

# 동적시스템의 신뢰도 평가를 위한 베이지안망의 적용

안선웅 · 구정모

한양대학교 산업공학과

## An Application of Bayesian Network for Dynamic System Reliability Assessment

Sun-Eung Ahn · Jung-Mo Koo

Department of Industrial Engineering, Hanyang University

This paper is intended to assess a dynamic system reliability. Bayesian networks, however, have difficulties in their application for assessing the system reliability especially when the system consists of dependent components and the probability of failure of each component varies over time. Hence, we suggest a method for resolving the difficulties by considering a hoist system composed of two wires. Firstly, we explain the method of calculating the failure probability of the system components. Secondly, we show how to calculate the failure probability of the system for two cases that failure probability of each wire is constant and varying in time, respectively. Finally, based on the calculated failure probability of the system, we infer the probability that two interesting events occur.

**Keywords :** Reliability, Dynamic System, Bayesian Network

### 1. 서 론

#### 1.1 연구배경 및 목적

베이지안망(Bayesian network)은 변수들 간의 인과관계를 도식적으로 나타내고, 확률적으로 분석함으로써 불확실한 상황 하에서 지식을 표현하고, 관심 있는 변수의 상태를 추론하는 도구이다[4, 8]. 주로, 인공지능 분야[9]와 의학 분야[6]에서 사용되고 있으나, 최근에는 신뢰성 분야에서도 그 연구가 진행되고 있다[3].

베이지안망을 이용하여 신뢰도를 평가하면, 가용한 정보를 이용하여 특정 사건의 발생확률을 추론할 수 있다. 또한, 기존의 분석 도구들이 '고장(failure)'과 '작동(survival)'이라는 두 가지 상태(state)만을 표현할 수 있는 반면, 베이지안망은 세 가지 이상의 상태를 표현할 수 있는 등 여러 장점들을 가지고 있다[3, 5, 7]. 그러나 베

이지안망은 부품들이 상호의존적인 관계에 있는 시스템과 시간에 따라 부품들의 고장확률이 변하는 시스템을 표현할 수 없는 한계점을 가지고 있다[1, 2].

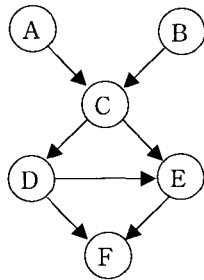
본 연구는 먼저, 부품들이 상호의존적인 관계에 있는 시스템, 즉 특정 부품의 고장여부가 다른 구성요소의 고장확률을 변화시키는 시스템의 부품고장확률을 계산하는 방법을 제시하고, 다음으로 베이지안망을 이용하여 이 시스템의 신뢰도를 시간에 관계없이 부품들의 고장확률이 일정한 경우와 시간에 따라 부품들의 고장확률이 변하는 경우로 나누어 평가한다. 또한, 시스템 고장이 관측되었을 때, 각 부품의 고장이 시스템 고장 발생의 원인이었을 확률을 추론한다.

#### 1.2 베이지안망

베이지안망은 <그림 1>과 같이 사건에 대한 확률변수

\* 본 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-003-D00549).

를 나타내는 노드(node)와 노드 간의 인과관계를 나타내는 호(arc), 그리고 인과관계에 따른 각 노드들의 발생확률을 나타내는 조건부 확률표(conditional probability table)로 구성된 방향성 비순환 그래프(directed acyclic graph)이다[4]. 따라서 베이지안망은 모형에서의 정보의 흐름뿐만 아니라, 확률변수들 간의 종속관계를 명확하게 표현할 수 있다.



<그림 1> 베이지안망의 예

<그림 1>에서 노드 A와 B를 노드 C의 부모노드라고 하고, 노드 C는 노드 A와 B의 자식노드라고 한다. 각 노드가 부모와 자식 관계에 있을 때, 조건부 확률 관계에 있게 된다. 즉, 각각의 사건이 발생할 확률은 P(A), P(B), P(C|A, B), P(D|C), P(E|C, D), P(F|D, E)가 된다. 또한, 각 노드들의 조건부 확률들은 조건부 확률표에 정의된다.

