

신발패턴의 3차원 설계를 위한 곡면의 평면전개에 관한 연구

송성재*, 김성환**

A Study on Surface Flattening for 3 Dimensional Shoe Pattern Design

Song, S. J.* and Kim, S. H.**

ABSTRACT

In this paper, a method for generating the planar developments of three-dimensional shoe upper surfaces is proposed. This method is based on the optimization technique minimizing the geometric error occurred on the developed planar surface. Additionally, a rapid mapping algorithm to transform a curve on flattened plane to original surface (or vice versa) is proposed. These techniques are implemented on the 2D/3D integrated shoe design system. Using this system, a prototype running shoe can be designed more precisely and can be manufactured more quickly.

Key words : Surface flattening, Rapid curve mapping, Shoe design system

1. 서 론

국내 및 국제사회에서의 경쟁이 점점 치열해짐에 따라 각 기업들은 보다 고품질의 신제품을 보다 빨리 시장에 내놓아 경쟁력을 유지하려 노력하고 있다. 특히 이러한 제품 개발 과정에서 설계 과정은 많은 시간이 소요되고 또 제품의 결과에 막대한 영향을 끼치므로 빠르고 오류 없는 설계진행은 제품의 품질을 결정하는 중요한 문제이며 전체 경쟁력을 좌우하는 열쇠가 되고 있다. 이러한 설계과정을 효율적으로 지원하기 위해 최근 거의 전 제품 영역에 컴퓨터를 이용한 설계(CAD) 도구가 광범위하게 사용되고 있다^[1].

현재 신발 분야는 디자인의 참신성과 탁월한 기능성 등이 제품의 주요 경쟁 요소가 되고 있고 특히 다양한 발의 패턴에 대응하는 여러 규격의 제품이 동시에 공급되어야 하므로 신발의 설계과정은 디자인, 기능성 및 다양성과 더불어 납기를 단축시켜야 하는 어려움을 가지고 있다. 이러한 신발 특히 운동화는 크게 두 부분으로 나눌 수 있는데 신발의 윗부분을 이루어 발등을 감싸는 갑피와 바닥을 이루는 신발창(sole)이다. 여기서 갑피는 주로 평면 원단에 디자인된 패턴을 재단하여 제봉함으로써 만들어지고 신발창은 주로 고

무질감의 합성수지를 금형에 사출하여 만들어진다. 이러한 특성 때문에 신발창은 처음부터 3차원 부품으로 3차원 CAD 프로그램 내에서 설계되어 금형설계로 이어지는 과정을 밟게 되나, 갑피는 2차원 CAD 프로그램에 의해 순수한 2차원 도형으로 설계되어 결국 재봉에 의해 3차원 곡면을 이루게 된다. 따라서 갑피 설계자는 2차원 패턴을 어떻게 만들면 원하는 3차원 곡면에 가장 잘 들어맞게 되는지에 대한 경험과 예측을 가지고 직관적으로 설계하게 되며 이를 시험적으로 재단하여 표준 발모양 보형인 신발골(last 혹은 화형)에 올려놓아 모양이 잘 나오는지, 재봉선이 맞는지, 뒤돌리는 곳은 없는지 등을 점검하고 문제가 있으면 패턴을 수정하는 과정을 반복하게 된다. Fig. 1에 신발골의 예를 보였다.

평면에서 설계하는 패턴이 신발골의 어느 부분을 이룰 것인지를 가늠하기 위해 갑피 설계자는 통상 신발골의 외형곡면을 가장 근사한 평면으로 옮겨 놓은 표준본(shell)을 먼저 만들어 놓고 이를 기준하여 2차



Fig. 1. Shoe last.

*원주대학 동력기계과
**서울산업대학교 기계설계자동화공학부
- 논문투고일: 2004. 05. 10
- 심사완료일: 2004. 07. 19

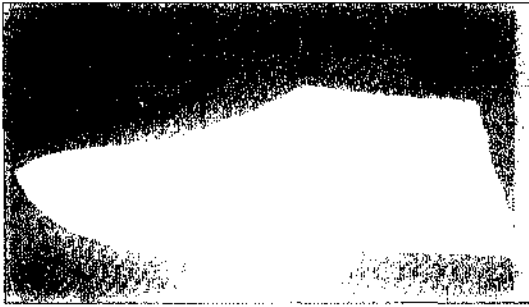


Fig. 2. Example of lateral shell.

원에서 노형작업을 한다. 따라서 사용되는 표준본은 전체 갑피의 형상 정확도를 좌우하게 되므로 매우 중요한 역할을 한다. 그런데 지금까지 현장에서 이 표준본의 생성은 모두 수작업에 의해 이루어졌다. 여기에는 몇 가지 방식이 있으나 공통적으로 신발골에 종이를 내고 탁본을 떠서 만든다. 이는 숙련된 작업자에 의해 많은 시간이 소요되는 작업이며 또한 약간의 부주의로 쉽게 오차가 발생할 수 있는 작업이다. 이렇게 종이로 된 물리적 표준본이 얻어지면 작업자는 표준본의 경계를 디지털타이징(digitizing)하여 CAD 시스템으로 형상을 입력하고 이를 바탕으로 컴퓨터에서 패턴을 설계하게 된다. Fig. 2는 신발골의 바깥면(lateral surface)에 대한 종이 표준본의 예이다.

이와 같은 갑피 설계 과정의 문제점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 첫째로, 신발골의 CAD 곡면 모델이 있을 때 이에 가장 적합한 표준본을 구하기 위해 곡면을 근사 평면화(plane development)하는 수학적 방법에 대해 기술한다. 이러한 기법은 점차 다양해지는 신발골에 대해 정확한 표준본을 빠른 시간 내에 제공해 줄 수 있다. 귀찮이나 절단의 고려는 복잡한 곡면 전개에 있어 꼭 필요한 것이지만, 본 연구의 갑피 전개는 표준본을 만드는 종래의 수동방법이 절단을 이용하지 않으므로 절단이 필요하지 않다는 것이 경험적으로 인정되고 있으며 현장 설계자의 경험을 존중, 활용한다는 측면에서 절단을 고려하지 않았다.

