

# 수많은 모듈로 구성된 이진 매니플레이터 역기구 설계를 위한 연속변수공간 최적화 신기법 연구

장강원\* · 남상준\* · 김윤영†

(2004년 4월 19일 접수, 2004년 7월 28일 심사완료)

## New Continuous Variable Space Optimization Methodology for the Inverse Kinematics of Binary Manipulators Consisting of Numerous Modules

Gang-Won Jang, Sang Jun Nam and Yoon Young Kim

**Key Words :** Binary Manipulator(이진 매니플레이터), Inverse Kinematics(역기구학), Continuous Variable Space Optimization(연속변수공간 최적화), Robot(로봇)

### Abstract

Binary manipulators have recently received much attention due to hyper-redundancy, light weight, good controllability and high reliability. The precise positioning of the manipulator end-effector requires the use of many modules, which results in a high-dimensional workspace. When the workspace dimension is large, existing inverse kinematics methods such as the Ebert-Uphoff algorithm may require impractically large memory size in determining the binary positions of all actuators. To overcome this limitation, we propose a new inverse kinematics algorithm: the inverse kinematics problem is formulated as an optimization problem using real-valued design variables, not the original binary integer-valued design variables. The key procedure in this approach is to transform the integer-variable optimization problem to a real-variable optimization problem and to push the real-valued design variables as closely as possible to the permissible binary values. Since the actual optimization is performed in real-valued design variables, the design sensitivity becomes readily available, and the optimization method becomes extremely efficient. Because the proposed formulation is quite general, other design considerations such as operation power minimization can be easily considered

### 1. 서론

이진 매니플레이터는 피드백 제어 없이 안정적인 두 개의 상태를 가지는 이진 조인트로 구성되어 있다. 이진 조인트는 Stewart 플랫폼, 가변형상 트러스, 직렬 링크 등의 구조로 모듈을 이루고, 여러 개의 모듈을 직렬로 연결하여 Fig. 1과 같이 전체 매니플레이터를 구성한다. 따라서 이진 매니플레이터의 말단조작자(end-effector)가 도달할

수 있는 지점은 이산적이고 유한하며 많은 수의 이진 자유도로써 연속 동작을 근사화 한다. 이진 매니플레이터는 까다로운 피드백 제어가 필요 없고 반복 작업의 정확도가 매우 높으며 정적 하중에 대한 안정성, 고장에 대한 신뢰성 등이 높아 최근 들어 그 응용에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다.<sup>(1,2)</sup>

이진 매니플레이터의 역기구학 해석은 적은 수의 연속 조인트 변위를 지니는 연속 매니플레이터와 근본적으로 다르다. Ebert-Uphoff와 Chirikjian<sup>(3,4)</sup>은 이진 매니플레이터의 작업공간을 Fig. 2에서와 같이 이산화된 작업공간 밀도함수로 표현하고 밀도함수의 값이 높으면 그 부근에서 매니플레이터의 정밀도가 높아진다는 사실에 착안하여 기저에 가까운 모듈부터 순차적으로 조인트 변위를 결정지어 가는 Ebert-Uphoff 알고

\* 서울대학교 기계항공공학부 멀티스케일 설계 연구단

† 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부

멀티스케일 설계 연구단

E-mail : yykim@snu.ac.kr

TEL : (02)880-7154 FAX : (02)883-1513

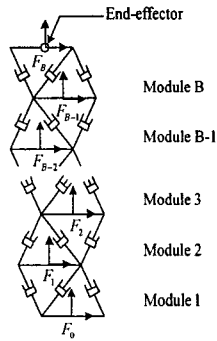


Fig. 1 Binary manipulator: two-dimensional case

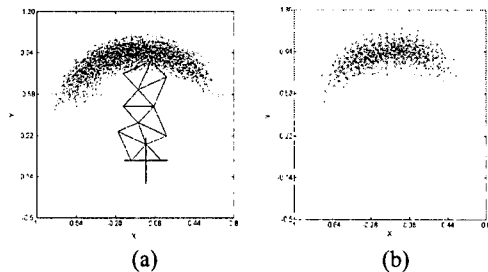


Fig. 2 A two-dimensional binary manipulator with 5 modules: (a) workspace  $W$  and (b) discretized workspace  $W^h$

리듬을 제안하였다. 그러나 Ebert-Uphoff 알고리즘은 작업공간 밀도함수의 크기가 작업공간의 차수에 지수적으로 비례하여 증가하고, 모듈의 개수 및 정밀도에도 크게 영향을 받는다는 단점을 지닌다. 그 외 스플라인 곡선으로 매니플레이터의 등뼈곡선을 구성한 후 모듈의 중심들을 이 등뼈곡선 상에 위치시키는 방법이 Chirikjian과 Burdick,<sup>(5)</sup> Zanganeh와 Angeles<sup>(6)</sup>에 의해서 고안되었다.

