어 시스템의 고유값(eigenvalue)과 관측 오차 시스템의 고유값으로 구성됨이 알려져 있어 T-S 퍼지 모델 기반 전 상태 궤환 제어기의 설계와 T-S 퍼지 모델 기반 관측기의 설계는 독립적으로 수행가능하다.

그러나, 플랜트의 상태 변수가 측정 불가능한 (unmeasurable) 경우, 많은 경우에서 플랜트 퍼지 규칙의 전건부 변수가 직접 측정 가능하지 않거나 시스템의 출력으로부터 계산가능하지 않다. 이 사실은 퍼지 모델 기반 제어기나 퍼지 모델 기반 관측기의 퍼지 추론을 위해서는 해당 퍼지 규칙의 전건부 변수 또한 관측되어야 함을 의미한다. 이 경우 관측기 기반 T-S 퍼지 모델 기반 제어기의 설계는 매우 어려운 문제로 귀결되며 현재까지 명확한 관측기-제어기

접수일자 : 2003년 3월 21일
완료일자 : 2003년 6월 1일
감사의 글 : 이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-041-D00212.).

의 독립적인 설계 가능성이 연구되지 않은 실정이다.

본 논문은 T-S 퍼지 모델의 전건부 변수가 측정 불가능한 경우 T-S 퍼지 모델 기반 제어기와 관측기의 독립원칙을 조사한다.

이어지는 다음 장은 T-S 퍼지 모델 기반 관측기-제어기를 논의한다. 3장은 전건부 변수가 측정 가능한 경우, 4장은 전건부 변수가 측정 불가능한 경우의 T-S 퍼지 모델 기반 제어기/관측기의 설계 독립 원칙을 논의하며, 5장에서 결론을 맺는다.

2. T-S 퍼지 모델 기반 제어기/관측기

다음과 같은 비선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t)=f(x(t),u(t))$$
$$y(t)=h(x(t)).$$

여기서 $x(t)\in R^n$ 는 상태 벡터이며, $u(t)\in R^m$는 제어 입력이다. 벡터장 (vector field) $f: U_x\times U_u\subset R^n\times R^m \to V_x\subset R^n$는 입력 $u(t)$에 대하여 유사(affine)함을 가정한다. 더욱이 $f(0,0)=0$ 이며 두 번 이상 미분 가능하며 [14, Ch. 14], $h: U_x\subset R^n \to V_y\subset R^p$, $y(0)=0$ 임을 부가적으로 가정하자. T-S 퍼지 시스템은 다음의 조건들을 만족하는 비선형 사상 (mapping) $\psi_x(x(t),u(t)): U_x\times U_u \to V_x$ 와 $\psi_y(x(t)): U_x \to V_y$으로 볼 수 있다.

$$\sup_{(x(t),u(t))\in U_x\times U_u} ||f(x(t),u(t))-\psi_x(x(t),u(t))||<\delta_f$$
$$\sup_{x(t)\in U_x} ||h(x(t))-\psi_y(x(t))||<\delta_h.$$

여기서 δ_f와 δ_h는 임의의 양의 수이며 이는 범용적 근사화 (universal approximation)를 의미한다.

이제 앞서 고려한 비선형 동적 시스템의 국소적(local) 동특성을 표현하는 r개의 행렬들 $v_i=(A_i,B_i,C_i)$을 고려하자. 이들은 행렬 다각형 (matrix polytope)

$$F=\mathbf{Co}\{[A_1,B_1,C_1],\cdots,[A_r,B_r,C_r]\}$$

을 나타내며 정의역 (domain) $U_x\times U_u$와 공변역 (range) $V_x\times V_y$를 포함한다. 여기서 $\mathbf{Co}$는 볼록 다각형의 내부(convex hull)를 의미하여 $A_i\in R^{n\times n}$, $B_i\in R^{n\times m}$, $C_i\in R^{n\times p}$이다. 따라서 시각 t에서 다음의 관계를 만족하는 적절한 계수 θ_i, $i\in I_R$를 찾을 수 있다.

