

크랙과 이동질량을 가진 유체유동 외팔 파이프의 동특성에 관한 연구(II)

— 진동수 변화를 중심으로 —

A Study on Dynamic Behavior of Cantilever Pipe Conveying Fluid with Crack and Moving mass (II)

— Focused on the Frequency Change —

윤한익† · 손인수*

Han-Ik Yoon and In-Soo Son

(2004년 8월 2일 접수 : 2004년 11월 25일 심사완료)

Key Words : Moving Mass(이동질량), Open Crack(개구형 크랙), Flexibility Matrix(유연행렬), Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체유동 외팔 파이프), Frequency Change(진동수 변화)

ABSTRACT

In this paper a dynamic behavior of a cracked cantilever pipe conveying fluid with the moving mass is presented. It has the results focused on the frequency change. Based on the Euler-Bernouli beam theory, the equation of motion can be constructed by using the Lagrange's equation. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged beam segments. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during the vibrations. When the velocity of the moving mass is constant, the influences of the crack severity, the position of the crack, the moving mass, and the coupling of these factors on the frequencies of the cantilever pipe are depicted.

1. 서론

파이프 속을 흐르는 유체의 대표적 예는 송유관이며, 유체의 점성에 따라 유체에 의한 영향은 등분포 접선종동력으로 작용하거나 파이프의 끝단에 집중접선종동력으로 작용하여 파이프의 진동 및 안정성에 큰 영향을 미친다.^(1~3) 또, 크랙과 같은 결함을 갖는 구조물에 어떤 하중이나 외력이 작용되면 크랙을 기점으로 해서 그 이상으로 급격히 균열이 전파되어 파괴된다. 이처럼 크랙과 유동유체는 파이프 구조물의 불안정 및 파괴의 주요 원인이 되며, 따라서 유동유

체를 갖는 파이프에 크랙이 존재하는 구조물은 이러한 두 가지 불안정 요소를 모두 포함하고 있으므로 이들의 연성관계에 의한 시스템의 진동수를 파악하는 것은 매우 중요한 문제라 할 수 있다. 구조물에 손상을 주지 않고 결함을 탐지해 낼 수 있는 비파괴적인 방법의 하나로 구조물이나 시스템의 진동특성 변화를 측정하여 크랙의 존재 유무, 크랙의 위치 및 크기를 탐지할 수 있다. 하지만 그 구조물이 유동유체를 포함하고 있다면 구조물의 동적특성을 연구함에 있어 그들의 영향을 고려하는 것은 당연하다. 또한 Suzuki⁽⁴⁾는 단순지지보가 일정가속도의 이동하중을 받는 경우 그 응답을 에너지법을 이용하여 해석하였으며, 그 결과 이동하중은 보의 동적특성에 큰 영향을 미친다는 것을 알게되었다. 또한 이동질량과 유체 유동을 갖는 외팔 파이프 구조물 또한 이동질량의 영향에 의해 동적특성이 크게 변하며, 특히 이동질량이

† 책임저자 : 정희원, 동의대학교 기계공학부
E-mail : hiyeon@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232
* 정희원, 동의대학교 대학원 기계공학과

파이프 위를 떠난 후 외팔 파이프의 진동을 지배한다는 연구결과도 발표되었다.⁽⁵⁾ 따라서 이동질량과 유동유체를 갖는 보 형태 구조물에 크랙의 존재를 사전에 감지하여 위험을 예방하고자 하는 경우에 구조물의 동적특성에 관계하는 구조물의 결합, 유동유체, 그리고 이동질량의 연성관계의 연구는 필수적이라 할 수 있다.

Barnios⁽⁶⁾ 등은 사각 단면을 가지는 외팔보에 기계적 임피던스가 작용할 때 외팔보의 고유진동수에 미치는 크랙의 위치와 크기의 영향에 대하여 연구하였으며, Viola⁽⁷⁾ 등은 크랙을 가진 외팔 보를 FEM 모델을 적용하여 요소의 분할 수에 따른 크랙의 크기 및 깊이가 외팔 보의 고유진동수 변화에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하였다. Tsai⁽⁸⁾ 등은 다중크랙을 가지는 회전자의 진동에 대한 연구를 수행하였다. 또, Mahmoud⁽⁹⁾ 등은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하여 집중질량을 가진 크랙 단순보의 동적응답을 전달행렬법으로 해석하였으며, 최근 오일러-베르누이 보와 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙과 이동질량을 가진 유체유동 단순지지 파이프의 동적특성에 대한 수치해석적 연구도 발표되어 지고 있다.^(10, 11) 그러나 위의 연구결과들은 이동질량, 유동유체 그리고 크랙

이 외팔 파이프의 진동수변화에 미치는 영향에 대하여 포괄적으로 연구하지는 않았다.

따라서 이 연구에서는 크랙과 이동질량, 그리고 유동유체의 연성관계가 외팔 파이프의 진동수에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하였다. 즉, 이 연구에서 고려한 시스템은 이동질량과 유동유체를 갖는 외팔 파이프가 개구형 크랙(open crack)을 가지는 시스템으로써, 각 파라미터의 변화에 따른 외팔 파이프의 동적특성을 연구하여 외팔 파이프의 동적특성에 미치는 이동질량, 유동유체, 그리고 크랙의 영향에 대하여 기술하였다. 보의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였다.