본 논문에서는 기존의 알고리즘으로 해석할 수 없는 고차원 작업공간과 수많은 모듈을 갖는 이진 매니플레이터의 역기구학 해석을 수행할 수 있는 “연속변수공간 최적화 기법”을 제안하고자 한다. 조인트들의 변위가 이진이 아닌 연속이라고 가정할 때 나타나는 가장 큰 문제점은 최적화 이후 얻어진 조인트 변위들을 가까운 이진 상태로 간주했을 때 나타나는 오차이다. 본 연구에서는 이 오차를 최적화 문제의 목적함수로 선정하였으며, 설계변수와 조인트 상태의 관계를 S 형상 비선형 함수<sup>(7,8)</sup>로 놓아, 이진 상태가 아닌 중간 상태가 억제되도록 하였다. 또 매니플레이터의 기저에 가까운 모듈일수록 해당 조인트 변위의 중간 값으로 인한 오차는 심하게 되므로 이를

억제하기 위해 가중치를 도입하도록 한다. 최적화 기반의 역기구학 방법을 수행할 시, 최적화에 소요되는 비용은 작업공간의 차수에 무관하며 최적화 변수의 개수, 즉 조인트의 개수와 최적화 알고리즘에 영향을 받는다. 따라서 Ebert-Uphoff 방법으로 해석이 곤란한 고차원 작업공간과 수많은 모듈을 지니는 이진 매니플레이터의 역기구학 해석이 최적화 기반의 방법으로는 실시간으로 수행될 수 있다.

매니플레이터가 하나 이상의 목표점을 따라 이동할 때, 조인트들의 변위의 변동을 최소화 하면서 목표점들을 순서대로 찾아가야만 매니플레이터의 구동 에너지를 줄일 수 있다. 이를 위해, 본 연구에서는 최적화 목적함수에 조인트의 변위 변화량을 벌칙화하여 추가 하였다. 제안된 최적화 기반의 역기구학 기법을 평면 이진 매니플레이터 문제에 적용해 그 우수성을 검증하였다.

## 2. 이진 매니플레이터의 구성

이진 매니플레이터는 Fig. 1과 같이 조인트들의 병렬 연결로 이루어진 여러 모듈들이 직렬로 연결되는 형태를 지닌다. 각 모듈은 정역학적으로 안정적인 형태를 유지할 수 있는 최소 개수의 이진 상태를 지닐 수 있는 조인트로 구성된다. 본 논문에서는 완전 팽창, 완전 수축의 두 가지 상태를 지니는 직선 이송 이진 조인트(binary prismatic joint)를 이용한 이진 매니플레이터에 관해서 해석을 수행한다.

이진 매니플레이터의 순기구학 및 역기구학 해석을 위해서 Fig. 1과 같이 매니플레이터의 각 모듈의 윗면에 프레임  $F_i$  ( $i=1,2,\dots,B$ )를 부착하여 해당 모듈의 위치 및 방향을 기술하고자 한다. 여기서  $F_0$ 는 매니플레이터의 기저를 나타내는 관성 프레임이고  $F_B$ 는 말단조작자의 위치, 방향을 나타내는 프레임이다.

각각의 모듈은 해당 모듈을 구성하는 조인트들의 변위에 따라서 여러 개의 상태를 나타낼 수 있는데,  $i$  번째 모듈이 지닐 수 있는  $K_i$  개의 상태를 원소로 하는 집합을  $C_i$  라면

$$C_i = \{g_i^1, g_i^2, \dots, g_i^{K_i}\} \quad (1)$$

로 표시한다. 식 (1)에서 각 상태  $g_i^j$ 는  $N$  차원

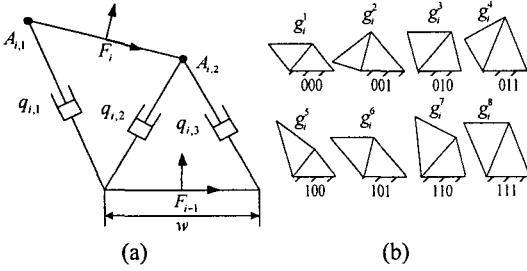


Fig. 3 (a) A two-dimensional module with 3 binary joints and (b) its  $C_i$

공간의 강체운동 그룹  $SE(N)$  의 원소로서  $N$  차원공간의 회전행렬 그룹  $SO(N)$  의 원소  $\mathbf{R}_i^j$  와 벡터  $\mathbf{b}_i^j \in \mathbb{R}^N$  을 이용하여 변환 행렬 형태로

$$g_i^j = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_i^j & \mathbf{b}_i^j \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \in SE(N) \quad (2)$$

로 표시하거나 간단히  $g_i^j = (\mathbf{b}_i^j, \mathbf{R}_i^j)$  와 같이 나타낸다. Fig. 3(a)의 평면 이진 매니플레이터의 경우  $K_i = 2^3$  개의 다른 상태를 Fig. 3(b)와 같이 지닌다. 그림에서 조인트들의 상태는 이진수로 표시되었으며 0은 조인트의 수축을 1은 팽창을 의미한다.

