

등방성과 X방향 선형함수구배 재료의 접합계면을 따라 전파하는 모드 III 균열의 특성

이 광 호[†]

(2004년 2월 2일 접수, 2004년 7월 19일 심사완료)

Characteristics for a Mode III Crack Propagating along Interface between Isotropic and Functionally Gradient Material with Linear Property Gradation along X Direction

Kwang Ho Lee

Key Words: Stress and Displacement Fields(응력장과 변위장), Interface Propagating Crack(계면전파균열), Isotropic Material(등방성재료), Functionally Gradient Material(함수구배재료), Nonhomogeneous Fields(비균질장), Stress Intensity Factor(응력확대계수)

Abstract

Stress and displacement fields for a crack propagating along interface between isotropic material and functionally gradient one with linear property gradation along X direction are developed. The stress and displacement fields are obtained from the complex function of steady plane motion for isotropic and functionally gradient material (FGM). The stresses and displacement in isotropic material of bimaterial are not influenced by nonhomogeneity, however, the fields in FGM are influenced by nonhomogeneity in the terms of higher order, $n \geq 3$. When the nonhomogeneous parameter in FGM is zero, or in area close to crack tip, the fields are identical to those of isotropic-isotropic bimaterial. Using these stress components, the effects of nonhomogeneity on stresses are discussed.

1. 서 론

지금까지의 이종재료 접합계면 파괴에 관한 연구를 살펴보면 순수모드 III 하중상태하의 계면균열선단부근에서 응력 및 변위는 순수모드 I 또는 II 하중하의 접합계면 균열과는 달리 균열선단에서 응력과 변위의 진동현상이 발생하지 않는다. 그러나 일반적으로 이종재료의 접합계면은 단상의 면보다 파괴인성치가 낮아 작은 외력에도 파괴될 위험이 높으며, 특히 충격하중을 받을 경우에는 더욱더 위험하다. 따라서 이종재료의 계면균열의 문제는 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어 왔

다.⁽¹⁻⁴⁾ 최근에 와서 각종 이종재료의 계면 전파균열에 대한 연구가 이론 및 실험적으로 활발히 진행되고 있으나⁽⁵⁻⁸⁾ 등방성-함수구배의 이종재료 계면 전파균열의 연구는 거의 찾아볼 수 없다. 따라서 본 연구에서는 면외평면(out-of-plane)문제의 동적모드 III 하중상태하에서 등방성-함수구배재료의 접합계면을 따라 전파하는 균열선단부근의 응력장과 변위장에 대하여 연구하고자 한다.

재료의 물성치가 공간에서 함수적으로 변화하는 함수구배재료(FGM)의 개념은 높은 열적 구배를 받는 항공우주 구조물의 외벽 또는 용광로의 내벽재료 등에 대한 열역학적 성능 향상의 방법으로 제기되었으며, 최근에는 생물학적 적합성을 위한 재료로도 개발되고 있다. 대개 높은 열 구배를 받는 항공우주구조물은 재료의 표면에 열 저항성이 강한 재료로 도금하여 사용되어 왔으며, 용광로의 내

[†] 회원, 상주대학교 자동차공학과
E-mail : khlee@sangju.ac.kr
TEL : (054)530-5404 FAX : (054)530-5407

부 역시 열과 부식성에 대한 저항성이 높은 재료를 내벽재료로 하여 사용하고 있다. 그러나 연속적이고 반복적인 열 충격은 재료표면의 도금 탈락 현상과 균열현상으로 이어져 때로는 심각한 사고를 유발하는 경우가 종종 있다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 고안된 재료가 함수구배재료이다. 함수구배재료는 공간적으로 물성치 구배를 갖는 재료로서, 표면부는 높은 열 저항성을 갖고 내부에는 높은 강도를 갖는다.

한편 본 연구의 등방성-함수구배 계면 전파균열의 응력장을 얻기 위하여 사용된 응력함수는 기존에 얻어진 등방성체 및 FGM에서 정상상태로 전파하는 균열에 대한 응력장 및 변위장^(9,10)을 사용하였다. 그리고 이들 응력장과 변위장에 복소고유치 함수를 도입하고, 계면균열면에서 무 표면력의 조건과 접합계면에서 표면력과 변위의 연속인 조건으로부터 등방성-함수구배재료의 접합계면 전파균열선단의 응력장과 변위장을 유도하였다. 본 연구에서 얻어진 응력장으로부터 균열전파속도, 두 재료의 물성치변화 그리고 FGM재료의 비균질파라메타가 균열선단부근의 응력에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

2. 계면을 따라 전파하는 균열선단부근의 응력장과 변위장

균질재료에서 일반적인 응력장은 단일형태의 멱급수열식으로 나타낼 수 있으나 비 균질재료에서 응력장은 $n=1,2$ 경우에만 단일형태의 식으로 나타나며, $n \geq 3$ 인 경우는 각각 다른 형태로 나타난다. 따라서 등방성-함수구배재료의 이중재료균열선단의 응력장을 해석하기 위하여는 $n=1,2$ 에 대한 응력장과 $n \geq 3$ 의 응력장을 구분하여 해석하여야 한다.