$$\psi_x(x(t),u(t))=A(\theta)x(t)+B(\theta)u(t)$$
$$\psi_y(x(t))=C(\theta)y(t)$$

여기서

$$A(\theta)=\mathbf{Co}\{A_1,\cdots,A_r\}$$

이며, $B(\theta)=\mathbf{Co}\{B_1,\cdots,B_r\}$, $C(\theta)=\mathbf{Co}\{C_1,\cdots,C_r\}$, $\sum_{i=1}^{r}\theta_i=1$, $\theta_i\in R_{[0,1]}$, $i\in I_R=\{1,2,\cdots,r\}$이다. T-S 퍼지 추론 시스템의 핵심은 계수 θ_i, 즉 퍼지 추론 시스템의 규칙 발화도(firing strength)를 퍼지 IF-THEN 규칙에 의하여 표현되는 전문가의 지식에 의하여 결정함에 있다.

이제 비선형 시스템을 효율적으로 표현할 수 있는 다음과 같은 T-S 퍼지시스템을 고려하자 [4-10].

$$R^i:\ \text{IF}\ z_1(t)\ \text{is}\ \Gamma_1^i\ \text{and}\ z_n(t)\ \text{is}\ \Gamma_n^i$$
$$\text{THEN}\ \begin{aligned}\dot{x}(t)&=A_ix(t)+B_iu(t)\\ y(t)&=C_ix(t)\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 R^i 는 i번째 퍼지 규칙, $z_h(t)$는 h번째 전건부 변수를 의미한다. Γ_h^i, $i\in I_R$, $h\in I_N$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_ix(t)+B_iu(t))\\ y(t)&=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))C_ix(t)\end{aligned} \tag{2}$$

여기서

$$\omega_i(z(t))=\prod_{h=1}^{n}\Gamma_h^i(z_h(t)),\ \theta_i(z(t))=\frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r}\omega_i(z(t))}$$

이며 $\Gamma_h^i(z_h(t))$는 h번째 전건부 변수 $z_h(t)$의 퍼지 집합 Γ_h^i에 대한 소속도를 나타낸다.

실제 제어 시스템에서는 모든 상태 변수를 측정할 수 없거나 어려우므로 다음과 같은 퍼지 모델 기반 관측기를 사용한다.

$$R^i:\ \text{IF}\ z_1(t)\ \text{is}\ \Gamma_1^i\ \text{and}\ z_n(t)\ \text{is}\ \Gamma_n^i$$
$$\text{THEN}\ \begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t)&=A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+L_i(y(t)-\hat{y}(t))\\ y(t)&=C_ix(t)\end{aligned} \tag{3}$$

비퍼지화된 관측기의 동특성은 다음과 같이 표현되며

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t)&=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+L_i(y(t)-\hat{y}(t)))\\ \hat{y}(t)&=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))C_i\hat{x}(t)\end{aligned} \tag{4}$$

관측된 상태 변수 $\hat{x}(t)$를 사용한 제어기의 퍼지 규칙은 다음과 같다.

$$R^i:\ \text{IF}\ z_1(t)\ \text{is}\ \Gamma_1^i\ \text{and}\ z_n(t)\ \text{is}\ \Gamma_n^i$$
$$\text{THEN}\ u(t)=K_i\hat{x}(t). \tag{5}$$

중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화에 의하여 비퍼지화된 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u(t)=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))K_i\hat{x}(t). \tag{6}$$

관측기에 의하여 추정된 상태변수의 오차를 $e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$라 하면, 다음과 같은 확장된 폐루프 시스템(augmented closed-loop system)을 구성할 수 있다.

$$\dot{\chi}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(z(t))\Phi_{ij}\chi(t). \tag{7}$$

여기서 $\Phi_{ij}=\begin{bmatrix} A_i+B_iK_j & -B_iK_j \\ 0 & A_i-L_iC_j \end{bmatrix}$, $(i,j)\in I_R\times I_R$이며, $\chi(t)=\mathrm{col}[x(t),\ e(t)]$이다.

