

기어의 백래쉬 보상을 위한 퍼지 보상기 설계

Design of Fuzzy Compensator for Compensate Backlash in Gear

金南勳* · 許旭烈* · 金振傑** · 金丙倫***

(Nam hoon KIM · Uk youl HUH · Jin geol KIM · Byung yoon KIM)

Abstract - In rotating systems, backlash impose limitations on the quality of control. System with gear is an example where this is a well-known limitation. In order to increase the controller performance, we design a fuzzy system to compensate the backlash effect. We prove that under certain conditions the fuzzy compensator guarantees that the backlash output converges to the desired trajectory. Simulation results show that the fuzzy compensator is robust to the backlash parameter.

Key Words : Fuzzy, Backlash, Motor, Gear, Compensator

1. 서 론

백래쉬는 폐환 제어 시스템의 실행을 제한하는 요소이다. 백래쉬는 지연, 진동 그리고 비정확성을 유발한다. 이러한 문제는 정확도를 요구 하는 시스템에서 중요하게 작용한다. 백래쉬가 있는 시스템에 대한 접근방법 중에 최근에 Tao와 Kokotovic은 퍼지 적응제어 접근 방법을 사용하였다[1][2].

기어가 달려있는 회전하는 시스템에서 백래쉬 현상은 항상 나타난다. 백래쉬 현상이 있는 시스템을 제어하고자 할 때, 백래쉬 현상을 보상할 수 있는 방법은 중요하다. 본 논문의 제어대상 플랜트는 감속기가 달린 직류 모터를 사용한 로봇 관절이다.

대상시스템은 백래쉬 이외의 모터의 마찰력이나 각변위를 측정하는 인코더의 해상도의 문제 그리고 그 밖에 모델링 할 때 고려하지 않은 불확실한 요소도 가지고 있다. 백래쉬의 영향을 제어하기 위해서는 다른 비선형적 요소를 무시하고 백래쉬 만을 고려하겠다. 맞물리는 두 기어의 분리가 일어날 때 백래쉬 만큼의 변위를 움직이기 위한 최대 에너지를 최단 시간동안 가하여 두기어가 항상 맞물려 있도록 하는 것이 백래쉬 제어의 기본 개념이다.

2장에서는 백래쉬 보상을 위해 우리는 4개의 IF-THEN 룰을 갖는 퍼지제어기를 소개한다. 이 4개의 룰을 사용해 퍼지 보상기를 구성한다. 3장에서는 시뮬레이션 블록 선도 및 결과를 다룬다. 마지막 4장에서는 시뮬레이션 결과 및 향후 연구 과제에 대해 언급한다.

2. 본 론

우리가 제어하고자 하는 시스템은 그림 1과 같다. 모터에 입력전압 u 가 가해지면 그에 따라 토크가 만들어 진다. 이때 만들어진 토크가 축을 회전시키는 힘을 제공하게 된다. 백래쉬는 기어 부분에 존재하게 된다. 백래쉬 현상에 기인해 2차 축에 전달되는 토크가 0 또는 임의값을 갖는다. 이때 전달된 토크가 2차축을 회전시키게 된다. 본 논문에서는 다른 비선형성을 무시하고 비선형 백래쉬에 대한 퍼지 로직 보상기를 구성하고자 한다. 본 논문에서는 모터에 대한 동적 방정식은 표시하지 않았으며 논문[3]와 참고서적[4]을 참고하기 바란다. 전문가의 지식이 존재하는 경우에는 이를 언어적인 형태의 퍼지 규칙으로 표현할 수 있다[5][6]. 본 논문에서는 전문가의 지식을 갖고 4개의 언어적인 퍼지 규칙을 만들었다.