2.1 $n=1,2$ 인 항의 응력장과 변위장

본 연구에서 모드 III 하중하에서 계면을 따라 전파하는 균열의 모델은 Fig. 1과 같다. 등방성재료에 대한 모드 III 등속전파균열의 응력장(Mat.1)과 전단탄성계수 $\mu_2 = \mu_2^0 [1 + \zeta(x+a)]$ 및 푸아송의 비 ν 가 일정한 함수구배재료 (Mat.2)에 대한 등속

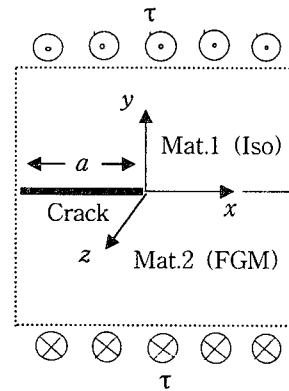


Fig. 1 Model for Iso-FGM bimaterial

전파 균열의 응력장은 방정식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.^(9,10)

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{yzn})_1 &= 2\mu_1 Re \{ i a_{s1} [\Omega'_n(z_s)] \}_1 \\ (\tau_{xzn})_1 &= 2\mu_1 Re \{ \Omega'_n(z_s) \}_1 \end{aligned} \right\} \\ \left. \begin{aligned} (\tau_{yzn})_2 &= 2\mu_2^{\zeta}(1 + \beta x) Re \{ i a_{s2} [\Omega'_n(z_s)] \}_2 \\ (\tau_{xzn})_2 &= 2\mu_2^{\zeta}(1 + \beta x) Re \{ \Omega'_n(z_s) \}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

여기서

$$\beta(a, \zeta) = \frac{\mu_2^0}{\mu_2^{\zeta}} \zeta = \frac{\zeta}{1 + a\zeta}, \quad a_{sk} = \sqrt{1 - M_k^2},$$

$$M_k = c/c_{sk}, \quad c_{s1} = \sqrt{\mu_1/\rho_1}, \quad c_{s2} = \sqrt{\mu_2^{\zeta}/\rho_2},$$

$$M_2 = c/c_{s2} = M_1 c_{s1}/c_{s2}, \quad z_{sk} = x + i a_{sk} y, \quad k=1,2$$

이며 ζ 는 FGM 상수 a 는 균열의 길이 c 는 균열전파속도, μ 는 전단탄성계수, ρ 는 밀도이며, 첨자 k 의 1, 2는 각각 등방성재료 (재료 1)와 함수구배재료 (재료 2)를 나타내고 있으며, 특히 함수구배재료에서 μ_2^0 와 μ_2^{ζ} 는 각각 $x=-a$ 와 $x=0$ (균열 끝)에서 전단탄성계수이다. 다음에 모드 III 평면의 변위장은 재료 1과 2에 대하여 방정식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.^(9,10)

$$(W_n)_k = 2 Re [\Omega_n(z_s)]_k \quad (2)$$

복소함수 $(\Omega_n)_k$ 를 멱급수 형태로 나타내면

$$(\Omega_n)_k = \sum_{s_k=1}^2 (A_n)_k z_{sk}^{\lambda_n} = \sum_{s_k=1}^2 (A_{nk}^o + iA_{nk}^*) r_{sk}^{\lambda_n} e^{i\lambda_n \theta_{sk}} \quad (3)$$

이종재료의 계면에 내재된 균열이 모드 III 응력을 받는 경우의 경계조건들은 다음과 같다. 균열면 ($\theta = \pm\pi$)에서는 $(\tau_{yz})_1 = (\tau_{yz})_2 = 0$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} A_{n1}^o \sin \lambda_n \pi + A_{n1}^* \cos \lambda_n \pi &= 0 : \theta = \pi \\ -A_{n2}^o \sin \lambda_n \pi + A_{n2}^* \cos \lambda_n \pi &= 0 : \theta = -\pi \end{aligned} \quad (4)$$

그리고, 계면 ($\theta = 0$)을 따라서 연속이라면 $(\tau_{yzn})_1 = (\tau_{yzn})_2$, $(W_n)_1 = (W_n)_2$ 이다. 따라서 $\mu_1 \alpha_{s1} A_{n1}^* - \mu_2^o \alpha_{s2} (1 + \beta x) A_{n2}^* = 0$

$$A_{n1}^o - A_{n2}^o = 0 \quad (6)$$

로 되며, 방정식 (4), (5), (6) 에서 A_n^o , A_n^* 에 관계없이 해가 존재하기 위해서는 방정식 (7)의 계수 행렬이 0 이어야 한다.

$$\begin{vmatrix} \sin \lambda_n \pi & \cos \lambda_n \pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \lambda_n \pi & \cos \lambda_n \pi \\ 0 & \mu_1 \alpha_{s1} & 0 & -\mu_2^o (1 + \beta x) \alpha_{s2} \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_{n1}^o \\ A_{n1}^* \\ A_{n2}^o \\ A_{n2}^* \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

방정식 (7)은 방정식 (8)과 같이 된다.

$$\sin 2\lambda_n \pi [\mu_2^o (1 + \beta x) \alpha_{s2} + \mu_1 \alpha_{s1}] = 0 \quad (8)$$

재료의 종류와 균열의 속도에 관계없이 방정식 (8)이 성립되기 위해서는 방정식 (8)은 방정식 (9)와 같이 되어야 한다.

