

MINI-요소를 이용한 소성가공 공정 시뮬레이션 결과에 관한 고찰

전만수[†] · 이민철^{*} · 정석환^{**} · 권영삼^{**}

(2004년 1월 19일 접수, 2004년 8월 19일 심사완료)

Consideration on the Results of Metal Forming Simulation Based on MINI-Elements

Mansoo Joun, Mincheol Lee, Sukhwan Chung and Youngsam Kwon

Key Words : MINI-Elements(MINI-요소), Triangular Element(삼각형요소), Tetrahedral Element(사면체요소), Hexahedral Element(육면체요소), Rigid-Viscoplastic Finite Element Method(강점소성유한요소법)

Abstract

In this paper, the rigid-viscoplastic finite element solutions obtained by MINI-elements based triangular elements and tetrahedral elements are compared with those obtained from numerically well-behaved rectangular and hexahedral elements. The theoretical background of the MINI-elements is introduced in detail and the rigid-viscoplastic finite element formulation is also given. Discussion on the results of the MINI-elements is made with emphasis on the effect of a stabilizer simplifying velocity-bubble coupled terms.

1. 서론

다양한 분야에서 CAE 소프트웨어가 사용되고 있으며, 단조를 비롯한 소성가공 기술의 해석기술 의존도는 날로 증가하고 있는 실정이다. 체적소성가공 공정 해석의 경우, 컴퓨터 시뮬레이션 관점에서 볼 때 요소망재구성과 비압축성 조건이 특징이다. 3차원 공정의 해석 시에는 수치적 관점에서 우수한 육면체의 자동생성 문제가 아직 해결되어 있지 않다. 반면, 사면체요소망 자동생성 기술은 해결되어 있으나, 비압축성 조건 처리시에 발생하는 과구속의 문제 또는 로킹(locking) 현상으로 인하여 저차수적분법(reduced integration method)에 바탕을 둔 종래의 유한요소법⁽¹⁾의 적용은 불가능하다.

로킹 현상을 해결하기 위해서는 이른바 Babuška-Brezzi 조건을 만족하도록 사면체 요소를 처리하

는 것이 중요하다. 지금까지 많은 연구자들의 노력의 산물로 Babuška-Brezzi 조건을 만족시키는 삼각형 및 사면체 요소 처리기법들이 개발되었는데 근본적으로 속도장과 정수압이 혼합되어 있는 형태에 기초를 두고 있다.⁽²⁻⁶⁾ 이러한 기법들중에서 소성가공 공정 해석용 상용소프트웨어에서 Arnold⁽⁹⁾ 등에 의해서 제안된 MINI-요소의 채택이 늘어나고 있는 추세이다.^(4,7) 비록 육면체요소에 비하여 해의 신뢰도는 떨어지지만, 공학해석의 경제성과 적용의 중요성을 고려할 때, 응용 목적의 MINI-요소에 관한 이론을 적용하고 그 결과에 대한 고찰은 불가피하다.

본 연구에서는 2차원 및 3차원 단조공정의 해석을 위하여 MINI-요소를 적용하고, 그 결과를 삼각형요소와 육면체요소를 이용하여 예측한 결과와 비교함으로써, MINI-요소의 수치적 특성 및 장단점을 검토하고자 한다.

2. 유한요소 수식화와 비압축성 조건

처리 관련 문제점

소성가공 공정에서 금형과 소재는 해석영역

[†] 책임저자, 회원, 경상대학교 기계항공공학부
E-mail : msjoun@nongae.gsnu.ac.kr
TEL : (055)751-5316 FAX : (055)751-5316

