

# 섬유 보강 복합재료의 미시역학적 거동 해석

정재연\* · 하성규†

(2003년 9월 29일 접수, 2004년 8월 11일 심사완료)

## Analysis of Micromechanical Behavior for Fiber-Reinforced Composites

Jae Youn Jeong and Sung Kyu Ha

**Key Words :** Composites(복합재료), Material Homogenization(재료 균질화), Micromechanical Finite Element Method(미시역학적 유한요소법), Stress Magnification(응력 집중)

### Abstract

The investigation, which includes the material homogenization and the calculation of local stress concentration of long-fibrous composites in a microscopic level, has been performed to analyze the behavior of fiber-reinforced composites by using finite element method. In order to carry out this study, the finite element models of composites have been generated by the idealized arrays as square and hexagonal-packed type. In the FE analysis, the boundary conditions of micromechanical finite element method(MFEM) have been defined and verified by comparing with the results from multi-cells, and the effective material properties of composites composed of graphite/epoxy have been also evaluated by rules of mixture. For acquiring the relation between the global and local behaviors of composites, the magnifications of strain, stress, and interfacial stress of composites subjected to a longitudinal and transverse loading respectively have been calculated. And the magnifications have been proposed as the stress concentration in the microscopic level at composite material.

### 기호설명

$A_{e/\sigma/int}^{(i)}$  : 열적 변형률/응력 집중 백터  
 $\bar{C}$  : 유효 강성 행렬  
 $E^{f/m}$  : 섬유/기지의 탄성계수  
 $G^f$  : 섬유/기지의 전단계수  
 $M_{e/\sigma/int}^{(i)}$  : 역학적 변형률/응력 집중 행렬  
 $P$  : 복합재료의 물성치 계수  
 $P^f$  : 섬유의 물성치 계수  
 $\bar{S}$  : 유효 컴플라이언스 행렬  
 $t$  : 경계면 압력

$T$  : 좌표 변환 행렬  
 $\alpha$  : 복합재료의 열팽창 계수  
 $\alpha^{f/m}$  : 섬유/기지의 열팽창 계수  
 $\bar{\epsilon}$  : 유효 변형률  
 $\bar{\epsilon}_{mech}$  : 역학적 유효 변형률  
 $\nu^{f/m}$  : 섬유/기지의 푸아송 비  
 $\gamma$  : 섬유 기지의 물성치 비  
 $\sigma_n$  : 경계면 법선 응력  
 $\sigma_s$  : 경계면 접선 응력

### 1. 서론

비강도, 비강성이 우수하고 적층각도와 체적비 등의 물성치 변경을 통해 강성 설계가 용이한 복합재료는 항공 분야 등 여러 산업 분야에 폭 넓게 적용되고 있다. 복합재료 중 Fig. 1 과 같은 단면을 갖는 섬유 강화 복합재료는 적층각도나 체적비

\* 회원, 한양대학교 기계공학부 BK21 사업단  
 E-mail : roverjeong@email.hanyang.ac.kr  
 TEL : (02)2290-1264 FAX : (031)407-1034

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계정보경영공학부  
 E-mail : sungha@hanyang.ac.kr  
 TEL : (031)400-5249 FAX : (031)501-0754

(volume ratio)를 동시에 고려할 수 있으며, 전체 구조물에 균일한 재료 물성치를 유지할 수 있어 항공기와 같은 대형 구조물에 이용된다. 복합재료는 이를 구성하는 섬유와 기지의 각 물성치와 섬유의 체적비에 따라 그 특성이 다르게 나타난다.

이러한 복합재료 구조물은 기계적 하중이나 온도 및 습도 등의 외부 환경 하에서 사용되므로 초기 설계에서 고려되었던 구조물의 강성 및 강도가 저하되며 이는 구조물의 손상이나 궁극적인 파손을 유발한다. 따라서 복합재 구조물의 기계적 강성 및 강도의 변화를 예측하는 연구는 복합재 구조물의 설계 및 안정성 평가의 근간이 되며 이는 복합재 구조물의 강도 평가 및 설계에 소요되는 시간 및 비용을 절감 하는 이점을 제공한다.

복합재료는 섬유나 기지 중 한 재료가 파손될 경우 전체의 파손이 일어났다고 판단하므로 이의 안정성 연구는 주로 섬유와 기지의 각 물성치 및 강도를 따로 고려하여 전체 구조물의 거동을 예측하는 미시적인 접근법에 국한되어 이루어지고 있다. 이러한 접근은 두 재료가 혼합된 복합재료의 물성치를 이용하는 거시적인 접근에 비해서 섬유와 기지의 파손이나 두 재료의 접합 면에서의 거동 등 보다 세부적인 정보를 얻을 수 있다. 이러한 장점으로 인해 미시역학적인 방법에 의해서 많은 연구가 진행되어 왔으며 최근에 들어 미시역학적인 해석에 단위 셀을 도입하여 유한요소해석을 시도한 연구가 진행 중이다. Hashin과 Rosen은 미시역학적 형상으로부터 여러 가지 미세 손상을 포함한 복합재료의 손상에 관한 연구를 하였다.<sup>(1)</sup> Jones는 푸아송 효과(Poisson's effect)에 의한 기지의 파손 변형률과 열 변형률 및 응력 등의 효과에 대하여 연구하였고, King 등은 복합재의 전단 강도에 대한 기지와 두 면간의 접합 강도에 따른 영향에 대하여 연구를 수행하였다.<sup>(2,3)</sup> 또한 Laird 등은 단축 압축 하중 하에서의 접합 면의 마찰(interfacial friction)과 섬유와 기지 사이의 미시역학적 거동에 대하여 연구 하였다.<sup>(4)</sup> Brett 등은 NASA의 미시역학 해석 코드를 사용하여 섬유 방향의 인장 변형과 파손 거동을 실험과 비교하였다.<sup>(5)</sup> 앞선 연구들은 제한된 조건에서는 유용하나 일반적인 하중 상태에서의 복합재 구조물의 손상 평가나 파손을 검토하는 데는 부족하였다. 이의 문제를 해결하기 위해 복합재 구조물의 해석에 미시적인 단위 셀을 도입한 연구가 있었다. Brison 등은 적층된 복합재료 구조물의 단면을 사각, 육각배열로 이상화하여 유효 물성치를 결정하는 연구를 수행하였고 Caiazzo 등은 복합재의 결함 성장에 관한 연구를 수행하였다.<sup>(6,7)</sup> 이와 함께 Eason 등은 단

위 셀을 이용한 비연속적인 랜덤 섬유 복합재의 초기 손상 및 진행에 관해 연구하였고, Huiyu Sun은 사각배열을 사용하여 복합재료의 미시역학적 물성치의 평가를 위한 새로운 방법을 유한요소법과 등가 이론을 이용하여 수행하였다.<sup>(8,9)</sup> 이러한 연구에서의 공통된 부분은 단위 셀의 모델링에 있어서 모두 2 차원으로 해석을 수행했다는 점이다. 이에 반해서 Berner는 복합재 구조물의 손상 및 파손 해석을 위하여 3 차원 미시역학 모델을 제시하였다.<sup>(10)</sup> 이 모델은 단위 셀을 크게 4 부분으로 나누어 해석을 하였고, 따라서 섬유 부분이 원이 아닌 사각형으로 모델링 되어 있는 단점이 있다. 이외에도 Kwon과 Liu은 외부 하중에 의한 복합재 구조물의 점진적 손상과 파손의 예측 및 평가를 하였고, 손상 역학에 의한 거시적/미시적 접근법을 제시하여 인장 상태에서의 복합재 구조물의 손상과 파손을 해석하였다.<sup>(11)</sup> 또한 Meske는 유효 응력-변형률 관계식을 미시역학적 모델로 제안하였고, Jacques는 역학적인 거동 하에서의 물성의 변화 추세를 예측하고, 파손과 손상에 관한 전형적인 모습을 제시하였다.<sup>(12,13)</sup> 이때 기지의 결함과 섬유의 파손에 관하여 미시역학적인 3 차원 모델을 제시하였다. 현재까지의 연구 동향은 미시역학적인 3 차원 모델의 해석이 주를 이루고 있다.