이진 매니플레이터는 연속 매니플레이터와 달리 말단 조작자가 도달할 수 있는 지점의 개수가 유한하다. 따라서 이진 매니플레이터의 말단 조작자를 작업공간 내 임의의 목표점  $g_p = (\mathbf{b}_p, \mathbf{R}_p) \in SE(N)$  에 위치시키고자 할 때,  $g_p$ 의 위치와 방향에 정확히 일치하는 매니플레이터의 말단조작자의 위치와 방향  $g_B = (\mathbf{b}_B, \mathbf{R}_B)$  는 존재하지 않을 수 있다. 그러나  $g_p$  와  $g_B$  의 거리가 오차반경  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$  이하인 매니플레이터의 상태는 여러 개 존재할 수 있다. 즉, 두 지점  $g_B, g_p$  의 거리  $D(g_B, g_p)$  가

$$D(g_B, g_p) = \sqrt{\|\mathbf{b}_B - \mathbf{b}_p\|_2^2 + L^2 \|\mathbf{R}_B - \mathbf{R}_p\|_2^2} \leq \varepsilon$$

을 만족시키는  $g_B$  는 하나 이상 존재할 수 있고 이는 이진 매니플레이터의 주요 특성으로 중복성 (redundancy of motion)이라 일컫는다. 위 식에서  $L \in \mathbb{R}^+$  은 차원 보정을 위한 길이 스케일의

가중치이다.<sup>(9)</sup> 평면 이진 매니플레이터의 경우 위의 식은 회전행렬 대신 회전각  $\theta \in \mathbb{R}$  을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D(g_B, g_p) = \sqrt{\|\mathbf{b}_B - \mathbf{b}_p\|_2^2 + L^2 |\theta_B - \theta_p|^2} \leq \varepsilon \quad (3)$$

### 3. 평면 이진 매니플레이터의 순기구학 해석

이진 매니플레이터의 조인트들은 완전 팽창 혹은 완전 수축이라는 두 가지 상태만 가질 수 있으나, 제안하는 최적화를 이용한 역기구학 방법에서는 중간 변위의 개념이 도입되므로 매니플레이터의 조인트들이 연속적으로 변한다고 가정을 하고 순기구학 해석을 수행하도록 한다.

#### 3.1 2차원 이진 매니플레이터의 순기구학 해석

Fig. 3(a)의 모듈  $i$  의 꼭지점  $A_{i,1}, A_{i,2}$  의 위치를 조인트들의 길이  $q_{i,1}, q_{i,2}, q_{i,3}$  에 대한 함수로써 프레임  $F_{i-1}$  의 좌표로 표현하고자 한다. 본문에서  $i$  는 모듈을,  $j$  는 모듈내의 조인트를 지시하는 인덱스로 사용하기로 한다. 예를 들어,  $q_{i,j}$  는  $i$  번째 모듈의  $j$  번째 조인트의 변위를 의미한다. 모듈의 하판 중앙에 고정된 프레임  $F_{i-1}$  에 관한 이 꼭지점들의 각각의 위치를  $(x_{i,1}, y_{i,1}), (x_{i,2}, y_{i,2})$  로 나타낼 때 다음과 같은 기하학적 관계를 생각할 수 있다.

$$\begin{aligned} (x_{i,1} + \frac{w}{2})^2 + y_{i,1}^2 &= q_{i,1}^2, & (x_{i,2} + \frac{w}{2})^2 + y_{i,2}^2 &= q_{i,2}^2 \\ (x_{i,2} - \frac{w}{2})^2 + y_{i,2}^2 &= q_{i,3}^2, & (x_{i,1} - x_{i,2})^2 + (y_{i,1} - y_{i,2})^2 &= w^2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 상판과 하판의 폭  $w$  는 동일하다고 가정하였다. 식 (4)의 네 개의 식을 정리하면 다음과 같이 꼭지점들의 위치를 구할 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$x_{i,1} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad y_{i,1} = \left( q_{i,1}^2 - \left( x_{i,1} - \frac{w}{2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5a)$$

$$x_{i,2} = \frac{q_{i,2}^2 - q_{i,3}^2}{2w}, \quad y_{i,2} = \left( q_{i,2}^2 - \left( \frac{q_{i,2}^2 - q_{i,3}^2 + w^2}{2w} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5b)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 a &= (2x_{i,2} + w)^2 + 4y_{i,2}^2 \\
 b &= -(4x_{i,2} + 2w) \left( x_{i,2}^2 - q_{i,1}^2 - \frac{5}{4}w^2 + y_{i,2}^2 \right) + 4wy_{i,2}^2 \\
 c &= \left( x_{i,2}^2 + q_{i,1}^2 - \frac{5}{4}w^2 + y_{i,2}^2 \right)^2 - 4y_{i,2}^2 \left( q_{i,1}^2 - \frac{1}{4}w^2 \right).
 \end{aligned}$$

따라서 프레임  $F_{i-1}$  에 대한 프레임  $F_i$  의 위치 및 방향  $g_{i-1,i} \in SE(2)$  은 다음과 같이 표현된다.

$$g_{i-1,i} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_i & \mathbf{b}_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b}_i = \left( \frac{(x_{i,1} + x_{i,2})}{2}, \frac{(y_{i,1} + y_{i,2})}{2} \right)^T, \quad \theta_i = \tan^{-1} \frac{y_{i,2} - y_{i,1}}{x_{i,2} - x_{i,1}}.$$

매니플레이터의 기저 프레임  $F_0$  에서 계산한 말단조작자의 위치 및 방향은 다음과 같이 주어진다.

$$g_B = \prod_{i=1}^B g_{i-1,i} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_2 & \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} \mathbf{R}_B & \mathbf{b}_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

#### 4. 최적화법에 기반한 새로운 역기구학 방법

본 논문에서는 이진 매니플레이터의 역기구학 문제를 목표점과 말단조작자와의 거리를 허용 오차 거리 이하로 유지하는 것을 목적으로 하고 조인트들의 변위를 변수로 생각하는 최적화 문제로 새롭게 정식화하였다. 단, 조인트들의 상태는 수축, 또는 팽창의 2가지 경우만 가지므로 이산화된 변수를 취급하는 최적화 문제이다.

