한국소음진동공학회논문집 제 14 권 제 12 호, pp. 1330~1337, 2004.

자기베어링을 이용한 회전축의 최적제어 및 강건제어

Optimal Control and Robust Control of Rotating Shaft Using Magnetic Bearings

강 호 식† · 정 남 희* · 윤 일 성* · 송 오 섭**

Ho-Shik Kang, Namheui Jeong, Il-Soung Yoon and Ohseop Song

(2004년 8월 17일 접수 : 2004년 10월 27일 심사완료)

Key Words : Magnetic Bearings(자기베어링), Optimal Control(최적제어), Robust Control(강건제어), System Stability(시스템 안정성), Rotor Dynamics(회전체 동력학)

ABSTRACT

In this study, the equations of motion of a rigid rotor supported by magnetic bearings are derived via Hamilton's principle, and transformed to a state-space form for control purpose. The optimal motion control of rotor magnetic bearing system based on the LQR(linear quadratic regulator) theory is addressed. New schemes related to the selection of the state weighting matrix Q and the control weighting matrix R involved in the quadratic functional to be minimized are proposed. And the robust control of the system with an LMI(linear matrix inequality) based H_∞ theory is dealt with in this paper. Loop shapings of TFM(transfer function matrix) are used to increase the performance of control capability of the system. The control abilities of LQR and H_∞ controller are compared by simulation and experimental tests and show that the capability of H_∞ controller is superior to that of LQR.

1. 서 론

최근 회전기계의 대형화·고속화에 따른 안전의 중요성 및 초정밀 고속회전의 필요성, 그리고 청결한 환경과 진공 중에서의 작업이 요구되는 산업분야의 증가로 인하여 기존의 베어링과 전혀 다른 개념을 이용하는 자기베어링(magnetic bearings)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 미국과 일본 등지에서는 이미 실용화 단계에 접어들어 여러 산업분야에 적용되고 있다.[1] 자기베어링은 메카트로닉스 기계요소로서 전자기력을 이용하여 회전축을 비접촉식으로 지지하므로 윤활이 필요 없기에 작동온도 범위가 넓고, 우주공간과 같은 진공 중에서도 작동 가능하다.[2]

최적제어기법인 LQR(linear quadraticl regulator) 제어는 안정한 제어 이득을 리카티(riccati) 방정식으로부터 쉽게 얻을 수 있고 우수한 저감특성을 갖기에 다방면으로 연구가 수행되었으며, Park[3] 등은 수정된 가중행렬 선정방법을 이용한 LQR 제어기법을 연구하였고, Fan[4] 등은 최적제어를 자기베어링 시스템에 적용하여 회전체를 제어하였다. 시스템의 강인성과 외란 제거 등을 제어목적으로 하는 강인제어 인 H_∞ 제어방법 또한 많은 시스템에 적용되어 제어성능의 우수성이 입증되고 있으며, 자기베어링 시스템에 비선형제어를 도입한 경우도 최근의 연구[5]에서 찾아볼 수 있다.

이 논문에서는 회전체의 고속회전에 따른 자이로스코픽효과를 고려한 자기베어링 시스템의 운동방정식을 해밀턴 변분원리로 제시하였고, 시스템의 제어를

† 책임저자 : 정회원, 충남대학교 기계공학과
E-mail : yahoya@cnu.ac.kr
Tel : (042) 821-7620, Fax : (042) 822-5642
* 충남대학교 대학원 기계공학과
* 정회원, 충남대학교 기계공학과

위해서 LQR 최적제어기와 H_∞ 강건제어기를 설계하였다. 회전체의 변위, 속도 및 전류를 상태변수로 하는 LQR 제어기에 확장된 Q, R 가중행렬 선정방법을 도입하였고, LMI(linear matrix inequality)에 기초한 H_∞ 제어기를 이용하였으며, 회전에 의해 발생되는 진동과 시스템에 외란과 센서 잡음을 인가한 경우 두 제어기의 회전진동과 외부입력 소거에 대한 제어성능을 수치해석과 실험을 통하여 비교·분석하였다.

2. 자기베어링 시스템의 모델링

2.1 운동방정식

시스템의 변위장은 Fig. 1과 같이 회전체의 기하학적 중심 O점에서의 병진 변위 x와 y 및 회전 각변위 θ_x와 θ_y로 설정하였다.