그러나 위에서 언급한 연구들은 미시적 관점에서 복합재료의 특정한 거동에 대한 연구에 국한되어 있으며 보다 일반적인 해석에 한계를 보인다. 따라서 본 논문에서는 Fig. 2와 같이 복합재료의 물성치를 등가화하고 거시적 거동과 미시적 거동의 관계를 변형률/응력 집중 계수로 표현함으로써 복합재료의 거동을 해석하는 방법론을 제시하고자 한다.

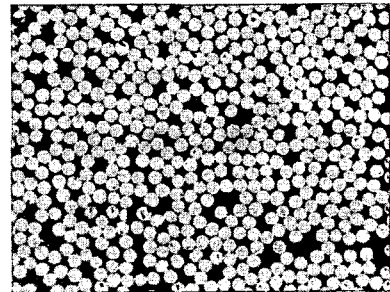


Fig. 1 Microscopic configuration of fiber-reinforced composites

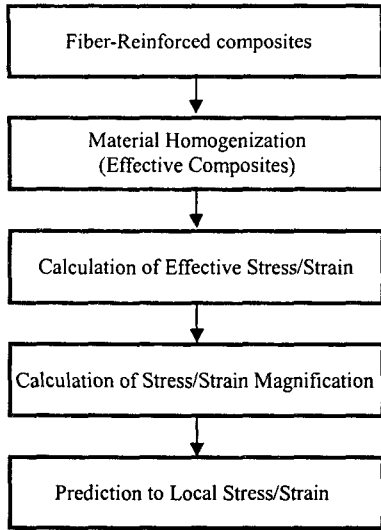


Fig. 2 Procedure of micromechanical analysis for fiber-reinforced composites

## 2. 연구 내용

### 2.1 미시역학 유한요소해석(MFEM)

본 논문에서는 Fig. 1 과 같은 단면을 갖는 섬유 강화 복합재료를 Fig. 3 과 같이 섬유와 기지가 이상적으로 배열되어 있는 구조물로 이상화한다. 이때의 배열 방식은 사각배열(square-packed array)과 육각배열(hexagonal-packed array)로 가정하며 실제 단면은 이들의 조합으로 구성되어 있음을 알 수 있다.<sup>(15)</sup> 또한 이상화된 두 가지 배열은 일정한 형태의 단위 셀에 의해 반복적으로 구성되므로 배열의 단위 셀만을 해석함으로써 전체 구조물을 표현할 수 있다.

#### 2.1.1 미시적 변형률과 거시적 변형률의 관계

복합재료에 가해진 하중에 의해서 발생한 임의의 지점,  $i$  에서의 미시적 변형률,  $\epsilon_{mech}^{(i)}$  은 식 (1) 과 같이 거시적 변형률 벡터와 변형률 집중행렬로 표현할 수 있다. 또한 이 때의 변형률은 하중 조건에 따라 Fig. 4 에서와 같이 역학적 변형률과 열 변형률로 선형 중첩할 수 있다.

$$\epsilon_{mech}^{(i)} = \mathbf{M}_{\epsilon}^{(i)} \bar{\epsilon}_{mech} + \mathbf{A}_{\epsilon}^{(i)} \Delta T \quad (1)$$

이때 복합재료의 거시적 변형률은 작용하중에

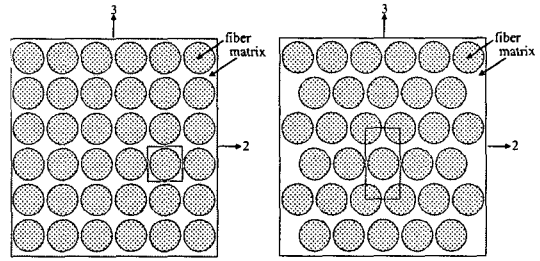


Fig. 3 Idealized arrays of fiber-reinforced composites

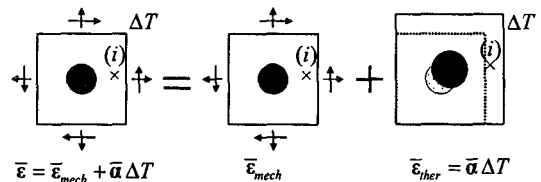


Fig. 4 Microscopic strain in unit cell

의해 식 (2)와 같으며 응력-변형률 관계식은 식 (3)과 같다.<sup>(14)</sup>

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}_{mech} - \bar{\alpha} \Delta T \quad (2)$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbf{C}} (\bar{\epsilon}_{mech} - \bar{\alpha} \Delta T) \quad (3)$$

#### 2.1.2 3 차원 기하학적 모델링 및 경계조건

미시역학 유한요소해석을 위해 Fig. 5 와 같이 사각 배열과 육각 배열의 단위 셀이 3 차원으로 기하적으로 모델링 되었다. 또한 섬유의 방향성을 고려하여 on-axis 와 off-axis 좌표축이 결정되었다. Fig. 5 에서 보듯이 사각 배열 단위 셀의 폭, 높이, 길이는 단위길이이며, 육각 배열 단위 셀의 폭과 길이는 단위길이, 높이는 단위길이의 2 배이다. 두 모델에서 단위 셀의 섬유 체적비(fiber volume ratio)는 섬유 반지름의 함수로 표현이 가능하다. Fig. 6 은 두 단위 셀의 유한요소해석 모델링을 보여주고 있다.

복합재료 단위 셀의 물성치 등가화와 변형률/응력 집중 행렬을 유한요소법을 이용하여 계산하기 위해 각 성분에 따른 단위 셀의 경계조건이 Table 1 과 2 와 같이 정의되었다. 작용 하중은 기계적 하중과 열 하중이며 각 성분 방향으로 하중과 경계조건을 가하여 유효 강성행렬(effective stiffness matrix,  $\bar{\mathbf{C}}$ )과 변형률/응력 집중 행렬(strain/stress

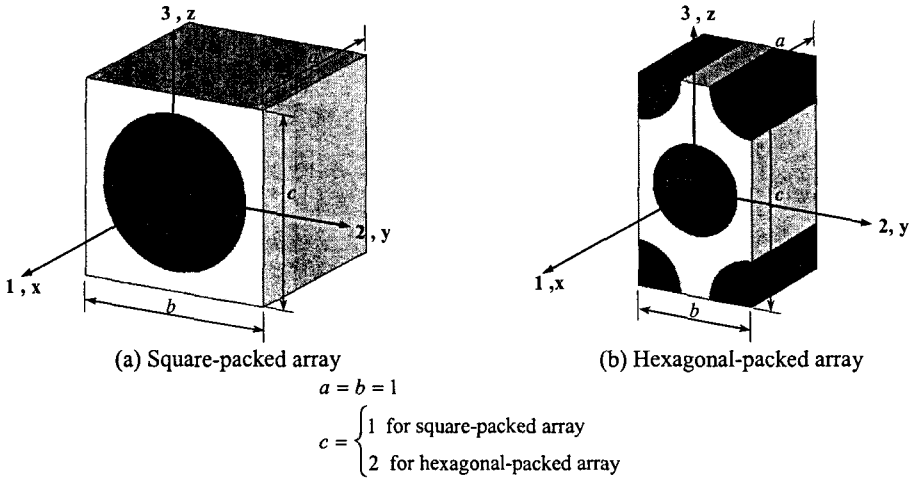


Fig. 5 Geometric models of square and hexagonal unit cells for fiber-reinforced composites

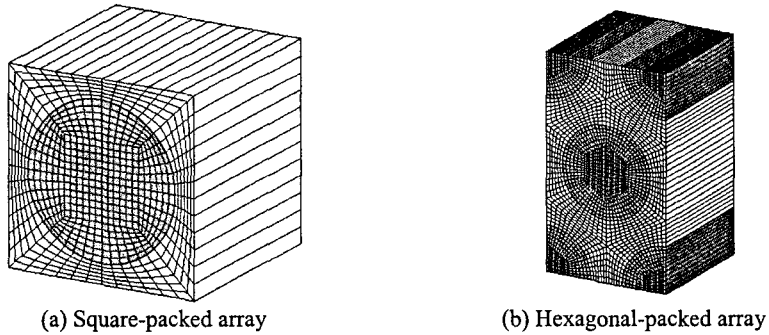


Fig. 6 Finite element models of square and hexagonal unit cell for fiber-reinforced composites

magnification matrix,  $\mathbf{M}_{\epsilon/\sigma}^{(i)}$ 을 구한다. 이 때 한 면에서의 응력 합이 유효 강성행렬의 열 성분이 되며 가해지는 단위변위와 같은 성분의 변형률이 변형률 집중 행렬의 열 성분이 된다. 또한 경계조건은 단위 셀의 거동이 전체적 거동을 표현하도록 반복 경계 조건(repeated boundary condition)을 적용 하였으며 이의 검증이 수행되었다.