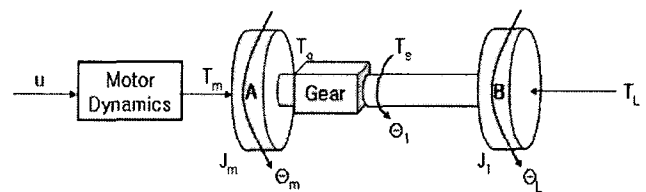


그림 1 제어 대상 시스템

Fig. 1 Plant model

2.1 비선형 백래쉬 모델

식(1)의 $\theta_1, \theta_m/N, b$ 는 각각 출력축 부하의 위치, 구동 모터축의 위치 나누기 기어비 그리고 백래쉬 간격을 나타낸다. 전형적인 백래쉬 모델은 그림 2와 같으며 θ_1 과 θ_m/N 사이의 관계를 나타낸다. 식(1)은 θ_m 의 미분값과 θ_m/N 과 θ_1 의 차라는 2가지 조건을 사용해서 경우에 따른 출력축 각변위를 표현하였다. 식(1)을 시각적으로 나타내면 그림 2와 같다. 이것은 백래쉬 입출력에 대한 비선형 속도 그래프이다.

† 교신저자, 學生會員 : 仁何大學校 電氣工學科 碩士課程

E-mail : pheonix719@empal.com

* 正會員 : 仁何大學校 電氣工學科 工博

** 正會員 : 仁何大學校 電氣工學科 工博

*** 正會員 : 仁何大學校 電氣工學科 博士課程

接受日字 : 2004年 6月 15日

最終完了 : 2004年 11月 4日

$$\dot{\theta}_L = \begin{cases} \frac{\dot{\theta}_m}{N}, & \text{if } \dot{\theta}_m > 0 \text{ and } \frac{\theta_m}{N} - \theta_L \geq b \\ \text{or } \dot{\theta}_m < 0 \text{ and } \frac{\theta_m}{N} - \theta_L \leq 0 \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

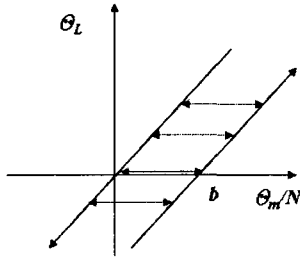


그림 2 백래쉬 효과
Fig. 2 Backlash effect

2.2 퍼지 로직 백래쉬 보상기 설계

그림 1에서 동적 부분 A의 회전 방향이 변하게 되면 B부분의 회전은 시간 지연을 갖고 회전하게 된다. 이 시간 지연은 백래쉬 현상에 기인한다. 이러한 현상을 최소화하기 위해서 우리는 퍼지 보상기를 구성하였다. 그림 4와 같이 배치하였다. 그림 4에서 θ_r 은 제어 시스템의 기준 입력을 나타낸다. 퍼지룰은 경험과 지식을 바탕으로 해서 만들었다. 만든 룰은 식 (2)~(5)와 같다.

if ($\dot{\theta}_r > 0$ and $\theta_m / N - \theta_L \neq b$), then (θ_{cr} is positive) (2)

if ($\dot{\theta}_r > 0$ and $\theta_m / N - \theta_L = b$), then (θ_{cr} is zero) (3)

if ($\dot{\theta}_r < 0$ and $\theta_m / N - \theta_L \neq 0$), then (θ_{cr} is negative) (4)

if ($\dot{\theta}_r < 0$ and $\theta_m / N - \theta_L = 0$), then (θ_{cr} is zero) (5)