##### 4.1 연속 변위에 기반한 최적화법에 의한 역기구학 방법

Fig. 4는 본 논문에서 제안하는 역기구학 방법의 개략적인 설명을 나타낸다. 본 논문에서는 이진 매니플레이터의 역기구학 문제를 이진조인트들의

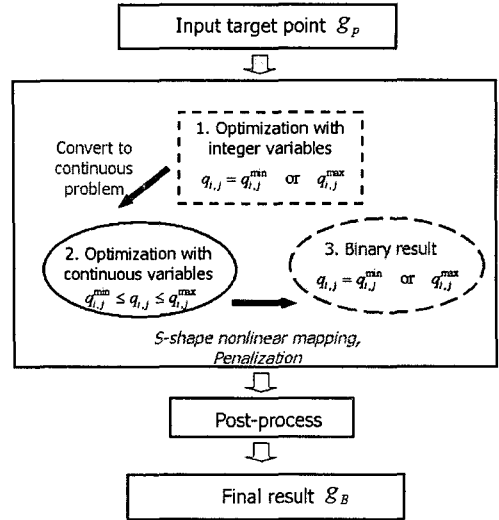


Fig. 4 Schematic view of the proposed inverse kinematics method strategy

변위가 연속적으로 변한다고 가정하고 이를 최적화 변수로 사용하는 연속변수공간 기반 최적화 문제로 전환하여 민감도 기반의 최적화 알고리즘을 이용, 역기구학을 수행하고자 한다.

##### • 최적화전략 A (Strategy A)

$$\underset{Q}{\text{minimize}} \quad f = \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^3 \alpha_i (q_{i,j}^{\max} - q_{i,j})(q_{i,j} - q_{i,j}^{\min}), \quad (8a)$$

$$\text{subject to} \quad h = D(g_B, g_p) \leq \varepsilon \quad (8b)$$

여기서

$$Q = \{ (q_{1,1}, q_{1,2}, q_{1,3}), (q_{2,1}, q_{2,2}, q_{2,3}), \dots, (q_{B,1}, q_{B,2}, q_{B,3}) \} \quad (8c)$$

$$q_{i,j}^{\min} \leq q_{i,j} \leq q_{i,j}^{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, B \text{ and } j = 1, 2, 3) \quad (8d)$$

식 (8a)의  $\alpha_i$  는 가중치로써 기저에 가까운 모듈일수록 그 조인트 변위들이  $q_{i,j}^{\max}$  나  $q_{i,j}^{\min}$  와의 차이가 작도록 하기 위하여 다음과 같은  $\alpha_i$  를 사용하였다.

$$\alpha_i = (B - i + 1)^n, \quad 1 \leq i \leq B \quad (9)$$

식 (9)에서 벌칙 지수  $n$  이 작을 경우 가중치  $\alpha_i$  의 모듈간 값의 차이가 충분치 않아 기저에 가까운 모듈의 조인트들에서 중간값이 발생하여 후처리 후 오차를 크게 발생할 수 있다. 반면 너무 큰 값의  $n$  은 설계공간을 왜곡시켜

국소해로서 주어지는 최적해의 질을 저하시키는 수치적 문제점을 야기한다.

4.2 비선형 매핑된 중간 변수에 기반한 최적화법 조인트 변위들  $q_{i,j}$  가 완전 수축이나 완전 팽창의 상태로 수렴하기 위하여 앞서 언급한 가중치 외에 비선형 매핑을 통한 중간 변수  $p_{i,j}$  를 도입하여 최적화 문제를 재정식화 하였다.

• 최적화전략 B (Strategy B)

$$\text{minimize } f = \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^3 \alpha_i (q_{i,j}^{\max} - q_{i,j})(q_{i,j} - q_{i,j}^{\min}), \quad (10a)$$

$$\text{subject to } h = D(g_B, g_p) \leq \epsilon \quad (10b)$$

이고

$$\mathbf{P} = \{ (p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}), (p_{2,1}, p_{2,2}, p_{2,3}), \dots, (p_{B,1}, p_{B,2}, p_{B,3}) \}, \quad (10c)$$

$$p_{i,j}^{\min} \leq p_{i,j} \leq p_{i,j}^{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, B \text{ and } j = 1, 2, 3), \quad (10d)$$

$$q_{i,j} = \frac{q_{i,j}^{\max} - q_{i,j}^{\min}}{1 + \exp(-t \cdot p_{i,j})} + q_{i,j}^{\min}, \quad t \in \mathbb{R}^+. \quad (10e)$$

최적화 변수는 식 (10e)의 비선형 매핑을 통해 새로 도입된 중간 변수  $p_{i,j}$  이고 최적화의 목적함수 및 구속조건은 최적화전략 A와 동일하다.