강성행렬의 역 행렬,  $\bar{\mathbf{S}}$ 를 식 (4)와 같이 구한다.

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4)$$

2.2 복합재료의 물성치 증가화와 혼합 법칙

복합재료의 증가화 된 물성치(effective engineering constants)를 구하기 위해 2.1.2 에서 계산된 유효

이의 성분들로부터 식 (5)와 같이 복합재 구조 물의 증가화 된 물성치를 구할 수 있다.

Table 1 Boundary conditions for calculating the components of effective stiffness matrix and strain magnification matrix

	Displacement	Location		Displacement	Location
$C_{1i}, M_{1i}$	$u_x = 0$	$x = -a$	$C_{4i}, M_{4i}$	$u_x = 0$	$x = -a, 0$
	$u_y = 0$	$y = \pm b/2$		$u_y = 0$	$z = -c/2$
	$u_z = 0$	$z = \pm c/2$		$u_x = u_z = 0$	$y = \pm b/2$
	$u_x = a$	$x = 0$		$u_y = c$	$z = c/2$
$C_{2i}, M_{2i}$	$u_x = 0$	$x = -a, 0$	$C_{5i}, M_{5i}$	$u_x = 0$	$z = -c/2$
	$u_y = 0$	$y = -b/2$		$u_y = 0$	$y = \pm b/2$
	$u_z = 0$	$z = \pm c/2$		$u_y = u_z = 0$	$x = -a, 0$
	$u_y = b$	$y = b/2$		$u_x = c$	$z = c/2$
$C_{3i}, M_{3i}$	$u_x = 0$	$x = -a, 0$	$C_{6i}, M_{6i}$	$u_x = 0$	$y = -b/2$
	$u_y = 0$	$y = \pm b/2$		$u_z = 0$	$z = \pm c/2$
	$u_z = 0$	$z = -c/2$		$u_y = u_z = 0$	$x = -a, 0$
	$u_z = c$	$z = c/2$		$u_x = b$	$y = b/2$

Table 2 Boundary conditions for calculating the components of thermal expansion coefficients and strain magnification vector

	Temperature	Displacement	Location
$\alpha_i, A_i$	$T = 1$	$u_x = 0$	$x = -a$
		$u_x = \text{same}$	$x = 0$
		$u_y = 0$	$y = -b/2$
		$u_y = \text{same}$	$y = b/2$
		$u_z = 0$	$z = -c/2$
		$u_z = \text{same}$	$z = c/2$

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \frac{1}{\bar{S}_{11}}, \bar{E}_2 = \frac{1}{\bar{S}_{22}} \\ \bar{G}_{12} &= \frac{1}{\bar{S}_{55}}, \bar{G}_{23} = \frac{1}{\bar{S}_{44}} \\ \bar{v}_{12} &= -\bar{S}_{12}\bar{E}_1, \bar{v}_{23} = -\bar{S}_{23}\bar{E}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

위에서와 같이 미시역학적 유한요소법에 의해 계산된 복합재료의 물성치 값을 검증하기 위해 섬유의 체적비에 따른 물성치 성분들이 혼합법칙에서 계산된 값들과 비교, 검증되었다. 혼합 법칙은 복합재료의 미시적 물성치의 값을 이론적으로 계산하는 공식으로서 섬유와 기지 각각의 물성치 성분에 각 체적 비를 곱한 후 선형 합으로 나타낸다.

단순혼합법칙(simple rule-of-mixtures, SRM)의 수식은 다음과 같다.<sup>(15)</sup>

$$E_{11} = E_{11}^f V^f + E^m V^m \quad (6)$$

$$v_{12} = v_{12}^f V^f + v^m V^m \quad (7)$$

$$\frac{1}{E_{22}} = \left( \frac{1}{E_{22}^f} \right) V^f + \left( \frac{1}{E^m} \right) (1 - V^f) \quad (8)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \left( \frac{1}{G_{12}^f} \right) V^f + \left( \frac{1}{G^m} \right) (1 - V^f) \quad (9)$$

여기서 아래첨자  $f$  와  $m$  은 각각 섬유와 기지를 나타내며,  $V^f$  와  $V^m$  은 각각 섬유와 기지의 체적비를 의미한다.

한편 Hyer 와 Waas 는 단순혼합법칙으로 계산된 물성치와 단위 셀의 구조 해석을 통해 계산된 물성치 중  $E_{22}$  나  $G_{12}$  의 값이 큰 차이를 보이므로 이의 보안을 위해 수정혼합법칙(modified rule-of-mixtures, MRM)을 소개하였다.<sup>(1)</sup> 수정혼합법칙의 계산 식은 아래와 같다.

$$\frac{P}{P^m} = \frac{1 + \zeta \eta V^f}{1 - \eta V^f} \quad (10)$$

식 (10)에서  $P$ 는 복합재의 물성치인  $E_{22}$ 나  $G_{12}$ 를 의미하며,  $P^m$ 은 기지의 물성치이다. 여기서  $\eta$ 는 다음과 같이 정의되며,

$$\eta = \frac{\gamma - 1}{\gamma + \zeta} \quad (11)$$

또한,  $\gamma$ 는 섬유와 기지의 물성치 비로서 아래의 식으로 표현된다.

$$\gamma = \frac{P^f}{P^m} \quad (12)$$

한편  $\zeta$ 는 섬유와 기지의 부분효과(partitioning effect)의 양을 결정하는 변수이다. 식 (11)에서  $\zeta = 0$ 이면 식 (10)은 다음과 같이 표현되며

$$\frac{1}{P} = \frac{V^m}{P^m} + \frac{V^f}{P^f} \quad (13)$$

$\zeta = \infty$ 이고  $\eta = 0$ 이면 식 (10)은 다음과 같다.

$$P = (1 - V^f)P^m + P^f V^f \quad (14)$$

변수  $\zeta$ 는 단위 셀의 유한 요소 해석을 통해 계산이 가능하며, 본 논문에서는  $\zeta = 2.1$ 일 때  $E_{22}$ ,  $\zeta = 1.1$ 일 때  $G_{12}$ 가 미시역학적 유한요소 해석의 결과와 일치함을 알 수 있었다.

### 2.3 변형률/응력 집중 행렬

#### 2.3.1 변형률/응력 집중 행렬 계산 위치

앞서 정의한 복합재료의 사각 및 육각 배열 단위 셀은 섬유와 기지의 두 재료로 구성되었고 본 논문에서 고려된 재료는 횡 등방성(transversely isotropic) 재료이므로 거동의 특성은  $y$ 와  $z$ 면을 기준으로 대칭이며 같은  $x$ 면에서 섬유방향으로 모든 거동이 동일하다. 이러한 특성을 고려하여 단위 셀에서의 미시역학적인 거동을 의미하는 변형률/응력 집중 행렬이 계산되는 지점을 Fig. 7 과

8 과 같이 선정되었다. 이 때 복합재료의 불연속성으로 인해 변형률/응력 집중 행렬은 재료마다 따로 도출되어야 하며 경계면 응력 집중 행렬(interfacial stress magnification matrix)은 재료에 관계없이 연속성을 갖는다.

#### 2.3.2 변형률 집중 행렬, $\mathbf{M}_\varepsilon^{(i)}$ , $\mathbf{A}_\varepsilon^{(i)}$

2.1.2 에서 정의된 경계조건과 하중 조건들을 이용하여 단위 셀의 지정된 위치에서의 변형률을 계산한다. 이 때 계산된 6 개의 변형률은 각 하중 방향에 따른 변형률 집중 행렬의 열(column) 성분이 되며, 이와 같은 방법으로 Table 1 과 2 의 경계조건과 하중을 반복적으로 바꾸어 변형률을 계산한다. 계산된 변형률 집중 행렬은 복합재료에 하중이 가해질 때 재료와 위치에 따라 미시적으로 나타나는 응력 집중의 의미를 갖는다.