정리 1: T-S 퍼지 시스템 (2)가 전역적으로 관측가능(globally observable)하며, 전역적으로 제어가능(globally stabilizable)하다고 가정하자. 시스템 (2)의 평형점(equilibrium point) $x_{eq}=[0]_{n\times 1}$과 $e_{eq}=[0]_{n\times n}$은 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 모델 기반 제어기 $u(t)=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))K_i\hat{x}(t)$에 의하여 전역적으로 지수적으로 안정화 가능하다.

증명: 고려하는 퍼지 시스템 (2)의 전역적 제어가능성에 의하여 행렬 $A_i-B_iK_j$, $(i,j)\in I_R\times I_R$의 모든 고유값의 실수부가 음의 값을 갖도록 할당가능하다. 또한 퍼지 시스템 (3)의 전역적 관측가능성으로부터 행렬 $A_i-L_iC_j$를 Hurwitz 행렬로 만들 수 있다. 한편 행렬 $\lambda(\Phi_{ij})=\lambda(A_i-B_iK_j)\cup\lambda(A_i-L_iC_j)$ 이므로 확장된 시스템 (7)은 전역적으로 지수적으로 안정하다.

참고 1: $\lambda(\Phi_{ij})=\lambda(A_i-B_iK_j)\cup\lambda(A_i-L_iC_j)$ 으로부터 퍼지 모델 기반 제어기 (5)와 퍼지 모델 기반 관측기 (6)은 독립적으로 설계 가능함을 쉽게 알 수 있다.

3. 관측기 기반 퍼지 모델 기반 제어: 전건부 변수가 측정 불가능한 경우

본 장에서는 전건부 변수가 측정 불가능한 경우의 관측기 기반 출력 궤환 퍼지 제어 시스템을 논의한다. 전건부 변수 $z(t)$가 측정 불가능하거나 시스템의 출력 $y(t)$로부터 계산 불가능한 경우 제어기와 관측기를 구성하는 퍼지 규칙의 발화도는 시스템의 상태 $x(t)$가 아니라 관측된 상태 $\hat{x}(t)$로부터 계산되어져야 하며 $\hat{z}(t)$로 표기하기로 한다. 이에 따라서 플랜트, 관측기, 제어기의 전역적 동특성은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_ix(t)+B_iu(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))C_ix(t) \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(\hat{z}(t))(A_i\hat{x}(t)+B_iu(t)+L_i(y(t)-\hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(\hat{z}(t))C_i\hat{x}(t) \end{aligned} \tag{9}$$

$$u(t)=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(\hat{z}(t))K_i\hat{x}(t) \tag{10}$$

시스템의 상태 관측 오차를 $e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$로 정의할 경우, 새로운 확장된 상태 벡터 $\chi(t)=\mathrm{col}[x(t),\ e(t)]$의 동특성은 다음의 미분 방정식에 의하여 기술된다.

$$\begin{aligned} \dot{\chi}(t) &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t)) \\ &\quad\times\begin{bmatrix} A_i+B_iK_h & -B_iK_h \\ \begin{pmatrix} A_i-A_j \\ +(B_i-B_j)K_h \\ +L_j(C_h-C_i)\end{pmatrix} & \begin{pmatrix} A_j-L_jC_h \\ -(B_i-B_j)K_h \end{pmatrix}\end{bmatrix}\chi(t) \\ &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t)) \\ &\quad\times\begin{bmatrix} A_i+B_iK_h & -B_iK_h \\ 0 & A_j-L_jC_h \end{bmatrix}\chi(t) \\ &\quad+\zeta(\chi(t)) \end{aligned} \tag{11}$$

여기서

$$\begin{aligned} \zeta(\chi(t)) &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t)\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t)) \\ &\quad\times\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \begin{pmatrix} A_i-A_j \\ +(B_i-B_j)K_h \\ +L_j(C_h-C_i)\end{pmatrix} & -(B_i-B_j)K_h \end{bmatrix}\chi(t) \end{aligned} \tag{12}$$

정리 2: 식 (12)의 섭동 $\zeta(\chi(t))$는 다음의 관계를 만족한다.

$$\lim_{\|\chi(t)\|\to 0}\ \sup_{k\in Z_{\geq 0}}\frac{\|\zeta(\chi(t))\|}{\|\chi(t)\|}=0.$$

