

차체 기본 진동 모드를 고려한 필러 단면의 신뢰성 최적설계

이상범*, 임홍재†

(논문접수일 2004. 7. 6, 심사완료일 2004. 9. 16.)

Reliability-Based Optimal Design of Pillar Sections Considering Fundamental Vibration Modes of Vehicle Body Structure

Sang Beom Lee*, Hong Jae Yim†

Abstract

This paper presents the pillar section optimization technique considering the reliability of the vehicle body structure consisted of complicated thin-walled panels. The response surface method is utilized to obtain the response surface models that describe the approximate performance functions representing the system characteristics on the section properties of the pillar and on the mass and the natural frequencies of the vehicle B.I.W. The reliability-based design optimization on the pillar sections is performed and compared with the conventional deterministic optimization. The FORM is applied for the reliability analysis of the vehicle body structure. The developed optimization system is applied to the pillar section design considering the fundamental natural frequencies of passenger car body structure. By applying the proposed RBDO technique, it can be possible to optimize the pillar sections considering the reliability that engineers require.

Key Words : First-Order Reliability Method(FORM, 일차신뢰도법), Pillar Section(필러단면), Response Surface Method(RSM, 반응표면법), Reliability-Based Design Optimization(RBDO, 신뢰성최적설계), Vibration Analysis(진동해석), Vehicle Body Structure(차체)

1. 서론

자동차의 필러는 외판, 내판, 보강판 등 여러 개의 얇은 강판들을 접합점으로 조립한 구조물로서 일반적으로 복잡한 단면 형상을 갖고 있다. 필러 단면 형상은 차량의 정

적·동적 특성에 많은 영향을 미치므로 설계자가 요구하는 차량 특성을 만족시키는 필러 단면 최적설계에 대하여 그 동안 많은 연구가 국내외적으로 수행되어 왔다^(1~3).

자동차 및 기계 시스템 등에 널리 사용되고 있는 최적설계방법은 확률론적 특성 관점에서 확정적 최적설계(dete-

* 국민대학교 자동차공학전문대학원 (sblee@kookmin.ac.kr)

주소: 136-702 서울시 성북구 정릉동 861-1

† 국민대학교 자동차공학전문대학원

minimistic optimum design)와 통계적 최적설계(stochastic optimum design)로 분류된다⁽⁴⁾. 확정적 최적설계는 설계변수에 존재할 수 있는 불확정성으로 인한 목적함수나 구속조건의 변동을 고려하지 않는 반면, 통계적 최적설계는 설계변수의 불확정성이 목적함수와 제약조건에 미치는 영향을 고려한다. 이것은 통계적 최적설계에 사용되는 설계변수는 결정적 변수(deterministic variable)가 아닌 불확정성을 포함하는 확률변수(random variable)로서 특정한 확률분포를 가지고 있다는 것을 의미한다⁽⁵⁾. 이와 같이 제품의 생산과정에서 발생할 수 있는 제약조건(또는 설계요구조건)의 실패확률(probability of failure)을 고려하는 통계적 방법인 신뢰성 최적설계에 대하여 그 동안 많은 연구가 이루어져 왔다^(6~8).

본 연구에서는 차량 구조물의 설계 초기 단계에서 설계자가 요구하는 제품의 성능이 생산환경(즉, 생산공정)에 따라서 실패할 확률을 통계적으로 고려하는 신뢰성 최적설계를 수행할 수 있는 설계시스템을 개발한다. 이 시스템에서는 설계 대상의 목적함수인 차체 질량과 구속조건인 고유진동수에 대한 명시적 성능평가함수(explicit performance function)를 실험계획법(DOE, design of experiments) 중 하나인 반응표면법(RSM, response surface method)⁽⁹⁾을 이용하여 만들고, 이를 최적화 기법과 신뢰성 평가방법에 적용하여 선정된 필러 단면에 대한 설계변수를 최적화한다. 본 연구를 통하여 개발되는 신뢰성 최적설계 시스템을 현재 생산중인 승용차에 적용하여 설계 시스템의 유용성을 검증한다.