둘째로, 2차원과 3차원간의 대응 곡선을 신속하게 찾아내는 알고리즘에 대해서 논의한다. 즉 표준본이 결정되면 신발골의 3차원 곡면과 평면 표준본의 2차원 영역은 서로 대응 공간이 되어 어느 한쪽에 곡선이 존재하게 되면 이는 항상 상대 쪽에 가장 잘 대응되는 곡선을 갖게 된다. 이러한 대응 곡선은 근사 평면화의 결과를 바탕으로 자동으로 수행될 수 있다. 이 기능을 기반으로 설계자가 평면에 패턴을 디자인하고 대화식으로 3차원 신발골에 대응 패턴을 생성시켜 확인함으

로서 최초 설계시 신속하게 패턴의 정확도를 향상시키는데 기여할 수 있다.

한편 이러한 기능을 지원하는 갑피 설계 시스템은 2차원과 3차원을 통합하는 결과를 낳게 되어 패턴의 정확도 향상 뿐 아니라 별도로 3차원 설계되는 신발창과 화면에서 미리 맞추어 볼 수 있음으로 통합 환경에서의 연관 설계를 실현할 수 있고 갑피가 완성되었을 때의 CAD 모델을 미리 만들어 볼 수 있으므로 샘플 제작 없이 의견 교환 및 디자인의 심미적 평가용 자료로 활용 할 수 있고 사출 제작되어 갑피 부분에 부착되는 장식용 부속품 설계의 기초 형상으로 활용될 수 있는 등의 이점을 추가로 갖는다.

2. 관련 연구

주어진 곡면을 근사 평면으로 펼치는 작업(plane development)은 평면 형상의 원재료로 곡면의 제품을 구성해야 하는 신발 및 의류 등의 설계 문제와 평면 텍스처(texture)를 곡면에 맵핑해야 하는 분야 등에서 연구되었다. 곡면이 오차없이 평면으로 펼쳐질 수 있을 때 이를 평면화가 가능한 곡면(developable surface)^[2]이라고 하는데 곡면의 모든 곳에서 가우스 곡률이 0이면 이 성질이 만족되며 원뿔면(conical surface)이나 원통면(cylindrical surface) 등이 간단한 예이다. 하지만 대부분의 일반적인 곡면은 양쪽 곡률 방향으로도 곡률(doubly curved surface)을 가지며 이를 평면으로 만들거나 하면 어느 부분에서는 찢어지고 어느 부분에서는 접히게 된다. 따라서 이를 평면으로 만든다면 두개의 면 사이에는 오차를 가질 수밖에 없는데, 이와 같은 평면을 만드는 방식은 곡면의 형상과 대상 재료에 따라 다르므로 다양한 평면 전개 방법이 연구되었다.

Shimada and Tada^[3]은 곡면의 탄성을 가정하고 평면 전개 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 본 연구와 같이 섬유 재질을 전개하는 경우에는 재질의 탄성에 관한 가정을 적용하기 곤란하다. Parida and Mudur^[4]는 복잡한 곡면 전개를 위하여 근사적인 평면을 먼저 구하고 방향구속 조건을 만족하도록 접침이나 절단을 재배치하는 방법을 제시하였다. 그리고 전개하려는 곡면을 평면화가 가능한 여러 개의 무속 곡면의 합이 되도록 근사적으로 표현하는 연구^[5]가 있다. 이 방법은 인접한 부속 곡면간의 경계선에 연속성의 제한을 갖는다.

3차원 곡면과 펼친 곡면 사이의 오차를 정의하고 오차의 최소화 형상을 결정하는 방법에 따라 크게 다음

의 세 가지로 분류할 수 있다. 하나는 기하학적 방법을 사용하는 것^[8-10], 다른 하나는 스프링-질량의 동적 에너지(dynamic energy) 모델을 사용하는 것^[11,12], 그리고 형상 오차의 최적화 방법을 사용하는 것이다^[13,14].

기하학적 방법은 곡면을 평면 다각형의 집합인 facet 모델로 근사시키고 곡률 등의 곡면 특성을 파악한 뒤 개개의 facet을 평면으로 옮기며 오차가 적은 형상변화를 찾아 평면을 찾는 방법이다. 이 방법은 직관적이지만 전체적인 최적 형상을 찾기 어렵고 형상 결정을 위한 오차 범위의 객관적 승인 지표가 없어 최적 형상의 정의가 모호한 면이 있다.

동적 에너지 모델 방법은 facet 모델의 노드점(node)를 질량, 간선(edge)을 스프링으로 생각하여 2차원으로 옮겼을 때 발생한 길이변화에 의해 운동이 발생하고 시간에 따른 형상변화 중 시스템에 축적된 스트레인 에너지가 최저가 되는 순간을 최적 형상으로 삼는 방법이다. 그러나 이 방법은 일정 방향으로 수렴하는 것이 아니라 반복 진동하는 중에 최적 형상을 집어내야 하는 난점이 있으며, 이때 최적 위치를 결정하기 위해서는 미분 방정식의 시간 증분량을 충분히 작게 해야 하므로 계산량이 많아질 수 있고 형상의 결침이 발생하는 문제점이 있다.

형상 오차의 최소화 방법은 오차를 정의하고 이를 최소화하는 최적화 기법을 사용하는 수치해석적 방법으로 대체로 적절한 형상을 얻을 수 있으나 해에 대한 직관적 통제력이 상대적으로 부족하다는 단점이 있다.

본 연구는 상용화를 목표로 하는 2차원 및 3차원 통합 신발 설계 프로그램 개발의 일환으로 운동화 갑피설계에 관하여 진행된 것으로서 안정된 수렴성이 필수적이므로 평면 전개에 관해서는 형상 오차 최소화 방법을 채택하였고 이를 통해 시스템의 안정성을 꾀하였다. 종래의 갑피설계 경험으로부터 평면 전개를 위한 접단을 고려하지 않았다.

