

2중 보간법을 이용한 실시간 NURBS 보간방법에 관한 연구

박진호*

(논문접수일 2004. 6. 24, 심사완료일 2004. 8. 13.)

A Study on the real-time NURBS interpolation using 2-stage interpolation

Jinho Park*

Abstract

The real-time NURBS interpolation method using 2-stage interpolation is studied. The 2-stage interpolation method that compensates for interpolation errors within machine BLU is proposed. The interpolation result was filtered by an Acceleration/Jerk limitation equation. Through this 2-stage interpolation, both the interpolation error condition and the motion kinematics could be satisfied.

Using computer simulation in which interpolation results are evaluated by a numerical iteration method, it is shown that the 2-stage interpolation algorithm could interpolate target curves precisely with geometric and dynamic contentment. The proposed algorithm was implemented in the CNC simulator system and an experimental run was conducted to identify the real-time adaptation.

Key Words : CNC(수치제어장치), Motion Control(모션제어), NURBS, Interpolator(보간기), Real-time jerk-limited trajectory generation(실시간 저크제한 속도생성)

1. 서론

CAD/CAM 시스템과 CNC 시스템 사이의 데이터 교환을 위한 매개수단으로서 매개변수 곡선의 역할은 최근의 생산 환경에서 그 중요성을 점점 더 확대해 가고 있다. 최근의 CAD/CAM 시스템에서는 형상의 모델링을 위한 수단으로서 매개변수형 곡선을 사용하고 있는데 반해, CNC 공작기계에서의 처리 방법은 여전히 직선과 원호의 조합에

의한 전통적인 방법이 주로 사용되고 있다. 이러한 방법은 고속 및 고정밀 가공에 대한 요구가 증가함에 따라 많은 단점을 드러내고 있는 실정이다⁽¹⁾. 이에 대한 대응 방안으로서 최근의 일부 상용 CNC 시스템에서는 직선과 원호의 조합이 아닌 NURBS(Non-uniform Rational B-Spline)과 같은 매개변수형 곡선에 대한 직접 보간을 지원하고 있다. NURBS 보간과 같은 매개변수 곡선 직접 보간방법은 CNC로 전송되는 가공데이터를 줄임으로써 더 많은 정보

* (주)에자일텍 자동차사업부 (air@kaist.ac.kr)
주소: 305-701 대전시 유성구 구성동 373-1 동문창업관 3105호

를 빨리 보낼 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나, 복수 블록에 대한 선행제어 기능을 내장하고 있는 기존의 CNC 장치의 성능과 비교할 때 NURBS 보간에 의한 방법이 월등히 빠르거나 우수한 가공 성능을 나타내지는 못하고 있는 실정이다⁽²⁾. 이러한 이유는 CNC 보간기에서 지령 매개변수 곡선을 최적화해서 처리하지 못하기 때문에 최대의 이송속도를 생성하지 못하고 있기 때문으로 볼 수 있다⁽³⁾.

현재까지 소개된 NURBS 보간방법은 NURBS로 표현된 곡선을 테일러 시리즈로 확장후(Taylor series expansion) 고차항을 생략하는 방법에 기초한다⁽⁴⁻⁶⁾. 이 원리는 현재 위치의 매개변수와 지령 속도 정보만을 이용해 다음 매개변수 값을 손쉽게 계산할 수 있는 장점이 있다.

시리즈 확장에 기초한 매개변수곡선 보간방법은 계산 과정이 간단하고 빠르지만 고차항을 생략하는 과정과 반올림 오차에 의해 이송속도의 변동이 존재하고, 곡률이 심하거나 고속 이송시 보간오차 조건을 만족할 수 없는 문제점이 존재한다.

이송속도의 불균일한 변동문제를 해결하기 위해 기본적인 시리즈 확장법에 추가적인 제한을 가하는 연구가 진행되어 왔다. S. Yeh와 P. Hsu⁽⁷⁾ 등은 보정변수를 이용해서 이송속도의 변동을 억제하는 방법을 제안한바 있다. Farouki⁽¹⁰⁾ 등은 PH곡선을 이용하여 이송속도를 자동으로 제어하는 방법을 제안하였다. PH곡선을 이용하는 방법은 이송속도를 자동으로 제어하는데 유리한 방법이지만, 계산과정이 복잡하고 연산시간이 많이 걸리는 단점 때문에 CAD/CAM 및 CNC에 적용하기 곤란한 문제가 있다.