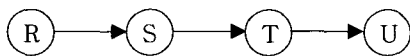
베이지안망에서 호로 연결되어 있지 않은 노드들은 조건부 독립관계(conditional independence)에 있게 된다. 예를 들어, <그림 2>에서 노드 S가 주어지면 노드 R과 T는 독립이다. 즉, 식 (1)이 성립하게 된다.

$$P(T|R, S) = P(T|S). \dots\dots\dots (1)$$

또한, 조건부 독립의 가정에 의해 식 (2)가 성립한다.

$$P(A_1, \dots, A_n) = \prod_{i=1}^n P(A_i | pa(A_i)). \dots\dots\dots (2)$$

여기서, A1, A2, ..., An는 확률변수이며, pa(Ai)는 Ai(i = 1, 2, ..., n)의 부모노드이다.



<그림 2> 네 개의 노드로 구성된 베이지안망

베이지안망에서는 어떤 노드에 정보가 주어지면, 그 정보를 이용하여 다른 어떤 노드의 확률값도 추론할 수 있다. 예를 들어, <그림 2>와 같은 베이지안망에서 노드 U에 관한 정보가 주어졌을 때, 노드 R의 조건부 확률을 확률의 곱의 법칙과 조건부 독립성을 이용해서 식 (3)과 같이 추론할 수 있다.

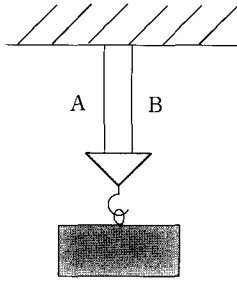
$$\begin{aligned} P(R|U) &= P(R, U)/P(U) \\ &= \sum_{S,T} P(R, S, T, U) / \sum_{R,S,T} P(R, S, T, U) \\ &= P(R) \sum_S P(S|R) \sum_T P(T|S) P(U|T) \\ &/ \sum_R [P(R) \sum_S P(S|R) \sum_T P(T|S) P(U|T)]. \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

## 2. 상호 의존적인 부품들로 구성된 시스템의 신뢰도 평가

본 연구의 분석 대상 시스템인 호이스트의 신뢰도를 평가하기 위한 가정은 다음과 같다.

- ① 와이어가 끊어지는 경우를 와이어의 고장으로 본다.
- ② 각 와이어의 고장확률은 조건부 종속관계(conditional dependence)이다. 즉, 와이어 A와 B가 모두 작동하고 있는 동안 각각의 고장확률은 독립관계(independence)를 유지하지만, 하나의 와이어가 고장 나면 다른 와이어의 고장확률이 변하게 된다.
- ③ 두 개의 와이어 중에 하나가 고장 났을 때, 다른 하나의 고장확률은 한 개의 와이어로 구성된 호이스트의 사전 고장 실험을 통하여 알 수 있다.
- ④ 한번 고장이 발생한 와이어는 수리가 불가능하다.

본 장에서는 <그림 3>의 호이스트와 같은 시스템을 구성하고 있는 부품들인 와이어들의 고장확률을 계산하는 방법을 제시하고, 운반기간을 n 개로 나누어 임의의 l 번째(l = 1, 2, ..., n) 기간에서 호이스트를 관측했을 때, 호이스트가 고장일 확률을 계산한다. 그리고 시스템 고장이 관측되었을 때, 각 부품의 고장이 시스템 고장 발생의 원인이었을 확률을 추론한다. 이와 같은 확률계산은 모든 와이어가 고장 나야 호이스트의 고장이 발생하는 병렬시스템(parallel system)의 경우와 와이어들 중에 하나라도 고장 나면 호이스트가 고장 나는 직렬시스템(series system)일 경우로 나누어 고려한다.