θ_{cr} 는 퍼지로직 백래쉬 보상기의 출력 멤버십 함수를 나타낸다. 식(2)는 부하부분이 정방향으로 회전되기가 요구하는 상황이다. 그러나 퍼니언과 기어가 서로 맞물려있지 않다. 그래서 고안된 퍼지 선 보상기의 출력 θ_{cr} 는 퍼니언과 기어 두 부분이 가능하면 빨리 맞물릴 수 있도록 만들어 줘야한다. 식(2)에 룰은 A부분에 정방향 토크를 더 발생시켜 주기위해 PD 제어기에 들어가는 에러값을 더 크게 만들어 준다. 이때 출력 멤버십 함수중 positive 멤버십 함수가 출력된다. 식(3)은 부하가 정방향으로 회전되길 요구되는 상태이며 기어와 퍼니언이 서로 맞물려 있을 경우에 관한 퍼지룰을 나타낸다. 이때 퍼지 보상기의 출력 멤버십 함수는 Zero 멤버십 함수이다. 식(2)와 식(3)의 퍼지 룰을 만들어낸 방식과 유사하게 식(4)와 식(5)가 만들어진다. 식(3)과(4)는 B부분이 정방향으로 회전되도록 요구되는 상태의 퍼지룰을 나타내며 식(5)와(6)은 역방향으로 회전하도록 요구하는 상태의 퍼지룰을 나타낸다. 이러한 룰 베이스를 갖고 퍼지화, 추론, 비퍼지화 과정이 수행되게 된다. 퍼지 보상기는 두개의 입력과 하나의 출력을 갖는다. 입력 변수는 기준입력의 미분(θ_r 의 미분)과 상대적인

백래쉬 간격($\theta_m/N - \theta_L$)이며 출력 변수는 보상 각(θ_{cr})이 된다. 본 논문에서 사용한 멤버십 함수를 수학적으로 표현하면 아래 식(7)~(15)와 같다.

퍼지 집합의 “positive”, “negative”, “not equal to b”, “not equal to zero”, “equal to b”, “equal to zero”는 아래 첨자로 각각 “P”, “N”, “NEC”, “NEO”, “EB” and “EO”로 표시했다. 그리고 ϵ 는 작은 수를 사용했으며, b는 백래쉬 갭의 실험 추정값을 나타낸다. σ_b 와 σ_0 은 평활 계수이다.

θ_{cr} 은 퍼지 보상기의 출력값을 나타낸다. 퍼지 선 보상기의 출력값은 식(2)~(5)의 룰로부터 얻어지며, COA 비퍼지화 방법을 사용했다. y_n 과 y_p 는 퍼지 보상기의 출력값이 취할 수 있는 가장 큰 음과 양의 값을 나타낸다. 퍼지 보상기를 구성하기 위해서 우리는 위 식(7)~(15)의 멤버십 함수를 사용했다.

$$b_d = \theta_m / N - \theta_L \quad (6)$$

$$\mu_P(\dot{\theta}_r) = \frac{1}{1 + e^{-\dot{\theta}_r / \epsilon}} \quad (7)$$

$$\mu_N(\dot{\theta}_r) = \frac{1}{1 + e^{\dot{\theta}_r / \epsilon}} \quad (8)$$

$$\mu_{NEB}(b_d) = 1 - e^{-\left(\frac{b_d - b}{\sigma_b}\right)^2} \quad (9)$$

$$\mu_{EB}(b_d) = e^{-\left(\frac{b_d - b}{\sigma_b}\right)^2} \quad (10)$$

$$\mu_{NEO}(b_d) = 1 - e^{-\left(\frac{b_d}{\sigma_0}\right)^2} \quad (11)$$

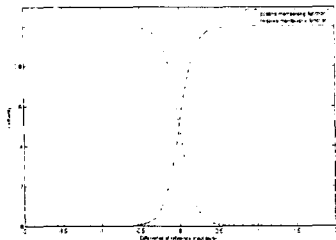
$$\mu_{EO}(b_d) = e^{-\left(\frac{b_d}{\sigma_0}\right)^2} \quad (12)$$

$$\mu_{PL}(\theta_{cr}) = e^{-(\theta_{cr} - y_p)^2} \quad (13)$$

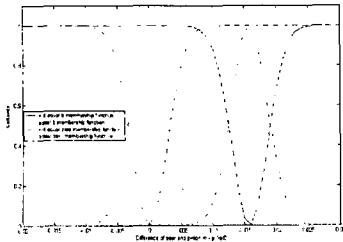
$$\mu_{NL}(\theta_{cr}) = e^{-(\theta_{cr} - y_n)^2} \quad (14)$$