증명: T-S 퍼지 시스템은 임의의 함수를 범용적으로 근사화할 수 있으므로 [14, Ch. 14], U_z 내부의 점들을 구별할(separate) 수 있다. 따라서 집합 U_x로부터 U_z로의 일대일 대응이 존재하며 이는 $\|\chi(t)\|\to 0$일때

$$\|\theta_i(z(t))-\theta_j(\hat{z}(t))\|\to 0$$

임을 의미한다. 이는

$$\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))(A_i-A_j)\to[0]_{n\times n}$$

$$\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))(B_i-B_j)\to[0]_{n\times m}$$

$$\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_h(\hat{z}(t))(C_i-C_h)\to[0]_{p\times n}$$

를 의미하며 따라서 $\lim_{\|\chi(t)\|\to 0}\ \sup_{k\in Z_{\geq 0}}\frac{\|\zeta(\chi(t))\|}{\|\chi(t)\|}=0$ 이다.

정리 3: T-S 퍼지 시스템 (8)이 지수적으로 관측가능하고, 지수적으로 안정화 가능함을 가정하자. 더욱이 이들의 감쇄지수(decaly rate)가 충분히 빠르다면, 관측기 기반 출력 궤환 제어기는 시스템의 영 평형점 $\chi(t)=[0]_{n\times 1}$을 지수적으로 전역적으로 안정시킬 수 있다.

증명: 가정에 의하여 T-S 퍼지 시스템 (8)은 전 상태 궤환 제어기 $u(t)=\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))K_ix(t)$에 의하여 지수적으로 안정화 가능하므로 역 리아푸노프(converse Lyapunov) 안정도 이론에 의하여 다음을 만족하는 리아푸노프 함수 $V_1(x(t))$가 존재함을 알 수 있다.

$$\varkappa_1\|x(t)\|\leq V_1(x(t))\leq\varkappa_2\|x(t)\|$$

$$\left\|\frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x(t)}\right\|\leq\varkappa_3\|x(t)\|$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial V_1(x(t))}{\partial x(t)}\Big(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t)) \\ &\qquad\times(A_i+B_iK_j)x(t)\Big)\leq-\varkappa_4\|x(t)\|^2 \end{aligned}$$

여기서 $\{\varkappa_1,\varkappa_2,\varkappa_3,\varkappa_4\}$는 양의 상수들이다.

한편 T-S 퍼지 시스템 (8)의 관측가능성의 가정에 의하여

다음을 만족하는 리아푸노프 함수 $V_2(e(t))$가 존재한다.

$$\varsigma_1\|e(t)\| \le V_2(e(t)) \le \varsigma_2\|e(t)\|$$
$$\left\|\frac{\partial V_2(e(t))}{\partial e(t)}\right\| \le \varsigma_3\|e(t)\|$$
$$\frac{\partial V_2(e(t))}{\partial e(t)}\left(\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(\hat{z}(t))\theta_j(\hat{z}(t))\right.$$
$$\times(A_j+L_jC_h)e(t)) \le -\varsigma_4\|e(t)\|^2$$

여기서 $\{\varsigma_1, \varsigma_2, \varsigma_3, \varsigma_4\}$는 양의 상수들이다.

이제 확장 폐루프 시스템 (12)의 평형점 $\chi_{eq}=[0]_{2n\times 1}$이 안정함을 증명하기 위하여, 다음과 같은 형태의 리아푸노프 함수를 가정하자.

$$V(\chi(t))=\lambda V_1(x(t))+V_2(e(t)).$$

여기서 $\lambda \in R_{>0}$는 나중에 정해질 양의 상수이다 [13]. 이제 시스템 (11)의 해의 궤적에 따른 함수 $V(x(t), e(t))$의 시간에 따른 미분을 계산하면 다음의 부등식을 유도할 수 있다.