$$\lambda_n = n/2 \quad (n = 1, 2, 3, 4 \dots) \quad (9)$$

따라서 식 (4), (5) 그리고 (6)에서 $\lambda_n = n/2$ 인 경우 계수 A_{nk}^o , A_{nk}^* 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} (A_n^o)_k &= 0, \quad (A_n^*)_k = -C_n^+ / S_k : n=1 \\ (A_n^*)_k &= 0, \quad (A_n^o)_k = C_n^+ : n=2 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $S_1 = \mu_1 \alpha_{s1}$, $S_2 = \mu_2^o \alpha_{s2} (1 + \beta x)$ 이다. 방정식 (9), (10)을 방정식 (1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(\tau_{yzn})_k = \sum_{s_k=1}^2 \begin{cases} n C_n^+ r_{sk}^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_{sk} : n=1 \\ -n S_k C_n^+ r_{sk}^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_{sk} : n=2 \end{cases} \quad (11)$$

$$(\tau_{zxn})_k = \sum_{s_k=1}^2 \begin{cases} n \frac{C_n^+}{\alpha_{sk}} r_{sk}^{n/2-1} \sin(n/2-1)\theta_{sk} : n=1 \\ n S_k \frac{C_n^+}{\alpha_{sk}} r_{sk}^{n/2-1} \cos(n/2-1)\theta_{sk} : n=2 \end{cases} \quad (12)$$

한편 균열선단부근의 응력확대계수 K_{III} 는 방정식 (13)과 같이 정의한다.

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{yz})_{\theta=0} = \sqrt{2\pi} C_1^+ \quad (13)$$

따라서 C_n^+ 는 방정식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$C_n^+ = K_n^+ / \sqrt{2\pi} \quad (14)$$

방정식 (14)를 식 (11), (12)에 대입하면 $n=1, 2$ 에 대한 방정식 (15), (16)을 다음과 같은 식으로 얻을 수 있다.

$$(\tau_{yzn})_k = \sum_{s_k=1}^2 n \frac{K_n^+}{\sqrt{2\pi}} r_{sk}^{n/2-1} \times \begin{cases} \cos(n/2-1)\theta_{sk} : n=1 \\ -S_k \sin(n/2-1)\theta_{sk} : n=2 \end{cases} \quad (15)$$

$$(\tau_{zxn})_k = \sum_{s_k=1}^2 n \frac{K_n^+}{\sqrt{2\pi}} r_{sk}^{n/2-1} \frac{1}{\alpha_{sk}} \times \begin{cases} \sin(n/2-1)\theta_{sk} : n=1 \\ S_k \cos(n/2-1)\theta_{sk} : n=2 \end{cases} \quad (16)$$

여기서 $n=1$ 인 경우가 균열선단부근의 응력장과 변위장을 나타내므로 K_1^+ 는 응력확대계수 K_{III} 에 해당된다. 다음에 방정식 (10)을 방정식 (3)에 대입한 후 방정식 (2)에 대입하여 정리하면 변위장을 방정식 (17)과 같이 얻을 수 있다.

$$(W_n)_k = \sum_{s_k=1}^2 \frac{K_n^+}{S_k} \sqrt{\frac{2}{\pi}} r_{sk}^{n/2} \begin{cases} \sin(n/2)\theta_{sk} : n=1 \\ S_k \cos(n/2)\theta_{sk} : n=2 \end{cases} \quad (17)$$

여기서, $\theta_{sk} = \tan^{-1}(\frac{\alpha_{sk} y}{x})$, $r_{sk} = \sqrt{x^2 + (\alpha_{sk} y)^2}$

2.2 $n=3$ 인 항의 응력장과 변위장

$n=3$ 인 경우의 등방성과 함수구배재료의 응력장

은 방정식(18)과 같이 나타낼 수 있다.^(9,10)

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{yz3})_1 &= -\mu_1 \alpha_{sl} \left\{ 3A_3^* r_s^{1/2} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\}_1 \\ (\tau_{xz3})_1 &= -\mu_1 \left\{ 3A_3^* r_s^{1/2} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\}_1 \end{aligned} \right\}$$

$$(\tau_{yz3})_2 = -\mu_2^c \alpha_{\varrho} (1 + \beta x) r_{\varrho}^{1/2} \left\{ 3A_3^* \cos \frac{\theta_s}{2} \right.$$

$$+ \beta A_1^* \left[\frac{1 - \alpha_s^2}{32\alpha_s^2} (4 \cos \frac{3}{2} \theta_s + \cos \frac{7}{2} \theta_s) \right.$$

$$\left. \left. + \frac{3 + \alpha_s^2}{16\alpha_s^2} (2 \cos \frac{1}{2} \theta_s - \cos \frac{3}{2} \theta_s) \right] \right\}_2$$

$$(\tau_{xz3})_2 = -\mu_2^c (1 + \beta x) r_{\varrho}^{1/2} \left\{ 3A_3^* \sin \frac{\theta_s}{2} \right.$$

$$+ \beta A_1^* \left[\frac{1 - \alpha_s^2}{32\alpha_s^2} (4 \sin \frac{3}{2} \theta_s - \sin \frac{7}{2} \theta_s) \right.$$

$$\left. \left. - \frac{3 + \alpha_s^2}{16\alpha_s^2} (2 \sin \frac{\theta_s}{2} - \sin \frac{3}{2} \theta_s) \right] \right\}_2 \quad (18)$$