이송속도 프로파일의 변동과 더불어 NURBS 보간에 있어서 발생하는 추가적인 문제는 보간 정밀도의 문제와 가감속의 문제점이다. 보간 정밀도 문제에 있어, NURBS 곡선 자체가 회귀적인 방법으로 정의되기 때문에 이상적인 NURBS 곡선과 보간된 미소직선사이의 오차를 해석적으로 구하는 것이 곤란한 문제가 있다. 매개변수 확장법에 있어서 이러한 보간 오차의 문제는 직접적으로 다루어 질 수 없기 때문에 곡률이 급격히 변하는 부근에서 보간오차가 커지는 문제가 발생하게 된다. 보간오차 문제를 처리하기 위해 근사원호로 곡선을 근사하는 방법이 소개되었으나⁽¹¹⁻¹³⁾ 변곡점, 극값(Local extremum)이 존재하면 적용이 곤란한 문제가 있고, 더욱이 급작스런 이송속도 변화에 따라 제어시스템의 동특성이 나빠지는 문제를 피할 수 없다. 최근에는 곡률이나 소재재거울 등의 제한 조건에 따라 이송속도를 자동으로 제한하려는 시도가^(17,18) 있었으나 블록내에서의 가감속 알고리즘의 적용이 곤란한 문제를 안고 있다.

본 연구에서는 보간오차와 모션의 동특성 제한 조건을 둘 다 만족시키기 위한 방법으로서, 보간오차를 한계값 이내로 유지하는 1차 보간과, 1차 보간결과를 바탕으로 저크를 일정한 값으로 유지시켜 동특성 조건을 만족시키는 2단계 보간 방법을 제안하였다.

2. 2단계 NURBS 보간법

2.1 매개변수 확장법에 의한 NURBS 보간

매개변수형 곡선에 대한 직접 보간 수식은 다음과 같이 표현할 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$u_{k+1} = u_k + \Delta(u_k)$$

$$C(u_{k+1}) = (x(u_{k+1}), y(u_{k+1}), \dots) \quad (1)$$

곡선 보간에 의한 보간값은 식 (1)에 의해 구해진 매개변수값을 곡선식에 대입함으로써 계산할 수 있다. NURBS의 경우 곡선식은 식 (2)와 같이 주어진다.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (a \leq u \leq b) \quad (2)$$

여기서,

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

매개변수형 곡선보간을 위한 매개변수 계산 과정은 다음의 매개변수 확장법을 이용할 수 있다. 식 (2)로 주어진 곡선식을 시간에 대해 미분함으로써 다음의 수식을 얻을 수 있다. 2차원 평면의 경우라면 식 (2)의 미분결과는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$V(u) = \frac{dC(u)}{dt} = \frac{dC(u)}{du} \frac{du}{dt} = \left(\frac{dx}{du} i + \frac{dy}{du} j \right) \frac{du}{dt} \quad (3)$$

식 (3)에서 du/dt 는 CAD 시스템에 의해서 주어지는 곡선의 기하학적 정보와 CNC제어를 위한 동적정보 사이의

관계를 나타낸다. 식 (3)으로부터 식 (5)를 구할 수 있다.

$$|V(u)| = \left| \frac{dC(u)}{du} \right| \frac{du}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2} \cdot \frac{du}{dt} \quad (4)$$

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{|V(u)|}{\left| \frac{dC(u)}{du} \right|} = \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2}} \quad (5)$$

식 (5)에서 이송속도 V가 정해지면 수식의 해를 얻을 수 있으나 방정식의 해석적인 해를 얻는 것이 곤란하므로 식 (5)를 $t = t_k$ 에 대해 테일러시리즈로(Taylor series expansion) 확장함으로써 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$u_{k+1} = u_k + \frac{V(u_k)T_s}{\left| \frac{dC(u)}{du} \right|_{u=u_k}} - \frac{V^2(u_k) \cdot T_s^2 \cdot \frac{dC(u)}{du} \cdot \frac{d^2C(u)}{du^2}}{2 \cdot \left| \frac{dC(u)}{du} \right|_{u=u_k}^3} + H.O.T \quad (6)$$

식 (6)은 실제적인 보간방정식으로 사용될 수 있다. 주어진 곡선 데이터와, 현재의 매개변수값 u_k , 이송속도 명령값 V로부터 다음 샘플링 타임의 매개변수값 u_{k+1} 을 구할 수 있다.