전자석의 고정자와 코일의 형상은 Fig. 2와 같으며, 회전체와 고정자는 귀환제어가 없다면 계가 불안정하게 되므로 자기력을 이용하여 계를 안정되게 한다. 여기서 공극과 제어전류가 정상 평형점에서 아주 작은 섭동일 경우 총 자기력의 선형화는 다음과 같다.[6]

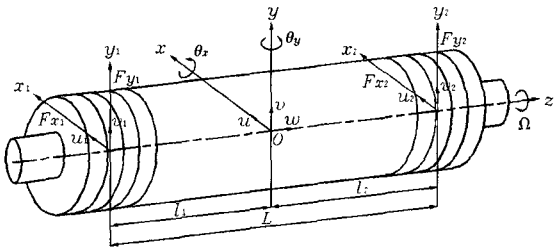


Fig. 1 Configuration of rotor with displacement

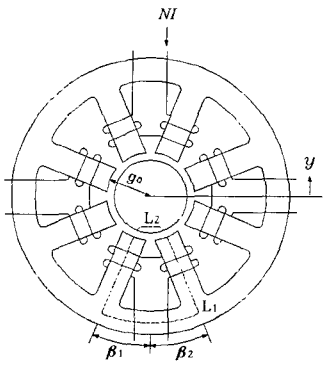


Fig. 2 Eight-pole magnetic bearing stator

$$F = \frac{\mu_0 AN^2}{(g_0 - cq)^2}(I_0 + i)^2 - \frac{\mu_0 AN^2}{(g_0 + cq)^2}(I_0 - i)^2 \simeq K_i i(t) + K_q q(t)$$

$$K_i = \frac{4\mu_0 N^2 A}{g_0^2} I_0, \quad K_q = \frac{4\mu_0 AN^2 I_0^2 c}{g_0^3} \tag{1}$$

여기서, N은 전자석의 권선수이고, A는 자극의 면적이며, μ_o는 자유공간에서의 투자율이다.

회전에 의한 자이로스코픽효과를 고려하여 회전체의 회전과 병진 운동에너지를 계산한 후 변분을 취하면 다음과 같다.

$$\delta K = m(\dot{x}\delta\dot{x} + \dot{y}\delta\dot{y}) + J_t(\dot{\theta}_x\delta\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_y\delta\dot{\theta}_y) + \frac{1}{2}J_p\Omega(\dot{\theta}_x\delta\theta_y + \dot{\theta}_y\delta\theta_x - \dot{\theta}_x\delta\theta_y - \dot{\theta}_y\delta\theta_x)] \tag{2}$$

회전체 양 끝단의 자기베어링 중심위치에서 x, y 각 방향으로의 입력전류의 변화(i_{x1}, i_{x2}, i_{y1}, i_{y2})에 따른 회전체의 일량과 공극의 변화에 의한 회전체의 일량을 선형화 한 후 변분을 하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\delta W_i &= K_{ix1} i_{x1}\delta x - K_{ix1} i_{x1} l_1 \delta\theta_y + K_{ix2} i_{x2}\delta x + K_{ix2} i_{x2} l_2 \delta\theta_y + K_{iy1} i_{y1}\delta y \\ &\quad + K_{iy1} i_{y1} l_1 \delta\theta_x + K_{iy2} i_{y2}\delta y - K_{iy2} i_{y2} l_2 \delta\theta_x \end{aligned} \tag{3a}$$

$$\begin{aligned}\delta W_g &= K_{x1}(x\delta x - l_1\theta_y\delta x - l_1 x\delta\theta_y + l_1^2\theta_y\delta\theta_y) \\ &\quad + K_{x2}(x\delta x + l_2\theta_y\delta x + l_2 x\delta\theta_y + l_2^2\theta_y\delta\theta_y) \\ &\quad + K_{y1}(y\delta y + l_1\theta_x\delta y + l_1 y\delta\theta_x + l_1^2\theta_x\delta\theta_x) \\ &\quad + K_{y2}(y\delta y - l_2\theta_x\delta y - l_2 y\delta\theta_x + l_2^2\theta_x\delta\theta_x) \end{aligned} \tag{3b}$$

식 (2)와 (3)을 해밀턴 변분원리[7]에 대입하면 회전체의 질량중심에서의 운동방정식을 얻게 되며, 이를 양 끝단 자기베어링 중심위치에 관해 전환하면 다음의 운동방정식을 얻는다.