#### 2.3.3 응력 집중 행렬, $\mathbf{M}_\sigma^{(i)}$ , $\mathbf{A}_\sigma^{(i)}$

Fig. 9 와 같이 복합재료의 임의의 위치,  $i$  에서의 응력-변형률 관계와 앞 절에서 구해진 변형률 집중 행렬로부터 식 (15)를 얻을 수 있으며, 이로부터 응력 집중 행렬,  $\mathbf{M}_\sigma^{(i)}$ ,  $\mathbf{A}_\sigma^{(i)}$ 은 식 (16)과 (17)로 정의할 수 있다.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(i)} = \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{M}_\varepsilon^{(i)} \bar{\mathbf{S}} \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{A}_\varepsilon^{(i)} \Delta T \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_\sigma^{(i)} = \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{M}_\varepsilon^{(i)} \bar{\mathbf{S}} \quad (\text{mechanical}) \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_\sigma^{(i)} = \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{A}_\varepsilon^{(i)} \quad (\text{thermal}) \quad (17)$$

여기서,  $\mathbf{C}^{(i)}$ 는 섬유 또는 기지의 구성 행렬이며  $\bar{\mathbf{S}}$ 는 등가화 된 복합재료의 컴플라이언스 행렬을 의미한다.

#### 2.3.4 경계면 응력 집중 행렬, $\mathbf{M}_{m'}^{(i)}$ , $\mathbf{A}_{m'}^{(i)}$

Fig. 10 에서 보듯이 섬유와 기지의 경계면에서의 응력은 접선, 법선 및 전단 방향의 성분으로 표현 가능하며 이를 위해 경계면에서의 응력 집중 행렬은 경계면 위치,  $i$ 에 따른 좌표변환 행렬,  $\mathbf{T}^{(i)}$ 과 앞 절의 응력 집중 행렬로부터 식 (18)과 (19)와 같이 구할 수 있다. 변형률/응력 집중 행렬은 재료에 관계되어 복합재료 내에서 불연속적인 특성을 보이거나 경계면 응력 집중 행렬은 섬유나

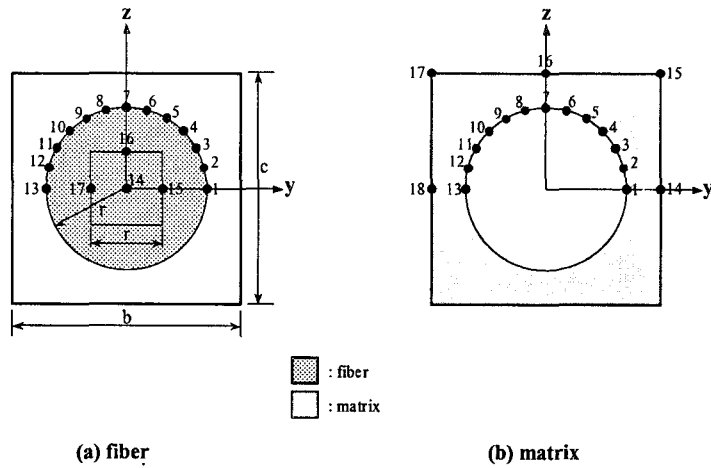


Fig. 7 Schematics of selected points for calculating strain magnification matrix and vector (square-packed array)

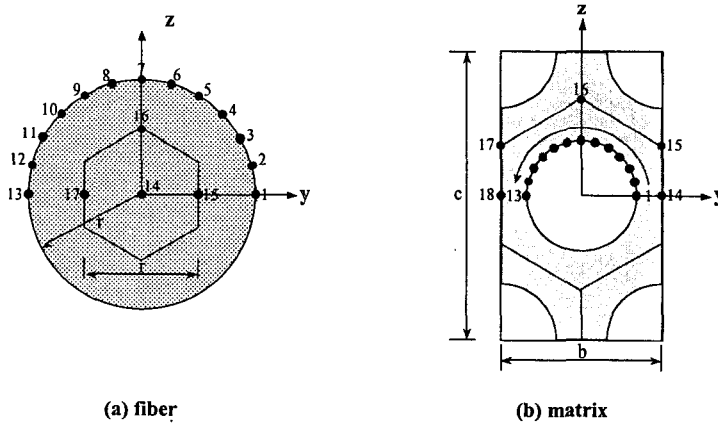


Fig. 8 Schematics of selected points for calculating strain magnification matrix and vector (hexagonal-packed array)

기지의 어느 재료에서 계산되더라도 위치만 같다면 연속적인 결과를 갖는다.

$$\mathbf{M}_{int}^{(i)} = \mathbf{T}^{(i)} \mathbf{M}_{\sigma}^{(i)} \quad (\text{mechanical}) \quad (18)$$

$$\mathbf{A}_{int}^{(i)} = \mathbf{T}^{(i)} \mathbf{A}_{\sigma}^{(i)} \quad (\text{thermal}) \quad (19)$$

### 2.3.5 복합재료에서의 위상 평균(phase average)

두 가지 이상의 재료로 구성되는 복합재료는 역학적 거동이 재료에 따라 불연속한 특성을 갖는다. 또한 하중의 종류나 위치에 따라서 역학적 거동이 다르게 나타나므로 미시적 관점에서 재료에 대한 위상 평균을 대표 값으로 하여 거동을 나타낼 수 있다. 위상 평균은 섬유와 기지 그리고 복합재료의 구성행렬과 섬유 체적비로 정의되며 각 구성

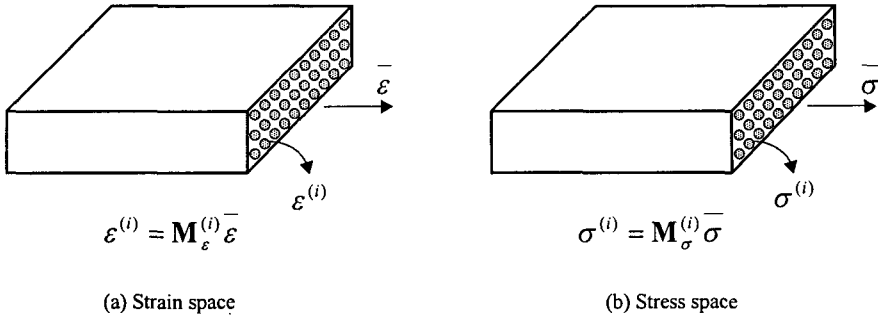


Fig. 9 Magnification matrices to relate between global and local strain(or stress)

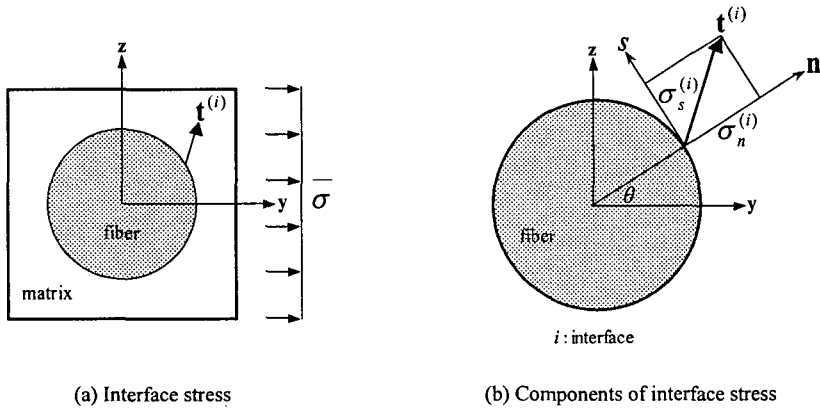


Fig. 10 Traction at the interface between fiber and matrix

요소에 따른 위상 평균은 식 (20)과 식 (21)과 같다.

$$\left[ \left( C^f - C^m \right)^{-1} \cdot \left( \bar{C} - C^m \right) \right] / V_f \quad (\text{fiber}) \quad (20)$$

$$\left[ \left( C^m - C^f \right)^{-1} \cdot \left( \bar{C} - C^f \right) \right] / (1 - V_f) \quad (\text{matrix}) \quad (21)$$

### 3. 검증 및 결과

#### 3.1 MFEM에서의 경계조건의 검증

단위 셀이 반복적으로 구성되는 복합재료에 MFEM의 적용 및 경계조건의 타당성을 검토하기 위해 단위 셀과 다중 셀(multi-cell)의 변형률

결과를 비교하였다. 두 경우의 경계조건과 하중조건은 Table 1의 네 번째 조건(횡 방향 전단)과 같으며  $\bar{\epsilon}_{yz}$ 의 결과를 비교하였다. 단위 셀과 다중 셀의 두 경우 모두 셀이 반복되는 무한 상태(infinite state)를 표현한다.