2.2 실시간 보간오차 보정

샘플치 방식 보간(Sampled method interpolation)에서는 원호나 곡선을 보간하는 경우 반경오차(Radial error)와 코드오차(Chord error)의 발생을 피할 수 없게 된다. Fig. 1은 반경오차와 코드오차를 나타낸다. 반경오차의 경우 연산과

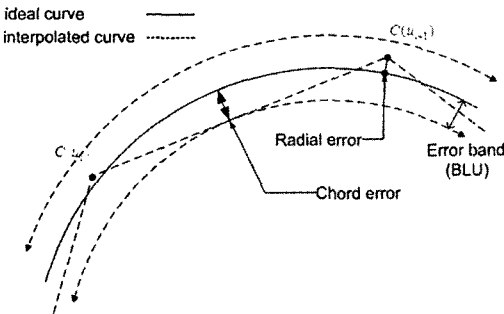


Fig. 1 Interpolation errors in sampled-data interpolation

정에서의 반올림 오차에 의해 발생하고, 코드오차는 샘플치 방식 보간법 자체에서 발생하게 된다. 반경오차의 경우 일반적으로 연산정밀도를 향상시키면 영향이 없어지게 되므로 곡선보간에 있어서 중요한 오차는 코드오차가 된다.

식 (1)과 식 (6)에 의해 곡선보간을 수행하는 경우 보간방정식에는 보간오차에 관한 내용이 포함되어 있지 않기 때문에 Fig. 1에 의한 코드오차를 고려할 수 없게 된다. Fig. 2에는 최소 보간정밀도인 BLU(Basic length unit)를 초과하는 보간경로를 보이고 있다. 그림에 주어진 보간오차는 수치해석적인 방법을 통해 비교적 정확하게 계산할 수 있으나 수치해석적인 방법은 실시간 연산이 필요한 수치제어 분야에서는 적용이 곤란하다.

본 연구에서는 보간오차를 빠르게 계산하기 위해 Fig. 2에서와 같이 작은 미소구간에서의 곡선을 근사원호로 가정하였다. 이 때, 실제곡선과 보간곡선 사이의 가장 먼 점은 식 (7)에 의한 지점에 존재하게 된다.

$$P(u) = P\left(\frac{u_i + u_{i+1}}{2}\right) \quad (7)$$

이 경우 보간오차는 시점과 종점을 연결하는 직선과 식 (7)로 주어진 점과의 거리가 된다. 보간오차는 일반적으로 주어진 시스템에 일정한 상수로 고정되게 되므로 보간오차가 최대보간오차값을 넘어가게 되면 식 (6)에 의한 매개변수값을 사용할 수 없게 된다. 수정된 매개변수값은 근사원호라는 가정에 의해 다음의 과정에 의해 구할 수 있다.

$$\frac{\Delta u'_i}{\Delta u_i} = \frac{u'_{i+1} - u_i}{u_{i+1} - u_i} = \frac{\Delta S'}{\Delta S} = \frac{r\theta'}{r\theta} = \frac{\theta'}{\theta} \quad (8)$$

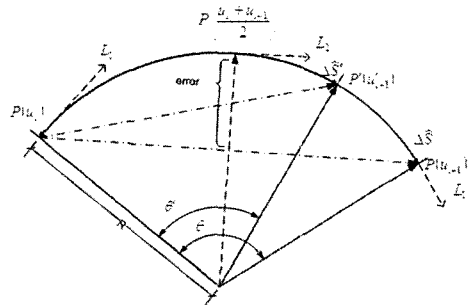


Fig. 2 Error compensation using near-arc approximation

$$\frac{BLU}{e} = \frac{r(1 - \cos \theta')}{r(1 - \cos \theta)} \approx \left(\frac{\theta'}{\theta} \right)^2 \quad (9)$$