또한 기존의 연구들은 주로 최적의 표준본을 결정하는 것으로 한정되어 있으나 본 연구에서는 곡면의 근사 평면이 얻어졌을 때 곡면 위의 곡선과 펼쳐진 평면 위 곡선 간의 상호변환 기능을 구현하여 대화식으로 최적의 패턴 설계를 지원하는 신발 전용 설계시스템 개발의 토대를 구축하였다.

3. 곡면의 펼침 알고리즘

3.1 기본 개념과 계산 방법

양쪽 파라미터 방향으로 곡률을 가지는 일반적인 곡면에 대해 곡면 펼치기를 행하여 최적으로 대응되

는 근사 평면을 얻으려면 필연적으로 곡면의 일부는 찢어지고 일부는 겹쳐져야 한다. 즉 오차가 발생하게 되는데 이 오차를 적절히 정의하여 정의된 오차가 최소인 평면을 구하면 이것이 가장 근사적인 평면이 될 것이다. 이 오차를 정량적으로 표현하기 위하여 본 연구에서는 다른 연구들과 마찬가지로 일단 곡면을 삼각형 facet 모델로 만든다. Fig. 3과 Fig. 4는 토러스면(toroidal surface)에 대한 facet 모델과 신발골의 바깥면에 대한 facet 모델의 예를 보여주고 있다. 이는 일종의 메시(mesh) 모델로 간주될 수 있다.

일단 곡면의 facet 모델이 얻어지면 이를 펼친 평면을 얻기 위해 곡면을 이루는 삼각형들을 그 연결 관계(topology)를 유지하면서 하나씩 평면으로 옮길 수 있다. 하지만 평면화가 가능하지 않은 일반적 곡면의 경우 연결 관계가 유지되도록 하기 위해서는 반드시 삼각형들의 변형이 동반되어야 한다. 이에 관한 간단한 예를 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 5에서 좌측의 3차원 메시가 우측의 2차원 형상으로 대응되고 있는데 삼각형이 모두 2차원 평면에 놓여지기 위해서는 대응 삼각형이 크기가 바뀌거나 형상이 비틀리는 등의 변형이 있어야 한다. 본 연구에서

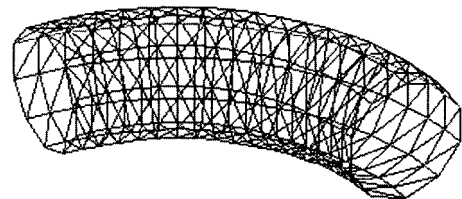


Fig. 3. Facet model of toroidal surface.

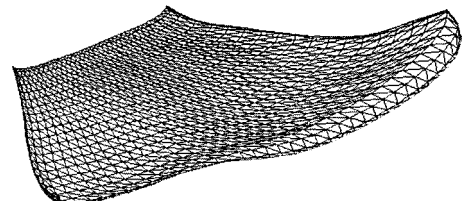


Fig. 4. Facet model of lateral surface.

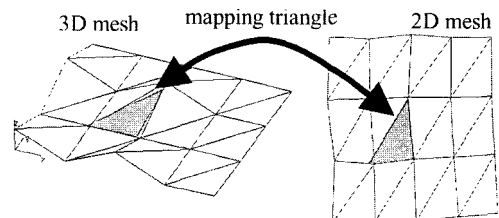


Fig. 5. Mapping of mesh.

는 삼각형의 변형 오류로 발생하는 대응 모서리간의 길이 차이와 대응 삼각형간의 면적 차이의 합을 평면형상의 오차로 간주한다. 모서리의 길이 오차를 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$E_i = (x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2 - L_i^2 \quad (1)$$

여기서 i 는 모서리의 번호이며 (x_p, y_p) 및 (x_q, y_q) 는 2차원에서 이 모서리의 양 끝점 좌표이고 L_i 는 3차원에서 모서리의 길이이다. 한편 삼각형의 면적 오차를 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$T_j = (x_q - x_p)(y_r - y_p) - (x_r - x_p)(y_q - y_p) - 2S_j \quad (2)$$

위 식에서 j 는 삼각형의 번호이고 (x_p, y_p) , (x_q, y_q) 및 (x_r, y_r) 은 2차원에서 해당 삼각형의 세 꼭지점의 좌표이며 S_j 는 3차원에서의 삼각형 넓이다. 또한 우변의 $(x_q - x_p)(y_r - y_p) - (x_r - x_p)(y_q - y_p)$ 는 겹침이 발생할 경우에 음수로 나타나 면적오차를 증폭시킴으로서 겹침 현상을 견제하는 효과를 갖는다.

이제 전체 오차는 이들 제곱의 합이 되며 다음과 같다.

$$Error = w_E \cdot \sum_{i=1}^{n_e} E_i^2 + w_T \cdot \sum_{j=1}^{n_t} T_j^2 \quad (3)$$

여기서 n_e 는 모서리의 개수이며 n_t 는 삼각형의 개수이다. 그리고 w_E 및 w_T 는 각각 모서리와 삼각형의 가중치에 해당한다. 이 가중치가 클수록 해당 오차가 전체 오차에 미치는 영향이 커지게 되므로 위배되지 않는 방향으로 해가 얻어지게 된다. 따라서 이 두개의 비율로 모서리 길이와 삼각형 면적의 중요도를 조절할 수 있는데 본 연구에서는 모두 1을 취하였다.