$$\mu_0(\theta_{cr}) = e^{-\theta_{cr}^2} \quad (15)$$

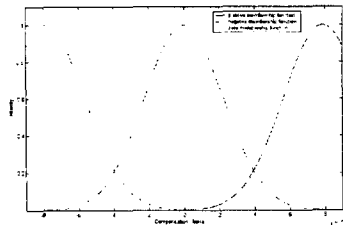
식(7)~(8)은 기준입력의 미분에 관한 멤버십 함수이다. 여기서 변수 ϵ 는 “positive”와 “negative”의 멤버십 함수의 폭을 변화시킨다. 이 값의 변화는 백래쉬에 작은 영향을 끼친다. 시뮬레이션 과정에서는 ϵ 를 0.1로 잡았다. 상대적인 백래쉬 간격의 멤버십 함수에서 σ_b 와 σ_0 를 사용해 함수의 폭과 형태를 조절하게 된다. 우리는 σ_b 과 σ_0 은 b/4 근방의 값으로 정하였다. 사용한 백래쉬 갭 b값은 실제 실험으로 측정된 값을 사용하였으며 측정값은 본 논문에서 언급하지 않겠다. 위의 식들을 사용한 멤버십 함수는 다음장의 그림3이다. 그림3에서 (a)는 기준 입력의 미분에 대한 입력 멤버십 함수를 나타낸다. (b)는 상대적인 백래쉬 갭에 대한 입력 멤버십 함수를 나타낸다. (c)는 실제 퍼지 보상기의 출력인 보상각에 대한 출력 멤버십 함수를 나타낸다.



(a) 기준입력의 미분에 대한 멤버십 함수
(a) Membership function about the differential of reference input



(b) bd에 대한 멤버십 함수
(b) Membership function about b_d



(c) 보상되는 각에 대한 멤버십 함수
(c) Membership function about compensation angle

그림 3 퍼지 보상기의 멤버십 함수들(a,b,c)
Fig. 3 Membership functions of the fuzzy compensator(a,b,c)

3. 모 의 실험

이 부분에서는 퍼지 로직 보상기의 모의실험 결과에 대해 소개하겠다. 시뮬레이션에 필요한 동적 방정식[7],[8]은 본 논문에서는 언급하지 않겠다. 우선 우리는 보상이 있을 경우와 없을 경우에 대하여 모터 시스템의 페루프 응답을 시뮬레이션해 보았다. 정현파의 궤적 응답과 계단 응답이 시뮬레이션된다. 시뮬레이션 블록 다이어그램은 그림 4와 같다. 블록선도는 퍼지 백래쉬 보상기와 PD 제어기 그리고 제어 대상 시스템으로 구성된다.

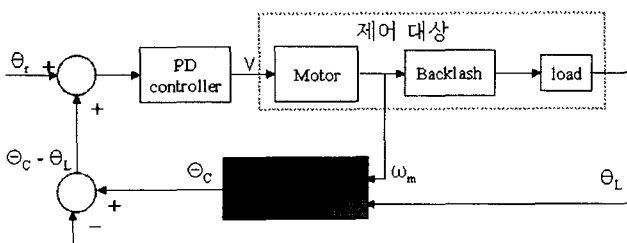


그림 4 시뮬레이션 블록선도
Fig. 4 Simulation block diagram

기어의 백래쉬 보상을 위한 퍼지 보상기 설계

제어 대상 블록은 모터, 부가적인 비선형 백래쉬 그리고 부하로 구성되게 된다. 모터 동역학에는 비선형적 부분이 들어가 있지 않다. 이상적인 모터의 동역학에 PD 컨트롤러를 단위 게환과 함께 사용하게 되면 정상상태 에러와 limit cycle이 없다. 그러나 정현과 추종에 있어서 기준입력과 출력의 위상차이 때문에 정상상태 에러가 존재하게 된다. 정상상태 에러는 기준 입력에서 출력을 뺀 값과 같으며 수식으로 표시하면 식(16)과 같다.