방정식 (18)의 $(\tau_{yz3})_k$ 는 균열표면 ($\theta = \pm\pi$)에서 0가 됨을 확인할 수 있다. 한편 $n=3$ 에 대한 등방성체와 함수구배재료에 대한 변위장은 방정식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.^(9,10)

$$(W_3)_1 = -2r_{sl}^{3/2} \left\{ A_3^* \sin \frac{3\theta_s}{2} \right\}_1$$

$$(W_3)_2 = -2r_{\varrho}^{3/2} \left\{ A_3^* \sin \frac{3\theta_s}{2} + \beta A_1^* \left[\frac{3 + \alpha_s^2}{16\alpha_s^2} \sin \frac{\theta_s}{2} + \frac{1 - \alpha_s^2}{32\alpha_s^2} \sin \frac{5\theta_s}{2} \right] \right\}_2 \quad (19)$$

$n=3$ 에 대한 $(\tau_{yz3})_k$ 는 균열면 ($\theta = \pm\pi$)에서 표면력이 0이 되고, 접합계면 ($\theta = 0$)에서 변위 $(W_3)_k$ 도 연속조건을 만족하므로 이에 대한 경계조건은 고려할 필요가 없다. 따라서 접합계면 ($\theta = 0$)에서 응력의 연속조건인 $(\tau_{yz3})_1 = (\tau_{yz3})_2$ 을 적용하면 방정식 (20)을 얻을 수 있다.

$$\mu_1 \alpha_{sl} 3(A_3^*)_1 = \mu_2^c (1 + \beta x) \alpha_{\varrho} \left\{ 3A_3^* + \beta A_1^* \left[\frac{11 - 3\alpha_s^2}{32\alpha_s^2} \right] \right\}_2 \quad (20)$$

방정식 (10)의 $(A_1^*)_2$ 을 방정식 (20)에 대입하면

$(A_3^*)_1$ 와 $(A_3^*)_2$ 의 관계를 방정식 (21)과 같이 얻을 수 있다.

$$(A_3^*)_1 = \frac{-C_3^+}{\mu_1 \alpha_{sl}},$$

$$(A_3^*)_2 = \frac{-1}{\mu_2^c \alpha_{\varrho} (1 + \beta x)} \left\{ C_3^+ - \frac{1}{3} \beta C_1^+ \left[\frac{11 - 3\alpha_s^2}{32\alpha_s^2} \right] \right\} \quad (21)$$

그리고 $n=3$ 인 경우에는 $(A_3^*)_k = 0$ 이다. 따라서 방정식 (14)를 방정식 (21)에 대입하고 이것을 방정식(18)에 대입하면, $n=3$ 에 대한 응력장을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{yz3})_1 &= \frac{K_3^+}{\sqrt{2\pi}} \left\{ 3r_{sl}^{1/2} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\}_1 \\ (\tau_{xz3})_1 &= \frac{K_3^+}{\alpha_{sl} \sqrt{2\pi}} \left\{ 3r_{sl}^{1/2} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\}_1 \end{aligned} \right\}$$

$$(\tau_{yz3})_2 = \frac{r_{\varrho}^{1/2}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ 3K_3^+ \cos \frac{\theta_s}{2} + \beta K_{III} \left[\frac{1 - \alpha_s^2}{32\alpha_s^2} \cos \frac{7\theta_s}{2} - \frac{(1 + 3\alpha_s^2)}{16\alpha_s^2} \cos \frac{3\theta_s}{2} + \frac{(1 + 7\alpha_s^2)}{32\alpha_s^2} \cos \frac{\theta_s}{2} \right] \right\}_2$$

$$(\tau_{xz3})_2 = \frac{r_{\varrho}^{1/2}}{\alpha_{\varrho} \sqrt{2\pi}} \left\{ 3K_3^+ \sin \frac{\theta_s}{2} + \beta K_{III} \left[\frac{\alpha_s^2 - 1}{32\alpha_s^2} \sin \frac{7\theta_s}{2} + \frac{(5 - \alpha_s^2)}{16\alpha_s^2} \sin \frac{3\theta_s}{2} - \frac{(33 + \alpha_s^2)}{32\alpha_s^2} \sin \frac{\theta_s}{2} \right] \right\}_2 \quad (22)$$

다음에 방정식 (14)를 방정식 (21)에 대입하고 이것을 방정식 (19)에 대입하면, $n=3$ 에 대한 변위장을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(W_3)_1 = \frac{1}{S_1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} K_3^+ \left\{ r_{sl}^{3/2} \sin \frac{3\theta_s}{2} \right\}_1$$

$$(W_3)_2 = \frac{r_{\varrho}^{3/2}}{S_2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ K_3^+ \sin \frac{3\theta_s}{2} - \beta K_{III} \left[\frac{11 - 3\alpha_s^2}{96\alpha_s^2} \times \sin \frac{3\theta_s}{2} - \left(\frac{3 + \alpha_s^2}{16\alpha_s^2} \sin \frac{\theta_s}{2} + \frac{1 - \alpha_s^2}{32\alpha_s^2} \sin \frac{5\theta_s}{2} \right) \right] \right\}_2 \quad (23)$$