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{G}\dot{\boldsymbol{r}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{i} \tag{4}$$

여기서,

$$M = \frac{1}{L^2}\begin{bmatrix} ml_2^2 + J_t & ml_1 l_2 - J_t & 0 & 0 \\ ml_1 l_2 - J_t & ml_1^2 + J_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ml_2^2 + J_t & ml_1 l_2 - J_t \\ 0 & 0 & ml_1 l_2 - J_t & ml_1^2 + J_t \end{bmatrix}$$

$$G = \frac{1}{L^2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & J_p\Omega & -J_p\Omega \\ 0 & 0 & -J_p\Omega & J_p\Omega \\ -J_p\Omega & J_p\Omega & 0 & 0 \\ J_p\Omega & -J_p\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K=\begin{bmatrix} -K_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_{y2} \end{bmatrix}$$

$$D=\begin{bmatrix} K_{i_{x1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{i_{x2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{i_{y1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{i_{y2}} \end{bmatrix}, \; r=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, \; i=\begin{bmatrix} i_{x_1} \\ i_{x_2} \\ i_{y_1} \\ i_{y_2} \end{bmatrix}$$

2.2 전자석의 동특성

전력증폭기와 전자석으로 이루어진 전류 계환계에서 제어전압(u)과 구동전류(i)의 관계는 시정수(τ_o)와 DC게인(K_o)으로 구성된 1차 시스템으로 표현된다.

$$\frac{d\boldsymbol{i}}{dt} = -\boldsymbol{T_a i} + \boldsymbol{T_b u}$$

$$T_a = \begin{bmatrix} 1/\tau_{ox1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\tau_{ox2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\tau_{oy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\tau_{oy2} \end{bmatrix},$$

$$T_b = \begin{bmatrix} K_{ox1}/\tau_{ox1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{ox2}/\tau_{ox2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{oy1}/\tau_{oy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{oy2}/\tau_{oy2} \end{bmatrix},$$

$$u = [u_{x1}, u_{x2}, u_{y1}, u_{y2}]^T. \quad (5)$$

3. 제어기 설계

3.1 LQR 최적제어기

양 끝단 자기베어링의 중심위치에서 회전체의 변위와 속도 및 전자석의 전류를 상태변수로 하는 중앙집중식 제어기 설계를 위하여 상태공간(state space) 운동방정식을 다음과 같이 나타내었다.

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{BU}$$
$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{CX}$$

$$A=\begin{bmatrix} O_4 & I_4 & O_4 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C & M^{-1}D \\ O_4 & O_4 & -T_a \end{bmatrix}, \; B=\begin{bmatrix} O_4 \\ O_4 \\ T_b \end{bmatrix},$$

$$C=[I_4 \; O_4 \; O_4], \; X=[r, \dot{r}, i]^T, \quad (6)$$
$$U=[u_{x1}, u_{x2}, u_{y1}, u_{y2}]^T$$

시스템의 상태방정식을 구속조건으로 하고 주어진 성능지수(performance index)를 최소화하는 최적제어이론에 기반을 둔 상태 피드백 기법인 LQ제어는 안정한 제어 이득을 리카티 방정식으로부터 쉽게 얻을 수 있고 우수한 저감특성을 갖는 장점이 있으며 성능지수는 다음과 같이 정의하였다.

$$J=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{N}(X_k^T Q X_k + U_k^T R U_k) \quad (7)$$

여기서 X_k와 U_k는 디지털화 된 상태변수이며 Q는 양의 반 한정(positive semi-definite)인 상태가중행렬, R는 양의 한정(positive definete)인 제어입력 가중행렬이다. 최적제어는 Hamiltonian function과 정체조건(stationary condition)을 만족하면서 성능지수를 최소화하는 최적제어입력과 최적상태를 시간영역에서 찾는 문제이며, 실시간에서 모든 상태변수를 측정할 수 있다면 최적제어입력 U_k는 다음과 같이 피드백 형태로 실현시킬 수 있으며 시스템의 공칭 안정도(nomianl stability)는 보장된다.