^{*} 경상대학교 항공기부품기술연구센터

^{**} ㈜세타텍

V 와 경계영역 S 로 나누어지며 경계 S 는 표면력(traction)이 $t_i = \bar{t}_i$ 로 주어진 S_{t_i} , 속도가 $v_i = \bar{v}_i$ 로 주어진 S_{v_i} , 금형과 소재의 접촉면을 표현하는 S_c 등으로 세분화될 수 있다. 금형-소재 접촉면에서 압축력이 작용하면, 금형과 소재의 법선속도는 동일하다. 즉 S_c 에서 $v_n = \bar{v}_n$ 이다. 소재는 비압축성, 강소성, 등방성 경화(isotropic hardening)의 성질을 가지고 있고, von Mises 항복이론과 관련 유동법칙을 따르며, 접촉면에서 Coulomb 마찰법칙을 따른다고 가정한다. 그리고 자중 및 가속도의 영향은 무시할 정도로 작다고 가정한다.

소성가공 공정의 유동해석 문제는 소재의 속도장 v_i 와 압력분포 p 를 구하자는 것이며, 다음의 약형으로 수식화된다.

$$\int_V \sigma'_{ij} \omega'_{ij} dV - \int_V p \omega_{ii} dV - \int_V f_i \omega_i dV - \int_V v_{i,j} q dV - \sum_{S_{t_i}} \int \bar{t}_i \omega_i dS - \int_{S_c} \sigma_i \omega_i dS = 0 \quad (1)$$

여기서 가중함수 ω_i 는 경계 S_{v_i} 에서 0 의 값을 갖는 임의의 함수이고, 가중함수는 전 해석영역에서 임의의 함수이다. 약형에서

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} (\omega_{i,j} + \omega_{j,i}) \quad (2)$$

이며, ω_i 는 ω_i 의 접선성분을 나타낸다.

식 (1)에서 텐서량의 상첨자 프라임(')은 편차성분(deviatoric component)를 나타내며, 하첨자가 두 번 반복되는 것은 덧셈에 관한 규약을 따른 것이며, 콤마(,)뒤의 첨자는 편미분을 의미한다.

따라서 전술한 경계치 문제를 푸는 것은, 임의의 가중함수 ω_i 와 q 에 대하여 약형을 항상 만족시키는 속도장 v_i 와 압력장 p 를 구하는 문제로 수식화된다. 물론, 속도장은 S_{v_i} 와 S_c 의 필수경계조건을 만족해야 한다. 약형에는 속도장 v_i 와 압력장 p , 가중함수 ω_i 와 q 등이 바탕을 형성하고 있다. 그 이외의 것은 이들로부터

파생된 것이다. 따라서 이 네 개의 함수를 보간하여 속도와 압력이 미지수인 비선형 연립 방정식을 얻을 수 있다.

그런데 일반적으로 2 차원 문제의 해석을 위하여 사각형요소를 사용하는 경우 비압축성 조건으로 인하여 재료의 변형 가능성이 크게 손상을 받는 문제를 해결하기 위해서 정수압에 대해서 다음과 같이 속도장보다 한 차수 낮은 보간함수를 이용하여 유한요소근사화를 실시한다.

$$v_i = N_{il} V_L \quad (3)$$

$$\omega_i = N_{il} W_L \quad (4)$$

$$p = H_L P_L \quad (5)$$

$$q = H_L Q_L \quad (6)$$

여기서, N_{il} 은 보간함수행렬(식 (12) 참조)을 의미하고, H_{il} 은 요소 L 에서 1 의 값을 갖고 나머지 요소에서는 0 의 값을 갖는 불연속 함수이다. 이렇게 하면, 비압축성조건으로부터 하나의 요소에서 하나의 방정식이 만들어지게 되고 이에 따라 요소 하나가 자유도를 하나씩 구속하는 결과를 초래한다. 2 차원에서 사각형요소를 사용할 경우, 절점 수가 요소 수보다 많아서 문제가 되지 않는 반면, 삼각형요소를 사용할 경우, Fig. 1 에서 보는 바와 같이 일반적으로 절점 수보다 요소 수가 많아져서 위와 같은 근사화 방법을 쓰는 경우 재료의 변형능력이 과도하게 떨어지는 경향이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 Babuška-Brezzi 조건을 성립하는 요소를 사용하여야 하는데 비압축성 재료를 다루는데 있어서의 기본 조건은 속도장의 자유도가 정수압의 자유도보다 커야 한다.⁽⁶⁾