2. 최적설계 기법

2.1 확정적 최적설계

확정적 최적설계는 목적함수를 최소화하면서 제약조건을 만족하는 확정적 설계변수를 찾아내는 것이며, 식 (1)에 이에 대한 상태함수를 나타내었다. 이와 같이 확정적 최적설계를 통해 얻은 설계 값은 생산과정에서 발생할 수 있는 설계변수들의 변동을 고려하지 않기 때문에 설계자의 요구 조건인 고유진동수 등을 만족하지 못하는 불량설계의 원인이 될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} : F(\mathbf{X}) \\
 & \text{Subject to} : G_j(\mathbf{X}) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, J \\
 & \quad \quad \quad H_k(\mathbf{X}) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 & \quad \quad \quad \mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서 $F(\mathbf{X})$ 는 목적함수, $G_j(\mathbf{X})$ 는 부등호 제약조건, $H_k(\mathbf{X})$ 는 등호 제약조건, \mathbf{X}^L 은 설계변수 \mathbf{X} 의 하한값, \mathbf{X}^U 는 상한값이며, J 와 K 는 설계 구속조건의 개수를 나타낸다.

2.2 확률적 최적설계

신뢰도란 설계자가 원하는 성능을 시스템이 만족시키는 정도를 나타내는 성능지수인 성능평가함수 $G(\mathbf{X})$ 의 정량적인 값으로 정의된다. 여기서 성능평가함수 $G(\mathbf{X})=0$ 이 되는 영역이 존재하는데, 이를 제한영역(limit state) 또는 실패면(failure surface)이라고 하며, 실패할 확률은 성능평가함수 $G(\mathbf{X}) < 0$ 인 영역에서 발생한다. 따라서 실패확률은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_f &= P\{G(\mathbf{X}) < 0\} \\
 &= \int_{\Omega} \dots \int_{\Omega} F_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) dX_1 \dots dX_n
 \end{aligned} \tag{2}$$

이 식에서 Ω 는 실패적분영역을 나타내며, $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ 는 기본 확률변수(basic random variable) \mathbf{X} 에 대한 상관확률밀도 함수(joint probability density function)를 나타낸다. 그런데 식 (2)의 상관확률밀도함수는 해석적 방법으로 구하기가 매우 어려우므로 일반적으로 이를 1차 또는 2차 근사식으로 만들어 사용한다. 이를 위해 보통 테일러급수전개를 이용하는데, 성능평가함수 $G(\mathbf{X})$ 를 테일러급수전개식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 G(\mathbf{X}) &= G(\boldsymbol{\mu}) + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial G}{\partial X_i}\right)(X_i - \mu_i) + H(\mathbf{X}) \\
 &= a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i + H(\mathbf{X}) \\
 &= G_1(\mathbf{X}) + H(\mathbf{X})
 \end{aligned} \tag{3}$$

이 식에서 $G_1(\mathbf{X})$ 는 임의의 설계변수들의 1차항의 선형조합을 나타내며, $H(\mathbf{X})$ 는 고차항을 의미한다. 식 (3)에서 성능평가함수의 평균 μ_G 와 분산 σ_G^2 은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \mu_G &\approx G_1(\boldsymbol{\mu}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_i \\
 \sigma_G^2 &\approx \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2 \\
 \sigma_i^2 &= (X_i - \mu_i)^2
 \end{aligned} \tag{4}$$

Fig. 1은 실패영역에서의 MPP(most probable point) 탐색과 MPP에서 실패함수를 1차식으로 근사화 시키는 FORM(first-order reliability method)을 도해적으로 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 FORM은 표준정규확률분포(standard normal probability distribution)의 통계적 특성을 이용한다. Hasofer와 Lind는 표준정규공간(standard normal space, U-space)의 원점으로부터 실패표면 상에 있는 한 점까지의 최단거리로 신뢰도지수(reliability index)를 정의했으며, 식 (4)로부터 구한 평균과 분산을 이용해서 다음 식과 같은 신뢰도지수 β 를 구한다.

$$\beta = \frac{G(\boldsymbol{\mu})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial X_i}\right)^2 \sigma_i^2}} = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (5)$$

본 연구에서는 고유진동수를 고려하는 신뢰성평가를 위해 앞에서 설명한 FORM과 평균값 μ 에서 성능평가함수 $G(\mathbf{X})$ 의 테일러급수를 사용하는 MVFO(mean value first-order)법을 결합한 방법을 적용하였다.

본 연구에서 개발하는 시스템을 위한 신뢰성 최적설계를 수식화 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} &: F(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \\ \text{Subject to} &: G_i^D = (\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \leq 0 \\ &: G_j^R = (\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \beta_j) \leq 0 \\ &: \mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 $F(\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 는 목적함수, G_i^D 는 i -번째 결정적 제약조건, G_j^R 은 j -번째 신뢰성 제약조건, β_j 는 j -번째 신뢰성 제약조건의 신뢰도지수, 그리고 \mathbf{Z} 는 확률변수를 나타낸다.