$$\begin{aligned} U_k &= -(R+B^{*T}P_{k+1}B^*)^{-1}B^{*T}P_{k+1}A^*X_k \\ &= -K_c X_k \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $A^* = e^{A(\Omega)t}$, $B^* = \int_0^T e^{A(\Omega)(t-\tau)}B d\tau$ 이고, K_c는 Kalman gain sequence이며, 양의 반 한정행렬 P는 식 (9)로 표현되는 선형 대수 리카티 방정식의 유일한 해이다.

$$P_k = Q + A^{*T}P_{k+1}(I + B^*R^{-1}B^{*T}P_{k+1})^{-1}A^* \quad (9)$$

LQ 레귤레이터 설계는 설계파라미터인 상태 가중행렬 Q와 제어입력 가중행렬 R값에 따라 폐루프의 극점위치와 고유벡터가 결정되기 때문에, Q와 R을 어떻게 선정하는가가 중요관건이며 본 연구에서는 식 (4)의 시스템 변수들을 이용하여 다음과 같은 Q와 R 선정방법을 제시하였다.

$$Q=\begin{bmatrix} \alpha(-K) & O_4 & O_4 \\ O_4 & \beta M & O_4 \\ O_4 & O_4 & \gamma M \end{bmatrix}, \; R=[D^T(-K)D] \quad (10)$$

3.2 H_∞ 강건제어기

시스템의 강인성과 외란 제거 등을 제어목적으로 하는 H_∞ 제어의 알고리즘은 Fig. 3과 같이 표현된다. 여기서 w는 외란, 잡음, 기준신호(reference signal) 등을 포함하는 외부입력 항이며, z는 제어량, u는 제어

기에서 계산되어져 나오는 제어입력, 그리고 y는 출력 측정값이다.

H_∞ 제어는 w에서 z로의 폐루프 전달함수행렬(TFM) T_{zw}의 H_∞ 놈(norm)이 $\| T_{zw} \| < \gamma$인 조건을 최소화하는 안정된 제어기를 설계하는 것이며 외란, 잡음 등의 외부 입력항 및 제어량을 포함하는 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$P(s) = \begin{array}{c} \\ \dot{x} \\ z \\ y \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} x & \quad w \quad u \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right] \end{array} \tag{11}$$

여기서,

$$x = \begin{bmatrix} \underline{r} \\ \underline{\dot{r}} \\ \underline{i} \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{x_1} \\ u_{x_2} \\ u_{y_1} \\ u_{y_2} \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} \underline{z_1} \\ \underline{z_2} \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} \underline{d} \\ \underline{n} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} O_4 & I_4 & O_4 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C & M^{-1}D \\ O_4 & O_4 & -T_a \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} O_4 & O_4 \\ O_4 & O_4 \\ O_4 & O_4 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} O_4 \\ O_4 \\ T_b \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -I_4 & O_4 & O_4 \\ I_4 & O_4 & O_4 \end{bmatrix}, \quad C_2 = [-I_4 \;\; O_4 \;\; O_4]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} I_4 & O_4 \\ O_4 & O_4 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} O_4 \\ O_4 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = [O_4 \;\; I_4], \quad D_{22} = O_4$$

$\underline{d}$: disturbance vector $\underline{n}$: sensor noise vector

선형행렬부등식(LMI)에 의한 방법은 리카티 방정식의 해를 직접 구하지 않고, 다음의 부등식을 만족하는 R, S행렬을 통해 성능지수 γ를 달성하는 준최적제어기를 얻는 제어기법이며, 제어대상에 무한 또는 순허수축상의 불변 영점의 제한조건이 불필요하고, 유한차원 매개변수화가 가능하다는 특성을 갖고 있다.

$$\begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{12} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} N_{21} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T S + SA & SB_1 & C_1^T \\ B_1^T S & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{21} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0 \tag{11}$$

이러한 과정을 통해 불확실성을 갖는 시스템에 대한 안정화를 만족하는 견실 제어기를 설계할 수 있으나 제어기의 성능까지는 보장할 수 없다. 이를 해결하기 위해 혼합감도 최소화와 국소 극점배치를 이용한 특이치(singular values) 루프 셰이핑 방법으로 시스템의 성능을 개선하였다.[8] 요구 성능 및 외란 억제를 위한 하중함수 W_s와 불확실성에 대한 강인안정성을 위한 하중함수 W_t를 포함하는 시스템의 제어구조는 Fig. 4와 같다.