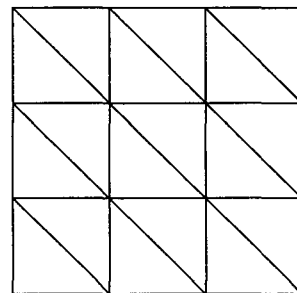


Fig. 1 An example of triangular element mesh systems

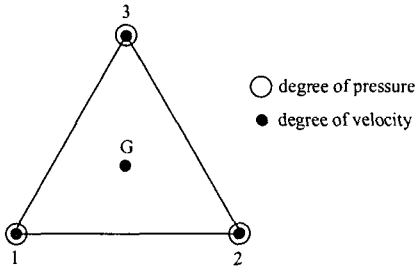


Fig. 2 Degree of freedom of velocity and pressure of a MINI-element

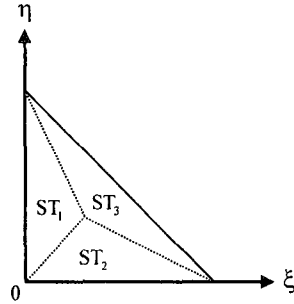


Fig. 3 Division of a triangular element into three sub-triangles

3. MINI-요소

삼각형요소를 사용하는 경우 정수압 관련 항을 처리하는데 있어서 재료의 변형 능력을 떨어뜨리는 문제를 막기 위해서 정수압 관련 항의 보간을 목적으로 속도장에 사용된 보간함수와 같은 함수를 사용한다. 아울러, 속도장의 자유도를 높여 주기 위해서 삼각형의 중심에 가상의 버블절점 (bubble node)을 추가하여 속도장의 보간함수뿐만 아니라 정수압의 자유도보다 상대적으로 높여주는데 이를 MINI-요소라고 한다.⁽³⁾ Fig. 2 는 2 차원 공간상에서의 MINI-요소를 나타내고 있다.

Fig. 2 의 MINI-요소에 대한 속도장, 정수압, 좌표, 가중함수에 대한 유한요소 근사화를 실시하면, 다음과 같다.

$$v_i = N_{il}V_L + N_{il}^B V_L^B \quad (7)$$

$$\omega_i = N_{il}W_L + N_{il}^B W_L^B \quad (8)$$

$$p = N_L P_L \quad (9)$$

$$q = N_L Q_L \quad (10)$$

$$x_i = N_{il} X_L \quad (11)$$

여기서,

$$N_{il} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \dots & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & \dots & 0 & N_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$N_{il}^B = \begin{bmatrix} N^B & 0 \\ 0 & N^B \end{bmatrix} \quad (13)$$

이며, 위 식에서 N^B 는 버블절점에 대한 보간함수이며, 본 연구에서는 Perchat⁽⁴⁾가 사용했던 선형 형태의 보간함수를 사용하였으며, 다음과 같이 정

의 된다.

$$N^B = \begin{cases} 3\xi & \text{in } ST_1 \\ 3\eta & \text{in } ST_2 \\ 3(1-\xi-\eta) & \text{in } ST_3 \end{cases} \quad (14)$$

여기서 ST_1, ST_2, ST_3 등은 Fig. 3 에서 보는 바와 같이 정의된다.