$$\dot{V}(x,e)|_{(11)}=\lambda\frac{\partial V_1}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial V_2}{\partial e}\frac{de}{dt}\Big| \quad (11)$$
$$\le -\lambda\varkappa_4\|x\|^2$$
$$+\lambda\varkappa_3\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_h(\hat{z}(t))B_iK_h\right\|$$
$$\times\|x\|\|e\|$$
$$-\varsigma_4\|e\|^2$$
$$+\varsigma_3\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t))\right.$$
$$\times(A_i-A_j+(B_i-B_j)K_h$$
$$+L_j(C_h-C_i))\|$$
$$\times\|x\|\|e\|$$
$$+\varsigma_3\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t))\right.$$
$$\times((B_i-B_j)K_h)\|\|e\|^2$$

다음과 같이 한정된 양의 상수들을 정의하면

$$\nu_1=\sup_{(i,j)\in I_R\times I_R}\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_h(\hat{z}(t))B_iK_h\right\|$$
$$\nu_2=\sup_{(i,j,h)\in I_R\times I_R\times I_R}\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\right.$$
$$\times\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t))$$
$$\times(A_i-A_j+(B_i-B_j)K_h$$
$$+L_j(C_h-C_i))\|$$
$$\nu_3=\sup_{(i,j,h)\in I_R\times I_R\times I_R}$$
$$\left\|\sum_{i=1}^{r}\sum_{h=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(\hat{z}(t))\theta_h(\hat{z}(t))(B_i-B_j)K_h\right\|$$

가정된 리아푸노프 함수는 다음과 같이 한정 가능하다.

$$\dot{V}(x(t),e(t))\Big|_{(11)} \le -\lambda\varkappa_4\|x(t)\|^2$$
$$+(\lambda\varkappa_3\nu_1+\varsigma_3\nu_2)\|x(t)\|\|e(t)\| \quad (13)$$
$$+(\varsigma_3\nu_3-\varsigma_4)\|e(t)\|^2$$

부등식 (13)의 우변은 변수 $\|x(t)\|$와 $\|e(t)\|$에 대하여 완전제곱 형태로 구성할 수 있으며 Sylvester의 정리에 의하여 다음의 부등식이 만족된다면

$$\frac{(\lambda\nu_1+\varsigma_3\nu_2)^2}{4\lambda}\varkappa_4+\varsigma_3\nu_3-\varsigma_4<0 \quad (14)$$

부등식 (13)은 음한정이 됨을 알 수 있다. 더욱이 식 (14)를 λ에 대하여 완전제곱 형태로 구성한 후 다시 Sylvester의 정리를 적용하면, 다음의 부등식이 성립하는 경우

$$(\nu_1\nu_2\varsigma_3+2(\varsigma_4-\varsigma_3\nu_3)\varkappa_4)^2-\nu_1^2\nu_2\varsigma_3$$
$$=4((\varsigma_4-\varsigma_3\nu_3)\varkappa_4^2)$$
$$+4\nu_1\nu_2\varsigma_3(\varsigma_4-\varsigma_3\nu_3)\varkappa_4 \quad (15)$$
$$+(\nu_1\nu_2\varsigma_3)^2-\nu_1^2\nu_2\varsigma_3$$
$$>0$$

부등식 (13)을 만족시키는 양의 실수 λ는 항상 존재한다. 한편, 부등식 (15)는 다음의 부등식

$$4(\varsigma_4-\varsigma_3\nu_3)\varkappa_4-\nu_1>0 \quad (16)$$

이다. 따라서 부등식 (16)을 만족시키는 충분히 큰 양의 수 ς_4와 $\varkappa_4$가 존재한다면 부등식 (15), (14)가 만족되며 시스템의 (11)은 전역적으로 안정하다.

정리 4: T-S 퍼지 시스템 (8)은 정리 1에 의하여 독립적으로 설계된 T-S 퍼지 모델 기반 관측기와 T-S 퍼지 모델 기반 제어기의 이득 행렬들 K_i와 L_i을 사용한 관측기 기반 출력 궤환 제어기 (9),(10)에 의하여 국소적으로 지수적으로 안정화 가능하다.