여기서, BLU는 기계이송의 최소단위이며 식 (9)로부터 보정식인 식 (10)을 구할 수 있다.

$$\Delta u'_i = \Delta u_i \sqrt{\frac{BLU}{e}} \quad (10)$$

식 (10)은 두 보간점 사이에 변곡점이 존재하지 않는 경우 항상 유효하지만, 두 보간점 사이에 변곡점이 존재하는 경우는 적용이 곤란하다. 변곡점이 존재하는 경우 식 (11)로부터 변곡점의 존재 여부를 확인할 수 있으며, 변곡점이 존재하는 경우 근사원호 가정으로부터 두 보간점의 접선벡터의 기울기 비율에 따라 변곡점 전후로 2개의 원호에 대해 각각 보간오차를 계산하여 식 (10)을 적용할 수 있다.

$$P''(u_i) \cdot P''(u_{i+1}) > 0 \quad (11)$$

Fig. 3 은 식 (12)에 의한 예제 NURBS 곡선을 나타낸다. 하나의 곡선안에 변곡점과 극값이 포함되어 있는 예이다.

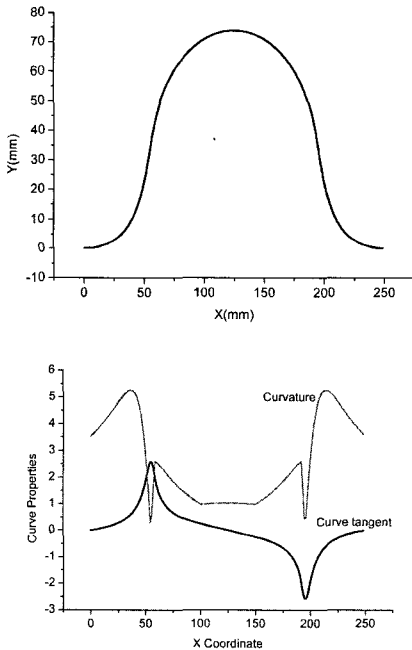


Fig. 3 Sample curve geometric information(Shape, curvature of radius)

$$P = 3$$

$$U = \{0,0,0,1,2,2,5,3,4,5,5,5\}$$

$$C = \{ \{0,0\}, \{50,0\}, \{50,50\}, \{100,75\}, \{150,75\}, \{200,50\}, \{200,0\}, \{250,0\} \} \quad (12)$$

여기서,

p: NURBS 차수(NURBS degree)

U: 노트벡터(Knot vector)

C: 제어점(Control points coordinate(mm))

Fig. 4는 주어진 곡선에 대해 다양한 이송속도 지령에 대해 식 (1)과 (6)에 의한 보간식만을 적용한 경우 발생하는 보간오차에 대한 시뮬레이션 결과이다. 곡률이 급하게 변하는 부분에서는 완전한 부분에 비해 보간오차가 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있으며, 지령속도가 커질수록 오차의 절대값도 확대되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5(a)는 제안된 알고리즘에 의해 보간오차가 발생할 수 있는 부분에서 이송속도를 자동감속처리 함으로써 보간오차를 오차범위 이내로 유지함을 보이고 있다. 제안된 알고리즘은 보간오차를 선정의된 BLU 이내로 유지할 수 있지만 Fig. 5(b)에서 보듯이 갑작스러운 감속문제에 의해 동특성이 나빠짐을 알 수 있다. 일반적으로 제어시스템의 최대속도 및 가속도가 설계조건 이내에 유지되어야 하기 때문에 추가적인 보정이 요구된다.