축대칭 문제에서의 변형률속도 벡터 $\dot{\epsilon}_i$, 부피 변형률 속도 $\dot{\epsilon}_{ii}$, 유효변형률 속도 $\dot{\epsilon}$ 는 아래와 같이 계산된다.

$$\dot{\epsilon}_i = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_r \\ \dot{\epsilon}_\theta \\ \dot{\epsilon}_z \\ \dot{\epsilon}_{rz} \end{pmatrix} = B_{LK} V_K + B_{LK}^B V_K^B \quad (15)$$

$$\dot{\epsilon}_{ii} = C_K V_K + C_K^B V_K^B \quad (16)$$

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} = \sqrt{B'_{LK} V_K D_{LM} B'_{MN} V_N} \quad (17)$$

여기서, 행렬 $\mathbf{B}, \mathbf{B}^B, \mathbf{C}, \mathbf{C}^B, \mathbf{D}$ 는 아래와 같이 정의되며 행렬 \mathbf{B}' 은 행렬 \mathbf{B} 의 편차 성분을 의미한다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} N_{1,r} & 0 & \dots & N_{3,r} & 0 \\ \frac{N_1}{r} & 0 & \dots & \frac{N_3}{r} & 0 \\ 0 & N_{1,z} & \dots & 0 & N_{3,z} \\ \frac{1}{2}N_{1,z} & \frac{1}{2}N_{1,r} & \dots & \frac{1}{2}N_{3,z} & \frac{1}{2}N_{3,r} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{B}^B = \begin{bmatrix} N_{,r}^B & 0 \\ \frac{N_1}{r} & 0 \\ 0 & N_{,z}^B \\ \frac{1}{2}N_{1,z}^B & \frac{1}{2}N_{1,r}^B \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{C} = \left[N_{1,r} + \frac{N_1}{r} \quad N_{1,z} \quad \cdots \quad N_{3,r} + \frac{N_3}{r} \quad N_{3,z} \right] \quad (20)$$

$$\mathbf{C}^B = \begin{bmatrix} N_{,r}^B + \frac{N^B}{r} & N_{,z}^B \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \quad (22)$$

식 (1)에서 계산되어야 할 적분들 중에 해석영역 V 에서 적분되는 항들에 대한 유한요소 수식은 아래와 같은 식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} & \int_V \sigma_{ij}' \omega_j' dV \\ &= \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} (B_{LK}' V_K + B_{LK}^{B'} V_N^B) D_{LM} (B_{MN}' W_N + B_{MN}^{B'} W_N^B) dV \\ &= \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} B_{LK}' D_{LM} B_{MN}' V_K W_N dV \\ &+ \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} B_{LK}^{B'} D_{LM} B_{MN}^{B'} V_K^B W_N^B dV \\ &+ \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} B_{LK}' D_{LM} B_{MN}' V_K^B W_N dV \\ &+ \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} B_{LK}' D_{LM} B_{MN}^{B'} V_K W_N^B dV \\ & - \int_V p \omega_{ii} dV = - \int_V N_{,L} P_L (C_N W_N + C_N^B W_N^B) dV \\ &= - \int_V N_{,L} P_L C_N W_N dV \\ & - \int_V N_{,L} P_L C_N^B W_N^B dV \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & - \int_V p \omega_{ii} dV = - \int_V N_{,L} P_L (C_N W_N + C_N^B W_N^B) dV \\ &= - \int_V N_{,L} P_L C_N W_N dV \\ & - \int_V N_{,L} P_L C_N^B W_N^B dV \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} - \int_V v_{,i} q d\Omega &= - \int_V (C_L V_L + C_L^B V_L^B) N_N Q_N dV \\ &= - \int_V C_L V_L N_N Q_N dV \\ & - \int_V C_L^B V_L^B N_N Q_N dV \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} - \int_V f_i \omega_i d\Omega &= - \int_V f_i (N_{iN} W_N + N_{iN}^B W_N^B) dV \\ &= - \int_V f_i N_{iN} W_N dV \\ & - \int_V f_i N_{iN}^B W_N^B dV \end{aligned} \quad (26)$$

경계에서의 버블함수(bubble function)는 0 이기 때문에 식 (1)에서 경계에서의 적분은 일반적인 요소를 사용할 때와 같은 식으로 구한다. 즉,

$$- \sum_i \int_{S_i} \bar{t}_i \omega_i dS = - \sum_i \int_{S_i} \bar{t}_i N_{iN} W_N dS \quad (27)$$

$$\omega_i = t_i \omega_i = t_i N_{iL} W_L \quad (28)$$

$$- \int_{S_i} \sigma_i \omega_i dS = - \int_{S_i} \sigma_i s_i N_{iL} W_L dS \quad (29)$$

이다. 여기서 s_i 는 접선벡터이며, 균형에 대한 소재의 상대속도의 단위벡터를 의미한다.