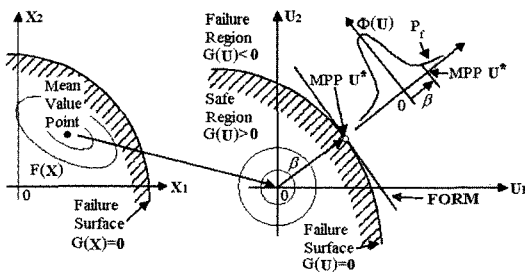


Fig. 1 Illustration of first-order reliability method

3. 고유진동수를 고려한 신뢰성 최적설계 시스템

신뢰성 최적설계 시스템을 구성하기 위해서는 여러 종류의 프로그램들이 요구된다. 진동해석을 위하여 상용 유한요소해석 프로그램인 MSC/NASTRAN⁽¹⁰⁾, 명시적 최적설계를 위하여 최적설계 프로그램인 DOT⁽¹¹⁾, 신뢰도 해석을 위하여 상용 통계해석 프로그램인 NESSUS⁽¹²⁾, 단면계수 계산 프로그램인 SECOPT⁽¹⁾, 그리고 프로그램들의 통합을 수행하기 위하여 ModelCenter⁽¹³⁾를 사용하였다.

Fig. 2는 본 연구에서 개발한 시스템을 이용한 신뢰성 최적설계 과정을 보여주고 있다.

4. 신뢰성 최적설계의 적용 및 검증

개발한 설계 시스템을 검증하기 위하여 승용차 B.I.W.의 1차 비틀림 진동모드 및 1차 굽힘 진동모드의 고유진동수가 설정된 값과 신뢰도를 동시에 만족하면서 질량을 최소화시키는 신뢰성 최적설계를 수행하였다. 차체 모델은 3,200개의 절점과 빔요소, 셸요소, 스프링요소 및 강체 보요소 등의 유한요소로 구성되어 있다. Table 1은 최적설계 수행 전 B.I.W.의 질량 및 고유진동수를 나타내고 있다.

Figs. 3과 4는 진동해석 결과인 1차 비틀림 모드와 1차

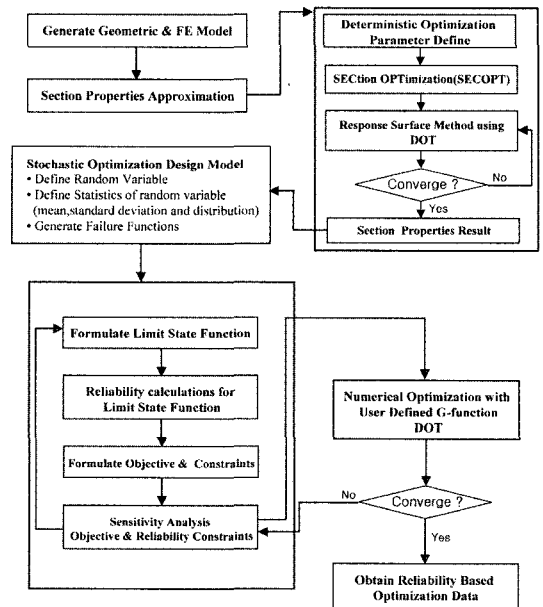


Fig. 2 Design procedure of RBDO system

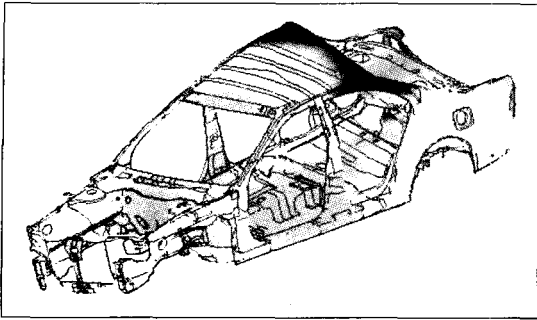


Fig. 3 1st torsional vibration mode(31.51Hz)

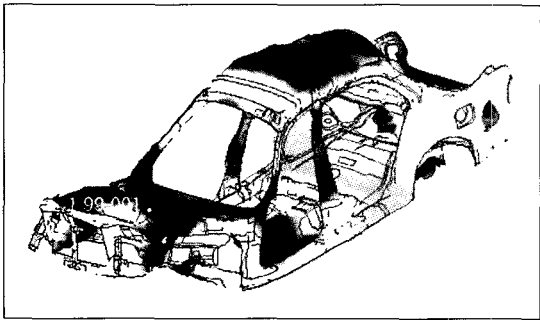


Fig. 4 1st bending vibration mode(42.95Hz)

Table 1 Mass and natural frequencies of B.I.W.