2.3 실시간 저크제한 가감속제어

1단계 보간과정에서 생성된 보간명령은 주어진 속도 명령에 비해 상대적으로 곡률이 급격히 변하는 부분에서 급격한 자동감속이 이루어지기 때문에 시스템의 동특성을 나쁘게 하는 역할을 한다. 시스템의 동특성을 개선하기 위해 1 단계 보간과정에서 생성된 명령을 기초로 2단계 보간명령

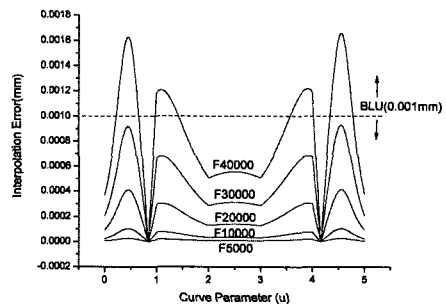
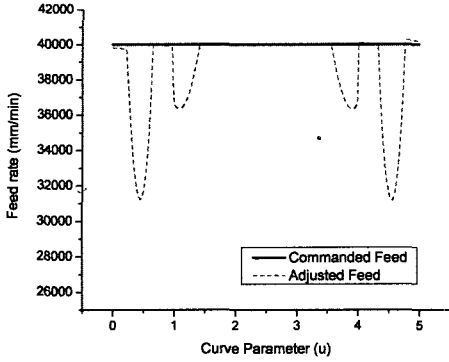
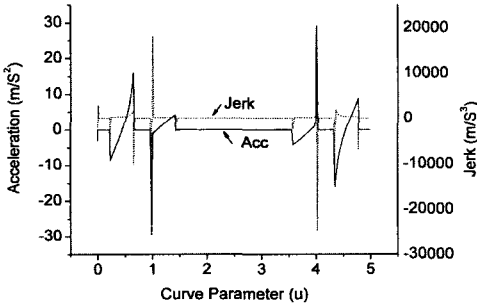


Fig. 4 Interpolation error for various feedrate



(a) feed rate profile(Commanded, Adjusted)



(b) kinematical properties(Acc, Jerk)

Fig. 5 Result for 1st stage interpolation

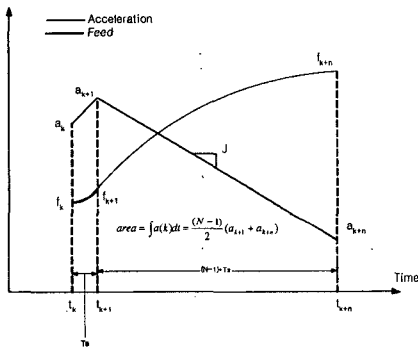


Fig. 6 Acceleration profiles for 2nd stage jerk limited interpolation

을 새롭게 생성하게 된다.

Fig. 6은 저크를 일정하게 유지하도록 하는 가속도 프로파일을 보인다. 주어진 그림은 현재의 ($t = t_k$) 샘플링 시점에서 속도 및 가속도 값을 기준으로 저크를 일정하게 유

지하면서 n 샘플링 주기후에 f_{k+n} 의 속도, a_{k+n} 가속도 값에 도달하기 위해 $t = t_{k+1}$ 에서의 가속도 값을 구하는 과정을 나타낸다. Fig. 6에 주어진 가속도 프로파일을 시간에 대해 적분함으로써 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$f_{k+n} - f_k = \int_{t_k}^{t_{k+n}} a(t)dt = \frac{1}{2}(a_k + a_{k+1}) \cdot T_s + \frac{1}{2}(a_{k+1} + a_{k+n})(n-1)T_s \quad (13)$$

$$J = \frac{a_{k+n} - a_{k+1}}{(n-1) \cdot T_s}$$

여기서,

수식 (13)을 a_{k+1} 에 대해 다시 정리하면 식 (14)가 얻어진다.

$$A_1 \cdot a_{k+1}^2 + A_2 \cdot a_{k+1} + A_3 = 0 \quad (14)$$

여기서,

$$A_1 = 1,$$

$$A_2 = -J \cdot T_s,$$

$$A_3 = -a_{k+n}^2 - J \cdot [a_k \cdot T_s - 2(f_{k+n} - f_k)]$$

식 (14)의 해는 가속상태인지 감속상태인지에 따라 식 (15)로 주어진다.