따라서 등방성체와 함수구배재료의 계면을 따라 전파하는 균열의 응력장과 변위장은 방정식 (24)와 같다.

$$(\tau_{ij})_k = \sum_{n=1}^3 \tau_{ijn}, \quad (W)_k = \sum_{n=1}^3 (W_n)_k \quad (24)$$

다시말해 $(\tau_{ij})_k$ 는 Eqs. 15, 16 + 22를 나타내고 $(W)_k$ 는 Eq. 17 + 23을 나타낸다. 본 연구에서 유도된 응력장 및 변위장을 나타내는 방정식 (24)는 비균질 파라메타 $\xi=0$ 이고 $\mu_1=\mu_2$ 인 경우, 이미 기존 연구자들이 구한 등방성재료에 대한 응력장 및 변위장과 일치하며⁽¹¹⁾, $\xi=0$ 이고 $\mu_1\neq\mu_2$ 인 경우는 기존 유도된 이중재료의 계면균열의 응력장 및 변위장과 같다^(12, 13). 그리고 재료 1 (등방성재료)에서 응력장은 비균질파라메타 ξ 에 영향을 받지 않으나 재료 2(함수구배재료)에서 응력장은 $r^{1/2}$ 이상($n\geq 3$)의 항에서 비균질파라메타의 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 그리고 재료 2는 비균질파라메타의 영향으로 $n\geq 3$ 의 항에서도 응력확대계수의 항을 포함하고 있으나 균열선단 가까이에서 이러한 항들은 균열선단의 특이항($r^{-1/2}$)보다 그 값이 미미하다. 따라서 등방성 및 함수구배재료의 계면균열의 응력장과 변위장은 $r\rightarrow 0$ 로 근접한 영역에서는 등방성-등방성 이중재료의 계면균열에 대한 응력 및 변위장과 거의 일치한다. 그러나 균열선단에서 떨어진 응력장과 변위장은 방정식(24)와 같이 나타내어져야 한다.

일반적으로 복소응력장과 변위장의 고차식이 $n=1, 2, 3, \dots, \infty$ 으로 하나의 통합된 형식으로 표시되는 경우에는, n 를 각각 분리하여 응력장 및 변위장을 계산하나, n 를 통합하여 계산하나 그 결과는 같다. 보통 계산의 편의성을 위하여 통합하여 계산한다. 그러나 복소응력장이 각각의 n 에 대하여 다르게 표현된다면 각각의 n 에 대하여 경계조건을 대입하여 응력장과 변위장을 구해야 한다.⁽¹⁴⁾ 본 연구의 FGM 재료는 재료의 비균질상태로 인하여 응력장이 모든 n 를 통합할 수 있는 하나의 식으로 나타낼 수 없다. 즉 $n=1, 2$ 인 경우는 하나의 통합된 형태의 응력장을 가지나 $n=3$ 이상인 경우는 하나의 통합된 식으로 나타낼 수 없다. (본 연구에서는 계산의 복잡성으로 $n=4$ 이상에 대하여는 계산하지 않음.) 따라서 $n=1, 2$ 인 경우와 $n=3$ 인 경우에 대하여 각각의 경계조건을 적용하여 응력장과 변위장을 유도하였다.

3. 계면 전파균열의 선단부근의 응력특성

본 연구에서는 전파균열의 선단부근의 응력장의

특성을 이해하고자 방정식 (24)에서 응력확대계수와 관계되는 항만을 사용하였다. 본 연구에서 사용된 균열전파속도는 무차원 속도 $M_1(=c/c_{s1})=0$ 또는 0.7을 사용하였으며, 여기서 c 및 c_{s1} 은 균열전파속도 및 재료 1 (등방성재료)에서 전파하는 전단탄성파의 속도 및 균열전파속도를 나타낸다. 비균질파라메타 $\beta=3$ 을 사용하였으며, 재료 1의 물성치 변화없이 재료 2의 물성치만 변화시켜 두 재료의 c_{s1}/c_{s2} 는 0.5, 0.7, 0.9로 적용하였다.

Fig. 2는 $\beta=0$ 인 경우 즉, 등방성-등방성 이중재료의 계면 균열선단에 대한 무차원 응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. 균열전파속도가 0인 경우는 두 재료의 물성치 차이에 관계없이 즉 $csk(=c_{s1}/c_{s2})$ 에 관계없이 재료 1과 재료 2에서 발생하는 응력은 x축을 기준으로 대칭적이며 $\theta=0^\circ$ 에서 최대값을 가진다. 이것은 정지균열상태에서 이중재료 물성치효과가 응력에 미치는 영향은 없다고 하겠다. 그러나 균열이 $M=0.7$ 로 전파하는 경우에는 재료 1(연한재료)에서는 재료 2의 물성치 변화에 관계없이 일정한 응력이 발생하나, 재료 2(더 단단한 재료)에서는 재료 2의 전단탄성계수가 증가(전단파의 속도가 증가)할수록 응력은 감소하는 현상을 나타내고 있으며, 재료 2의 물성치가 재료 1의 물성치에 근접할수록 재료 2의 응력은 재료 1의 응력에 근접하고 있음을 알 수 있다. 최대 응력이 발생하는 위치는 재료 1(연한재료)에서 발생하며, 그 각도 $\theta=50^\circ$ 이다.