Fig. 5(a)는 식 (10e)의 비선형 매핑을 세 가지 파라미터 값에 대하여 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 조인트 변위는 중간 변수가 0인 부근에서 급격히 변하는 S 형태의 함수 형태를 띈다. 따라서 중간 변수에 대한 조인트 변위의 미분  $dq_{i,j}/dp_{i,j}$  는 Fig. 5(b)에 나타내었듯이 중간 변수가 0인 부근, 즉 조인트가 중간 변위를 지나는 부근에서 높은 값을 가진다. 중간 변수를 도입하였을 경우, 최적화의 목적 함수나 구속 조건  $f$  의 중간 변수에 대한 민감도는

$$\frac{df}{dp_{i,j}} = \frac{df}{dq_{i,j}} \cdot \frac{dq_{i,j}}{dp_{i,j}} \quad (11)$$

로 나타낼 수 있다. 따라서 식 (11)의 민감도는  $p_{i,j}$  가 0인 부근, 또는 조인트 변위가 중간인 지점에서 높은 값을 지니게 되는 Fig. 5(b)와 같은 거동을 보이고, 최적화가 진행될수록 조인트 변위가 완전 수축 또는 완전 팽창인 지점으로

최적화의 해는 이동하게 된다.

Fig. 6은 가중치를 쓰지 않은 최적화전략 A, 가중치를 사용한 최적화전략 A, 그리고 최적화 전략 B에 의한 모듈 10개인 2차원 3비트 이진 매니플레이터의 역기구학 해석 결과이다. 그림에서 실선으로 표시된 매니플레이터의 상태는 최적화 직후의 결과이며 점선으로 표시된 부분은 최적화 후 중간 값을 지나는 조인트 변위들을 최대 혹은 최소 변위로 반올림하는 후처리 후 얻어진 매니플레이터의 상태이다.

Fig. 6(a) 및 Fig. 6(b)에 나타난 최적화전략 A에 의한 결과와 Fig. 6(c)에 나타난 최적화전략 B에 의한 결과를 비교해 보면 최적화전략 B는 후처리 전후에 매니플레이터의 위치가 거의 변하지 않는다는 것을 알 수 있다. 이는 앞서 언급한 대로 S형상 함수를 이용한 비선형 매핑에 의해서 중간 값을 지나는 조인트들이 지나는 민감도가 완전 팽창, 완전 수축한 조인트들의 민감도에 비해서

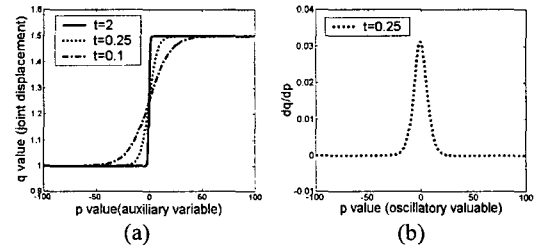


Fig. 5 S-shape nonlinear mapping: (a)  $p_{i,j}$  and  $q_{i,j}$ , (b)  $p_{i,j}$  and  $dq_{i,j}/dp_{i,j}$

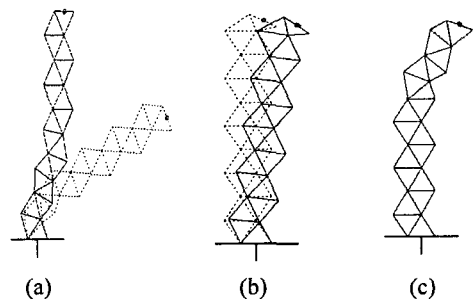


Fig. 6 Comparison of the results by various optimization strategies (solid and dashed lines: optimized results before and after post-processing): (a) By Strategy A with  $\alpha_i = 1$ , (b) by Strategy A with equation (9), and (c) by Strategy B with equation (9)

**Table 1** The joint displacements obtained by various optimization strategies

Module I	Strategy A ( $\alpha_i = 1$ )			Strategy A ( $\alpha_i \neq 1$ )			Strategy B		
	1	0.15	0.15	0.12	0.15	0.15	0.13	0.15	0.15
2	0.15	0.15	0.11	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
3	0.12	0.15	0.11	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
4	0.12	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
5	0.13	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
6	0.13	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
7	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.10
8	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.10
9	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.14	0.15	0.15
10	0.15	0.15	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.15	0.15
Iterations	298			107			150		
Error after post process	0.972			0.17			0.013		

훨씬 크기 때문이다. 식 (9)의 가중치  $\alpha_i$  는 Table 1에서 알 수 있듯이 기저에 가까운 모듈에서 조인트 변위의 중간 값이 발생하는 것을 더욱 억제 시킴으로써, 후처리 후 오차를 줄이는 역할을 한다

이진 매니플레이터가 작업공간상의 여러 목표점을 순차적으로 지나갈 경우, 매니플레이터의 이전 상태를 고려하지 않는 역기구학 방법은 매니플레이터의 작동 동력의 손실과 동작 시간의 지체를 가져올 수 있다. 이전 상태의 조인트 변위들을  $q_{i,j}^{prev}$  라고 표시할 때, 궤적을 고려한 이진 매니플레이터의 역기구학 해석을 위한 최적화법은 다음과 같다.