본 연구에서는 식 (3)을 최소화하는 각 점의 좌표, 즉 최적 해를 얻기 위해 최소 자승(least-square)방법¹⁵⁾을 사용하였다. 최소 자승 방법은 만족해야 할 방정식이 풀어내야 할 식의 개수보다 더 많아 과다 제한(over-constrained) 되었을 때 각 방정식의 오차의 제곱을 모두 합한 값을 최소로 하는 근사해를 구하는 방법이며 수렴성이 비교적 좋은 특성을 가지고 있다. 최소 자승법을 적용하기 위해 만족해야 할 방정식을 다음과 같이 정한다.

$$f_i = 0, \quad 1 < i \leq n_e + n_t$$

$$\text{이때 } f_i = \begin{cases} E_i, & i \leq n_e \\ T_{i-n_e+1}, & i > n_e \end{cases} \quad (4)$$

그리고 풀어내야 할 변수는 각 노드점의 좌표로 다음과 같이 표기할 수 있다. 여기서 n 은 노드점의 개수이다.

$$Q = \{x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n\} \quad (5)$$

한편 지금까지의 방정식 시스템은 길이 및 면적의 오차에 의해 각 노드점의 상대 위치만 제한하고 있을 뿐 전체 형상의 상하좌우 이동 및 회전에 관한 규제는 갖고 있지 않다. 따라서 다음과 같은 세 개의 방정식을 추가로 고려한다.

$$\begin{cases} f_{n_e+n_t+1} = x_k \cdot a = 0 \\ f_{n_e+n_t+2} = y_k \cdot b = 0 \\ f_{n_e+n_t+3} = x_k - x_{k+1} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

위 식에서 첫 번째와 두 번째는 임의의 노드점 (x_k, y_k) 에 대한 위치 고정 조건이고 세 번째는 회전 고정 조건이다.

이제 최소 자승 방법은 다음과 같이 진행된다. 우선 위의 시스템을 비선형 연립 방정식으로 간주하여 뉴턴-랩슨 반복법(Newton-Raphson iteration)으로 풀기 위해 다음 식을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial q_1} & \frac{\partial f_m}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial q_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \vdots \\ \Delta q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ f_2(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \vdots \\ f_m(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{pmatrix} \quad (7)$$

한편 본 연구에서는 Fig. 4에서처럼 곡면에 양방향의 등 파라미터 곡선을 따라 노드점은 생성하였는데 가로 방향으로 42개, 세로 방향으로 22개의 노드점을 두었다. 그리고 각 사각형 메시마다 대각선 모서리를 두어 삼각형 메시를 생성하였다. 따라서 구속조건인 방정식의 개수는 모서리의 개수 2645, 삼각형의 개수 1722, 그리고 위치 구속조건 식 3개를 모두 더해 총 4370개가 된다. 그리고 노드점의 개수는 924개 이므로 변수의 개수는 총 1848개가 된다. 이 문제는 일반적으로 방정식의 개수 및 차수(rank)가 변수의 개수보다 많아 과다 제한되는 형태를 띠게 되고 형태적으로 식 (7)의 첫 번째 자코비안(Jacobian) 행렬이 열(row)의 개수가 행(column)의 개수보다 많아지게 된다. 이는 바로 풀 수 없다. 따라서 이를 풀기 위해 다음과

같은 과정을 거친다. 식 (7)은 다음과 같이 다시 쓰여질 수 있다.

$$A_i \cdot \Delta Q_i = -F(Q_i) \tag{8}$$

자코비안의 진치행렬을 양변에 곱하면 다음과 같다.

$$A_i^T A_i \cdot \Delta Q_i = A_i^T \cdot -F(Q_i) \tag{9}$$

이제 식 (9)는 1848×1848의 크기를 갖는 선형 연립방정식이다. 이 식을 풀어 다음과 같이 변수를 갱신한다.

$$Q_{i+1} = Q_i + \Delta Q_i \tag{10}$$

갱신된 변수로 식 (8)의 단계로 되돌아가서 반복을 계속하다가 ΔQ_i 의 모든 항이 일정 공차 이하가 되면 수렴한 것으로 간주한다. 한편 식 (9)의 선형 시스템에서 $A_i^T A_i$ 는 많은 0 항을 포함하고 있으므로 계산 시간을 줄이기 위하여 희박(sparse) 행렬기법을 사용하는 Sparse 1.3 패키지^[6]를 사용하였다.

3.2 초기 형상의 결정

앞에 설명한 뉴턴-랩슨 반복법에 기초한 최소 자승 방법을 사용하기 위해서는 초기값이 필요하다. 이 초기값을 적절히 결정하는 것은 최종 결과와 특히 수렴 속도에 영향을 줄 수 있으므로 결과 형상에 근접한 초기 형상을 추정하여 값을 얻어내는 것이 필수적이다. 이를 위해 본 연구에서는 3차원의 삼각형을 하나씩 2차원으로 옮겨 붙이는 방법을 사용하였다. 이 방법은 다음과 같은 과정으로 이루어진다. 우선 3차원 메시에서 삼각형 하나를 선택해 2차원의 임의로 위치시킨다. 다음으로 3차원에서 옮겨 붙여진 삼각형에 인접한 삼각형을 하나 골라 이미 옮겨진 삼각형에 인접관계(topology)가 동일하게 유지되도록 옮긴다. 2차원로의 옮겨 붙이기를 반복하여 모두 옮기면 과정이 끝나게 된다. 그런데 삼각형을 옮길 때 두 가지 경우가 발생하게 되는데 하나는 간섭 없이 옮겨지는 경우이고 다른 하나는 기존의 삼각형과 간섭이 생기는 경우이다. Fig. 6은 간섭 없이 삼각형이 옮겨지는 경우를 보여준다. 실선으로 표시된 삼각형들이 옮겨진 상태에서 삼각형 T_1 이 2차원으로 옮겨지려면 연결 관계에 의해 점 P_1 과 P_2 가 정해지고 P_3 는 삼각형의 형상으로부터 유일하게 결정될 수 있다. 두 번째로 Fig. 7의 (a) 혹은 (b)와 같이 새로운 삼각형을 옮길 때 기존의

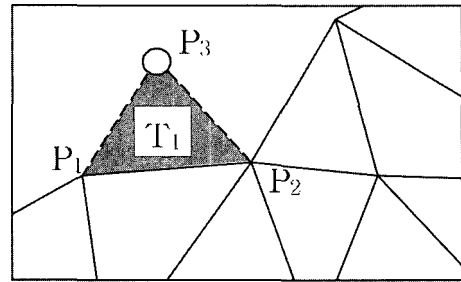
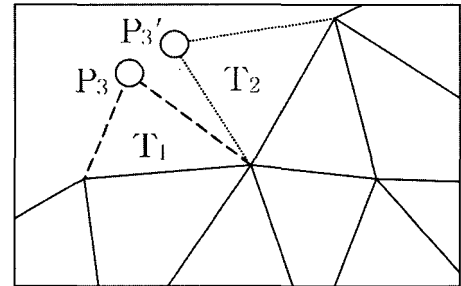
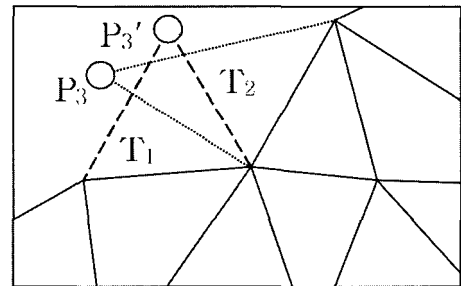


Fig. 6. Moving free triangle.