Fig. 3은 등방성-등방성 이중재료재료의 계면 균열선단에 대한 무차원 응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. Fig. 2와 같이 균열전파속도가 0인 경우는 두 재료의 물성치 차이에 관계없이 즉 $csk(=c_{s1}/c_{s2})$ 에 관계없이 재료 1과 재료 2에서 발생하는 응력은 x축을 기준으로 역대칭적이며 $\theta=\pm 180^\circ$ 에서 최대값을 가진다. 그러나 균열이 $M=0.7$ 로 전파하는 경우에는 재료 1(연한재료)에서 응력은 재료 2의 물성치 변화에 관계없이 일정한 τ_{xz}/τ_{III}^+ 발생하나, 재료 2(더 단단한 재료)에서 응력은 재료 2의 전단탄성계수가 증가(전단파의 속도가 증가)할수록 응력은 감소하여 정지균열상태의 응력으로 근접하며, 재료 2의 물성치가 재료 1의 물성치에 근접할수록 재료 2의 응력값은 재료 1의 응력값에 근접하

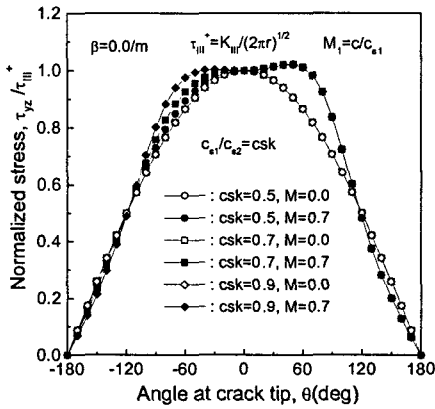


Fig. 2 τ_{yz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=0$

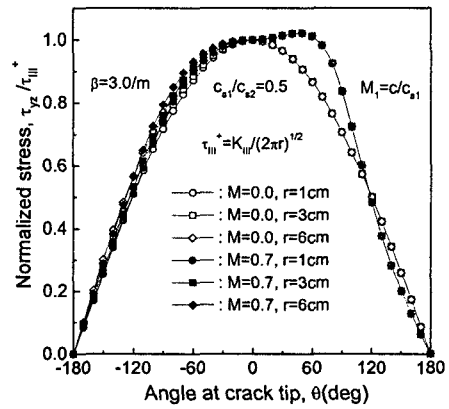


Fig. 4 τ_{yz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.5$

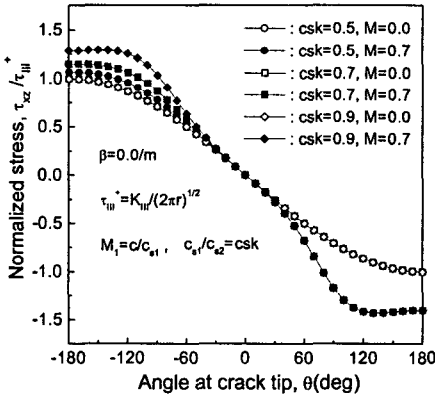


Fig. 3 τ_{xz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=0$

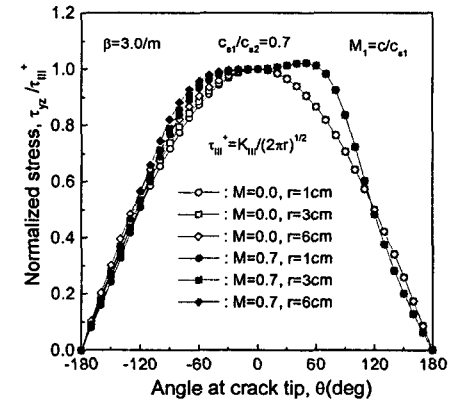


Fig. 5 τ_{yz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.7$

고 있음을 알 수 있다. 최대 응력이 발생하는 위치는 재료 1(연한재료)에서 발생하며 $\theta=120^\circ$ 이다. Fig. 4는 두 재료의 물성치의 비 $c_{s1}/c_{s2}=0.5$ 인 등방성-합수구배재료의 계면균열선단부근의 무차원응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. 이때 적용된 비균질파라메타 $\beta=3$ 이다. 그림에서 알 수 있듯이 재료 1(등방성)에서는 r 의 변화에 관계없이 항상 일정한 무차원 τ_{yz}/τ_{III}^+ 을 가지나, 재료 2(합수구배재료)에서는 정지균열과 전파균열에 관계없이 r 가 증가함에 따라 τ_{yz}/τ_{III}^+ 은 증가하고 있음을 알 수 있다.

그리고 r 의 증가에 따른 응력의 변화, 즉 ζ 가 가장 크게 응력에 미치는 범위는 $-80^\circ < \theta < 60^\circ$ 이다.