$$a_{k+1} = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4A_3}}{2}, \quad \text{if } f_k \leq f_{k+n}$$

$$a_{k+1} = \frac{-A_2 - \sqrt{A_2^2 - 4A_3}}{2}, \quad \text{if } f_k > f_{k+n} \quad (15)$$

식 (15)에 의해 얻어진 가속도값을 최대값 이내로 유지하기 위해 식 (16)을 이용할 수 있다.

$$a_{k+1} = \min(a_{k+1}, a_k + J_{\max} \cdot T_s, A_{\max}), \quad \text{if } f_k \leq f_{k+n}$$

$$a_{k+1} = \max(a_{k+1}, a_k + J_{\min} \cdot T_s, A_{\min}), \quad \text{if } f_k > f_{k+n} \quad (16)$$

여기서,

T_s : 샘플링시간(sampling time)

$A_{\max} \geq 0$: 가속도 최대값, $A_{\min} < 0$: 가속도 최소값

$J_{\max} \geq 0$: 저크 최대값, $J_{\min} < 0$: 저크 최소값

식 (16)에 의해 현재 샘플링주기의 바로 다음 주기에 대

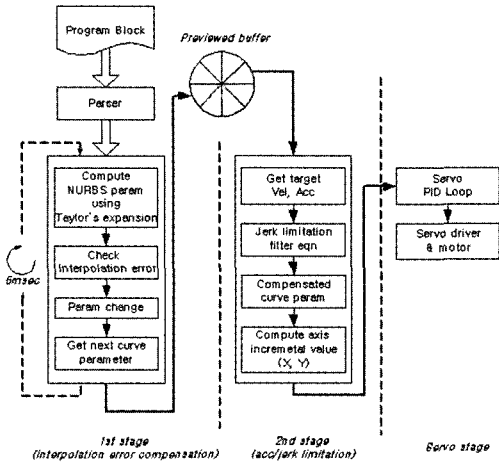


Fig. 7 2-Stage interpolation sequence with curve look-ahead

한 가속도 값이 정해지고, 가속도값을 적분함으로써 이송속도 명령을 생성할 수 있게 된다. Fig. 7은 제안된 2단계 보간의 과정을 나타낸다. 1단계 보간과정에서는 보간오차의 최대값을 넘지 않는 속도프로파일을 계산하게 되며, 구해진 속도 프로파일에 대해 저크를 일정하게 유지하고, 2번째 단계에서 최대 가속도 값을 일정범위내로 유지할 수 있도록 속도명령을 보정함으로써 보간오차와 동특성을 동시에 만족시킬 수 있는 보간과정을 수행하게 된다. Fig. 7에서 1단계 보간과 2단계 보간을 위해 1단계 보간과정은 2단계 보간과정보다 먼저 시작되어 실제 명령이 생성되는 2단계 보간과정보다 선행적으로 수행되고 있다.

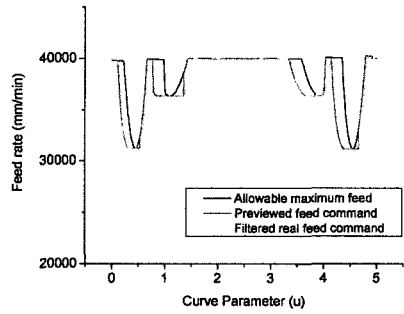
3. 실험과 고찰

3.1 2단계 보간알고리즘의 검증 시뮬레이션

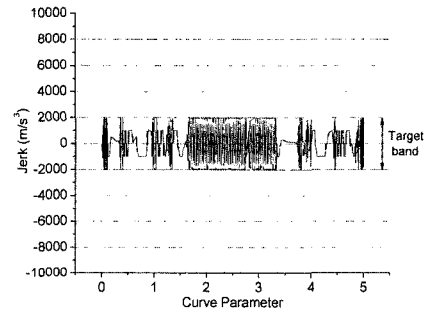
제안된 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 8은 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 보간오차 범위를 넘지 않는 최대허용 이송속도, 2단계 보간 필터에 의해 동특성을 유지시키는 수정 속도 프로파일을 확인할 수 있다. Fig. 5에서의 결과와 달리 가속도 및 저크 변동이 일정한 범위내에서 유지되고 있음을 알 수 있다.