2. 시스템 모델링

Fig. 1은 크랙과 유동유체를 가진 외팔 파이프 위를 이동질량이 일정한 속도로 이동하는 시스템을 나타내고 있다. 여기서 m_m 은 파이프 위를 이동하는 이동질량, v 는 이동질량의 속도, 그리고 L 은 파이프의 전체 길이를 나타낸다. 또, u 는 유체의 속도이며, x_c 는 크랙의 위치이다. Fig. 2는 크랙이 존재하는 부분의 파이프 단면을 표현한 것이다. 여기서

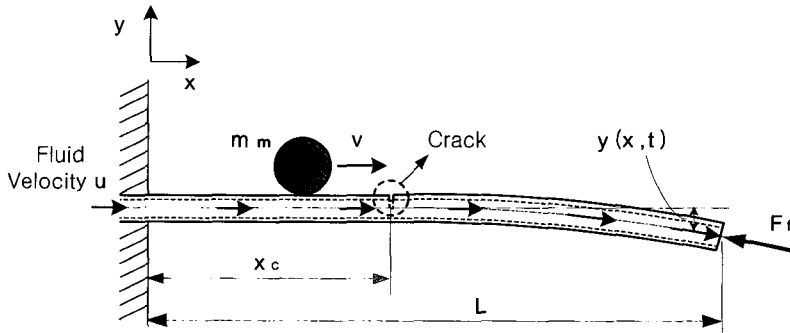


Fig. 1 Geometry of a cracked cantilever pipe conveying fluid with a moving mass

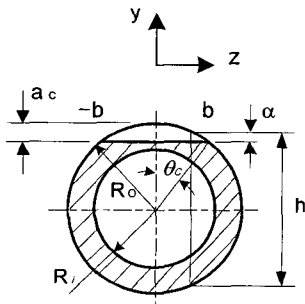


Fig. 2 Cross section of a cracked section

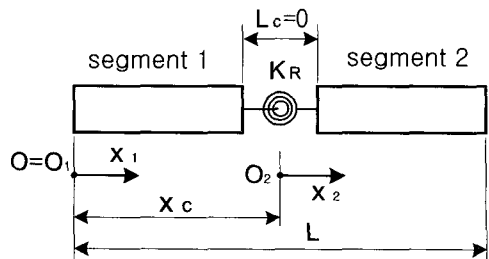


Fig. 3 Modeling of a cracked element

a_c , h , 그리고 $2b$ 는 각각 크랙의 깊이와 파이프 단면지름, 그리고 크랙 길이를 표현하고 있다. 또, θ_c 는 전체 크랙의 반각(half-angle)이다. Fig. 3에 표현한 것처럼 외팔 파이프에서 크랙위치를 기준으로 두 부분으로 분리하여 모델링 하였으며, 크랙위치에서는 크랙의 영향에 의한 파괴역학적 변수를 회전스프링 상수(K_R)로 변환하여 수치해석에 이용하였다.

2.1 에너지 식^(5, 10)

Fig. 1에서 보인 외팔 파이프의 포텐셜 에너지와 운동에너지를 구하면 각각 다음과 같다.

$$V_p = \frac{1}{2} EI \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \right\} + \frac{1}{2} K_R (\Delta y'_c)^2 \quad (1)$$

$$T_p = \frac{1}{2} m \left\{ \int_0^{x_c} (\dot{y}_1)^2 dx + \int_{x_c}^L (\dot{y}_2)^2 dx \right\} \quad (2)$$

여기서 m 은 외팔 파이프의 단위길이당 질량을 나타낸다. K_R 은 크랙으로 인하여 부가되는 회전스프링 상수를 의미하며, y 는 dy/dt 를 나타낸다. 또, y_1 , y_2 는 Fig. 3의 각 분할구간의 횡변위이다. 식 (1)에서 $\Delta y'_c$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta y'_c = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_2=0} - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_1=x_c} \quad (3)$$

또, 이동질량 및 유동유체의 운동에너지는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_m = \frac{1}{2} m_m \left\{ \left(v \frac{\partial y_k}{\partial x} \right)^2 + 2 v \dot{y}_k \left(\frac{\partial y_k}{\partial x} \right) + \dot{y}_k^2 \right\} + \frac{1}{2} m_m v^2 \quad (4)$$

where $k = \begin{cases} 1 & (0 \leq x_m \leq x_c), \\ 2 & (x_c \leq x_m \leq L) \end{cases}$

$$T_f = \frac{1}{2} m_f \left[\int_0^{x_c} \left\{ u^2 + 2u \dot{y}_1 \left(\frac{\partial y_1}{\partial x_f} \right) + \dot{y}_1^2 \right\} dx_f + \int_{x_c}^L \left\{ u^2 + 2u \dot{y}_2 \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_f} \right) + \dot{y}_2^2 \right\} dx_f \right] \quad (5)$$

$(x_f = ut, \quad 0 \leq x_f \leq L)$

여기서 V_p , T_p , T_m , 그리고 T_f 는 각각 외팔 파이프의 포텐셜 및 운동 에너지, 이동질량의 운동에너지, 그리고 유동유체의 운동에너지를 나타낸다. 식 (4)에서 x_m 은 이동질량의 수평변위로 다음과 같다.

$$x_m = f(t) = \begin{cases} \int_0^t v dt & (0 \leq x_m \leq L), \\ 0 & (x_m > L) \end{cases} \quad (6)$$

유체유동의 분사력에 의하여 파이프에 작용되는 힘은 $x = L$ 인 끝단에 작용하는 집중 접선 종동력이 된다. 이러한 비보존적인 접선 종동력에 의한 일은 그 보존력성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분되며 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$W_c = \frac{1}{2} m_f u^2 \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_1}{\partial x_f} \right)^2 dx_f + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_2}{\partial x_f} \right)^2 dx_f \right\} \quad (7)$$

$$\delta W_{nc} = - m_f u^2 \left. \frac{\partial y_2}{\partial x} \right|_{x=L} \delta y_2 \Big|_{x=L} \quad (8)$$

식 (1) ~ 식 (8) 까지의 에너지 식에서 외팔 파이프의 횡변위 $y(x, t)$ 는 가정모드법을 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_i(x) q_i(t) \quad (9)$$

여기서, $q_i(t)$ 는 일반화 좌표, μ 는 모드의 수를 나타낸다. 또, 크랙을 외팔 파이프의 고유함수 $\phi_i(x)$ 는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

I) segment 1 : $0 \leq x < x_c$

$$\phi_{1i}(x) = A_1 \cos(\lambda_i x) + A_2 \sin(\lambda_i x) + A_3 \cosh(\lambda_i x) + A_4 \sinh(\lambda_i x) \quad (10-1)$$