따라서, 전체 적분식을 유한요소 근사화한 후, W_N 과 W_i^B 에 대해서 정리하면 아래와 같은 식으로 주어지게 된다.

$$\begin{bmatrix} K & h_{vb} & h_{vp} \\ h_{bv} & h_{bb} & h_{bp} \\ h_{pv} & h_{pb} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V \\ V^B \\ P \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f^V \\ f^B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

여기서,

$$K_{LK} = \int_V \frac{2\bar{\sigma}}{3\varepsilon} B_{LK}' D_{IJ} B_{IL}' dV \quad (31)$$

$$(h_{bv})_{LK} = (h_{vb})_{KL} = \frac{2}{3} \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} B_{iL}^{B'} D_{IJ} B_{JK}' dV \quad (32)$$

$$(h_{pv})_{LK} = (h_{vp})_{KL} = - \int_V N_{,L} C_K dV \quad (33)$$

$$(h_{bv})_{LK} = (h_{vb})_{KL} = - \int_V N_L C_K^B dV \quad (34)$$

$$(f^v)_L = - \int_V f_i N_{iL} dV - \sum_i \int_{S_i} \bar{t}_i N_{iL} dS - \int_{S_c} \sigma_i s_i N_{iL} dS \quad (35)$$

$$(f^B)_L = - \int_V f_i N_{iL}^B dV \quad (36)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} K & h_{vp} \\ h_{pv} & -\beta^2 h_{pb} h_{bb}^{-1} h_{bp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f^v - h_{vb} h_{bb}^{-1} f^B \\ -\beta h_{pb} h_{bb}^{-1} f^B \end{bmatrix} = 0 \quad (41)$$

한편, 해석 결과는 안정화 계수 β 의 값에 따라서 차이를 보일 수 있다. Fig 4 에서 β 값에 따른 해석 결과(정수압 분포)를 사각형 요소와 비교하고 있다.

식 (30)의 두번째 식으로부터 V^B 는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$V^B = -h_{bb}^{-1} h_{bv} V - h_{bb}^{-1} h_{bp} P - h_{bb}^{-1} f^B \quad (37)$$

식 (37)를 식 (30)의 첫 번째 식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$(K - h_{vb} h_{bb}^{-1} h_{bv}) V + (h_{vp} - h_{vb} h_{bb}^{-1} h_{bp}) P = -f^v + h_{vb} h_{bb}^{-1} f^B \quad (38)$$

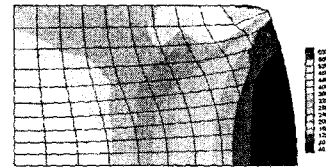
그리고, 식 (37)를 식 (30)의 세번째 식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$(h_{pv} - h_{pb} h_{bb}^{-1} h_{bv}) V - h_{pb} h_{bb}^{-1} h_{bp} P = h_{pb} h_{bb}^{-1} f^B \quad (39)$$

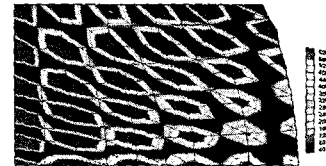
식 (38)과 식 (39)로부터 속도장과 정수압은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K - h_{vb} h_{bb}^{-1} h_{bv} & h_{vp} - h_{vb} h_{bb}^{-1} h_{bp} \\ h_{pv} - h_{pb} h_{bb}^{-1} h_{bv} & -h_{pb} h_{bb}^{-1} h_{bp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f^v + h_{vb} h_{bb}^{-1} f^B \\ h_{pb} h_{bb}^{-1} f^B \end{bmatrix} \quad (40)$$