• 최적화전략 C (Strategy C)

$$\text{minimize}_p f = \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^3 \{ \alpha_i (q_{i,j}^{\max} - q_{i,j})(q_{i,j} - q_{i,j}^{\min}) + \beta_i (q_{i,j} - q_{i,j}^{prev})^2 \}, \quad (12a)$$

$$\text{subject to } h = D(g_B, g_p) \leq \varepsilon \quad (12b)$$

위 식에서 최적화 변수는 최적화전략 B의 경우와 마찬가지로 식 (10e)에 의해서 비선형 매핑된 중간 변수  $p_{i,j}$  이다. 식 (12a)의 가중치  $\beta_i$  는 현재의 조인트 변위와 이전 상태의 조인트 변위와의 차이를 벌칙화하기 위해서 도입했으며  $\alpha_i$  와 마찬가지로 식 (9)의 형태로 주어지 기저에 가까운 모듈일수록 변화가 적도록 설정했다. 여기서  $\beta_i$  의 벌칙지수  $n$  은 너무 작은 경우 하단

모듈에서 조인트들의 변화가 발생하게 되고, 너무 클 경우는 설계공간을 왜곡시키는 문제점을 발생시킨다.

4.3 민감도 해석

식 (12a)의 최적화전략 C의 목적 함수의 중간 변수  $p_{i,j}$  에 대한 민감도는 식 (10e)를 이용해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{df}{dp_{i,j}} = \frac{df}{dq_{i,j}} \frac{dq_{i,j}}{dp_{i,j}} = \{ \alpha_i (q_{i,j}^{\max} + q_{i,j}^{\min} - 2q_{i,j}) + \beta_i \} \times \frac{t(q_{i,j}^{\max} - q_{i,j}^{\min}) \exp(-t \cdot p_{i,j})}{\{1 + \exp(-t \cdot p_{i,j})\}^2} \quad (13)$$

식 (10b), (12b)의 거리 구속 조건에 대한 민감도는 말단조작자에 부착된 프레임의 민감도, 즉  $dg_B/dp_{i,j}$  을 계산함으로써 구할 수 있다. 이는 식 (7)을 이용하여

$$\frac{dg_B}{dp_{i,j}} = \frac{d}{dp_{i,j}} \prod_{k=1}^B g_{k-1,k} = \prod_{k=1}^{i-1} g_{k-1,k} \frac{dg_{i-1,i}}{dp_{i,j}} \prod_{k=i+1}^B g_{k-1,k} = \prod_{k=1}^{i-1} g_{k-1,k} \frac{dg_{i-1,i}}{dq_{i,j}} \prod_{k=i+1}^B g_{k-1,k} \frac{t(q_{i,j}^{\max} - q_{i,j}^{\min}) \exp(-t \cdot p_{i,j})}{\{1 + \exp(-t \cdot p_{i,j})\}^2} \quad (14)$$

로 나타낼 수 있으므로 조인트 변위에 대한 해당 모듈의 프레임의 민감도  $dg_{i-1,i}/dq_{i,j}$  를 구함으로써 얻을 수 있고

$$\frac{dg_{i-1,i}}{dq_{i,j}} = \begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{R}_i}{dq_{i,j}} & \frac{d\mathbf{b}_i}{dq_{i,j}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (15)$$

이다. 식 (15)의  $d\mathbf{R}_i/dq_{i,j}$  와  $d\mathbf{b}_i/dq_{i,j}$  는 식 (6)을 이용하여 엄밀하게 구할 수 있으나, 저면상 생략한다.

앞서 살펴 보았던 모듈 10 개의 2 차원 3 비트 매니플레이터의 중간변수에 대한 거리구속조건의 민감도를 해석하여 Table 2 에 정리하였다. 기저 모듈과 최상단 모듈의 조인트들에 대해서만 해석을 수행하였으며 해석 결과를 유한차분법에 의해서 충분히 수렴된 민감도와 비교하였다. 유한차분법에 의해서 얻어진 결과가 엄밀해로 수렴해한다고 가정할 때 본 연구의 민감도 해석에 의해서 엄밀해를 얻을 수 있다는 것을 표에서 검증하였다

5. 제안된 알고리즘의 검증

최적화법에 기반한 역기구학 방법의 타당성을 검증하기 위해 이를 Fig. 1에 있는, 평면 3비트 이진 매니플레이터의 역기구학 해석에 적용해 보도록 한다. 최적화 알고리즘은 많은 변수를 안정적으로 다룰 수 있는 MMA (Method of Moving Asymptotes)<sup>(11)</sup>를 사용하였다.

최적화전략 B를 이용하여 20개의 동일한 모듈로 이루어진 평면 이진 매니플레이터의 말단조작자가 작업공간 내의 임의의 목표지점들을 허용 오차 거리 내에 위치할 수 있는지를 확인한다. 모듈의 팽창 및 수축 조인트의 길이는 각각  $q_{min} = 0.06$ ,  $q_{max} = 0.08$  이고 상판과 하판의 폭은  $w = 0.06$  로 동일하다. 이진 매니플레이터의 기저 프레임이 원점에 위치한다고 할 때, 임의로 선정한 다섯 개의 목표지점은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 0^\circ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0.1 \\ 1.1 \\ 30^\circ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0.6 \\ 0.8 \\ 90^\circ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -0.6 \\ -0.4 \\ -80^\circ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.8 \\ -90^\circ \end{pmatrix}$$