Fig. 11과 Fig. 12는 각각 사각 배열과 육각 배열에서의 단위 및 다중 셀에서의 전단 변형률,  $\bar{\epsilon}_{yz}$ 의 결과를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 단위 셀과 다중 셀의 결과는 잘 일치하며, 따라서 2절에서 정의한 MFEM에서의 경계조건은 다중 셀의 거동을 표현하기에 타당한 경계조건임을 알 수 있다.

#### 3.2 복합재료 물성치 증가화

검증된 MFEM을 이용하여 2.2에서 서술한 방법으로 단위 셀에서의 증가화된 물성치를



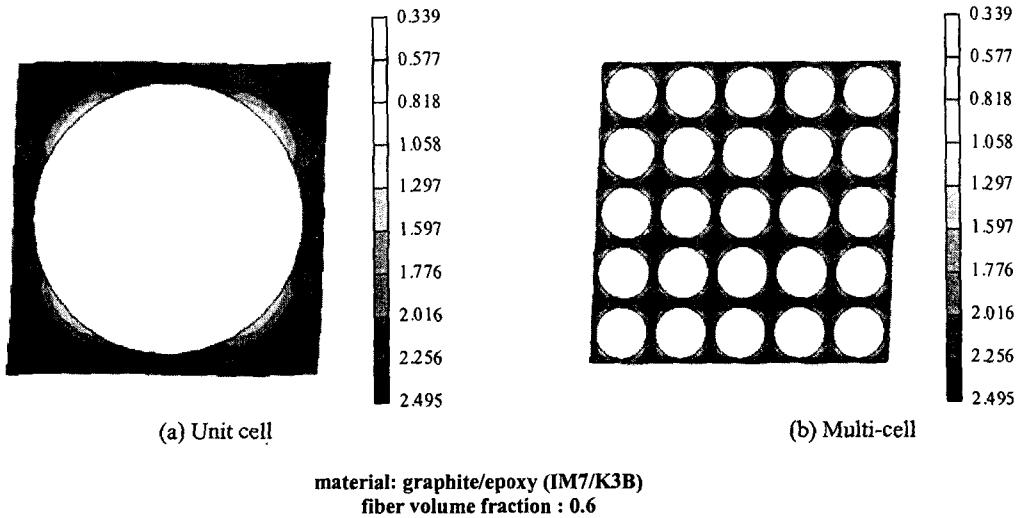


Fig. 11 Comparison of  $\bar{\epsilon}_{yz}$  in unit and multi cells to verify the boundary condition for calculating effective stiffness matrix and strain magnification matrix (square-packed array)

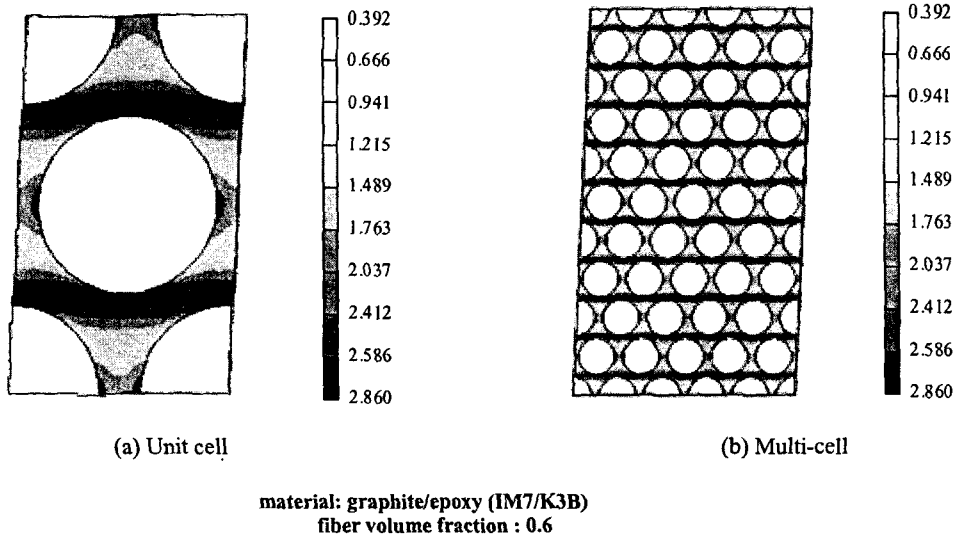


Fig. 12 Comparison of  $\bar{\epsilon}_{yz}$  in unit and multi cells to verify the boundary condition for calculating effective stiffness matrix and strain magnification matrix (hexagonal-packed array)

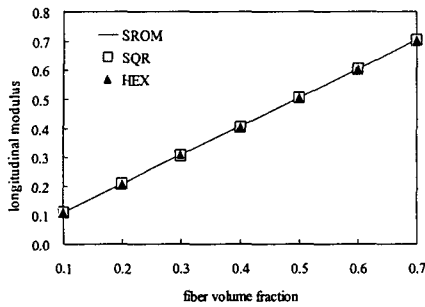
구하였고, 또한 혼합 법칙에 의한 이론적인 물성치를 구하여 이를 서로 비교하였다. 사각 배열과 육각 배열에서 섬유 체적비를 0.1 ~ 0.7 까지 0.1 씩 증가시켜 각 물성치 성분을 계산하였다. 이 때 사용한 복합재료는 IM7/K3B(graphite/epoxy)이며 섬유와 기지의 물성치 값을 Table 3 에 나타내었다.

Fig. 13 에서 보듯이  $E_{11}$  및  $\nu_{12}$  는 SROM 의 결과와 일치하며,  $E_{22}$ ,  $G_{12}$  는 Hyer 에 의해 제안된

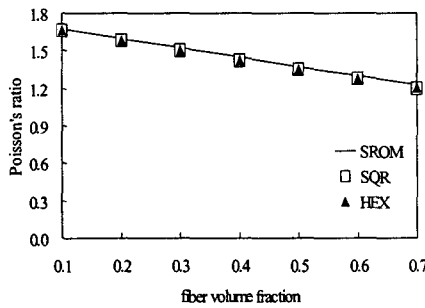
MROM 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 13 의 모든 그래프에서 x 축은 섬유 체적비를 의미하며 y 축은 무차원화된 물성치를 나타낸다.

### 3.3 변형을 집중 행렬

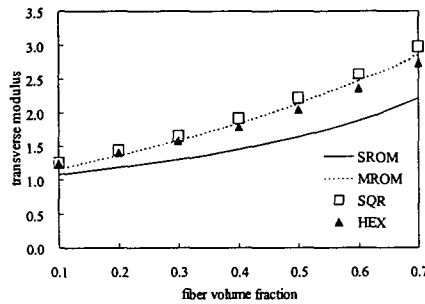
MFEM 으로부터 2.3.1 절에서 지정된 위치에서의 변형을 집중 행렬을 계산하였으며 이를 이론적인



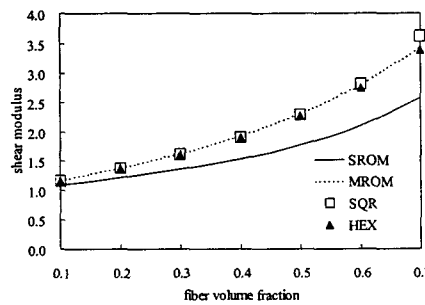
(a) Longitudinal elastic modulus ( $E_{11} / E_1^f$ )



(b) Major Poisson's ratio ( $\nu_{12} / \nu_{12}^f$ )



(c) Transverse elastic modulus ( $E_{22} / E^m$ )



(d) Shear modulus ( $G_{12} / G^m$ )

Fig. 13 Comparison of the normalized effective material properties of IM7/K3B resulting from numerical analysis and rules-of-mixtures with respect to fiber volume fraction

Table 3 Material properties of IM7/K3B

Material Property	Composites	Fiber (IM7)	Matrix (K3B)
$E_{11}$ (GPa)	183	303	3.31
$E_{22} = E_{33}$ (GPa)	8.53	15.2	3.31
$G_{12}$ (GPa)	3.44	9.65	1.23
$\nu_{12}$	0.26	0.2	0.35
$\nu_{23}$	0.33	0.2	0.35

위상 평균 값과 비교하였다. Fig. 14 와 15 는 각각 섬유와 기지에서 변형을 집중 행렬의 성분들을 보여주고 있다. 이 때 섬유의 체적비는 0.6 이며 재료는 검증시 사용했던 IM7/K3B 이다. 섬유방향의 변형을 집중 행렬 성분,  $M_{\epsilon_{11}}^{(i)}$  은 재료에 관계없이 모두 1 이므로 그림에는 횡 방향 성분 및 전단 성분만을 도시하였다.