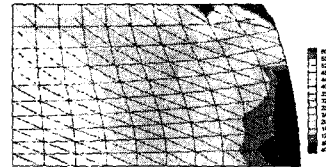
그러나 식 (40)의 항들을 계산하는데 많은 시간이 소요되는 문제가 발생한다. 이러한 문제점을 개선하기 위해서, 식 (40)에서 속도-버블 연계(velocity-bubble coupled) 항들을 안정화 계수(stabilizer) β 로 대체함으로써 식 (41)의 형태로 단순화시킬 수 있다.



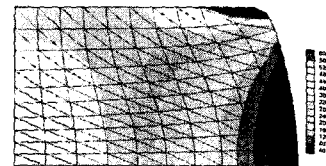
(a) Quadrilateral element



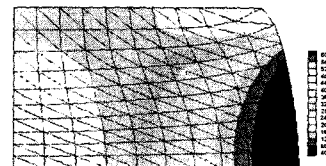
(b) MINI-element ($\beta = 0.04$)



(c) MINI-element ($\beta = 0.20$)



(d) MINI-element ($\beta = 1.00$)



(e) MINI-element ($\beta = 5.00$)

Fig. 4 Effect of the stabilizer β on the results

그림에서 보는 바와 같이 β 값에 따라 해석결과가 크게 달라짐을 알 수 있으며, $\beta=1$ 전후인 경우가 사각형 요소망에서 구한 결과와 가장 유사함을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 $\beta=1$ 의 조건을 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 2 차원 MINI-요소

먼저 축대칭 업세팅 문제에 대하여 MINI-요소의 개념을 도입하지 않은 삼각형요소와 사각형요소를 사용하여 구한 결과와 MINI-요소를 사용하여 구한 결과를 비교하였다. 이 목적으로 해석에 사용된 소재의 높이와 반경을 각각 5mm 라고 가정하였고, 마찰계수는 0.3 으로 가정하였다. 사용된 재료의 변형저항식은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma} = 468.3(0.0219 + \bar{\epsilon})^{0.206} \text{ MPa} \quad (42)$$

절점의 수는 121 개이며, 요소의 수는 사각형 요소의 경우가 100 개, 삼각형 및 MINI-요소의 경우가 200 개이다. 삼각형요소를 사용했을 경우의 요소 수가 사각형요소를 사용했을 때의 요소 수의 2 배이다.

Fig. 5 에서 30% 압축한 상태에서 변형된 형상을 비교하였다. 그림에서 보는 바와 같이 전통적인 삼각형요소를 사용한 경우, 사각형요소를 사용한 결과에 비하여 변형 모양이 매우 부자연스럽고 변형에 대한 저항이 인위적으로 커졌음을 알 수 있

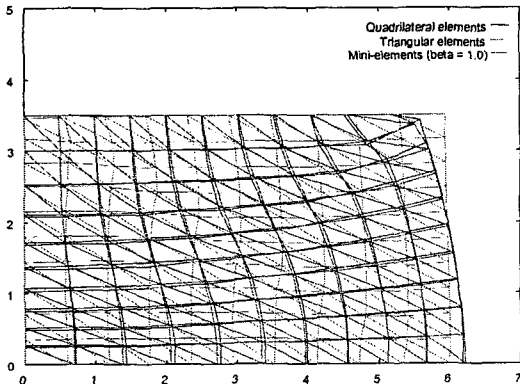


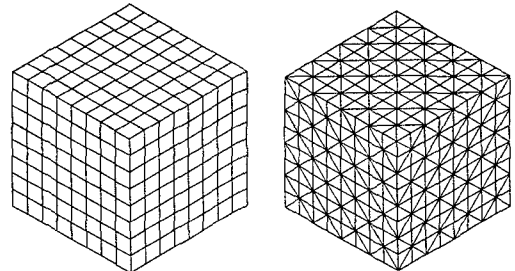
Fig. 5 Comparison of finite element results obtained by using bilinear quadrilateral elements, conventional triangular elements and MINI-elements