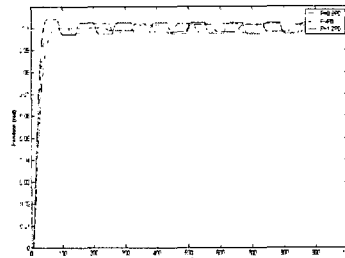
$$e_{ss} = \sin(\omega t) - \sin(\omega t - \phi) = 2\sin(\frac{\phi}{2})\cos(\omega t + \frac{\phi}{2}) \quad (16)$$

ω 는 입력신호의 각주파수를 나타내며, ϕ 는 시스템의 위상차(지연)를 나타낸다. 본 논문에서는 PD 이득을 위상차가 영과 가깝게 되도록 선택하였다.

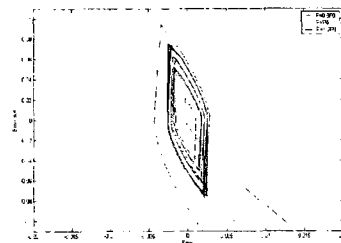
3.1 계단입력 응답

그림 4의 페루프 시스템에서 기준입력(θ_r)은 크기가 0.1인 계단입력을 넣어줬다. 기어이가 서로 맞물려 있지 않은 상태에서 시작한다고 가정하였다. 기어가 맞물려 있지 않기 때문에 백래쉬 현상에 의해 지연이 일어날 것이라고 예상하였다. 계단입력 응답 결과를 통해 이러한 결과를 확인해 볼 수 있다.

그림 5에서는 어떤 백래쉬 보상도 없이 PD제어기만을 사용했을 때의 결과를 보여준다. 서로 다른 D이득을 갖는 3가지의 PD제어기에서 모의실험을 수행하였다. 그림5(a)를 보자. 증가시간을 줄이기 위해서는 P이득이 커져야 한다는 것을 알 수 있고 P이득의 증가는 시스템 응답의 지연을 감소시킴을 알 수 있다. 그림5(b)에서는 정상상태에서 limit cycle이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그림 6은 백래쉬 간격을 변화하며 백래쉬 보상기의 성능을 확인해 본 결과이다.



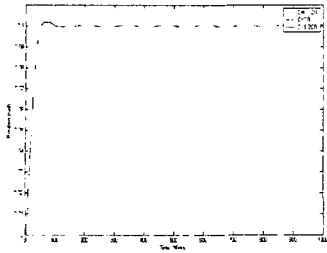
(a) 계단 응답
(a) Step response



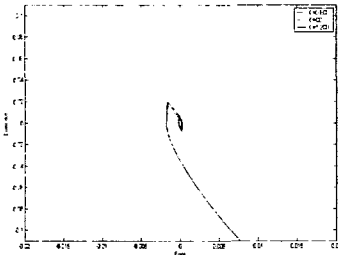
(b) 오차 위상 선도
(b) Error phase diagram

그림 5 퍼지 보상기 없이 서로 다른 PD이득을 사용한 계단 응답 결과

Fig. 5 Step response without fuzzy compensator



(a) 계단 응답
(a) Step response



(b) 오차 위상 선도
(b) Error phase diagram

그림 6 퍼지 보상기를 사용한 경우 서로 다른 백래쉬 간격에 대한 계단 응답 결과

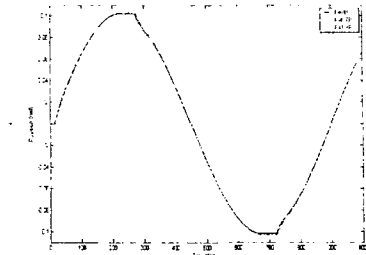
Fig. 6 Step response with fuzzy compensator