(a)



(b)

Fig. 7. (a) Gap between triangles, (b) Overlap between triangles.

삼각형과 간섭을 일으키는 경우가 있다. 삼각형 T_2 를 옮길 때 이미 기존에 옮겨진 다른 삼각형 T_1 과 붙일 처가 일어나는 경우인데 (a)는 간격(gap)이 생긴 경우이고 (b)는 겹침(overlap)이 발생한 경우이다. 이 경우에는 T_1 에 의해 얻어진 점 P_3 과 T_2 에 의해 얻어진 점 P_3' 의 평균점을 찾음으로써 T_1 과 T_2 삼각형의 형상을 결정한다. 만일 간섭에 관계된 삼각형이 더 많아지면 모두를 평균하여 변형시킨다.

본 연구에서는 첫 번째 삼각형을 전체 모델의 대략 중앙에서 취하였으며 인접 삼각형을 순서대로 찾기 위해서 너비우선 탐색법(BFS: Breadth First Search)^[7]을 사용하였다.

Fig. 8은 초기 형상이 만들어지는 과정을 보여준다.

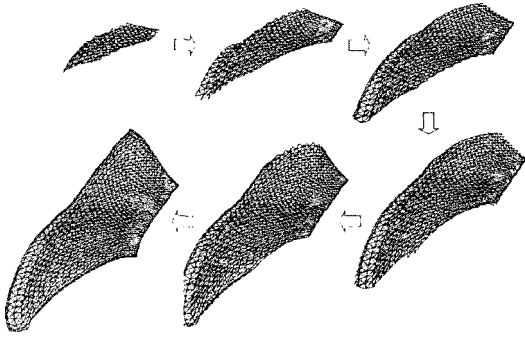


Fig. 8. Building initial shape.

그림에서 볼 수 있는 바와 같이 중앙으로부터 바깥쪽으로 겹겹이 붙어 가도록 삼각형이 옮겨진다. 그리고 얻어진 초기 형상은 이미 표준본과 상당히 흡사한 모습임을 알 수 있다. 이러한 초기 형상을 얻는 과정은 상대적으로 짧은 시간에 수행된다.

대상 곡면의 곡률이 매우 큰 부분이 있는 경우에 기술한 초기 형상 생성방법은 겹겹이 있는 초기형상이 얻어질 가능성도 있다. 그러나 신발굽의 곡면은 비교적 완활하며 극단적인 곡률변화가 없으므로 안정적으로 초기 형상을 얻을 수 있으며 산업용으로 사용되는 여러 종류의 신발굽에 대하여 확인하였다.

3.3 최적 형상의 계산

앞서 설명한 방법으로 초기값을 정하고 최소 지승 반복법을 실행하여 매 반복마다 식 (3)으로 정의된 오차를 계산하여 보았다. 다음의 Table 1은 그 결과이다. 이 결과를 살펴보면 1~2회 반복에 따라 급격히 오차가 줄어들어 3회 혹은 4회 반복으로 이미 충분히 의미 있는 결과를 얻었음을 알 수 있다. 반복에 따른 형상 변화를 화면에 표시해 보아도 3~4회 이후의 반

Table 1. Calculation result

Iteration	Error sum	Max(Δq_i)	Time(sec)
1	12796.39	12.1574	2.94
2	8305.10	1.7431	5.95
3	8300.23	0.0817	9.93
4	8300.06	0.0163	11.92
5	8300.03	0.0096	14.92
6	8300.02	0.0082	17.91
7	8300.01	0.0043	20.93
8	8300.01	0.0026	23.93
9	8300.00	0.0015	26.93
10	8300.00	0.0016	29.96

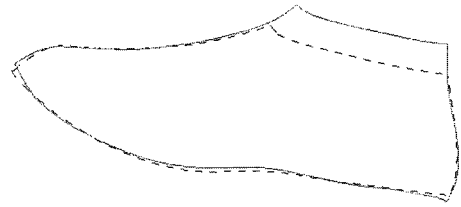


Fig. 9. Comparison of calculated shell with handmade shell.

복에서는 형상이 거의 변하지 않음을 확인할 수 있다. 위의 결과를 바탕으로 본 연구에서는 수렴조건을 Max(Δq_i)가 0.01보다 작아졌을 때로 정하였다. 위의 소요시간은 펜티엄4-1.8 GHz에서의 결과이다.

Fig. 9는 계산 결과와 종이 탁본으로부터 디지털로 정한 수작업 표준본과의 비교이다. 그림에서 실선이 수작업 표준본이고 점선이 계산 결과이다. 발목 곡선은 작업자가 탁본에서 채취한 선과 CAD 모델의 경계선의 차이에서 발생한 것으로 중요치 않고, 중요한 요소인 발등의 중앙선과 뒤꿈치 선은 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

3.4 위치 고정 구속조건

계산에 의해 얻어진 내측 및 외측 표준본은 설계 목적을 위해 일부 경계 곡선이 강제로 대칭이 되게 하거나 맞붙는 부분이 직선이 되게 할 필요가 있다. 이를 위해서 메시의 일부 노드들은 고정된 위치를 갖고 나머지 부분들이 이에 따라 최적 위치가 정해지면 되므로 변수 리스트에서 고정 노드에 해당하는 좌표를 제거하여 방정식을 다시 구성하면 된다. 하지만 사용자의 입력에 따라 고정 변수가 다양한 형태를 띠게 되므로 이때마다 변수 및 모서리의 인덱스가 변경되는 방정식을 구성하는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 본 연구에서는 보다 일반적인 방법으로 식 (4)에 나타난 방정식에 다음과 같은 방정식을 추가하는 방식을 취하였다.