II) segment 2 : $x_c \leq x \leq L$

$$\phi_{2i}(x) = A_5 \cos(\lambda_i x) + A_6 \sin(\lambda_i x) + A_7 \cosh(\lambda_i x) + A_8 \sinh(\lambda_i x) \quad (10-2)$$

여기서 λ_i 는 식 (11)의 외팔 파이프의 진동수 방정식에서 구할 수 있다.

$$\cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) + 1 = 0 \quad (11)$$

식 (10) 에서 계수 $A_1 \sim A_8$ 은 다음 식 (12) 와 식 (13) 의 외팔 파이프의 경계조건 및 크랙 위치에서의 연속조건에 대입하여 구할 수 있다.

$$\phi_{\bar{1}}(0) = 0, \quad \frac{d\phi_{\bar{1}}(0)}{dx} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2\phi_{\bar{2}}(L)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3\phi_{\bar{2}}(L)}{dx^3} = 0$$

$$\phi_{\bar{1}}(x_c) = \phi_{\bar{2}}(x_c), \quad \frac{d^2\phi_{\bar{1}}(x_c)}{dx^2} = \frac{d^2\phi_{\bar{2}}(x_c)}{dx^2},$$

$$\frac{d^3\phi_{\bar{1}}(x_c)}{dx^3} = \frac{d^3\phi_{\bar{2}}(x_c)}{dx^3}, \quad (13)$$

$$\frac{d\phi_{\bar{2}}(x_c)}{dx} - \frac{d\phi_{\bar{1}}(x_c)}{dx} = \frac{EI}{K_R} \frac{d^2\phi_{\bar{2}}(x_c)}{dx^2}$$

2.2 크랙에 의한 탄성 변형에너지

같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. Castigliano 의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변위와 크랙 위치에서의 유연행렬을 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_{\bar{i}} = \frac{\partial}{\partial P_{\bar{i}}} \int_b \int_0^{a_c} J(a) da dz \quad (14)$$

$$C_{\bar{i}\bar{j}} = \frac{\partial u_{\bar{i}}}{\partial P_{\bar{j}}} = \frac{\partial^2}{\partial P_{\bar{i}} \partial P_{\bar{j}}} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J(a) da dz \right] \quad (15)$$

여기서 $P_{\bar{i}}$ 는 \bar{i} 방향에서의 힘이고, J 는 변형률 에너지 밀도함수로써 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$J(a) = \frac{1}{E^*} (K_{IM})^2 \quad (16)$$

여기서 E^* 은 평면변형에 대하여 $E^* = E/(1-\nu_p^2)$ 로 표현되며, K_{IM} 과 ν_p 는 각각 모멘트에 의한 응력집중계수와 Poisson 의 비를 나타낸다. 중공축 원형 단면인 경우 응력집중계수는 다음과 같다.⁽¹²⁾

$$K_{IM} = \frac{M}{\pi R^2 t_p} \sqrt{\pi R \theta_c} F_b(\theta_c) \quad (17)$$

여기서 M 은 굽힘 모멘트이고, t_p 는 파이프의 두께, R 은 $(R_o + R_i)/2$ 를 의미한다. R_o 와 R_i 는 각각 파이프의 외경과 내경을 나타낸다. 또, θ_c 는 전체 크랙의 반각(half-angle)이며, $F_b(\theta_c)$ 와 A_i 는 각각 다음과 같다.

$$F_b(\theta_c) = 1 + A_i \left[4.5967 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{1.5} + 2.6422 \left(\frac{\theta_c}{\pi} \right)^{4.24} \right] \quad (18)$$

$$A_i = \left(0.125 \frac{R}{t_p} - 0.25 \right)^{0.25} \text{ for } 5 \leq \frac{R}{t_p} \leq 10,$$

$$A_i = \left(0.4 \frac{R}{t_p} - 3.0 \right)^{0.25} \text{ for } 10 \leq \frac{R}{t_p} \leq 20$$

(19)

따라서, 식 (16) ~ (19) 를 식 (15) 에 대입하면 유연행렬을 얻을 수 있으며, 해석에 필요한 회전 스프링 상수는 영향이 가장 큰 제 1 파괴모드에 해당하는 항만을 고려하였다.

2.3 계의 운동방정식

계의 운동방정식은 앞에서 구한 각 일과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 구할 수 있으며 구해진 계의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 무차원 매개변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad d = \frac{q}{L}, \quad M = \frac{m_f}{m},$$

$$V = v \sqrt{\frac{m_m L}{EI}}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \theta^* = \frac{\theta_c}{\pi},$$

$$K_R^* = \frac{K_R L}{EI}, \quad U = uL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}, \quad M_m = \frac{m_m}{mL},$$

$$\xi_m = vL \sqrt{\frac{m}{EI}} \tau, \quad \xi_f = uL \sqrt{\frac{m}{EI}} \tau \quad (20)$$

여기서 τ 는 무차원 시간을 나타내며, 식 (20) 의 무차원 매개변수를 이용하여 계의 무차원된 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\bar{M} \ddot{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{K}} \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (21)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, 식 (21) 의 각 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} = & (\mathbf{M})_{ij}^1 + (\mathbf{M})_{ij}^2 + M\{(\mathbf{M}_t)_{ij}^1 \\ & + (\mathbf{M}_t)_{ij}^2\} + M_m \sum_{k=1}^2 (\mathbf{M}_m)_{ij}^k \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{C}} = & M\left\{\frac{d}{d\tau}(\mathbf{M}_t)_{ij}^1 + \frac{d}{d\tau}(\mathbf{M}_t)_{ij}^2\right\} \\ & + M_m \sum_{k=1}^2 \frac{d}{d\tau}(\mathbf{M}_m)_{ij}^k \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{K}} = & (\mathbf{K})_{ij}^1 + (\mathbf{K})_{ij}^2 + K_R^*(\mathbf{K}_k)_{ij} \\ & - \sum_{k=1}^2 V^2[(\mathbf{K}_{m1})_{ij}^k \\ & - \sqrt{M_m} V\{(\mathbf{K}_{m2})_{ij}^k + (\mathbf{K}_{m3})_{ij}^k\}] \\ & + \sqrt{M} U\{(\mathbf{K}_{t2})_{ij}^1 + (\mathbf{K}_{t2})_{ij}^2 \\ & + (\mathbf{K}_{t3})_{ij}^1 + (\mathbf{K}_{t3})_{ij}^2\} + U^2(\mathbf{K}_t)_{ij} \\ & - U^2\{(\mathbf{K}_{t1})_{ij}^1 + (\mathbf{K}_{t1})_{ij}^2\} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 k 는 크랙으로 인한 파이프의 분할구간의 수이며, 식 (22) ~ 식 (24)에 사용한 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\mathbf{M})_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \phi_{i1}(\xi) \phi_{j1}(\xi) d\xi, \\ (\mathbf{M})_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \phi_{i2}(\xi) \phi_{j2}(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_t)_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \phi_{i1}(\xi_f) \phi_{j1}(\xi_f) d\xi_f, \\ (\mathbf{M}_t)_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \phi_{i2}(\xi_f) \phi_{j2}(\xi_f) d\xi_f \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{K})_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \phi_{i1}''(\xi) \phi_{j1}''(\xi) d\xi, \\ (\mathbf{K})_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \phi_{i2}''(\xi) \phi_{j2}''(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (27)$$