두 그림에서 보듯이 섬유와 기지에서 값이 재료의 불연속성에 의해 다르게 나타나며 섬유에서 보다는 기지에서 값이 더 크다. 이는 동일 하중 하에서 기지의 물성치가 섬유에 비해 상대적으로 작으므로 보다 큰 변형률이 존재하기 때문이다. 그러나 변형을 집중 행렬로부터 응력집중의 정량적 평가는 불가능하므로 아래에 응력 집중 행렬과 경계면에서의 응력 집중 행렬의 성분 값을 분석함으로써 복합재료의 미시적 거동을 정확히 평가할 수 있다. 또한 그림에서 보듯이 전단 거동의 경우 배열에 따라 결과의 경향이 달라짐을 알 수 있다. 이는 불규칙하게 배열되는 실제 복합재료의 거동을 해석함에 있어 배열에 대한 고려가 중요함을 보여주고 있다. 한편 결과에서 보듯이 위상 평균을 이용한 복합재료의 미시적 평가는 거동을 과소 평가할 수 있으므로 보다 세밀한 평가가 필요하다.

3.4 응력 집중 행렬

위에서 구해진 변형을 집중 행렬과 식 (16)으로 부터 재료에 따른 응력 집중 행렬이 구해졌고 이의 성분들 중 횡 방향 성분과 전단 성분을 Fig. 16 와 17 에 도시하였다. 응력 집중 행렬의 경우 실제 복합재료 내에 나타나는 응력 집중을 정량적으로

표현할 수 있다. 응력 집중 행렬 성분 중 섬유방향의 성분,  $M_{\sigma 11}^{(i)}$  는 섬유와 기지에서 각각 1.66, 0.20 의 값을 보였다. 섬유에서 큰 값이 나타나는 것은 일정한 변위 하중 하에 있는 복합재료에 변형률 적합조건(strain compatibility)이 고려되어 강성이 높은 재료에 더욱 큰 응력이 분포하기 때문이다.

Fig. 16 와 17 에서 나타나듯이 배열과 재료에 따라 응력 집중의 최대 값이 약 1.20 에서 1.65 사이에서 분포한다. 이는 단축 하중이 작용하였을 때 복합재료에 나타나는 응력 집중의 최대 값을 의미하며 2 축 이상의 복합 하중이 가해졌을 경우 이 결과들을 선형 중첩함으로써 복합재료에서의 최대 응력 집중 계수를 구할 수 있다.

한편 복합재료 내부에서 응력 집중 계수는 섬유/기지의 재료, 섬유의 배열 구조, 섬유간의 거리 등 여러 인자들에 의해 결정되며 불규칙하게 섬

유가 분포되어 있는 실제 복합재료의 미시적 거동 해석에서는 이러한 인자들이 다양하게 고려되어야 한다.

3.5 경계면에서의 응력 집중

실험을 이용하여 복합재료의 파손상태를 관찰하는 많은 연구들은 내부 결함 등을 무시할 경우 대부분의 초기 파손이 섬유와 기지의 경계면에서 시작함을 결과로 제시하고 있다. 따라서 경계면에서의 거동을 밝히는 연구는 복합재료 파손 연구에 필수적이다.

경계면에서의 응력 집중은 법선, 접선 및 전단 방향의 분력 성분으로 표현이 가능하며 따라서 응력 집중 행렬,  $M_{int}$  은  $3 \times 6$  의 구성을 갖는다.

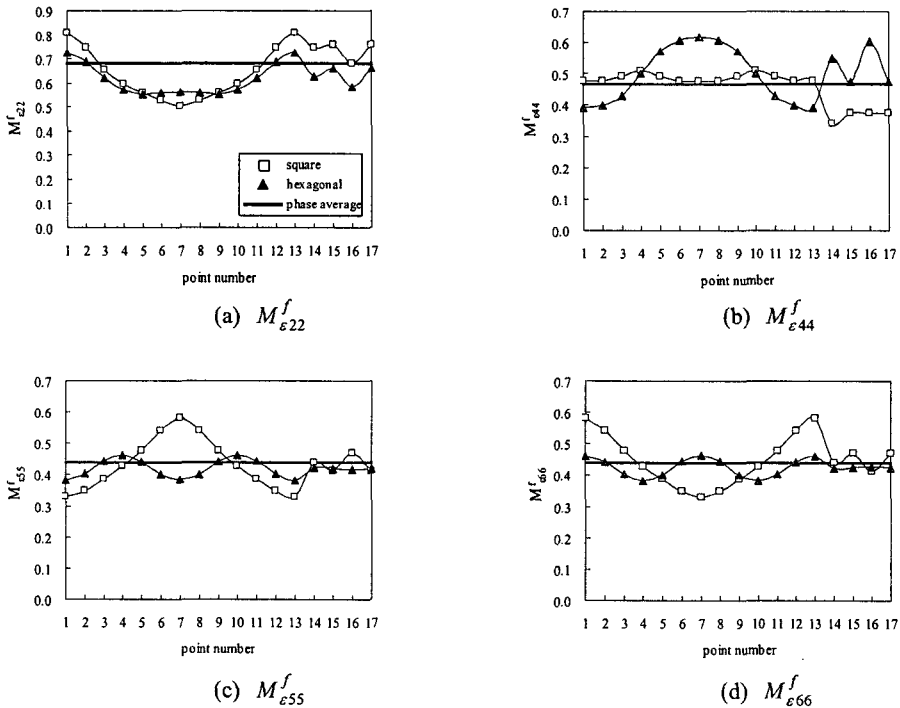


Fig. 14 Components of strain magnification matrix at the selected points of fiber resulting from numerical analysis and phase average theory (fiber volume ratio : 0.6)

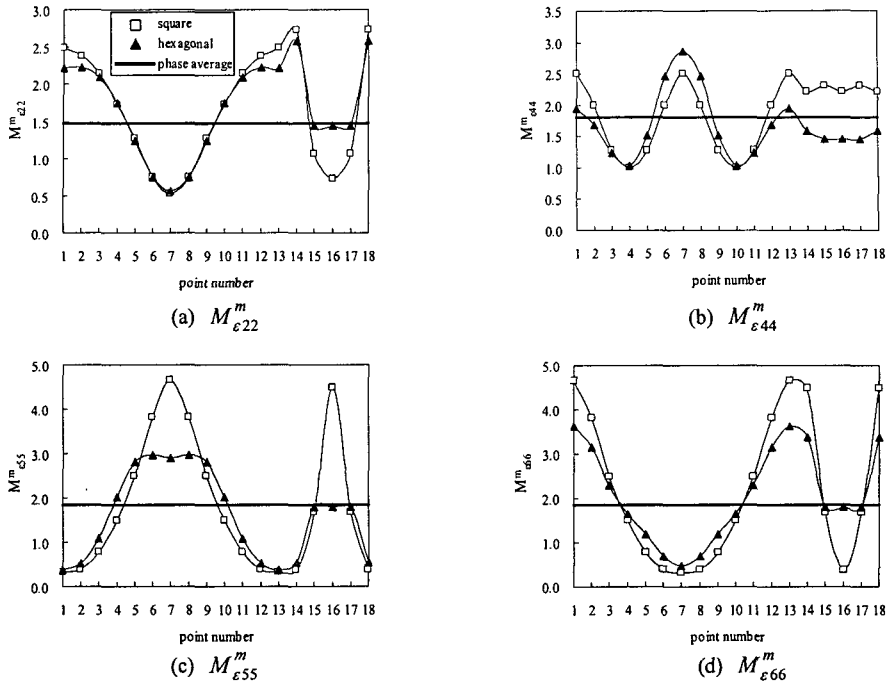


Fig. 15 Components of strain magnification matrix at the selected points of matrix resulting from numerical analysis and phase average theory (fiber volume ratio : 0.6)