<그림 3> 두 개의 와이어로 구성된 호이스트

2.1 부품의 고장확률 계산

<그림 3>과 같은 호이스트를 구성하고 있는 와이어의 고장은 자체 강도(strength)와 운반하는 화물의 무게(weight)에 따라 결정된다. 즉, 와이어의 강도가 화물의 무게를 지탱하지 못하면 그 와이어는 고장 난다. 이러한 와이어의 고장확률을 계산하는 데 사용하는 기호는 다음과 같다.

- $S_{A(B)}$  : 와이어 A(B)의 강도를 나타내는 확률변수
- $W$  : 호이스트가 운반하는 화물의 무게를 나타내는 확률변수
- $h_S(\cdot)$  : 와이어 강도  $S$ 의 확률밀도함수
- $h_W(\cdot)$  : 운반화물의 무게  $W$ 의 확률밀도함수
- $H_S(\cdot)$  : 와이어 강도  $S$ 의 누적분포함수

$S$ 와  $W$ 가 모두 이산(discrete) 확률변수일 경우, 와이어가 고장 날 확률은 와이어의 강도가 화물의 무게를 지탱하지 못할 확률이므로 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P(\text{failure}) &= P(S < W) \\
 &= \sum_{\text{all } w} P(S < w | W = w) P(W = w) \dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

와이어의 강도와 화물의 무게가 서로 독립관계라면, 식 (4)는 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P(\text{failure}) = \sum_{\text{all } w} P(S < w) P(W = w) \dots\dots\dots (5)$$

만일, 화물의 무게가 고정값  $W = w$ 인 경우, 와이어의 고장확률은 식 (6)과 같다.

$$P(\text{failure}) = P(S < w) \dots\dots\dots (6)$$

두 개의 와이어 A, B가 운반화물의 무게  $W$ 를 지탱하고 있으므로 각 와이어는  $W/2$  만큼의 무게를 지탱한다고 가정하는 경우, 와이어 A의 고장 확률은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있으며, 와이어 B의 고장확률도 동일한 방법으로 계산할 수 있다.

$$P(S_A < w/2) = \sum_{\text{all } w} P(S_A < w/2) \dots\dots\dots (7)$$

확률변수  $S$ 와  $W$ 가 연속(continuous)이라면 부품이 고장 날 확률은 식 (8)과 같다.

$$P(S < W) = \int_0^\infty H_S(w) h_W(w) dw \dots\dots\dots (8)$$

만일, 화물의 무게가 고정값  $W = w$ 이면, 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P(S < w) = \int_0^w h_S(s) ds \dots\dots\dots (9)$$

부품 A가 고장을 일으킬 확률은 식 (10)과 같이 계산할 수 있다.

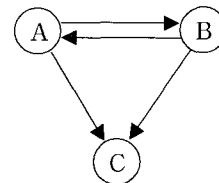
$$P(S_A < w/2) = \int_0^{w/2} h_S(s) ds \dots\dots\dots (10)$$

2.2 부품 고장확률이 일정한 경우의 시스템 신뢰도

본 절에서는 모든 부품이 작동하고 있는 한, 각 부품의 고장확률은 시간에 관계없이 일정하다는 가정 하에 시스템의 신뢰도를 평가한다.

2.2.1 병렬시스템

<그림 3>의 호이스트가 병렬시스템일 경우에는 <그림 4>와 같이 확률변수 간 상호 관련성을 나타낼 수 있다.



<그림 4> 병렬시스템의 경우 확률변수 간 관련도

<그림 4>에서 노드 A와 B는 와이어 A와 B의 고장여부를 나타내는 확률변수이며, C는 호이스트의 고장여부

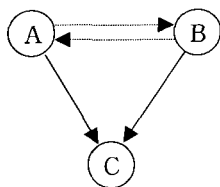
를 나타내는 확률변수이다. 이 확률변수의 값이 '0'인 경우는 작동을, '1'인 경우는 고장을 나타낸다. 와이어 A와 B가 호이스트의 고장에 영향을 미치기 때문에 노드 A와 B는 각각 노드 C에 연결되고, 하나의 와이어가 고장 났을 때, 다른 와이어의 고장확률이 변하므로 노드 A와 B 사이에는 서로를 연결하는 호가 필요하다. 그러나 베이지안망의 정의에 따라 베이지안망은 순환로(loop)를 가질 수 없다. 따라서, <그림 4>와 같이 노드 A와 B 사이에 서로를 연결하는 호를 표시할 수 없다. 이를 해결하기 위하여 조건부 호(conditional arc)의 사용을 제시한다.