최적화 수행시, 식 (10e)의 비선형매핑 파라미터는  $t = 0.25$  이고 식 (9)의 가중치  $\alpha_i$ 를 위한 지수는  $n = 5$ , 구속 조건에서 허용 오차 거리는  $\epsilon = 0.01$ , 각도를 고려하기 위한 식 (3)의 길이스케일의 가중치 값은  $L = 0.1$  이다. 계산에는 Intel Xeon 2.60GHz PC를 사용하였다. Fig. 7은 위 다섯 개의 목표점에 대해 최적화전략 B에 의한 말단조작자의 위치를 나타낸다. 그림에서 ‘\*’는 목표점이고 ‘o’는 최적화의 결과값 중 중간 값을 지니는 조인트들을 반올림 후처리까지 수행했을 때의 말단조작자의 위치이다. 다양한 위치의 목표점에 대해서 모두 만족스러운 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다

Table 2 The verification of the proposed sensitivity analysis by comparing the analysis result with the converged finite difference result

	Analytic sensitivity	FDM ( $\delta = 0.001$ )	Agreement (%)
$dD^2 / dp_{1,1}$	-0.028126	-0.028125	100
$dD^2 / dp_{1,2}$	-0.002287	-0.002287	100
$dD^2 / dp_{1,3}$	0.032088	0.032090	100
$dD^2 / dp_{10,1}$	-0.003126	-0.003126	100
$dD^2 / dp_{10,2}$	0.003962	0.003962	100
$dD^2 / dp_{10,3}$	0.000838	0.000838	100

Table 3에는 매니플레이터의 모듈의 수에 따른 최적화전략 B에 의한 말단조작자와 목표지점과의 거리 오차와 계산에 소요된 시간을 정리하였다. 모든 값은 임의로 선정한 20개의 목표지점을 통해서 얻은 값들의 평균값이다. 표에서 알 수 있듯이 많은 모듈을 가지는 매니플레이터에 대하여 본 최적화 기반의 역기구학 방법은 실시간 제어를 가능하게 한다.

기존의 Ebert-Uphoff 알고리즘을 이용하여 이차원 이진 매니플레이터의 역기구학 문제를 위의 예제와 상응하는 오차 한도 내에서 해석하기 위해서 소요되는 개략적 메모리 비용은

$$\frac{2.8}{0.01} \times \frac{2.8}{0.01} \times \frac{360^\circ}{10^\circ} \times 4 \text{ Bytes} = 11.3 \text{ Mega bytes} \quad (16)$$

이다. 식 (16)에서 매니플레이터의 작업공간은

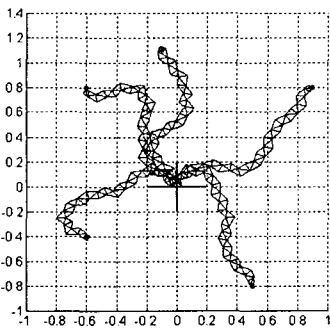


Fig. 7 Inverse kinematics of the two-dimensional binary manipulator by Strategy B (\*: target point)

Table 3 Calculation time consumption by Strategy B for two-dimensional binary manipulators with many modules

Number of modules	End-effector error	Time (sec)
10	0.0120	0.0883
12	0.0086	0.1246
14	0.0085	0.2130
16	0.0087	0.3293
18	0.0056	0.4996
20	0.0088	0.7600

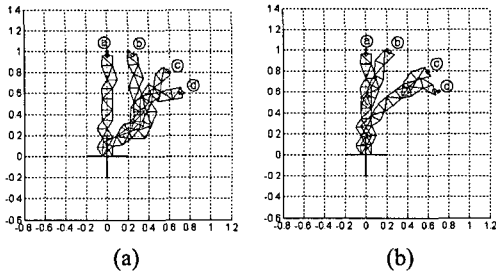


Fig. 8 Inverse kinematics considering locus of the end-effector: (a) result by Strategy B and (b) result by Strategy C

가로와 세로 방향으로 크기 0.01의 픽셀로 이산화하였고 각각의 픽셀에 대하여 각도는 10°의 정밀도를 가질 수 있도록 하였다. 같은 방식으로 삼차원 이진 매니플레이터를 동일한 오차 한도 내에서 역기구학 해석을 수행하고자 할 때는 약 4 Tera bytes의 메모리가 소요되어 사실상 역기구학 해석이 불가능하다. 해석의 정밀도를 높일 경우 요구되는 메모리의 양은 기하급수적으로 증가하여 이러한 문제점은 더욱 심각해 진다.

작업 궤적을 고려해서 Fig. 7과 동일한 매니플레이터에 대하여 역기구학 해석을 수행한다. Fig. 8은 이진 매니플레이터의 말단조작자가 목표지점을 ①→②→③→④의 순서로 찾아 갈 때 최적화전략 B와 최적화전략 C를 이용하여 얻은 결과 그림들이다. 최적화전략 C의 수행 시 식 (12a)에서 가중치  $\alpha_i$  와  $\beta_i$  는 20:1의 크기로 설정했으며 지수는  $n = 4$  이다.