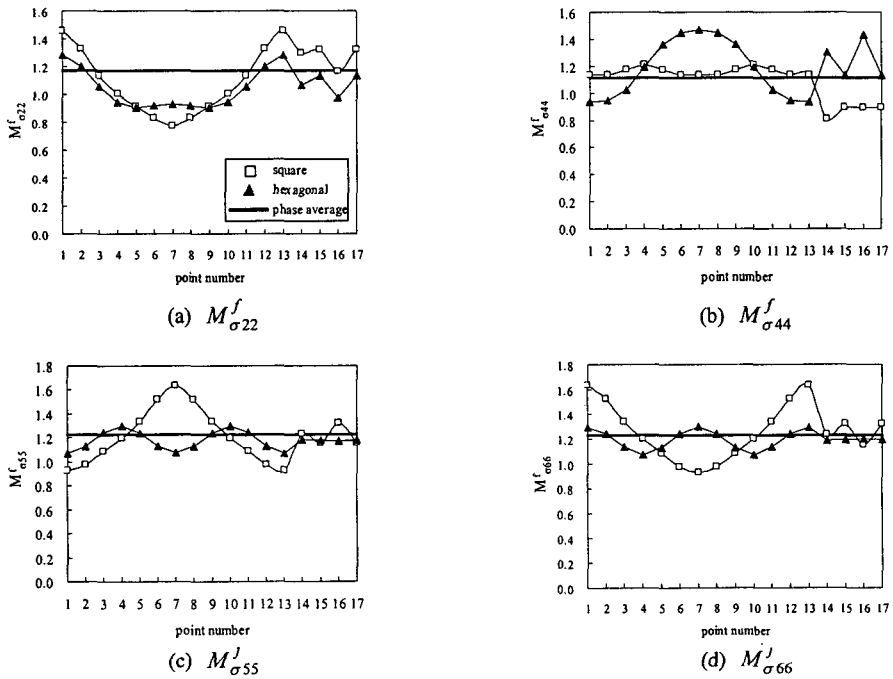


Fig. 16 Components of stress magnification matrix at the selected points of fiber resulting from numerical analysis and phase average theory (fiber volume ratio : 0.6)

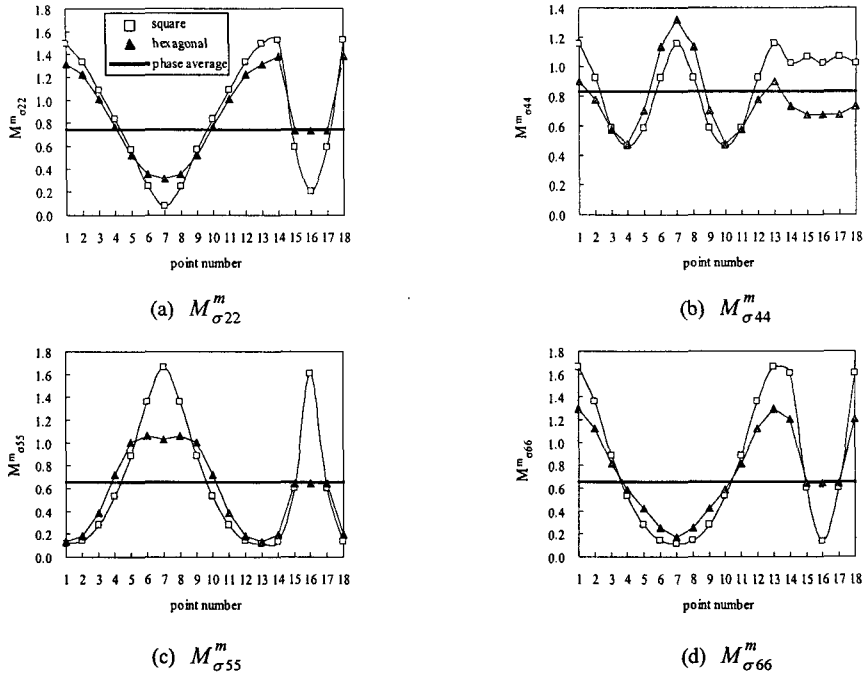


Fig. 17 Components of stress magnification matrix at the selected points of matrix resulting from numerical analysis and phase average theory (fiber volume ratio : 0.6)

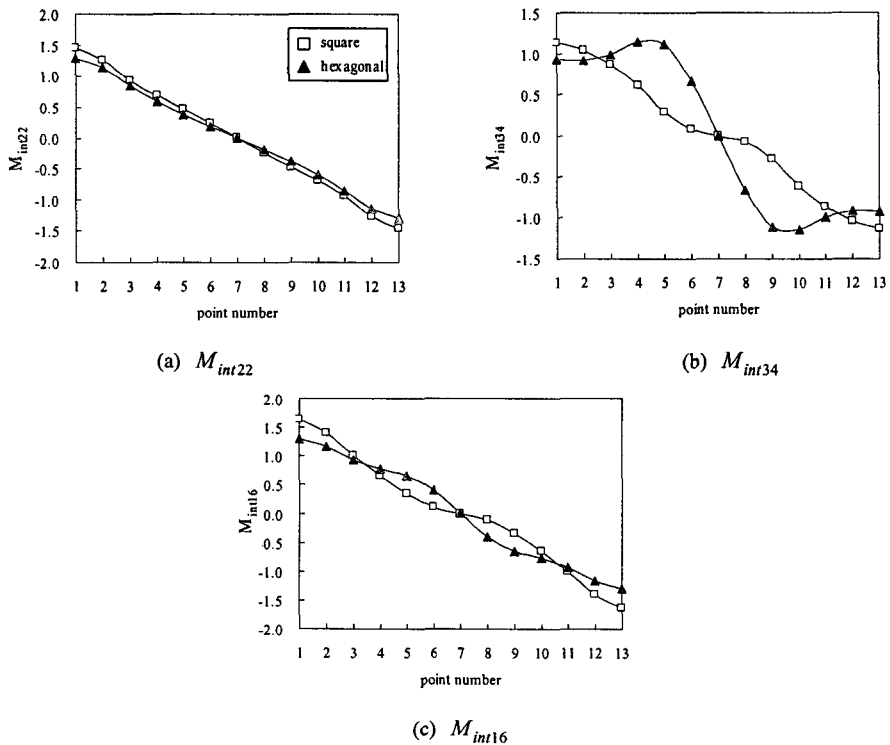


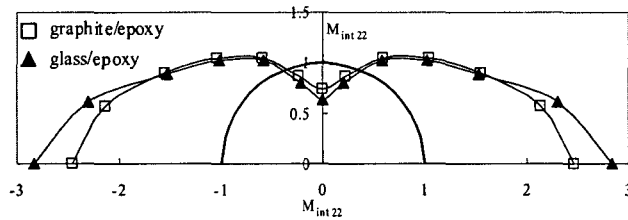
Fig. 18 Components of interface stress magnification matrix from numerical analysis (fiber volume ratio : 0.6)

이러한 성분들 중 Fig. 18 은 배열에 따라 횡 방향 단위 하중에 따른 법선 방향 응력 집중 계수,  $M_{int22}$ , 면내 전단 하중(in-plane shear loading)에 의한 접선 방향 응력 집중 계수,  $M_{int34}$ , 및 면외 전단 하중(out-of-plane shear loading)에 의한 전단 방향 응력 집중 계수,  $M_{int16}$  의 분포를 보여주고 있다. 이 때 섬유 체적비는 0.6 이다. 결과 그래프에서 알 수 있듯이 법선 및 전단 방향의 응력 집중 계수 최대 값은 육각 배열에 비해 사각 배열에서 크며 접선 방향의 성분은 육각배열에서 큰 값을 보인다. 이의 결과는 사각 배열의 경우 강성이

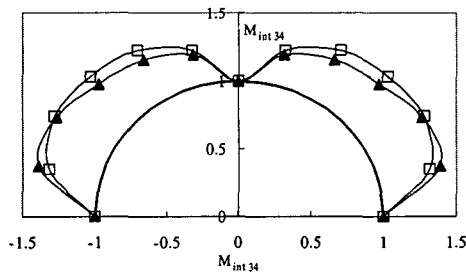
큰 섬유가 평행하게 위치하므로 법선 및 전단 방향의 응력의 흐름을 쉽게 전달하며, 육각 배열의 경우 섬유가  $60^\circ$  의 각도로 자리함으로써 접선 방향의 응력의 흐름에 영향을 미치기 때문이다.