다. 이 문제는 마찰계수가 0.3 으로 비교적 큰 문제로써 베럴링(barreling) 현상이 나타나야 함에서 불구하고 해석 결과에서 전혀 나타나지 않고 있다는 요소의 수가 많아 비압축성 조건이 제 전체의 자유도를 크게 구속한 결과이다. 반면 MINI-요소로 구한 결과는 전반적으로 사각형요소로부터 구한 결과와 변형 패턴면에서 유사함을 알 수 있다. 그러나 오른쪽 상단의 모서리 부분을 비롯한 세부적인 부분에서 상당한 결과의 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 이 결과는 MINI-요소의 장점과 단점을 보여주고 있다.

4.2 3 차원 MINI-요소

3 차원 MINI-요소의 특성을 파악하기 위하여 후방압출 공정을 해석하였다. Fig. 6 에 해석에 사용된 육면체요소와 요소를 나타내고 있다. 육면체요소 해석모델과 사면체요소 해석모델의 절점의 수는 모두 729 개로 동일하다. 육면체요소 해석모델에서 요소의 수는 512 개이며, 사면체요소 해석모델에서 요소 수는 2,560 개이다.

먼저 육면체요소를 이용하여 해석을 실시하였으며, 그 결과를 Fig. 7 에 나타내었다. Fig. 8 은 종래의 사면체요소를 이용하여 구한 결과이다. 이 그림에서 보는 바와 같이 비압축성조건으로부터 야기되는 과구속 문제로 인하여, 육면체요소망으로 구한 결과와는 전혀 다른 결과가 나왔다. 반면, Fig. 9 의 3 차원 MINI-요소에 의하여 예측된 결과는 Fig. 7 의 육면체요소망으로 구한 결과와 전반적으로 유사함을 할 수 있다. 그러나 2 차원 문제에서 지적된 바와 마찬가지로 세부적으로 살펴보면, Fig. 7, Fig. 9, Fig. 10 에서 보는 바와 같이 다소의 차이가 있음을 알 수 있다.