$$(\mathbf{K}_t)_{ij} = \phi_{i2}'(1) \phi_{j2}(1) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_{t1})_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \phi_{i1}'(\xi_f) \phi_{j1}(\xi_f) d\xi_f, \\ (\mathbf{K}_{t1})_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \phi_{i2}'(\xi_f) \phi_{j2}(\xi_f) d\xi_f \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_{t2})_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \frac{d}{d\tau}\{\phi_{i1}'(\xi_f)\} \phi_{j1}(\xi_f) d\xi_f, \\ (\mathbf{K}_{t2})_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \frac{d}{d\tau}\{\phi_{i2}'(\xi_f)\} \phi_{j2}(\xi_f) d\xi_f \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_{t3})_{ij}^1 &= \int_0^{\xi_c} \frac{d}{d\tau}\{\phi_{i1}(\xi_f)\} \phi_{j1}'(\xi_f) d\xi_f, \\ (\mathbf{K}_{t3})_{ij}^2 &= \int_{\xi_c}^1 \frac{d}{d\tau}\{\phi_{i2}(\xi_f)\} \phi_{j2}'(\xi_f) d\xi_f \end{aligned} \quad (31)$$

$$(\mathbf{K}_k)_{ij} = \{\phi_{i2}'(\xi_2 = 0) - \phi_{j1}'(\xi_1 = \xi_c)\}^2 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}_m)_{ij}^k &= \phi_{ik}(\xi_m) \phi_{jk}(\xi_m), \\ (\mathbf{M}_{m1})_{ij}^k &= \frac{d}{d\tau}\{\phi_{ik}'(\xi_m)\} \phi_{jk}(\xi_m), \\ (\mathbf{M}_{m2})_{ij}^k &= \frac{d}{d\tau}\{\phi_{ik}(\xi_m)\} \phi_{jk}(\xi_m), \\ (\mathbf{M}_{m3})_{ij}^k &= \frac{d}{d\tau}\{\phi_{ik}(\xi_m)\} \phi_{jk}'(\xi_m), \\ k &= \begin{cases} 1 & (0 \leq \xi_m \leq \xi_c), \\ 2 & (\xi_c < \xi_m \leq 1) \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

여기서 (')는 무차원 축방향 좌표 ξ 에 대한 미분을 표현한 것이다. 무차원화된 외괄 파이프의 끝단 횡변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{v(x, t)}{L} = \sum_{i=1}^{\mu} d_i(\tau) \phi_i(\xi) \quad (34)$$

식 (21)은 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \boldsymbol{\eta} + \mathbf{K}^* \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad (35)$$

여기서 식 (35)의 각 항은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{Bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

또, 복소모드 해석에서 식 (35)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\boldsymbol{\eta} = e^{\lambda \tau} \boldsymbol{\Theta} \quad (38)$$

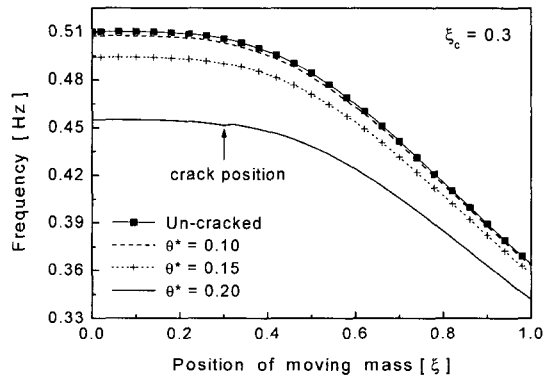
여기서 λ 는 복소수 값의 고유치이고, $\boldsymbol{\Theta}$ 는 모드형을 나타내는 행렬이다. 구해진 계의 고유치는 복소함수 형태의 값을 갖는데 이 값의 허수부로부터 계의 고유진동수를 계산할 수 있다.⁽¹³⁾

3. 수치해석 결과 및 고찰

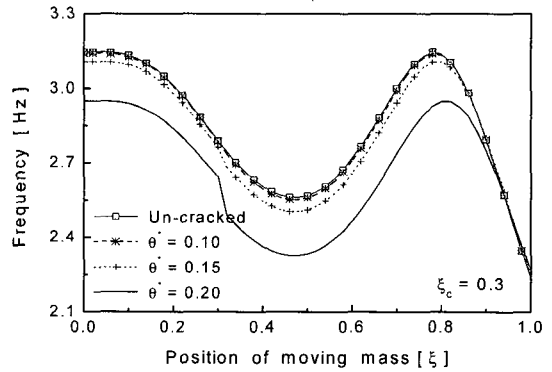
이 연구에서는 이론해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙이 존재하는 외팔 파이프에 미치는 유동유체의 영향과 크랙의 크기 및 위치, 그리고 이동질량 등 각 파라미터의 변화에 따른 계의 진동수를 제 3차 진동모드까지 수치해석하여 고찰하였다. 수치해석은 Matlab (v.6.1)에서 4차 Runge-Kutta 방법으로 수행하였으며, 수치해석 예제에 사용한 파라미터는 Table 1에 나타내었다. 수치해석 결과의 고찰 부분에서 의미상 이동질량의 위치가 외팔 파이프의 0.0인 위치($\xi_c=0$)에 존재하는 경우 즉, 이동질량이 시스템에 영향을 미치지 않는 경우를 고유진동수라 칭하였고, 이동질량이 파이프 위를 이동하는 동안은 진동수라고 표현하였다. 또, 진동수의 단위(Hz)는 무차원 시간에 대한 진동수($1/\tau$)를 의미한다.