그림 6(a)에서 보는 바와 같이 보상기를 사용했을 경우 limit cycle의 크기가 거의 영에 가깝게 줄어든 것을 확인할 수 있다. 그림 5와 그림 6의 위상선도를 살펴보자. 그림 5(b)와 그림 6(b)의 오차 위상 선도를 비교해보면 정상상태에서 제안된 퍼지 보상기를 사용했을 때 에러가 최대 1/4 정도 감소함을 확인할 수 있었다. 확실히 퍼지 보상기를 사용했을 때가 오차와 오차의 변화량이 작아짐을 확인할 수 있다. 안전성 측면에서 퍼지 보상기를 사용했을 때가 PD제어기만 사용했을 때 보다 더 안정하다고 말할 수 있다.

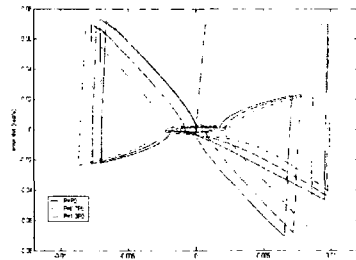
3.2 정현파입력 응답

정현파 응답 시뮬레이션도 그림 4의 페루프 시스템에서 실행된다. 기준입력(θ_r)에는 크기가 0.1이고 주파수가 0.7 rad/sec인 정현파를 사용하였다. 위의 계단입력 시뮬레이션에서와 동일하게 초기에는 기어가 맞물려 있지 않다고 생각하고 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 7은 어떤 보상 없이 PD제어기만을 사용한 결과를 보여준다. 그림 7(a)에서는 퍼지 보상기의 사용 없이 PD제어기만을 사용한 경우 속도의 방향이 변하는 시점에서 백래쉬 현상을 완벽히 제거할 수 없다는 것을 확인할 수 있다. 그림 8은 서로 다른 백래쉬 간격에 대해 퍼지 보상기를 사용했을 경우의 결과를 보여준다. 입력 파형과 거의 동일한 파형이 출력으로 나옴을 확인할 수 있다. 안정도 측면에 대해서 알아보기 위해 퍼지 보상기를 사용했을 경우와 사용하지 않았을 경우의 에러 위상선도를 확인해 보자. 그림 7(b)와 그림 8(b)의 결과를 확인해 보면 제안된 퍼지 보상기를 사용했을 경우에 오차의 변화량의 최대치는 퍼지 보상기를 사용했을 때와 유사하다. 하지만 오차의 경우에는 PD제어기만을 사용해서 제어한 경우보다 최대 1/2정도 감소

된 것을 확인할 수 있다.