Fig. 5는 $c_{s1}/c_{s2}=0.7$ 인 등방성-합수구배재료의 계면 균열선단부근의 무차원 응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 재료 1(등방성)에서는 r 의 변화에 관계없이 항상 일정한 τ_{yz}/τ_{III}^+ 을 가지나, 재료 2(합수구배재료)에서는 정지균열과 전파균열에 관계없이 거의 전 영역에서 r 가 증가함에 따라 τ_{yz}/τ_{III}^+ 은 증가하고 있음을 알 수 있

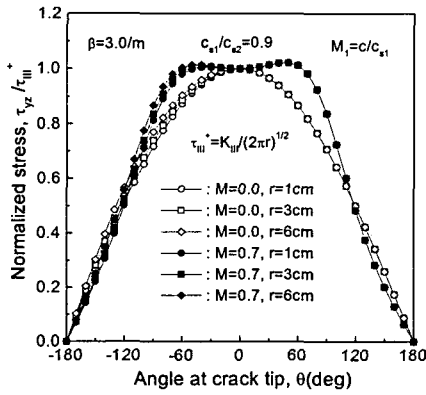


Fig. 6 τ_{yz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.9$

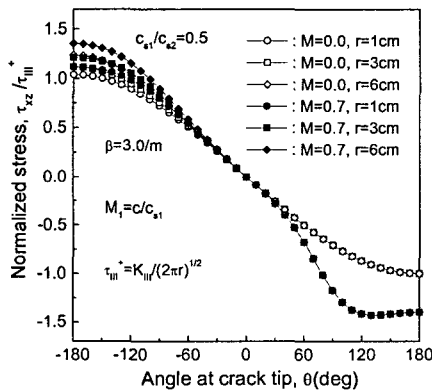


Fig. 7 τ_{xz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.5$

다. 그리고 r 의 증가에 따른 응력의 변화, 즉 ζ 가 가장 크게 응력에 미치는 범위는 $-70^\circ < \theta < 50^\circ$ 이다. Fig. 6은 $c_{s1}/c_{s2}=0.9$ 인 등방성-함수구배재료의 계면 균열선단부근의 무차원 응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. FGM상수 ζ 가 무차원 응력에 미치는 영향은 Fig. 5, 6과 비슷하며, 재료 2의 물성치가 재료1의 물성치와 비슷함에 따라 재료 2에서 발생하는 응력은 재료 1에서 발생하는 응력과 비슷한 경향을 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 재료 1(등방성)에서는 r 의 변화에 관계없이 항상 일정한

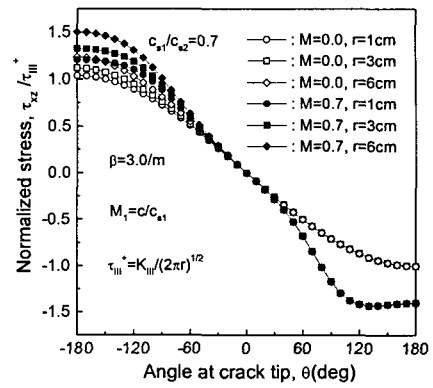


Fig. 8 τ_{xz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.7$

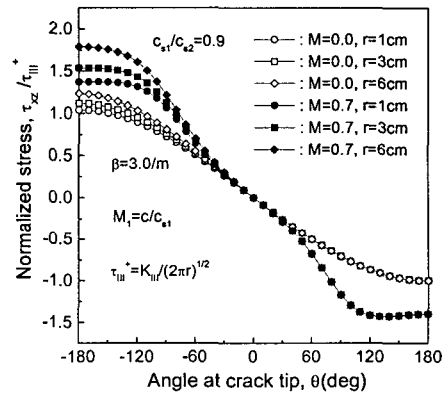


Fig. 9 τ_{xz}/τ_{III}^+ with θ for $\zeta=3$ and $c_{s1}/c_{s2}=0.9$

τ_{yz}/τ_{III}^+ 값을 가지나, 재료 2 (함수구배재료)에서는 정지균열과 전파균열에 관계없이 거의 전 영역에서 r 가 증가함에 따라 τ_{yz}/τ_{III}^+ 은 증가하고 있음을 알 수 있다. 그리고 r 의 증가에 따른 응력의 변화, 즉 ζ 가 가장 크게 응력에 미치는 범위는 $-70^\circ < \theta < 50^\circ$ 이다.

Fig. 7은 $c_{s1}/c_{s2}=0.5$ 인 등방성-함수구배재료의 계면 균열선단부근의 무차원 응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 를 나타내고 있다. 비균질파라메타 β 가 응력에 가장 많이 영향을 미치는 영역은 최대 응력이 발생하는 $\theta = -180^\circ$ 이다. $\beta > 0$, $\theta > 90^\circ$ 인 경우 r 가 증가할수록

물성치는 증가하며 $\theta < 90^\circ$ 인 경우는 그와는 반대이다. 이러한 물성치변화 조건임에도 불구하고 τ_{xz}/τ_{III}^+ 은 θ 에 관계없이 r 가 증가함에 따라 항상 증가한다. Fig. 8과 9에서 알 수 있듯이 재료 2의 물성치가 재료 1의 물성치에 근접하면, 재료 2의 균열선단 가까이에서 발생하는 응력은 재료 1에서 발생하는 응력에 근접하며, 균열선단에서 거리가 멀수록 재료 2에서 발생하는 무차원 응력은 증가한다. 이것은 다시 말하면 균열선단에서 짧은 거리 즉, $r=1\text{cm}$ 에서 발생하는 τ_{yz}/τ_{III}^+ , τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 Fig. 2, 3과 비교할 때 등방성-등방성 이중재료의 균열선단에서 발생하는 응력과 거의 같다. 한편 Fig. 2, 3과 같은 등방성-등방성 이중재료의 τ_{yz}/τ_{III}^+ , τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 r 에 관계없이 일정하다. 따라서 Figs. 4~9에서 r 가 증가함에 따라 τ_{yz}/τ_{III}^+ , τ_{xz}/τ_{III}^+ 의 증가한다는 의미는 r 가 증가할수록 등방성-FGM의 계면균열선단에서 발생하는 응력이 등방성-등방성 계면균열선단에서 발생하는 응력보다 크다는 것을 의미한다.