Fig. 4는 이동질량의 무차원 속도가 $6.8E-3$ (1m/s) 이고, 유체의 속도가 0.5 인 경우 외팔 파이프의 진동수에 미치는 크랙의 크기($\theta^* = \theta_c/\pi$)에 의한 영향을 도시한 것이다. 크랙의 위치는 0.3으로 하였다. 여기서 가로축은 외팔 파이프 위를 이동하는 이동질량의 위치를 나타낸다. 전반적으로 전 모드에 걸쳐서 이동질량이 파이프 위를 이동하는 전 구간동안 크랙의 크기와 외팔 파이프의 진동수는 서로 반비례적인 경향을 보인다. Fig. 4(a)의 1차 모드에서는 이동질량이 파이프의 끝단 쪽으로 갈수록 크랙의 크기에 관계없이 외팔 파이프의 진동수는 점점 더 작아진다. 외팔 파이프의 고유진동수는 크랙이 없을 때와 크랙의 크기가 0.2인 경우 약 12.2% 정도의 차이를 나타내며, 이동질량이 외팔 파이프의 끝단에 위치하는 경우 크랙이 없을 때와 크랙의 크기가 0.2일 때 파이프의

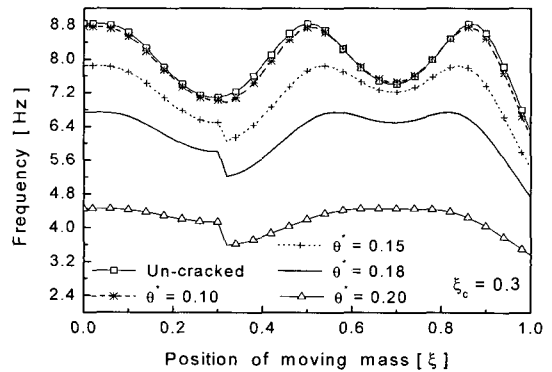
진동수는 약 6.72%의 차이를 보인다. 또, 크랙이 존재하지 않는 경우의 고유진동수에 비해 이동질량이 파이프의 끝단에 위치할 때 진동수는 약 28.6% 정도 감소하였으며, 크랙의 크기가 0.2인 경우, 외팔 파이프의 고유진동수에 비해 이동질량이 파이프의 끝단에 위치하는 경우에 외팔 파이프의 진동수는 약 24.8%



(a) 1st mode



(b) 2nd mode



(c) 3rd mode

Fig. 4 Frequency change of a cracked cantilever pipe according to the crack severity ($U=0.5$, $M_m=0.3$, $V=6.8E-3$)

Table 1 Specifications of a cracked pipe

Property	Value
Length of pipe (L)	1 m
Outer radius of pipe (R_o)	0.025 m
Inner radius of pipe (R_i)	0.02 m
Young's modulus (E)	2.08×10^{11} N/m ²
Density	7860 kg/m ³
Poisson's ratio (ν_p)	0.3

정도 감소하였음을 알 수 있다. Fig. 4(b)의 2차 모드를 살펴보면 이동질량의 위치가 파이프의 0.9인 위치를 지나면서부터 크랙의 크기와 관계없이 외팔 파이프는 거의 같은 진동수를 가진다. 1차 모드에서는 크랙의 크기가 비교적 큰 0.2의 값을 가질 때 크랙의

위치($\xi_c=0.3$)를 파악할 수 있으나, 2차 모드와 3차 모드에서는 크랙의 크기가 약 0.15의 크기를 가지는 경우에도 가시적으로 크랙의 위치를 파악할 수 있다. Fig. 4(b)와 Fig. 4(c)의 2차 모드와 3차 모드에서 크랙이 존재하지 않는 경우와 크랙의 크기가 0.2인 경우의 고유진동수를 비교해 보면 2차 모드에서는 크랙이 없는 경우에 비해 크랙의 크기가 0.2인 경우에 외팔 파이프의 고유진동수는 약 5.13% 정도 감소하였으며, 3차 모드에서는 같은 조건의 경우 약 43.3% 정도의 큰 고유진동수 감소를 유발함을 알 수 있다.

Fig. 5는 이동질량의 무차원 속도가 $6.8E-3$ (1 m/s) 이고, 유체의 속도가 0.5인 경우 크랙의 위치에 따른 외팔 파이프의 진동수 변화를 나타낸 것이다. 크랙의 크기는 0.15로 모두 일정하게 두었다. Fig. 5(a)의 1차 모드에서는 크랙의 크기가 일정한 경우 크랙의 위치가 파이프의 앞부분에 위치할 때 이동질량이 파이프 위를 이동하는 동안 외팔 파이프의 진동수는 더 작은 값을 가진다. Fig. 4(a)의 결과와 마찬가지로 크랙의 위치와 관계없이 이동질량이 파이프의 끝단부분을 지날 때 외팔 파이프의 진동수는 이동질량이 파이프의 앞부분에 위치하는 경우에 비해 전반적으로 진동수 값이 감소함을 알 수 있다. 크랙의 위치가 파이프의 0.1인 위치에 존재하는 경우에 비해 크랙의 위치가 파이프의 0.5인 위치에 존재하는 경우 고유진동수는 약 5.84% 정도 증가한다. Fig. 5(b)와 Fig. 5(c)의 2차, 3차 모드에서는 1차 모드와는 달리 크랙의 위치를 쉽게 확인할 수 있다. 또한 3차 모드에서는 Fig. 4(c)의 결과와 비교해 볼 때 외팔 파이프의 진동수에 미치는 크랙의 위치 변화의 영향보다 크랙 크기의 영향이 더 크다는 것을 확인할 수 있다. 1차 모드에서는 외팔 파이프에 존재하는 크랙의 위치가 0.1인 경우에 진동수가 가장 작으며, 2차와 3차 모드에서는 각각 파이프의 0.5, 0.3인 위치에 크랙이 존재할 때 가장 작은 진동수 값을 가진다. 이것은 외팔 파이프의 진동모드 형상에 기인한 것으로 판단된다.