증명: 정리 2로부터 $\zeta(\chi(t))$는 평형점에서 사라지는 섭동(vanishing perturbation)이며, 임의의 $\nu_4>0$에 대하여 $\|\zeta(t)\|<\nu_4\|\chi(t)\|$를 만족하는 집합 $\Sigma_R=\left\{\chi(t)\,\middle|\,\sup_{z(t)\in U_z}\|\chi(t)\|\le R\right\}$이 존재하도록 하는 양의 수 R이 항상 존재함을 알 수 있다. 참고문헌 [15]의 보조정리 5.1에 의하여 정리 1에 의하여 섭동 $\zeta(\chi(t))$가 없는 시스템을 전역적으로 지수적으로 안정화 시킬수 있는 관측기 기반 출력 궤환 제어기는 평형점에서 사라지는 섭동을 갖는 동일 시스템을 집합 Σ_R상에서 국소적으로 지수적으로 안정화 시킬 수 있다.

4. 결 론

본 논문은 T-S 퍼지 모델 기반 관측기-제어기의 독립 설계 원리를 논의하였다. T-S 퍼지 시스템의 전건부 변수가 측정 가능하거나 출력으로부터 계산 가능한 경우 T-S 퍼지 모델 기반 관측기와 T-S 퍼지 모델 기반 제어기는 독립적으로 설계 가능하며, 이에 따른 전체 관측기 기반 출력 궤환 제어기는 전역적 안정화 가능성을 보장함을 조사하였다. 한편 T-S 퍼지 시스템의 전건부 변수가 측정 불가능하거나 출력으로부터 계산 불가능한 경우에는, 퍼지 모델 기반 제어기와 관측기를 구현하기 위하여 퍼지 추론 시스템의 전건부 변수를 추정해야 하며, T-S 퍼지 모델 기반 제어기의 설계와 T-S 퍼지 모델 기반 관측기의 설계는 국소적으로 독립 가능함을 보였다.

참 고 문 헌

[1] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 2, pp. 369-379, 2001.

[2] Y. H. Joo, L. S. Shieh, and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, no. 4, Aug., 1999.

[3] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of robust fuzzy-model-based controller with sliding mode control for SISO nonlinear systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 125, no. 1, pp. 1-22, 2002.

[4] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of sampled-data fuzzy-model-based control systems by using intelligent digital redesign," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 49, no. 4, pp. 509-517, 2002.

[5] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-based intelligent digital redesign of fuzzy-model-based controllers," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, pp. 1-10, 2003.

[6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Static output feedback fuzzy controller for Chen's chaotic attractor with uncertainties," Inform. Sci., vol. 151, pp. 227-244, 2003.

[7] K. Kiriakidis, "Fuzzy model-based control of complex plants," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 4, 1998.

[8] J. Ma and G. Feng, "An approach to H_∞ control of fuzzy dynamic systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 137, no. 3, pp. 367-386, 2003.

[9] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Comments on "*Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model*"," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, vol. 33, no. 3. pp. 521-523, 2003.

[10] X. J. Ma and Z. Q. Sun, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 1, pp. 41-51, 1998.

[11] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulator and fuzzy observer: relaxed stability conditions and LMI-based designs," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.

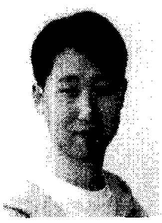
[12] J. Yoneyama, M. Nishikawa, H. Katayama, A. Ichikawa, "Design of output feedback controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 121 pp. 127-148, 2001.

[13] A. E. Golubev, A. P. Krshchenko, and S. B. Tkachev, "A separation principle for affine systems," J. Differ. Equ., vol. 37, no. 11, pp. 1468-1475, 2001.

[14] K. Tanaka and H. O. Wang, Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach, NY: Wiley, 2001.

[15] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, NJ: Prentice Hall, 1996.

저 자 소 개



이호재(Ho Jae Lee)

1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.
2000년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사)
2004년 : 연세대학교 대학원 전기전자공학과 졸업 (공학박사)

관심분야 : T-S 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.

Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

주영훈(Young Hoon Joo)
제 14권 6호(2004년 10월호) 참조

박진배(Jin Bae Park)
제 16권 6호(2004년 10월호) 참조