$$\begin{aligned}
 f &= w_f (x_i - a) = 0 \\
 f &= w_f (y_i - b) = 0
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

위 식에서 (x_i, y_i) 는 (a, b) 에 고정되는 노드점의 좌표이고, w_f 는 고정값이 다른 최적화 대상 오차식에 비해 더욱 정밀해져야 하는 정도를 제어하는 가중치이다. 여기서는 대상이 신발로 시각적 범위의 정밀도로 충분하므로 가중치는 5~10 정도로 정하면 무난하다. Fig. 10은 중앙곡선의 일부가 직선화되고 뒤꿈치 곡선

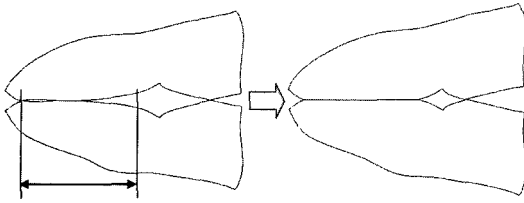


Fig. 10. Shells with fixed constraint.

이 대칭이 되도록 고정 조건이 부여된 상태에서 다시 최적 계산을 거친 결과를 보여준다.

한편 이와 같은 구속조건의 추가는 반복 계산의 시간에 큰 영향을 미치지 않는다. 최소 자승법의 반복 계산에서 대부분의 시간을 소요하는 것은 식 (9)의 해를 구하는 과정인데 구속조건이 추가되어도 변수의 개수는 일정하므로 식 (9)의 행렬 크기는 증가되지 않고, 따라서 수렴성 악화에 의한 반복회수의 증가 문제만 없으면 계산시간은 거의 증가되지 않는다.

4. 대응곡선의 계산

주어진 곡면에 대해 근사적으로 펼쳐진 평면이 얻어지면 둘 중 어느 한쪽 면에 존재하는 곡선이 다른 쪽 면에 대응될 수 있다. 이러한 대응 기능은 2차원, 3차원 상호변환을 감안하여 설계할 수 있는 대화식 시스템 구축에 필수적 요구 사항이며 정확한 갑피 패턴 설계와 신발창과의 통합설계 환경을 구축하기 위한 바탕이 된다.

곡선의 대응 변환은 곡선 위의 점들의 변환이므로 두 개의 공간 사이의 점의 대응 변환에 대해 우선 생각하도록 한다. 먼저 한점이 근사 펼침으로 얻어진 표준본의 2차원 메시 위에 주어졌다고 하자. 이 점은 표준본 메시의 어느 삼각형의 내부에 일정 위치를 차지하게 된다. 3차원 곡면 메시 모델은 표준본 메시와 위상적으로 동일하므로 점을 포함하는 삼각형에 대응되는 삼각형이 존재하게 된다. 그러나 평면 펼침 과정에서 삼각형들이 변형되었으므로 대응 삼각형은 그 모양이 서로 다르다. 따라서 서로 다른 모양의 삼각형의 내부 점 사이의 대응 위치를 결정하는 방법이 필요해진다.

4.1 삼각 좌표(Barycentric coordinate)^[18]

삼각형이 주어지면 삼각형 내부의 임의의 위치는 세 꼭지점에 대한 상대위치로 정의될 수 있다. 이렇게 표시된 위치는 절대좌표가 아니므로 삼각형이 이동, 회전하여도 항상 상대적인 대응 위치를 유지하며 삼

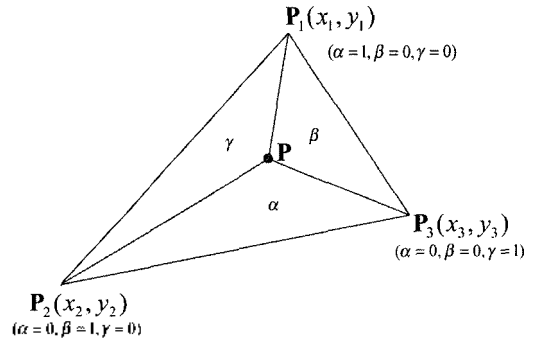


Fig. 11. Barycentric coordinate.

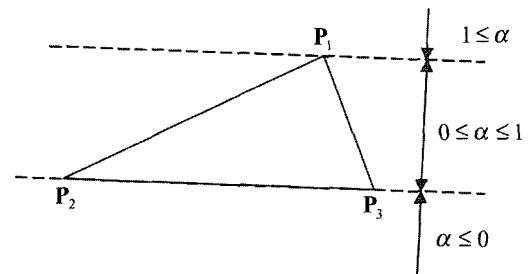


Fig. 12. Range of barycentric coordinate.

각형이 변형되어도 적절한 대응 위치를 가리키게 된다. 이런 목적으로 사용되는 삼각좌표 (α, β, γ) 는 면적의 비로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\Delta P P_2 P_3}{\Delta P_1 P_2 P_3} \\ \beta = \frac{\Delta P P_3 P_1}{\Delta P_1 P_2 P_3} \\ \gamma = \frac{\Delta P P_1 P_2}{\Delta P_1 P_2 P_3} \end{cases} \quad (12)$$

위와 같이 정의하면 주어진 점 P가 꼭지점 P₁에 점근할수록 α 의 값이 1에 가까워지고 β 및 γ 의 값은 작아진다. 또 다른 꼭지점에 가까워지면 β 및 γ 의 값이 각각 1에 가까워진다. 한편 α, β, γ 의 합은 항상 1이 된다. 따라서 세 변수 중 2개만이 독립적이지만 표기의 편의상 3개의 변수를 사용한다. 삼각형 내부의 점에 대해 삼각좌표를 구하면 α, β, γ 가 모두 0에서 1의 범위에 있음을 알 수 있다. 그리고 삼각형 외부의 임의의 점에 대한 삼각 좌표도 표현이 가능하다. 다만 그 범위가 달라지는데 Fig. 12에 이를 표시하고 있다. 그림에 표시된 바와 같이 α 는 세 영역으로 나뉘어 0 보다 작거나, 0과 1사이의 값이거나 1 이상인