Fig. 6은 이동질량이 0.3이고, 이동질량의 무차원 속도가 $6.8E-3$ 인 경우 외팔 파이프의 진동수에 미치는 유동유체의 영향을 크랙이 없는 경우와 크랙이 존재하는 경우를 서로 비교한 것이다. 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기와 위치는 각각 0.15와 0.3으로 하

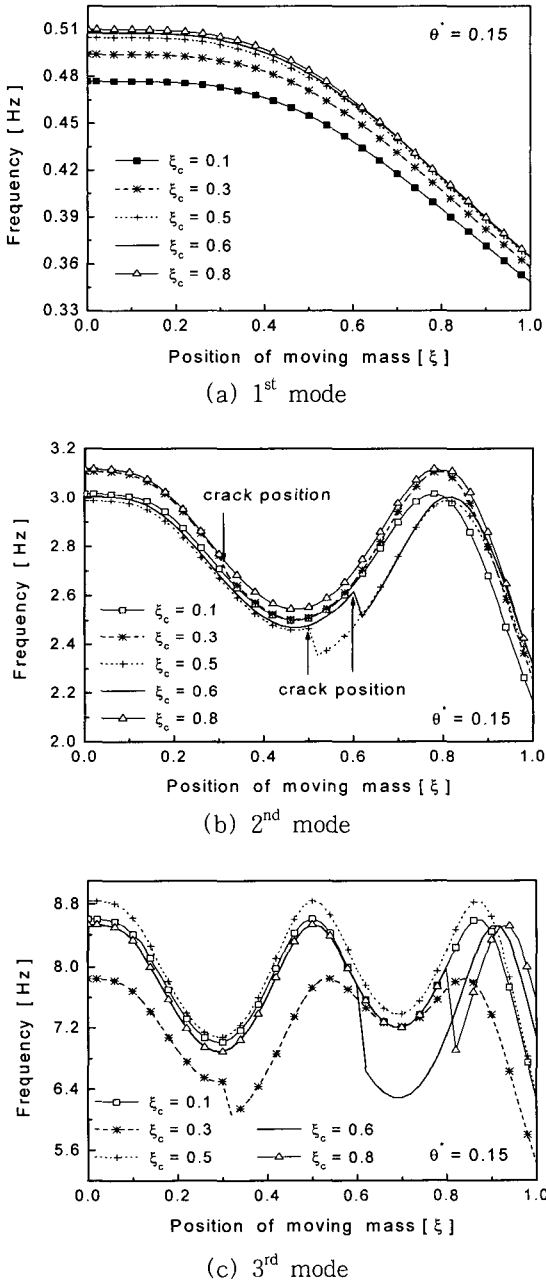
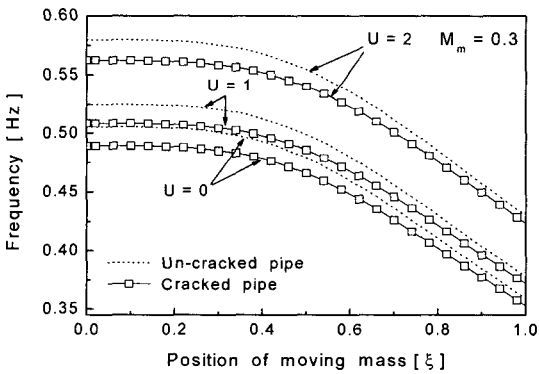


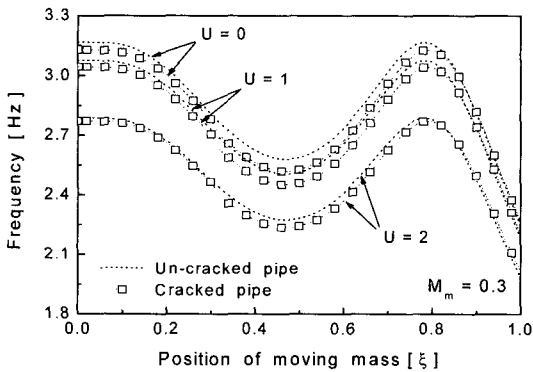
Fig. 5 Frequency change of a cracked cantilever pipe according to the crack position ($U=0.5$, $M_m=0.3$, $V=6.8E-3$)

였다. Fig. 6(a)의 1차 모드에서 크랙이 없을 때와 크랙이 존재하는 두 경우, 유속이 0 일 때에 비해 유속이 1일 때 외팔 파이프의 고유진동수는 모두 약 3.8% 정도의 거의 유사한 증가율을 보인다. 1차 모드에서는 이동질량이 크랙이 존재하는 위치인 외팔 파이프의 0.3인 지점을 지나면서부터 유속과 관계없이 크랙이 없는 경우와 크랙이 존재하는 경우 진동수 차이가 감소하는 경향을 보이고 있다. 그러나, 2차 모드에서는 크랙의 영향으로 인하여 진동수 차이가 증가한다. Fig. 7(b)의 2차 모드에서는 이동질량의 위치가 파이프의 0.8인 위치를 지나면서부터 미소하지만 크랙이 존재하는 경우보다 크랙이 존재하지 않는 경우의 진동수가 더 작은 값을 가짐을 확인할 수 있다. 또, 크랙의 영향에 관계없이 1차 모드에서는 유속과 파이프의 진동수는 서로 비례적이며, 2차 모드에서는 반비례적이다.