플랜트의 극점이 제어기의 영점에 의해 상쇄되는 것을 방지해 발진응답을 막는 국소 극점 배치를 위한 하중함수 W_1을 포함하는 전체 제어구조는 Fig. 5와 같다.

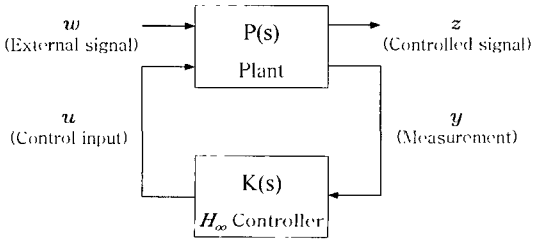


Fig. 3 Standard H_∞ control problem

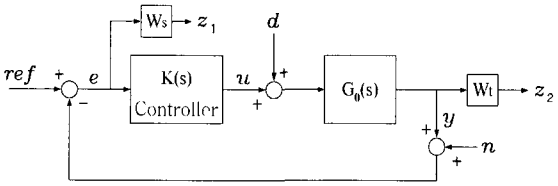


Fig. 4 Tracking loop feedback structure

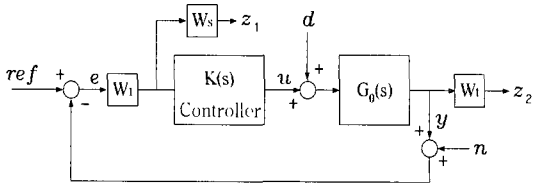


Fig. 5 Tracking loop with weighting functions

4. 결과 및 고찰

4.1 수치해석

이 연구에서 사용된 시스템 변수는 다음과 같다.

시스템의 상태방정식을 이용하여 최적제어인 LQR 제어기와 강인제어인 H_∞ 제어기를 설계하였다. LQR 제어기 설계에서 설계사양을 만족시키는 행렬 Q와 R을 조직적으로 선정할 수 있는 LQ 레귤레이터 설계 방법이 존재하지 않고 Q와 R값을 적당히 수정하여 만족스러운 해를 얻을 때까지 시행착오적인 방법으로 반복 수행하여야하나, 본 연구에서는 시스템 변수를 이용하여 조직적으로 Q와 R을 선정할 수 있는 방법을 제시하였다. H_∞ 제어기의 설계에 있어서는 저주파 영역에서의 성능과 고주파 영역에서의 견실 안정성을 보장하기 위하여 각각의 영역에 가중치를 더해주는 하중함수를 가중함으로써 이를 최소로 하는 방법을 사용하였으며, 적분요소를 추가하는 하중함수를 위치시킴으로써 플랜트의 상쇄되는 극점을 다시 배치하여 그 극점이 상쇄되는 것을 방지해 발진응답을 막는 방법을 사용하여 시스템의 성능을 개선하였다. 수치해석의 결과는 회전체 좌측 끝단의 변위와 궤적을 이용하여 그 성능을 비교하였다.

Table 1 Parameters of magnetic bearing system

Parameter	Value
Mass of rotor (m)	6.7 kg
Length of rotor (L)	0.286 m
Diametral moment inertia (J_t)	0.0916 kg·m
Polar moment inertia (J_p)	0.00325 kg·m
Current stiffness (K_{ir})	118.2 (N/A)
Position stiffness (K_r)	0.236E6 (N/m)
DC gain (K_o)	0.5 (A/V)
Time constant (τ_o)	1.6E(-3)(s)