값을 가지게 된다. 한편 삼각좌표로부터 절대좌표를 알고자 하면 다음 식과 같이 계산하면 된다.

$$P = \alpha P_1 + \beta P_2 + \gamma P_3 \quad (13)$$

4.2 점의 고속변환

3차원 곡면과 이를 펼친 평면 사이의 대응 관계를 활용하여 신발패턴의 3차원 설계가 가능한 대화식 시스템을 산업 현장에서 실용화하기 위하여 점의 고속 변환은 반드시 필요한 기능이다. 점의 대응 위치를 찾기 위해서는 점을 포함하는 삼각형과 그 삼각형에서의 삼각좌표를 알아내야 한다. 하지만 메시 모델에 1722개의 삼각형이 존재하는 본 연구의 경우, 점을 포함하는 삼각형을 찾으려면 전수 검사를 할 경우 평균 861번의 삼각형에 대한 포함검사(in/out tcst)를 수행해야 한다. 이는 대화식 프로그램으로서 사용자에게 신속한 응답을 제공하기에는 많은 시간이 소요된다. 따라서 본 연구에서는 시간을 단축하기 위해 점을 포함하는 삼각형을 신속히 결정하는 방법을 고안하였다. 이 방법은 초기값을 적절히 추정하고 이로부터 삼각좌표의 특성에 근거하여 삼각형의 이동방법을 규칙화한 것이다.

최초의 삼각형을 적절히 결정하면 이동 횟수를 단축할 수 있어 전체 시간을 크게 단축할 수 있다. 초기 삼각형을 추정하기 위해서는 신발골 곡면과 펼쳐진 표준본 평면을 (u, v) 파라미터로 표시되는 곡면 식으로 표현하고 주어진 점의 곡면 식에서의 (u, v) 파라미터를 구해, 이를 기준으로 파라미터 도메인(domain)을 등간격으로 잘라 얻어진 도메인 메시에서 포함 삼각형을 추정한다. 이는 정확치는 않으나 평균 2-3번의 이동으로 포함 삼각형을 찾을 수 있는 거리까지 근접한 초기 삼각형을 정할 수 있게 해준다.

다음으로 주어진 점을 포함하는 삼각형을 찾기 위해 먼저 초기 삼각형을 하나 정해 이에 대한 삼각좌표 (α, β, γ) 를 구한다. 이 삼각좌표의 값을 검사하면 주어진 점이 현재의 삼각형으로부터 어느 방향에 존재하고 있는지를 추정할 수 있다. 즉, Fig. 13에서 빗금 친 삼각형이 현재의 삼각형이라 할 때 이에 대해 구해진 삼각좌표의 각 값이 0보다 작은지, 0과 1 사이인지, 혹은 1보다 큰지에 따라 다음으로 옮겨갈 삼각형이 결정된다. 발생할 수 있는 경우는 그림에 표시된 13가지지를 포함하여 총 15가지이다. 그러나 모든 모서리가 수직, 수평은 아니며 또 점이 떨어져 있는 거리도 일정치 않으므로 한번의 이동으로는 충분치는 않고 옮겨갈 삼각형에서 이 과정을 반복하다가 $(\alpha, \beta,$

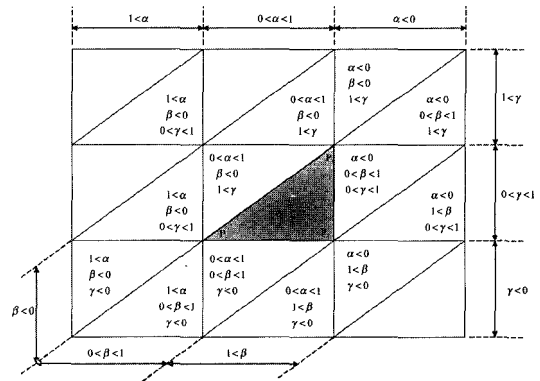


Fig. 13. Rule for searching triangle.

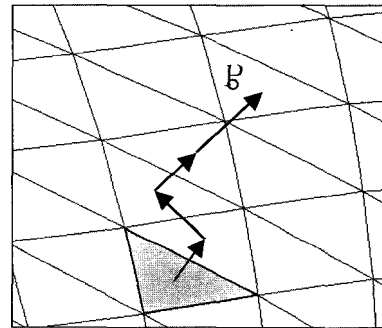


Fig. 14. Example of searching triangle.

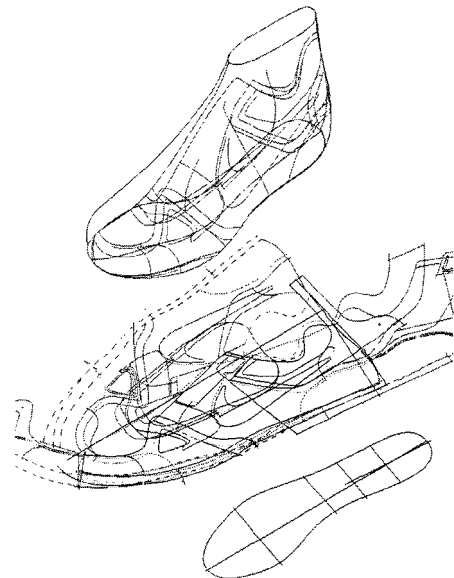


Fig. 15. Example of curve mapping.

$\gamma)$ 가 모두 0에서 1사이의 값을 가지면 삼각형을 찾은 것이 된다. Fig. 14는 점을 포함하는 삼각형을 찾아

삼각형이 옮겨가는 예를 보여준다.