Fig. 7은 유속이 0.5이고, 이동질량의 무차원 속도가 $6.8E-3$ 인 경우 이동질량의 크기에 따른 외팔 파이프의 진동수 변화를 도시한 것이다. 크랙이 존재하는 경우 크랙의 위치는 0.3으로 하였고 크랙의 크기는 0.2의 값을 택하였다. 1차 모드에서 크랙이 없는 경우에 비해 크랙이 존재하는 경우 외팔 파이프의 고유진동수는 약 11.15% 감소하였으며, 이동질량이 파이프의 끝단에 위치하는 경우 이동질량의 크기가 0.3인 경우는 진동수가 약 6.11% 감소하고, 이동질량의 크기가 1일 때는 약 4.18% 정도 감소하였다. 즉, 이동질량이 파이프 끝단에 위치하는 경우, 이동질량의 크기가 클수록 외팔 파이프의 진동수에 미치는 영향이 작다는 것을 알 수 있다. 즉, 이동질량이 파이프의 끝단부분으로 이동할수록 외팔 파이프의 진동수에 미치는 크랙의 영향보다 이동질량에 의한 영향이 더 커짐을 알 수 있다. 또, 2차 모드에서는 이동질량이 클

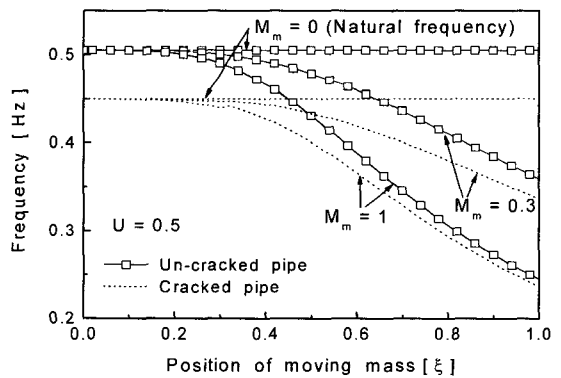


(a) 1st mode

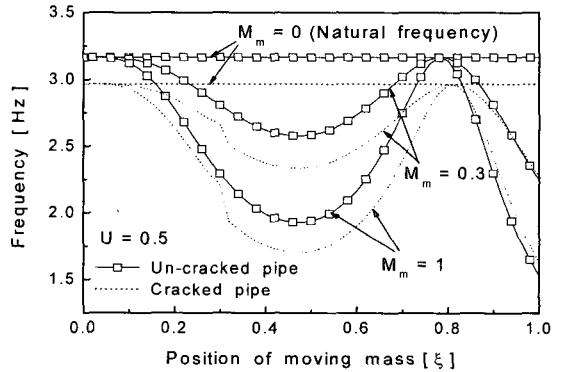


(b) 2nd mode

Fig. 6 Frequency change of a cracked cantilever pipe according to the fluid velocity ($M_m=0.3, V=6.8E-3$)

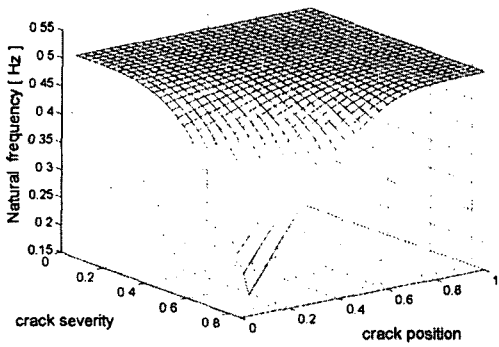


(a) 1st mode

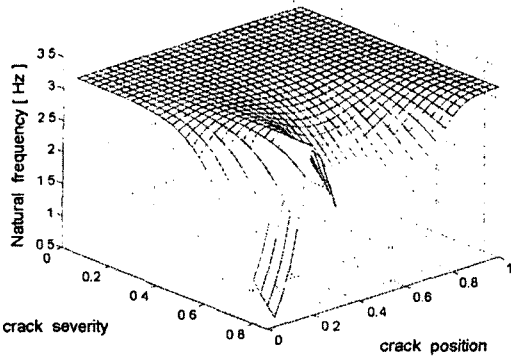


(b) 2nd mode

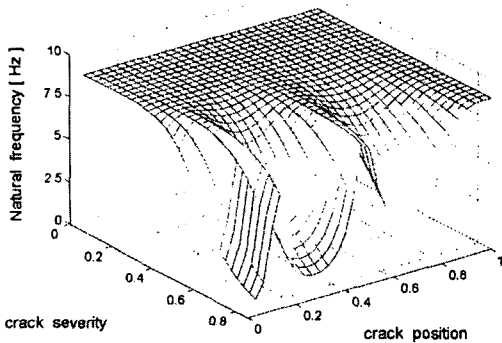
Fig. 7 Frequency change of a cracked cantilever pipe according to the moving mass ($U=0.5$)



(a) 1st mode



(b) 2nd mode



(c) 3rd mode

Fig. 8 Natural frequency change of cracked cantilever pipe according to the crack: $U=0.5$, without moving mass

수록 이동질량이 파이프의 끝단에 위치할 때 크랙이 존재하지 않는 경우 진동수가 더 커지는 현상을 발견할 수 있다.

Fig. 8은 유속이 0.5이고, 이동질량이 없는 경우 크랙의 크기와 위치에 따른 외팔 파이프의 고유진동

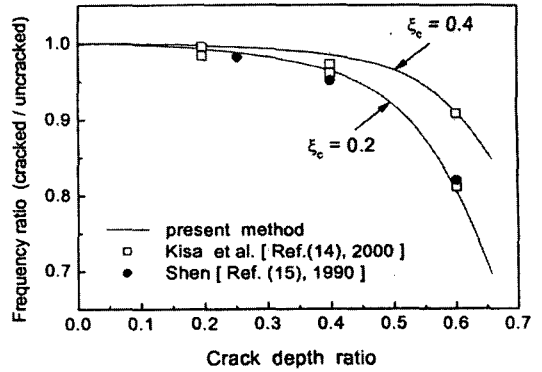


Fig. 9 Comparison first natural frequency ratio of cracked cantilever beam (crack is open, rectangular cross-section)

수 변화를 3차 모드까지 도시한 것이다. 1차 모드에서 크랙의 크기는 클수록, 크랙의 위치는 파이프의 앞 부분에 위치할수록 외팔 파이프의 고유진동수는 작은 값을 가진다. 또 크랙의 위치가 파이프의 0.7 이후에 존재하고, 크랙의 크기가 0.2 보다 작을 경우 외팔 파이프의 고유진동수 변화는 매우 작다. 2차 모드와 3차 모드에서도 크랙의 크기가 0.2 이하인 경우에 크랙의 위치 변화에 따른 고유진동수 변화가 매우 미소하며, 크랙이 외팔 파이프의 노드 점에 위치하는 경우 또한 외팔 파이프의 고유진동수 변화가 아주 미소함을 알 수 있다.