3.6 재료에 따른 경계면에서의 응력 집중

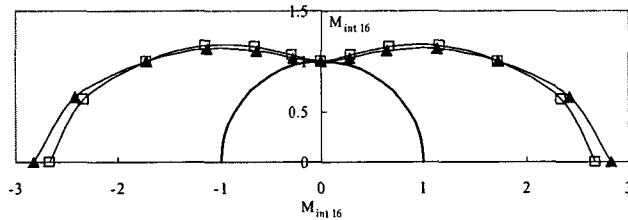
위의 방법을 이용하여 서로 다른 섬유로 구성된 두 가지 복합재료에서의 경계면 응력 집중을 살펴보았다. 고려된 복합재료의 섬유는 각각 탄소 섬유(graphite)와 유리섬유(glass)이며 기지는 모두 에폭시로 구성되었다.



(a)  $M_{int22}$



(b)  $M_{int34}$



(c)  $M_{int16}$

Fig. 19 Distribution of interfacial stresses magnifications according to the fiber materials of composites under transversely unidirectional loading (fiber volume ratio : 0.6)

**Table 4** Material properties of Glass/Epoxy

Material Property	Composites	Fiber (glass)	Matrix (epoxy)
$E_{11}$ (GPa)	52.8	85.8	3.31
$E_{22} = E_{33}$ (GPa)	52.8	85.8	3.31
$G_{12}$ (GPa)	4.73	35.7	1.23
$\nu_{12}$	0.26	0.2	0.35
$\nu_{23}$	0.26	0.2	0.35

**Table 5** Maximum interfacial stresses of various composites

Composites	Normal	Tangential	Shear
Graphite/Epoxy	2.46	1.31	2.66
Glass/Epoxy	2.83	1.39	2.82

탄소섬유/에폭시의 물성치는 Table 3 과 같으며, 유리섬유/에폭시의 물성치는 Table 4 에 나타내었다.

계산된 경계면 응력 집중 계수의 성분은 횡 방향 단위 변위가 가해질 때 법선, 접선 및 전단 방향의 성분이며 이 때 섬유 체적비는 0.6 이다. 경계면을 따른 응력 집중의 결과를 Fig. 19 에 도시하였다. 그래프에서 보듯이 탄소섬유/에폭시의 복합재료의 경우 응력 집중 계수의 법선, 접선 및 전단 성분의 최대 값은 각각 2.46, 1.31 및 2.66 이며 유리섬유/에폭시의 경우 각각 2.83, 1.39 및 2.82 이다. 이의 결과를 Table 5 에 정리하였다.

결과로부터 관련 성분의 섬유와 기지의 강성의 비가 상대적으로 큰 유리섬유의 경우-섬유의 횡방향 강성은 경계면 법선 응력, 면외 전단 강성은 접선 응력, 그리고 면내 전단 강성은 축방향 전단 응력의 집중에 각각 영향을 주게 됨-경계면에서의 응력 집중은 크게 나타난다. 따라서 재료의 특성치 중 하나인 강도와는 별도로 섬유와 기지의 강성 비가 복합재료 경계면의 파손에 영향을 줄 수 있음을 추론할 수 있다.

4. 결 론

본 연구를 통해 복합재료의 미시적 거동의 해석을 위한 방법론이 제시되었으며 복합재료 내부

에서의 역학적 거동이 세부적으로 계산되었다. 본 논문의 결론은 다음과 같다.

(1) 변형률/응력 집중 행렬을 이용하여 복합재료의 미시적 거동을 계산하였으며 이를 위상평균과 비교하여 복합재료 내부의 역학적 거동에 대한 보다 정밀한 해석 방법을 보였다.

(2) 복합재료의 섬유와 기지의 경계면에서의 응력 집중 계수를 제시하였고 이로부터 섬유/기지 경계면에서의 응력 집중을 계산하였다. 이는 복합재료의 섬유/기지 경계면의 해석에 유용한 결과를 제공할 수 있다.

(3) 섬유의 재료를 탄소섬유와 유리섬유로 하여 섬유 재료에 따른 경계면의 응력 집중을 계산하여 그 결과를 제시하였다. 결과로부터 섬유/기지의 강성비가 상대적으로 큰 유리섬유/에폭시 복합재료에서 경계면 응력집중이 커짐을 알 수 있었다.

본 논문을 통해 2 가지 이상의 재료로 구성되는 복합재료 구조물의 미시적 거동의 해석을 보다 손쉽게 수행할 수 있는 방법이 제시되었으며, 이후 본 연구에서 제시된 연구 방법은 이상화된 복합재료와 같이 재료의 반복성을 갖는 구조물뿐만 아니라 보강재 (stiffener)가 삽입되어 있는 LNG 탱크 등과 같이 형상의 반복성을 가져 강성을 등가화시킬 수 있는 반복 구조물의 세부적인 해석에도 발전, 적용시킬 수 있다.

후 기

본 논문은 2002 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Hashin, Z. and Rosen, B. W., 1964, "The Elastic Moduli of Fiber-Reinforced Materials," *Journal of Appl. Mech.* 21, pp. 223~232.
- (2) Jones, F. R., 1990, "Micromechanics and Properties of Fiber Composites," *Composite Materials in Aircraft Structures*, pp. 69~92.
- (3) King, T. R., Blacketter, D. M., Walrath, D. E. and Adams, D. F., 1992, "Micromechanics Prediction of the Shear Strength of Carbon Fiber/Epoxy Matrix Composites: The Influence of the Matrix and Interface Strengths," *Journal of Composites Materials*, Vol. 26, pp. 558~573.
- (4) Laird II, G and Kennedy, T. C., 1995, "Micromechanics of Composite Materials under Compressive Loading," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 51 No. 3, pp. 417~430.

- (5) Brett A. Bednarczyk, Steven M. Arnold, 2001, "Micromechanics-Based Deformation and Failure Prediction for Longitudinally Reinforced Titanium Composites," *Composites Science and Technology* 61, pp. 705~729.
- (6) Brinson, L. C. and Lin, W. S., 1998, "Comparison of Micromechanics Methods for Effective Properties of Multiphase Viscoelastic Composites," *Composite Structures* 41, pp. 353~367.
- (7) Caiazzo, A. A. and Costanzo, F., 2000, "On The Effective Elastic Properties of Composites with Evolving Microcracking," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 19 No. 2, pp. 152~163.
- (8) Eason, T. G. and Ochoa, O. O., 2001, "Material Behavior of Structural Reaction Injection Molded Composites under Thermomechanical Loading," *Journal of Composite Materials*, Vol. 34 No. 5, pp. 411~432.
- (9) Huiyu Sun, Shenglin Di, Nong Zhang, Changchun Wu, 2001, "Micromechanics of Composite Materials Using Multivariable Finite Element Method and Homogenization Theory," *International Journal of Solids and Structures* 38, pp. 3007~3020.
- (10) Kwon, Y. W. and Berner, J. M., 1995, "Micro-Mechanics Model for Damage and Failure Analyses of Laminated Fibrous Composites," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52 No. 2, pp. 231~242.
- (11) Kwon, Y. W. and Liu, C. T., 1997, "Study of Damage Evolution in Composites Using Damage Mechanics and Micromechanics," *Composite Structures*, Vol. 38 No. 1-4, pp. 133~139.
- (12) Meske, R. and Schnack, E., 2001, "A Micromechanical Model for X-Ray Stress Analysis of Fiber Reinforced Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 35 No. 11, pp. 972~998.
- (13) Jacques Lamon, 2001, "A Micromechanics-Based Approach to the Mechanical Behavior of Brittle-Matrix Composites," *Composites Science and Technology* 61, pp. 2259~2272.
- (14) Stephen W. Tasi, H. Thomas Hahn, 1980, "Introduction to Composite Materials," *Technomic Publishing Co., Inc.*
- (15) Hyer, M. W. and Waas, A. M., 1999, "Micromechanics of Linear Elastic Continuous Fiber Composites," *Wcb/Mcgraw-Hill, New York*, pp. 345~375.