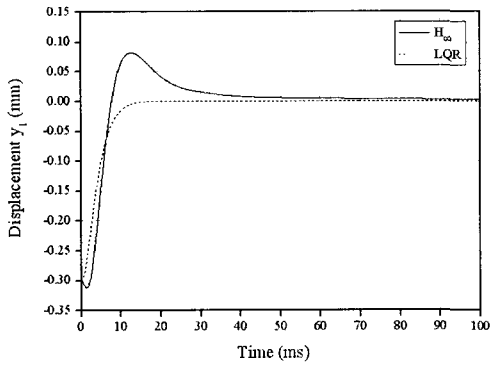


Fig. 6 Time responses of H_∞ vs. LQR control

Fig. 6은 회전체가 정지상태에서 좌측 끝단이 -0.3 mm의 초기위치로부터 부상되는 과정의 응답을 나타낸 것으로, LQR 제어의 경우 오버슈트 없이 약 15 ms의 시간에 정착되나, H_∞ 제어의 경의 0.08 mm의 오버슈트로 인하여 정착시간이 지연됨을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 회전체를 부상시킨 후 500 ms의 시간에 0.1 mm의 변위가 발생하도록 제어 프로그램을 이용하여 0.1 크기의 스텝외란 함수를 y_1 양의 방향으로 인가한 경우 시간응답을 나타내었다. H_∞ 제어에서는 오버슈트가 약 0.12 mm가 발생하며 200 ms의 시

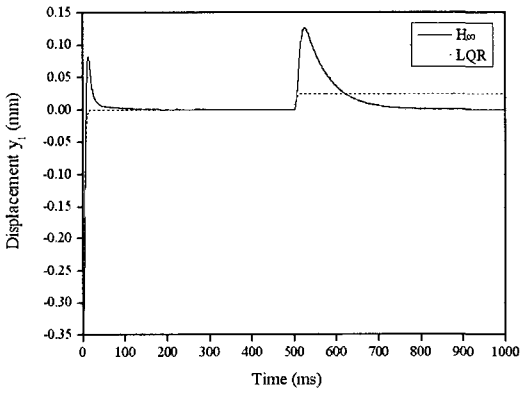


Fig. 7 Time responses of H_∞ vs. LQR control with disturbance

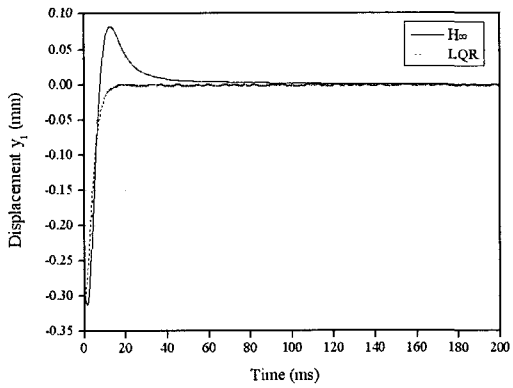


Fig. 8 Time responses of H_∞ vs. LQR control with sensor noise

간 내에 완전히 외란이 제거되나, LQR 제어는 외란인가 후 약 0.025 mm의 잔류 외란이 시스템에서 제거되지 못함을 보이고 있다.

Fig. 8은 $0.1 \times \sin(8000\,t)$의 센서잡음을 시스템에 인가한 경우 시간응답을 나타내었다. 잡음에 대한 하중함수를 포함하고 있는 H_∞ 제어의 경우 약간의 오버슈트가 존재하나 센서잡음을 완전히 소거시키는 반면, LQR 제어기는 센서잡음을 완전히 소거시키지 못함을 보이고 있다. 이러한 외란 및 센서잡음 대한 외란억제 및 센서잡음 소거성능은 H_∞ 제어가 우수함을 보여주고 있다.

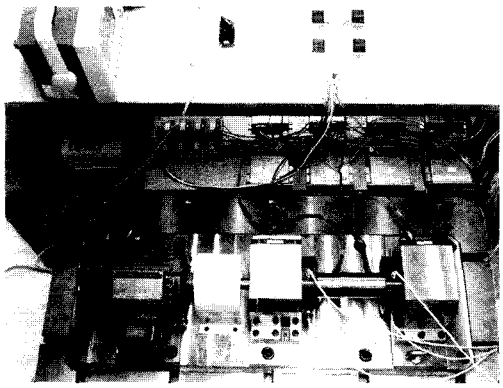
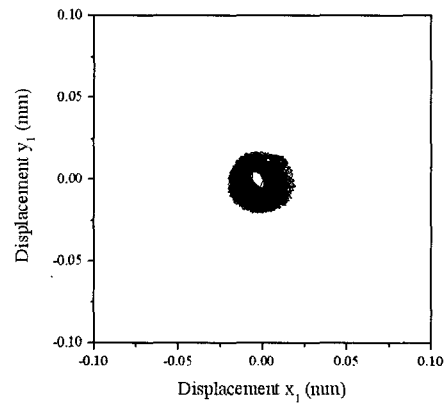
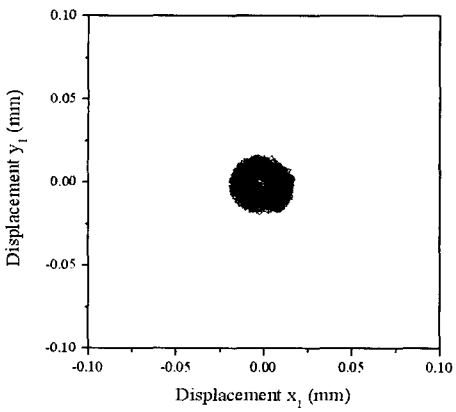