Fig. 9는 이 연구에서 사용한 수치해석 방법으로 구한 결과와 다른 연구결과와의 크랙의 크기와 위치에 따른 고유진동수 비를 비교한 것이다. 결과비교를 위해 사용한 각 파라미터는 참고문헌 (14)의 값을 적용하였으며, 보의 단면형상을 사각형으로 하여 수치 해석하였다. 해석에 사용한 파라미터는 다음과 같다.

$$L=0.2 \text{ m}, \quad b=0.0078 \text{ m}, \quad d=0.025 \text{ m}, \\ \rho=7850 \text{ kg/m}^3, \quad E=2.16 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

여기서 b 와 d 는 각각 사각단면의 높이와 가로 길이 나타낸 것이다.

4. 결 론

이동질량과 유동유체를 가지는 파이프 구조물에 크랙 형태의 결함이 존재할 때 그 시스템의 파이프의 진동수 및 고유진동수에 미치는 유동유체, 이동질량 및 크랙의 영향에 대하여 수치해석 하였다. 이론해석

에서 크랙에 의해 추가되는 변형에너지는 유연행렬을 구하여 전체 시스템에 적용하였으며, 크랙은 개구형 크랙으로 가정하였다.

연구결과를 요약하면, 이동질량의 속도가 일정할 경우 크랙의 크기와 외팔 파이프의 진동수는 전 모드에 걸쳐서 서로 반비례적인 경향을 보이고 있으며, 1차 모드에 비해 2, 3차의 고차 모드에서 크랙의 위치를 판단하기가 더욱 용이하다. 또, 외팔 파이프의 진동수는 크랙의 위치변화 보다 크랙의 크기에 더 큰 영향을 받으며, 유속과 외팔 파이프의 진동수는 크랙의 유무에 관계없이 1차 모드에서는 서로 비례적이며, 2차 모드에서는 서로 반비례적이다. 이동질량이 파이프의 끝단으로 이동할수록 크랙에 의한 영향보다 이동질량에 의한 영향이 더 커짐을 알 수 있다. 마지막으로, 크랙의 위치와 크기가 파이프의 고유진동수에 미치는 영향은 1차 모드에서는 크랙의 크기가 클수록 고유진동수는 감소하며, 크랙의 위치가 파이프의 뒷부분에 위치할수록 고유진동수는 커진다. 또 2, 3차 모드에서는 크랙이 노드 점에 위치하는 경우 고유진동수의 변화가 아주 미소함을 알 수 있다.

참 고 문 헌

(1) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society (London), Series A*, Vol. 261, pp. 457~486.

(2) 류봉조, 정승호, 강용철, 1998, "유체유동을 갖는 외팔 송수관의 동적 안정성과 진동제어에 관한 연구," *한국소음진동공학회논문집*, 제 8 권, 제 1 호, pp. 171~179.

(3) M. A. Langthjem and Y. Sugiyama, 1999, "Vibration and Stability Analysis of Cantilevered Two-pipe Systems Conveying Different Fluids," *Journal of Fluids and Structures*, Vol.13, pp. 251~268.

(4) S. I. Suzuki, 1977, "Dynamic Behaviour of a Finite Beam Subjected to Travelling Loads with Acceleration," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 55, No. 1, pp. 65~70.

(5) 윤한익, 손인수, 2002, "이동질량을 가진 유체유동 외팔 파이프의 동특성," *한국소음진동공학회논문집*, 제 12 권, 제 7 호, pp. 550~556.

(6) Bamnios, Y., Douka, E. and Trochidis, A., 2002, "Crack Identification in Beam Structures Using Mechanical Impedance," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 256, No. 2, pp. 287~297.

(7) Viola, E., Federici, L. and Nobile, L., 2001, "Detection of Crack Location Using Cracked Beam Element Method for Structural Analysis," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 36, pp. 23~35.

(8) Tsai, T. C. and Wang, Y. Z., 1997, "The Vibration of a Mult-Crack Rotor," *Int. Journal of Mech. Sci.* Vol. 39, No. 9, pp. 1037~1053.

(9) Mahmoud, M. A. and Abou Zaid, M. A., 2002, "Dynamic Response of a Beam With a Crack Subject to a Moving Mass," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 256, No. 4, pp. 591~603.

(10) 윤한익, 김영수, 손인수, 2003, "크랙을 가진 단순지지 보의 동특성에 미치는 이동질량의 영향," *한국소음진동공학회논문집*, 제 13 권, 제 7 호, pp. 555~561.

(11) 윤한익, 진종태, 손인수, 2003, "티모센코 보 이론을 적용한 크랙을 가진 유체유동 파이프의 동특성에 관한 연구," *한국소음진동공학회논문집*, 제 14 권, 제 3 호, pp. 236~243.

(12) D. Liu, H. Gurgenci and M. Veidt, 2003, "Crack Detection in Hollow Section Structures Through Coupled Response Measurements," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, pp. 17~29.

(13) Inman, D. J., 1994, *Engineering Vibration*, Prentice Hall.

(14) M. Kisa and J. Brandon, 2000, "The Effects of Closure of Cracks on the Dynamics of a Cracked Cantilever Beam," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 238, No. 1, pp. 1~18.

(15) M. H. H. Shen and C. Pierre, 1990, "Natural Modes of Bernoulli-Euler beams with Symmetric Cracks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, pp. 115~134.