Total mass	290.99kg
Natural frequency of 1st torsion mode	31.51Hz
Natural frequency of 1st bending mode	42.95Hz

굽힘 모드를 각각 나타내고 있다.

4.1 최적설계 조건 설정

B.I.W.의 확률론적 최적설계를 위한 목적함수 및 구속조건을 다음과 같이 설정하였다.

Minimize : Mass

Subject to : 1st torsion frequency > 33.0Hz

1st bending frequency > 46.0Hz

Reliability > 99.5% (7)

B.I.W.의 1차 비틀림 진동모드 및 1차 굽힘 진동모드에 대한 각 부위별 민감도해석을 통하여 민감도지수가 상대적

으로 높은 세 부위에 대하여 설계변경을 수행하였다. 즉, 상부-FBHP(front body hinge pillar), 하부-FBHP 및 B-필러 중앙부에 대하여 필러를 이루고 있는 박판보 단면의 내판 및 보강판의 두께와 스케일 벡터들을 설계변수로 설정하였으며 이를 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Design variables and change limits

unit: mm

Section	Design variables	Initial value	Lower bound	Upper bound
FBHP upper	Inner panel thickness T_{a1}	0.75	0.50	1.50
	Reinf. panel thickness T_{b3}	1.60	0.10	2.00
	Scale vector SV_a	1.00	1.00	1.50
FBHP lower	Inner panel thickness T_{b1}	0.75	0.50	1.50
	Reinf. panel thickness T_{b3}	1.60	0.10	2.00
	Scale vector SV_b	1.00	0.80	1.50
B-Pillar middle	Inner panel thickness T_{c1}	1.00	0.50	1.50
	Reinf. panel thickness T_{c3}	1.40	0.10	2.00
	Scale vector SV_c	1.00	0.80	1.50

4.2 성능평가함수 근사화

성능평가함수를 근사식으로 표현하기 위해서 먼저 Table 2에 나타난 9개의 설계변수에 대해서 설정한 범위 안에서 각각 500개의 난수를 발생시킨다. 각 단면에서 발생한 난수 값들은 전산실험결과치로서 이를 실험계획법인 반응표면법에 적용하여 각각의 단면계수를 근사적으로 수식화 한다. 식 (8)은 B-필러 중앙부의 단면계수 I_{yy} 에 대한 근사식을 나타내고 있으며 엄밀해와 3% 이내의 오차를 갖는다.

$$\begin{aligned}
 I_{yy} = & (1.099E+4) T_{b1} + (0.000E+0)T_{b1}^3 \\
 & + (2.002E+3) T_{b3} + (0.000E+0)T_{b3}^3 \\
 & + (4.893E+3) SV_b + (2.820E+4)SV_b^2 \\
 & + (0.000E+0)
 \end{aligned} \tag{8}$$

단면계수 근사식을 이용하여 계산된 단면계수 값을 사용해서 MSC/NASTRAN 입력파일을 구성한 후 고유진동해석을 수행한다. 그리고 마지막으로 설계변수인 각 단면의

T_1 , T_3 및 SV 와 차체 질량, 1차 비틀림 고유진동수 및 1차 굽힘 고유진동수와의 관계를 2차식으로 근사화 한다.

4.3 신뢰성 최적설계 수행

설계변수인 T_1 , T_3 , SV 를 포함하는 차체 질량과 각 고유진동수에 대한 2차 근사함수, 최적설계 관계식 및 신뢰도 입력 데이터를 구성한 후 신뢰성 최적설계를 수행하였으며, Table 3에 최적설계 결과인 차체 질량과 고유진동수를 나타내었고 Figs. 5~6에 수렴이력을 나타내었다.

Table 3에서 보는 바와 같이 신뢰성 최적설계 후 차체의 총 질량은 2.4% 감소하였으며, 목표로 하였던 신뢰성을 만족하면서 1차 비틀림 진동수는 6.3%, 1차 굽힘 진동수는 7.5% 증가하였다.

또한 Table 4 및 Fig. 7은 최적화된 설계변수값과 초기값을 비교하고 있으며 Figs. 8~10은 초기 단면 형상과 최적화된 단면 형상을 각각 비교하여 나타내고 있다.