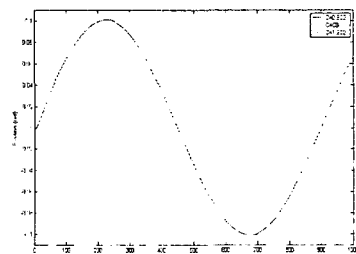
(a) 정현파 응답
(b) Sinusoidal response



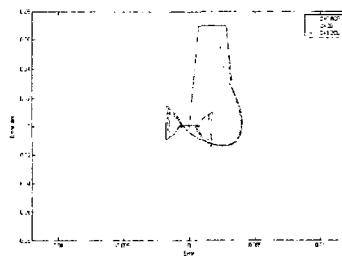
(b) 오차 위상 선도
(b) Error phase diagram

그림 7 퍼지 보상기 없이 서로 다른 PD이득을 사용한 정현파 응답 결과

Fig. 7 Sinusoidal response without fuzzy compensator



(a) 정현파 응답
(b) Sinusoidal response



(b) 오차 위상 선도
(b) Error phase diagram

그림 8 퍼지 보상기를 사용한 경우 서로 다른 백래쉬 간격에 대한 정현파 응답 결과

Fig. 8 Step response with fuzzy compensator

4. 결 론

본 논문에서는 비선형 백래쉬를 보상하기 위해 4개의 보편화된 룰을 사용하였다. PD 제어기만 가지고는 백래쉬 현상을 보상시킬 수 없다. 그렇기 때문에 본 논문에서는 백래쉬 현상을 보상하기 위한 퍼지 제어기를 제안하고 있다. PD 제어기와 퍼지 보상기를 결합함으로써 계단입력에서는 PD제어기만 사용했을 경우보다 최대오차가 1/4정도 감소시켰다. 그에 따라 limit cycle의 영향도 감소되게 되었다. 그리고 정현파 입력의 경우에는 최대 오차가 1/2정도 감소되게 되었다. 현재 시뮬레이션 과정에서 사용된 백래쉬 값은 실제 실험을 통해 입출력 히스테리시스 곡선을 그렸을 때 최대 백래쉬 값으로 결정하여 시뮬레이션 하였다. 하지만 실제 시스템에서는 부하의 위치, 모터의 각속도 그리고 모터의 각속도에 의해 백래쉬 값이 변하게 된다. 그렇기 때문에 현재는 실험을 통해 이러한 백래쉬 현상을 보상할 수 있는 퍼지 관측기에 대해 연구중이다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 지원으로 수행되었습니다. (R01-2003-000-10364-0)

참 고 문 헌

- [1] G. Tao and P.V. Kokotovic, "Adaptive control of plants with unknown output backlash," IEEE Trans. Automat. Control, vol 40, no.2, pp.200-212, Feb. 1995.
- [2] G. Tao and P.V. Kokotovic, "Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash," IEEE Trans. Automat. Control, vol 40, no.6, pp. 1083-1087, June 1995.
- [3] S. De La Salle, M. A. Jansz and D. A. Light, "Design fo a feedback control system for damping fo vehicle shuffle," in EAEC European Automotive Congress, Barcelona, Spain, 1999.
- [4] A. Lagerberg, "A literature survey on control of automotive powertrains with backlash," Control and Automation Laboratory, Department of Signal and Systems, Chalmers University of Technology, Technical report R013/2001, Dec. 2001.
- [5] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," Inf. Control., vol. 8, pp. 338353, June 1995.
- [6] C. C. Lee, "Fuzzy logic in control system: Fuzzy logic controller Part I," IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., vol. 20, pp.404418, Apr. 1990.

- [7] 김남훈, 허욱렬, 김진걸, "백래쉬가 있는 기어 시스템의 퍼지제어에 관한 연구," Information and control symposium 논문집, pp. 47-49, May 2004.
- [8] Benjamin C. Kuo and Farid Golnaraghi, Automatic Control Systems, Wiley, 2003.

저 자 소 개



김 남 훈(金南勳)

2002년 인하대학교 전기공학과(공학사)
현재 인하대학교 전기공학과 석사과정
E-mail : pheonix719@empal.com



허 욱 렬(許旭烈)

1974년 서울대학교 전기공학과(공학사)
1978년 서울대학교 전기공학과(공학석사)
1982년 서울대학교 전기공학과(공학박사)
현재 인하대학교 전기공학과 교수
E-mail : uyhuh@inha.ac.kr



김 진 걸(金振傑)

1978년 서울대학교 전기공학과(공학사)
1983년 Univ. of Iowa 전기공학과(공학석사)
1985년 Univ. of Iowa 수학과(수학석사)
1988년 Univ. of Iowa 전기공학과(공학박사)
현재 인하대학교 전기공학과 교수
E-mail : john@inha.ac.kr



김 병 루(金丙倫)

1991년 인하대학교 전기공학과(공학사)
1993년 인하대학교 전기공학과(공학석사)
2002년 Univ. of Pittsburgh(통신석사)
현재 인하대학교 전기공학과 박사과정
E-mail : tycoon482@empal.com