<그림 5> 조건부 호

<그림 5>의 점선으로 표시된 조건부 호는 상호 도달이 가능하도록 두 개의 호가 한 쌍으로 구성되어 있으나, 이 두 개의 호는 조건에 따라서 모두 활성화 되지 않거나, 둘 중 하나만 활성화 되며, 동시에 두 개의 호가 모두 활성화 될 수 없는 것을 의미한다.

조건부 호를 사용하여 <그림 3>의 호이스트를 베이지안망으로 표현하면, <그림 6>과 같이 나타낼 수 있으며, 조건부 확률은 <표 1>과 같다. <그림 6>의 모형은 조건에 따라 <그림 7>과 같이 해석된다.



<그림 6> 조건부 호를 적용한 베이지안망

여기서,  $A_{i1}$ 과  $B_{i1}$ 은 ( $i1$ ) 번째 기간에서의 와이어 A와 B의 고장여부를 나타내는 확률변수로 '1'은 고장을, '0'은 작동을 나타낸다. 마찬가지로,  $C_i$ 은  $i$  번째 기간에서의 호이스트의 고장여부를 나타내는 확률변수이다.  $f_{A/B}$ 는 와이어 B가 고장 났을 경우 와이어 A가 고장 날 확률을 나타내고,  $f_{B/A}$ 는 와이어 A가 고장 났을 경우 와이어 B가 고장 날 확률을 나타낸다.

(1) 특정 기간에서의 시스템 고장확률

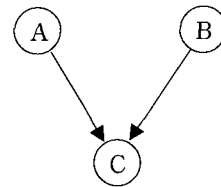
$i$  번째 기간에서 호이스트를 관측했을 때, 호이스트가 고장일 확률은 첫 번째 기간부터  $i$  번째 기간까지의 각 기간 별 호이스트의 고장확률의 합과 같다.

$$P(C_i=1) = P(C_1=1) + \sum_{i=2}^I P(C_{i-1}=0, C_i=1). \quad (11)$$

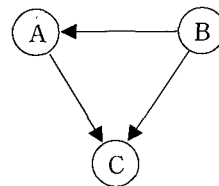
<표 1> 병렬시스템일 경우의  $P(C_i=1|A_{i-1}, B_{i-1})$

	$A_{i-1}=1$	$A_{i-1}=0$
$B_{i-1}=1$	1.0	$f_{A B}$
$B_{i-1}=0$	$f_{B A}$	$P(C_i=1 A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)$

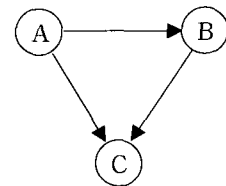
식 (11)의  $P(C_{i-1}=0, C_i=1)$ 는 2장의 가정 ②의 조건부 종속관계를 근거로 하여 호이스트가  $i$  번째 기간에서 고장 날 확률로 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.



$A_{i-1} = B_{i-1} = 0$  일 경우



$A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 1$  일 경우



$A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0$  일 경우

<그림 7> 조건부 호를 갖는 베이지안망의 해석

$$\begin{aligned} &P(C_{i-1}=0, C_i=1) \\ &= P(A_i=1|A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)P(B_i=1|A_{i-1}=0, B_{i-1}=0) \\ &\quad \times P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=0) \\ &\quad + P(B_i=1|A_{i-1}=1, B_{i-1}=0)P(A_{i-1}=1)P(B_{i-1}=0) \\ &\quad + P(A_i=1|A_{i-1}=0, B_{i-1}=1)P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=1) \\ &= f_{A/B}P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=0) + f_{B/A}P(A_{i-1}=1)P(B_{i-1}=0) \\ &\quad + f_{A/B}P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=1) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