본 연구에서 수행된 결과를 검증하기 위하여 신뢰성 최적설계를 통하여 결정된 새로운 설계변수값의 분포형태를 정규분포로, 표준편차를 0.02로 가정한 후 몬테카를로 시뮬레이션 방법(Monte Carlo simulation method)을 이용하여 최적설계 결과에 대한 신뢰도 평가를 분석한 결과 실패확률

Table 3 Comparison of mass and natural frequencies

	Initial	RBDO	Percent change
Mass(kg)	290.99	284.05	-2.4
1st torsion mode frequency(Hz)	31.51	33.50	+6.3
1st bending mode frequency(Hz)	42.95	46.19	+7.5

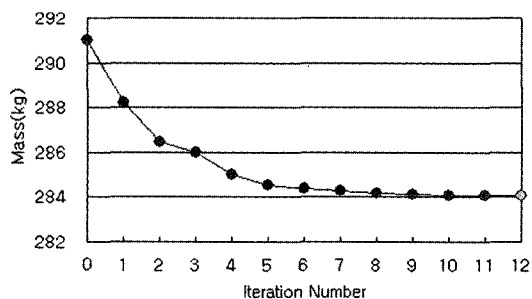


Fig. 5 Convergence history of mass

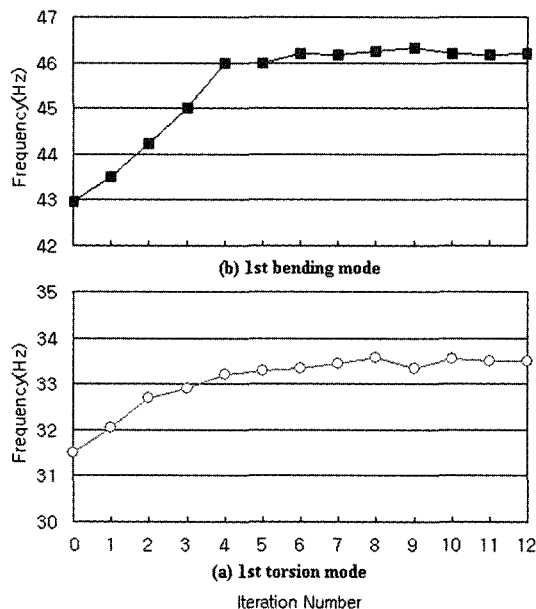


Fig. 6 Convergence histories of natural frequency

Table 4 Comparison of design variables

Unit: mm

Section	Design variables	Initial	RBDO	Percent change
FBHP upper	T_{a1}	0.75	0.53	-29.3
	T_{a3}	1.60	0.78	-51.3
	SV_a	1.00	1.50	+50.0
FBHP lower	T_{b1}	0.75	0.53	-29.3
	T_{b3}	1.60	0.35	-78.1
	SV_b	1.00	1.23	+23.3
B-pillar middle	T_{c1}	1.00	0.99	-1.0
	T_{c3}	1.40	0.15	-89.4
	SV_c	1.00	0.83	-16.7