(a) Hexahedral elements (b) Tetrahedral elements

Fig. 6 Finite element mesh system

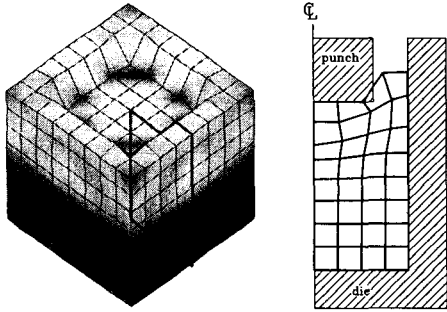


Fig. 7 Finite element results by the hexahedral elements

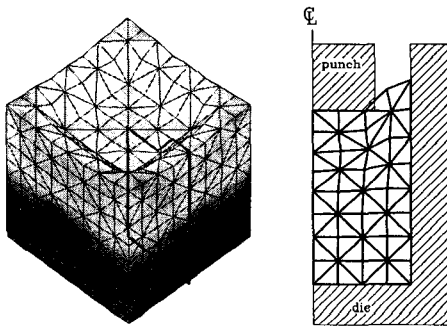


Fig. 8 Finite element results by the conventional tetrahedral elements

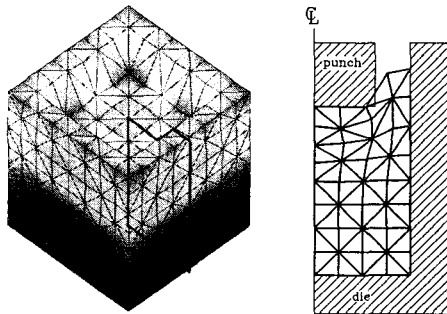


Fig. 9 Finite element results by the MINI-elements

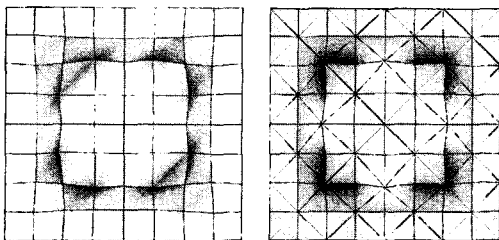


Fig. 10 Comparison of the finite element results by the hexahedral elements and the MINI-elements (top-view)

5. 결론

본 연구에서는 2 차원 및 3 차원 MINI-요소와 관련된 이론을 상술하였으며 MINI-요소의 수치적 특성을 해석결과와 비교를 통하여 제시하였다. 이를 위하여 2 차원의 경우 2 차원 MINI-요소망을 이용한 해석결과와 사각형요소망에 의한 해석 결과를 비교하였고, 3 차원의 경우 3 차원 MINI-요소망을 이용한 해석결과와 육면체요소망에 의한 해석 결과를 비교하였다.

결론적으로 적절한 안정화 계수를 사용한다면 MINI-요소에서 예측한 결과는 전반적으로는 사각형요소망 또는 육면체요소망을 이용하여 얻은 결과와 비교적 유사한 경향을 나타내었다. 그러나 국부적으로는 비교적 큰 차이를 보였다. 따라서 일반 열간단조공정과 같이 소재의 전반적인 안배에 초점이 맞추어져 있을 경우에는 MINI-요소를 사용한 해석결과도 신뢰성이 비교적 높을 것으로 사료된다. 그러나 MINI-요소를 국부 미충전 등의 문제해결 목적으로 사용하는 데는 다소의 문제가 있을 것으로 사료되며, 금형과 소재 사이의 간극이 매우 작은 냉간단조공정과 같이 비교적 정교한 해석이 필요한 경우에는 수치적 문제로 부적절한 결과를 예측할 수도 있을 것으로 사료된다.

그리고 안정화 계수에 비교적 큰 영향을 받기 때문에 MINI-요소 사용시 최적의 결과를 도출할 수 있는 안정화 계수에 대한 연구가 필요하다고 사료된다.

후 기

이 논문은 산업자원부 지역특화기술개발사업(공통핵심/경남 기계산업) 및 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Lee, C. H. and Kobayashi, S., 1973, "New Solutions to Rigid-Plastic Deformation Problems Using a Matrix Method," *ASME, J. Eng. Ind.*, Vol. 95, pp. 865~873.
- (2) Brooks, A. N. and Hughes, T.J.R., 1982, "Streamline Upwind/Petrov-Galerkin Formulations for Convective Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equations," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 32, pp. 199~259.
- (3) Arnold, D. N., Brezzi, F. and Fortin, M., 1984, "A Stable Finite Element for Stokes Equations," *Calcolo*, Vol. 21, pp. 337~344.
- (4) Perchat, E., Mini-élément et Factorization Incom-

- plètes pour la Parallélisation d'un Solveur de Stokes 2D. Application au Forgeage, 2000, Thèses de Doctoral en Sciences et Génie des Matériaux, ENSMP.
- (5) Bertrand, F. H., Gadbois, M. R. and Tanguy, P. A., 1992, "Tetrahedral Elements for Fluid Flow," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 33, pp. 1251~1267.
- (6) Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., 2000, *The Finite Element Method, Volume 1*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 5th edition.
- (7) Li, G., Jinn, J. T., Wu, W. T. and Oh, S. I., 2001, "Recent Development and Applications of Three-Dimensional Finite Element Modeling in Bulk Forming Processes," *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 113, pp. 40~45.