Table 4는 각 목표지점에서의 조인트들의 상태를 이진코드로 나타내었다. 표에서 0은 조인트의 수축 상태, 1은 팽창 상태를 나타내고 맨 왼쪽이 기저모듈 상태를 의미한다. 최적화전략 C를 사용할 경우 기저에 가까운 네 개의 모듈에서는 목표점의 변화에 따른 조인트의 변화가 거의 없거나 하나의 조인트만이 상태가 바뀌었다. 기저모듈의 조인트는 매니플레이터 대부분의 질량 및 말단조작자에 부착되는 작업 도구의 질량을 감당할 수 있을 정도의 큰 구동력을 요구하는데 최적화전략 C를 이용하여 기저에 가까운 모듈일수록 조인트의 변화를 억제시킴으로써 매니플레이터의 구동 에너지를 최소화시킬 수 있다. 매니플레이터의 전체 조인트 상태 변화량도 표에서 알 수 있듯이 궤적을 고려했을 경우, 그렇지 않을 경우에 비해 절반 정도로 줄일 수 있다.

Table 4 History of joint displacements by Strategy B and Strategy C

Algorithm	Target	State vector of joints										Number of changed joints
		Base module ←					→ Top module					
최적화B	①	000	000	000	000	010	010	010	000	111	010	Initiate state
	②	110	100	111	001	011	011	110	110	001	010	14
	③	110	100	110	001	011	011	100	110	101	010	3
	④	110	100	011	001	110	110	100	100	011	010	9
최적화C	①	000	000	000	000	010	010	010	000	111	010	Initiate state
	②	000	000	000	000	110	010	010	010	011	111	5
	③	010	000	000	100	110	010	010	010	111	111	3
	④	010	000	000	100	110	010	010	011	011	101	3

### 6. 결론

본 연구에서 제안한 연속변수공간 최적화기반 역기구학 방법은, 해석에 요구되는 최적화 비용이 매니플레이터의 작업공간의 차수에 크게 영향을 받지 않고, 고차의 작업공간이나 많은 수의 모듈을 지나는 이진 매니플레이터를 실시간으로 제어할 수 있기 때문에, 기존의 Ebert-Uphoff 알고리즘의 한계점을 뛰어넘을 수 있다. 본 연구에서 제시하는 최적화 기반 역기구학 방법 세가지 전략의 특징을 요약하면 다음과 같다.

- (1) 최적화 A: 기저에 가까운 모듈일수록 높은 가중치 값을 부여함으로써 중간 값에 의한 후처리 이후 오차의 발생을 억제한다.
- (2) 최적화 B: 최적화 A의 가중치 이외에 비선형 매핑을 통한 중간 변수의 도입을 통해 중간 값의 발생을 더욱 억제함으로써 이진 값에 가까운 결과를 얻을 수 있다.
- (3) 최적화 C: 최적화의 목적함수에 조인트의 변화량을 벌칙항으로 부과함으로써 작업 궤적을 고려하여 최소의 에너지로 매니플레이터를 구동할 수 있다.

본 논문에서는 평면 이진 매니플레이터의 예제를 통해서 제안된 기법의 타당성을 입증하였으며 이는 삼차원 이진 매니플레이터 문제에도 확장될 수 있다. 그리고 의료기구에 사용되는 매니플레이터와 같은, 운동에 제약이 많은 매우 복잡한 문제에 대해서도 본 논문에서 제시하는 방법이 쉽게 확장될 수 있기 때문에 향후 많은 분야에서 응용될 수 있을 것으로 기대된다.



## 후 기

저자들은 본 연구의 동기를 부여해 주신  
서울대학교 박종우 교수님께 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Lichter, M. D., Sujan, V. A., and Dubowsky, S., 2000, "Experimental Demonstrations for a New Paradigm in Space Robots," in *Proc. 7th Int. Symp. Experimental Robotics, ISER*, HI, Dec. 10, 2000, pp. 225~234.
- (2) Sujan, V. A., Lichter, M. D., and Dubowsky, S., 2001, "Lightweight Hyper-Redundant Binary Elements for Planetary Exploration Robots," in *Proc. IEEE/ASME Int. Conf. Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 1273~1278.
- (3) Ebert-Uphoff, I. and Chirikjian, G. S., 1995, "Efficient Workspace Generation for Binary Manipulators with Many Actuators," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 12, No. 6, pp. 383~400.
- (4) Ebert-Uphoff, I. and Chirikjian, G. S., 1996, "Inverse Kinematics of Discretely Actuated Hyper-Redundant Manipulators Using Workspace Densities," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 139~145.
- (5) Chirikjian, G. and Burdick, J., 1995, "Kinematically Optimal Hyper-Redundant Manipulator Configurations," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 11, pp. 794~806.
- (6) Zanganeh, K. R. and Angeles, J., 1995, "The Inverse Kinematics of Hyper-Redundant Manipulators Using Splines," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 2797~2802.
- (7) Kim, Y. Y. and Yoon, G. H., 2000, "Multi-Resolution Multi-Scale Topology Optimization - a New Paradigm," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, pp. 5529~5559.
- (8) Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., 2003, "The Role of S-Shape Mapping Function in the SIMP Approach for Topology Optimization," *KSME International Journal*, Vol. 17, pp. 1496-1506.
- (9) Chirikjian, G. S. and Kyatkin, A. B., 2000, *Engineering Applications of Noncommutative Harmonic Analysis*. CRC Press, Ann Arbor, MI.
- (10) Lees, D. S. and Chirikjian, G., 1996, "An Efficient Method for Computing the Forward Kinematics of Binary Manipulators," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1012~1027.
- (11) Svanberg, K., 1987, "The Method of Moving Asymptotes - a New Method for Structural Optimization," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 24, pp. 359~373.