Fig. 9 Configuration of experimental setup



(a) LQR control

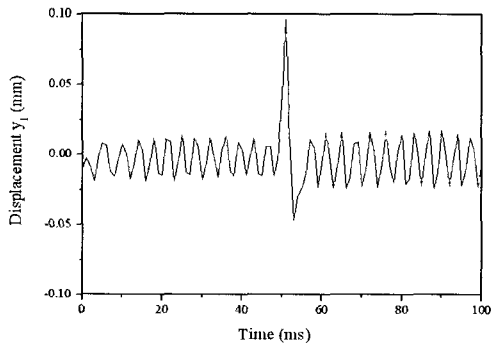


(b) H_∞ control

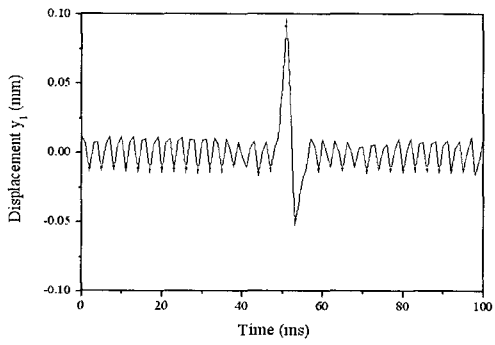
Fig. 10 Orbit of rotor's left end($\Omega = 1000$ rpm)

4.2 실 험

자기베어링 시스템의 전체적인 실험 장치의 구성은 Fig. 9와 같다. 양 끝단 자기베어링에 사용된 고정자의 코어는 와전류 손실을 줄이기 위하여 두께 0.35 mm 규소강판을 35 mm 두께가 되도록 적층하였고, 전자석에 사용된 코일은 0.6 mm의 도선을 110회씩 감은 수 코어에 고정하였다. 전력 증폭기는 Copley 사의 4122 z를 8개 설치하였으며 변위 센서는 Bently Nevada 사의 7200 갭센서를 양 끝단 자기베어링 위치 양의 x방향과 y방향으로 각각 설치하였다.



(a) LQR control



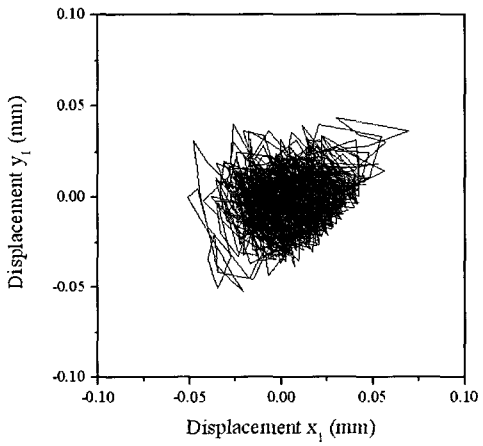
(b) H_∞ control

Fig. 11 Time responses of y_1 with disturbance

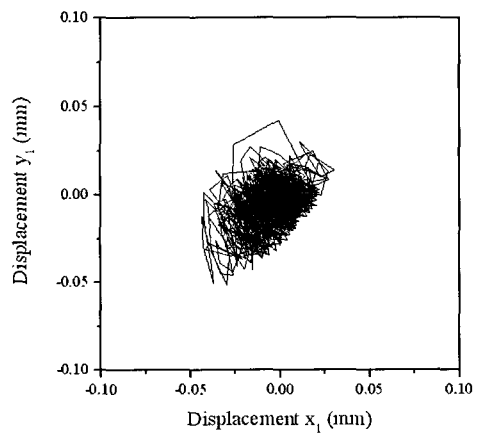
Fig. 10은 회전체가 1000 rpm으로 회전하는 경우 궤적을 나타낸 것으로, 두 제어 모두 회전반경은 약 0.02 mm로 비슷하나 LQR 제어의 경우 회전체의 휠이 H_∞ 제어보다 뚜렷하게 나타남을 보이고 있다.