3.2 실시간 적응성 실험과 결과

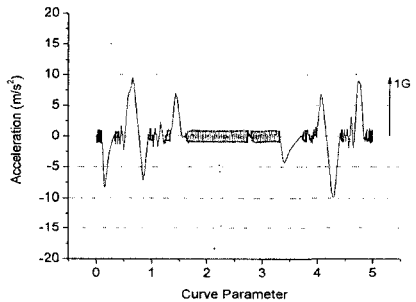
제안된 보간방법의 실시간 적응성을 확인하기 위해 실험



(a) Feedrate profile



(b) Regulated acceleration profile

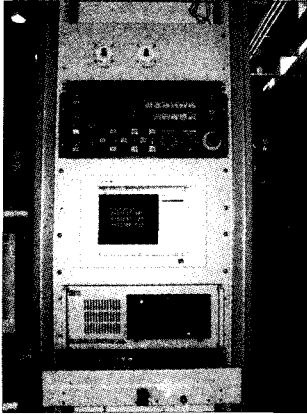


(c) Regulated jerk profile

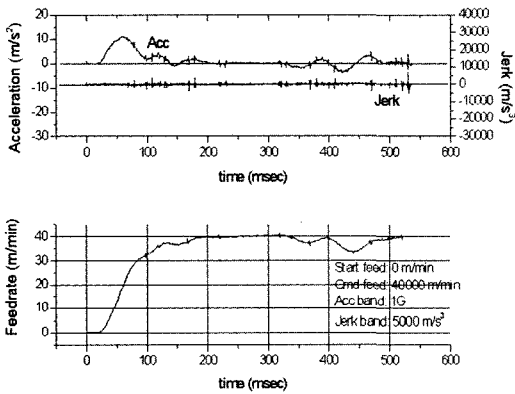
Fig. 8 Simulation results for Acc/Jerk limited 2ndstage interpolation

용 제어시스템을 통한 확인 실험을 실시하였다. 고안된 방법을 수치제어시스템에 적용시키기 위해서는 논리적 타당성과 더불어 실시간 시스템에서 동작이 가능함을 확인하는 것이 필요하다. Fig. 9(a)는 시험용 모션시뮬레이터와 테스트 소프트웨어 화면이다.

실험장치는 기계적인 효과를 없애기 위해 무부하 상태의



(a) CNC simulation system for the experiment



(b) Test-run result

Fig. 9 Experiment for the real-time adaptation of the algorithm

서보시스템 상태로 구현되었다. 펜티엄4 1.0GHz CPU를 플랫폼으로 하는 PC 시스템상에 Windows-XP와 실시간 애드온커널을 채용하여 시험장치를 구성하였다. Fig. 7에 구현된 소프트웨어 모션제어 프로그램을 통해 실시간 제어 소프트웨어를 구성하였으며, 2msec의 보간주기와 50단계의 2차 보간 선형연산 버퍼를 사용하였다. Fig. 9(b)는 속도 지령과 엔코더 피드백 신호에 의한 제어상태를 나타낸다. 초기 가속구간은 지령명령에 대한 자동 가속도 제한 알고리즘에 의해 지정 최대 가속도 이내로 유지하면서 가속이 이루어지는 구간이며, 중간 부분에서 감속되는 부분은 곡선의 곡률에 의한 자동감속 구간을 보이고 있다. 감속 개시 및 감속 해지 부분에서 저크제한형 속도 프로파일 생성 알고리즘

에 따라서 부드러운 가감속을 실행하고 있음을 알 수 있다. 서보지연에 의해 일부 오차가 존재하지만 실험장치 상에서 충분한 실시간 보간성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 2단계 보간방법을 이용한, 실시간 저크제한 NURBS 보간방법을 제안하였다. 1단계 보간단계에서는 보간오차를 오차범위 이내로 유지하기 위해 지령 이송속도에 대한 매개변수 계산식을 보정하는 방법을 통해 이송속도 명령을 실시간 조정하여 보간오차를 일정한 범위 이내로 유지할 수 있었다. 1단계 보간과정을 통해 얻어진 속도 프로파일에 대해 저크제한 가속도 프로파일을 적용하는 2단계 보간을 통해 보간 정밀도뿐만 아니라 실제 모션명령을 생성하는데 필요한 동적조건도 동시에 만족하는 보간 결과를 얻을 수 있었다.