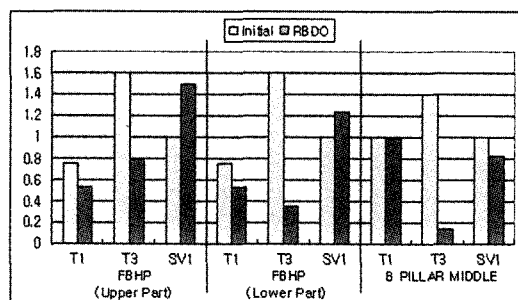


Fig. 7 Comparison of design variables

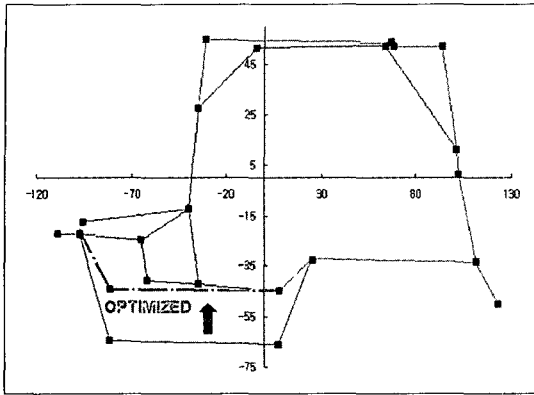


Fig. 8 Comparison of FBHP upper

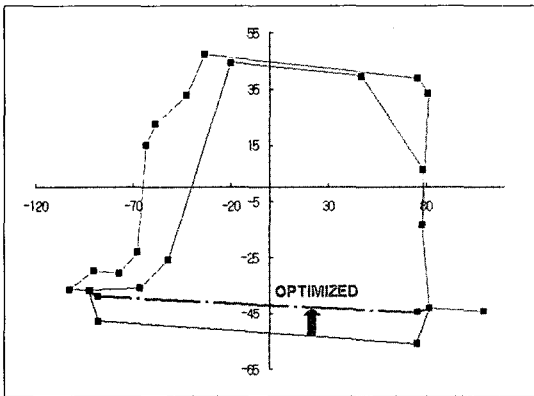


Fig. 9 Comparison of FBHP lower

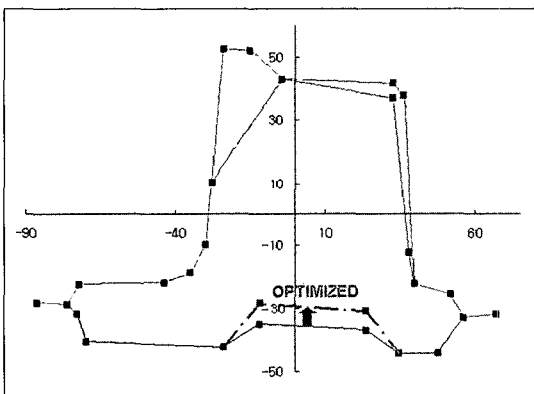


Fig. 10 Comparison of B-pillar middle

이 0.472%로 평가되었다. 이는 본 연구에서 설정한 99.5%의 신뢰도 기준을 만족하는 값이다.

5. 결론

본 연구에서는 차량의 진동특성과 제조공정에 따른 실패 가능성을 동시에 고려하면서 차체 필러단면의 형상설계를 효율적 수행할 수 있는 신뢰성 최적설계 시스템을 개발하였다. 이 설계 시스템에서는 차체 구조물의 진동특성을 묘사하는 성능평가함수를 통계적 실험계획방법인 반응표면법을 사용하여 근사화 하였으며 명시적 최적설계 알고리즘과 신뢰도해석 프로그램을 이용하여 신뢰성 최적설계를 수행하였다. 그리고 국내에서 생산되고 있는 중형 승용차 B.I.W.를 본 설계시스템에 적용하여 설정한 고유진동수와 99.5%의 신뢰도를 만족시키는 결과를 얻었다.

감사의 글

이 논문은 2004년도 두뇌한국21 사업에 의하여 지원되었음.

참고 문헌

- (1) Lee, S. B., 2000, "Design Optimization for Vehicle Pillar Section Shape Using Simple Finite Element Model," *Journal of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 9, No. 6, pp. 133~139.
- (2) Lee, S. B., Pyun, S. D., and Yim, H. J., 2002, "Shape Optimization Technique for Thin Walled Beam of Automotive Structures Considering Vibration," *The Journal of the Acoustical Society of Korea*, Vol. 21, No. 2E, pp. 63~70.
- (3) Nishio, S., and Igarashi, M., 1990, "Investigation of Car Body Structural Optimization Method," *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 11, No. 1, pp. 79~86.
- (4) Onwubiko, C., 2000, *Introduction to Engineering Design Optimization*, Prentice Hall, Inc.
- (5) Siddal, J. N., 1983, *Probabilistic Engineering Design*, Marcel Dekker, Inc.
- (6) Belegundu, A. D., 1988, "Probabilistic Optimal Design Using Second Moment Criteria," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 325~329.
- (7) Chandu, S. V. L., and Grandhi, R. V., 1995, "General

- Purpose Procedure for Reliability Structural Optimization under Parametric Uncertainties," *Advances Engineering Software*, Vol. 23, pp. 7~14.
- (8) Thanedar, P. B., and Kodiyalam, S., 1992, "Structural Optimization Using Probabilistic Consideration," *Structural Optimization*, Vol. 4, pp. 236~240.
- (9) Myers, R. H., and Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Willey & Sons, Inc.
- (10) *MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis User's Guide*, 1993, The MacNeal Schwendler Co.
- (11) Vanderplaats, G. N., and Hansen, S. R., 1989, *DOT User's Manual*, Engineering Design Optimization Inc.
- (12) *Getting Started Manual NESSUS and FPI*, 1998, Southwest Research Institute.
- (13) *Phoenix Integration ModelCenter and Analysis Server Training Manual*, 2000, Phoenix Integration Inc.