4. 결 론

본 연구에서는 등방성체와 합수구배재료(균열방향의 물성치구배)로 구성된 이중재료에 대한 면외 모드 III 하중하에서 균열이 계면을 따라 전파하는 경우 균열선단부근의 응력장과 변위장을 유도하고 균열선단부근의 응력특성에 대하여 연구하였다. 본 연구에서 얻어진 계면 균열선단부근의 응력분포를 나타내는 응력장은 실험적 또는 수치해석적으로 유한판의 균열문제를 해석하는 경우 유용하게 사용될 수 있다. 한편 본 연구의 응력장으로 부터 얻은 등방성체와 합수구배재료의 계면 전파균열선단부근의 세부적인 응력특성은 다음과 같다.

재료 1 (등방성재료)에서 응력장은 비균질파라메타 β 에 영향을 받지 않으나 재료 2(합수구배재료)에서는 $r^{1/2}$ 이상의 ($n \geq 3$)항에서는 비균질파라메타의 영향을 받고 있다. $\beta=0$ (등방성-등방성 이중재료)인 계면 정적균열에서는 재료 1과 재료 2의 물성치에 관계없이 항상 같은 크기의 응력이 발생하나 전파균열에서는 재료 2(더 단단한 재료)의 물성치가 재료 1의 물성치보다 더 증가하면 재료 1에서 발생하는 응력은 변하지 않으나 재료 2에 발

생하는 응력은 감소한다. 등방성-합수구배 이중재료인 $\beta=3$ 인 경우, 계면 균열선단 가까이($r=1\text{cm}$)에서 응력은 비균질 파라메타 β 의 영향을 거의 받지 않는 등방성-등방성 이중재료에서 발생하는 응력과 거의 일치하나, r 가 증가하면 비균질 파라메타 β 의 영향을 받으며, $\beta > 0$ 인 경우 정적균열 또는 전파균열에 관계없이 r 가 증가할수록 무차원 응력은 증가하며, $\beta < 0$ 인 경우는 그 반대이다.

참고문헌

- (1) Williams, M. L., 1959, "The Stress Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," *Bull Seism. Soc. Am.*, Vol. 49, pp. 199~204.
- (2) Sih, G. C. and Rice, J. R. 1964, "The Bending of Plate of Dissimilar Materials with Crack," *J. Appl. Mech.*, 86, pp. 477~482.
- (3) Rice, J. R. and Sih, G. C., 1965, "Plane Problem of Cracks in Dissimilar Media," *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 418~423.
- (4) Suo Z., 1990, "Singularities, Interface and Crack in Dissimilar Anisotropic Media," *Proc., R. Soc. of Lond. A*, 427, pp. 331~358.
- (5) Singh, R.P. and Shukla A., 1996, "Subsonic and intersonic crack growth along a bimaterial interface," *J. of Appl. Mech.*, Vol. 63, pp. 919~924.
- (6) Lee, K. H., 1999, "Stress and Displacement Fields for Propagating Crack Along the Interface of Isotropic-Orthotropic Bimaterials Under Dynamic Mode I and II," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 23, No. 9, pp. 1463~1475.
- (7) Lee, K. H., 2000, "Stress and Displacement Fields for Propagating the Crack Along the Interface of Dissimilar Orthotropic Materials Under Dynamic Mode I and II," *J. Appl. Mech.*, Vol. 67, pp. 223~228.
- (8) Shukla, A., Chalivendra, V., Parameswaran, V. and Lee, K. H., 2003 "Photoelastic Investigation of Interfacial Fracture Between Orthotropic and Isotropic Materials," *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 40, pp. 307~324.
- (9) Lee, K. H., Hawong, J. S. and Yu, J. Y., 1996, "Dynamic Mode III Crack Propagating with Constant Velocity at Interface Between Isotropic and Orthotropic Material," *Trans. of KSME (A)*, Vol. 20, No. 12, pp. 3828~3837.

- (10) Parameswaran V. and Shukla A., 1999, "Crack-Tip Stress Fields for Dynamic Fracture in Functionally Gradient Materials," *Mechanics of Materials*, Vol. 31, pp. 579~596.
- (11) Sih, G. C., 1977, "Mechanics of Fracture 4, Elastodynamic Crack Problem, Noordhoff International Publishing Leyden.
- (12) Yang, W., Suo, Z. and Shih, C. F., 1991, "Mechanics of Dynamic Debonding," *Proc., R. Soc. of Lond. A* 433, pp. 679~697.
- (13) Chiang, C.R., 1989, "Mode III Interface Crack Propagation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 32, No. 4, pp. 545~550.
- (14) Cheng Liu, John Lambros and Ares J. Rosakis, 1993, "Highly Transient Elastodynamic Crack Growth in Bimaterial Interface: Higher Order Asymptotic Analysis and Optical Experiments," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 41, No. 2, pp. 1887~1954.