제안된 방법은 곡선 보간과 저크 제한형 속도 프로파일 생성을 하나의 이터레이션 수식을 통해 수행할 수 있었으며, 기존의 직선 및 원호 보간에서의 선형제어 알고리즘을 채용하여 하나의 블록내에서 실시간으로 속도 및 가속도 특성을 제어할 수 있었다.

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안된 알고리즘에 의한 보간 결과가 보간정밀도와 동특성을 동시에 만족시킬 수 있는 방법임을 보일 수 있었다. 제안된 알고리즘이 실제 실시간 시스템에 적용가능한지를 확인하기 위해 테스트 시험장치에 의한 실험을 수행하였으며, 실용적인 관점에서 만족할만한 성능을 나타내고 있음을 보일 수 있었다.

참고 문헌

- (1) Cheng, M., Tsai, M., and Kuo, J., 2002, "Real-time NURBS command generators for CNC servo controllers," *Int. J. of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 42, pp. 801~813.
- (2) Zelinski, P., 1999, "Understanding NURBS interpolation," MMS-Online.
- (3) Otsuki, T., Kozai, H., and Wakinotani, Y., 1999, "Free curve interpolation apparatus and interpolation method," U.S. Patent, 5936864.
- (4) Yang, D., and Kong, T., 1994, "Parametric inter-

- polator versus linear interpolator for precision CNC machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 3, pp. 225~234.
- (5) Wang, F., and Wright, P., 1998, "Geometry for precision manufacturing on an open architecture machine tool," *Proceedings of the ASME*, MED-Vol. 8, pp. 605~610.
- (6) Zhang, G., and Greenway, R., 1998, "Development and Implementation of a NURBS Curve Motion Interpolator," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 14, pp. 27~36.
- (7) Yeh, S., and Hsu, P., 1999, "The speed-controlled interpolator for machining parametric curves," *Computer-Aided Design*, Vol. 31, pp. 349~357.
- (8) Bahr, B., Xiao, X., and Krishnan, K., 2001, "A real-time scheme of cubic parametric curve interpolations for CNC systems," *Computers in Industry*, Vol. 45, pp. 309~317.
- (9) Tseng, Y., Chen, Y., and Liu, C., 2001, "Numerically controlled machining of freeform curves using biarc approximation," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 17, pp. 783~790.
- (10) Farouki, R. T., and Shah, S., 1996, "Real-time CNC-interpolators for Pythagorean-hodograph curves," *Computer-Aided Geometric Design*, Vol. 13, pp. 583~600.
- (11) Xu, H., Tam, H., and Tse, P., 2001, "Variable feedrate CNC interpolation for planar implicit curves," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 18, pp. 794~800.
- (12) Zhiming, X., Jincheng, C., and Zhengjin, F., 2002, "Performance evaluation of real-time interpolation algorithm for NURBS curves," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, pp. 270~276.
- (13) Yeh, S., and Hsu, P., 2002, "Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error," *Computer-Aided Design*, Vol. 34, pp. 229~237.
- (14) Altintas, Y., 2000, *Manufacturing Automation*, Cambridge University Press, pp. 183~210.
- (15) Piegl, L., and Tiller, W., 1995, *The NURBS Book*, Springer.
- (16) Yang, M., and Park, J., 2002, "A study on an open architecture CNC system with a NURBS interpolator for WEDM," *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 19, pp. 664~668.
- (17) Choi, I., and Yang, M., 2002. 4, "A study on the real-time NURBS interpolation algorithm," *Proceedings of the Korean Society of Machine Tool Engineers Conference*, pp. 227~232.
- (18) Tikhon, M., Ko, T., Kim, H., and Kim, J., 2003, "Variable Feedrate Interpolator for NURBS Curve Considering Material Removal Rate," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol.12, No. 2, pp. 1~8.