Fig. 11은 회전체가 1000 rpm으로 회전할 때 좌측 끝단에 y_1 양의 방향으로 0.1 mm의 변위가 발생하도록 외란을 인가한 경우의 시간응답을 나타낸 것이다. 외란은 제어 프로그램에서 회전체의 변위가 0.1 mm 발생하도록 입력전류를 조절하여 인가하였다. LQR 제어의 경우 발생하는 언더슈트는 −0.05 mm 이하가 되나, 정상상태 오차가 약 5 % 정도 증가함을 보인 반면, H_∞ 제어에서는 언더슈트는 −0.05 mm 이상이 되기는 하나, 정상상태 오차는 외란이 가해지기 전과 거의 동일함을 보이고 있다.

Fig. 12는 회전체가 1000 rpm으로 회전할 때 회전체의 좌측 끝단에 센서잡음으로 $0.1\times\sin(8000t)$를 인가한 경우로, 정상상태에서 LQR 제어는 궤적의 최대반경이 약 0.07 mm이고, H_∞ 제어는 최대반경이 약 0.05 mm임을 나타내며 잡음소거 성능이 우수함을 보이고 있다. 수치해석 결과와의 비교 시 시스템에 내재하는 모델링 오차 등에 의하여 실험치와 정확하게 일치하지는 않으나, 외란의 억제와 잡음소거 성능면에서 H_∞ 제어가 LQR 제어보다는 뛰어나다는 경향은 일치함을 확인하였다.



(a) LQR control



(b) H_∞ control

Fig. 12 Orbit of rotor's left end with sensor noise

5. 결 론

회전체 자기베어링 시스템에 대하여 에너지 방법을 이용하여 운동방정식을 유도하고, 상태방정식을 이용하여 LQR 최적제어기와 강인 안정성을 보장하는 H_∞ 제어기를 설계하였다. 회전체의 부상 및 회전과 외란 및 센서잡음에 대한 제어성능을 비교하였다. 본 연구에서 논의된 시스템에 0.1 mm의 스텝외란과 $0.1\times\sin(8000t)$의 센서 잡음이 인가되었을 경우, LMI에 기초한 H_∞ 제어기의 외란 억제 및 잡음 소거 성능이 LQR 제어기에 비해 우수함을 수치해석과 실험을 통하여 검증하였다.

참 고 문 헌

(1) Chen, H. M. and Darlow, M. S., 1988, "Magnetic Bearing With Rotating Force Control," Transactions of the ASME, Vol. 110, pp. 100~105.

(2) Coombs, T. A., Campbell, A. M. and Cardwell, D. A., 1995, "Development of an Active Superconducting Magnetic Bearing," IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 5, pp. 630~633.

(3) Belvin, W. K., Park, K. C., 1990, "Structural Tailoring and Feedback Control Synthesis: An Interdisciplinary Approach," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 13, pp. 424~429.

(4) Fan, Y. H., Chen, S. T. and Lee, A. C., 1992, "Active Control of an Asymmetrical Rigid Rotor Supported by Magnetic Bearings," J. of the

Franklin Institute, Vol. 329, No. 6, pp. 1153~1178.

(5) 강민식, 2004, "능동자기베어링계의 슬라이딩 모드 제어," 한국소음진동공학회지, 제 14 권, 제 5 호, pp. 439~448.

(6) Humphris, R. R., et. al, 1986, "Effect of Control Algorithm on Magnetic Journal Bearing Properties," J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108, Oct. pp. 624~632.

(7) Meirovitch, L., 1967, Analytical methods in vibrations, Prentice Hall.

(8) Yang, C. D., Tai, H. C. and Lee, C. C., 1997, "Experimental Approach to Selecting H_∞ Weighting Functions for DC Servos," J. of Dynamic Systems and Control, Vol. 119, pp. 101~105.