한편 곡선의 변환을 위해서는 곡선 위의 점을 일정한 간격으로 취해 이를 변환한 뒤 다시 보간하여 곡선을 취하는 방식을 취한다. 점을 취하는 간격은 원하는 정밀도에 따라 달라질 수 있는데 본 연구에서는 메시의 평균 모서리 길이의 30%로 하였다. 실제로 펜터업4-1.8 GHz에서 곡선을 변환하기 위하여 100개의 점을 변환하는 경우에 전수검사의 경우 약 0.973초가 소요되고 고속변환의 경우 약 0.004초가 소요되어 약 250배 정도의 차이가 나타난다. 이것은 큰 차이로서 전수검사 방법은 대화식 시스템에서 사용하기 곤란한 수준이다. Fig. 15는 표준분위의 곡선들과 위의 방법으로 맵핑된 신발굽 위의 대응 곡선들을 보여준다.

5. 시스템 구축 및 적용

본 논문에서 소개한 근사 펼침 및 고속 맵핑 기능을 바탕으로 한 신발 설계용 소프트웨어가 개발되어 이를 통해 시험용 운동화가 설계되고 제작되었다. Fig. 16은 만들어진 시험용 신발의 사진이다. 이 과정을 통해서 계산에 의해 얻어진 표준본이 실제 신발을 제작하는데 활용될 수 있으며 패턴 설계시 정확도를 향상시킬 수 있음이 확인되었다.



Fig. 16. Shoe prototype.

6. 결 론

본 논문은 신발 갑피 설계에 필요한 표준본을 얻기 위해 개발된 곡면의 근사 펼침 과정과 2차원과 3차원 공간 사이의 대응 곡선을 얻는 방법에 대해 논의하였다. 표준본을 얻기 위해서는 기하학적 오차를 길이와 면적의 차이로 정의하고 이를 최소화하기 위해 최소자승법을 사용하였다. 또 대응 곡선을 구하기 위해 삼각 좌표 방법을 도입하였으며 포함 삼각형을 신속히 찾기 위해 위치 추정을 통한 위치 이동방법을 고안하였다. 이를 기반으로 한 신발 설계 시스템이 구현되었

으며 이를 사용한 시험용 신발의 설계과정을 통해 표준본의 정확성과 신속성 그리고 신발장과의 통합 설계 환경 구축의 가능성이 확인되었다.

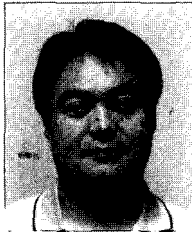
감사의 글

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 연세대학교 의용계측 및 재활공학 연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

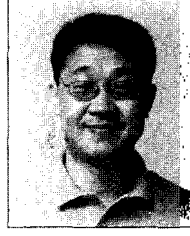
1. Lee, K., *Principles of CAD/CAM/CAE Systems*, Addison Wesley, 1999.
2. Carmo, M. P. D., *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1976.
3. Shimada, T. and Tada, Y., "Approximate transformation of an arbitrary curved surface into a plane using dynamic programming," *Computer Aided Design*, Vol. 23, No. 2, pp. 153-159, 1991.
4. Parida, L. and Mudun, S. P., "Constraint-satisfy planar development of complex surfaces," *Computer Aided Design*, Vol. 25, No. 4, pp. 225-232, 1993.
5. Elber, G., "Model fabrication using surface layout projection," *Computer Aided Design*, Vol. 27, No. 4, pp. 283-291, 1995.
6. Hoschek, J., "Approximation of surfaces of revolution by developable surfaces," *Computer Aided Design*, Vol. 30, No. 10, pp. 757-763, 1998.
7. Bodduluri, R. M. C. and Ravani, B., "Design of developable surfaces using duality between plane and point geometries," *Computer Aided Design*, Vol. 25, No. 10, pp. 621-632, 1993.
8. Hinds, B. K., McCartney, J. and Woods, G., "Pattern development for 3D surfaces," *Computer Aided Design*, Vol. 23, No. 8, pp. 583-592, 1991.
9. Azariadis, P. and Aspragathos, N., "Design of plane developments of doubly curved surfaces," *Computer Aided Design*, Vol. 29, No. 10, pp. 675-685, 1997.
10. Azariadis, P., Nearchou, A. and Aspragathos, N., "An evolutionary algorithm for generating planar developments of arbitrarily curved surfaces," *Computers in Industry*, Vol. 47, No. 3, pp. 357-368, 2002.
11. Fan, J., Wang, Q., Chen, S., Yuen, M. and Chan, C., "A spring-mass model-based approach for warping cloth patterns on 3D objects," *Journal of Visualization and Computer Animation*, Vol. 9, Issue 4, October/December pp. 215-227, 1998.
12. Wang, C., Smith, S. and Yuen, M., "Surface flattening based on energy model," *Computer Aided Design*, Vol. 34, pp. 823-833, 2002.

13. Maillot, J., Yashia, H. and Verroust, A., "Interactive texture mapping," *Proc SIGGRAPH 93*, Anaheim, CA, 1-6 August, pp. 27-34, 1993.
14. 조정범, "구두 패턴 설계를 위한 자유곡면의 필립 알고리즘에 대한 연구," 석사학위 논문, 서울대학교 대학원 기계항공공학, 2002.
15. Faires, J. D. and Burden, R. L., *Numerical Methods*, International Thomson Publishing, 1996.
16. Kundert, K. S. and Sangiovanni-Vincentelli A *Sparse User's Guide A Sparse Linear Equation Solver*, Dept. of Electrical Engineering and Computer Sciences, U.C. Berkeley, 1988.
17. Horowitz, E. and Sahni, S., *Fundamentals of Data Structure*, Computer Science Press, 1983.
18. Farin, G. and Hansford, D., *The Essentials of CAGD*, AK Peters, Ltd., 2000.



송 성 재

1986년 2월 서울대학교 기계설계학과
학사
1988년 2월 서울대학교 기계설계학과
석사
1994년 2월 서울대학교 기계설계학과
박사
1994년 3월~현재 원주대학 동력기계과
교수
관심분야: Biomechanics, Surface model-
ing, Kinematics



김 성 환

1986년 2월 서울대학교 기계설계학과
학사
1988년 2월 서울대학교 기계설계학과
석사
1994년 2월 서울대학교 기계설계학과
박사
1994년 3월~1997년 2월 동서울대학 기
계과 교수
1997년 3월~현재 서울산업대학교 기계
설계자동화공학부 교수
관심분야: Geometric modeling, Surface
modeling, System development