여기서,  $f_A$ 와  $f_B$ 는 2장 가정 ③에서의 와이어 A와 B의 고장확률을 나타낸다. 식 (12)에서 ( $i-1$ ) 번째 기간에서 와이어 A를 관측했을 때, 고장이 아닐 확률  $P(A_{i-1}=0)$ 는 식 (13)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} &P(A_{i-1} = 0) \\ &= P(A_{i-2} = 0)[P(B_{i-2} = 0)\{P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 0) \\ &\quad - P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)\} \\ &\quad + P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= P(A_{i-2} = 0)[P(B_{i-2} = 0)((1-f_A) - (1-f_{A|B})) + (1-f_{A|B})] \\
 &\quad \vdots \\
 &= P(A_1 = 0)[P(B_1 = 0)((1-f_A) - (1-f_{A|B})) + (1-f_{A|B})] \\
 &\quad \times \dots \times [P(B_{i-2} = 0)((1-f_A) - (1-f_{A|B})) + (1-f_{A|B})] \\
 &= (1-f_A) \\
 &\quad \times \prod_{j=1}^{i-2} [P(B_j = 0)((1-f_A) - (1-f_{A|B})) + (1-f_{A|B})]. \dots (13)
 \end{aligned}$$

식 (13)의  $P(B_j=0)$ 은 식 (13)을 유도한 것과 같은 방법으로 식 (14)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 P(B_j = 0) &= (1-f_B) \\
 &\quad \times \prod_{k=1}^{i-3} [P(A_k = 0)((1-f_B) - (1-f_{B|A})) + (1-f_{B|A})]. \dots (14)
 \end{aligned}$$

따라서, 식 (14)를 식 (13)에 대입하면  $P(A_{i-1}=0)$ 는 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned}
 P(A_{i-1} = 0) &= (1-f_A) \prod_{j=1}^{i-2} [(1-f_B) \prod_{k=1}^{i-3} [P(A_k = 0) \\
 &\quad \times \{(1-f_B) - (1-f_{B|A})\} + (1-f_{B|A})]] \\
 &\quad \times \{(1-f_A) - (1-f_{A|B})\} + (1-f_{A|B}). \dots (15)
 \end{aligned}$$

(2) 시스템 고장이 관측되었을 경우 특정 부품의 우선 고장확률

$T_A$ 를 와이어 A의 수명이라 하고,  $T_B$ 를 와이어 B의 수명이라 하면,  $I$  번째 기간에서 호이스트의 고장이 관측됐을 경우, 와이어 A가 와이어 B보다 먼저 고장 났을 확률은 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned}
 P(T_A < T_B | C_i = 1) &= P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1) \\
 &\quad + P(A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0, B_{i-1} = 1 | C_i = 1) \\
 &\quad + \dots + P(A_1 = 1, B_1 = 0, B_2 = 1 | C_i = 1) \\
 &= \sum_{i=2}^I P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1). \dots (16)
 \end{aligned}$$

식 (16)의  $P(A_{i-1}=1, B_{i-1}=0, B_i=1|C_i=1)$ , 즉  $I$  번째 기간에서 호이스트의 고장이 관측됐을 경우 와이어 B는  $i$  번째 기간에서 고장 나고, 와이어 A는 와이어 B보다 먼저 고장 났을 경우의 확률은 식 (17)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1) \\
 &= \{P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &\quad + P(A_1 = 0, A_2 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &\quad + \dots + P(A_{i-2} = 0, A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1)\} \\
 &\quad / P(C_i = 1) \\
 &= \{P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &\quad + \sum_{j=2}^{i-1} P(A_{j-1} = 0, A_j = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1)\} \\
 &\quad / P(C_i = 1). \dots (17)
 \end{aligned}$$

식 (17)의  $P(A_i=1, B_{i-1}=0, B_i=1)$ , 즉 와이어 A는 첫 번째 기간에서 고장 나고, 와이어 B는  $i$  번째 기간에서 고장 날 확률은 식 (18)과 같이 계산된다.

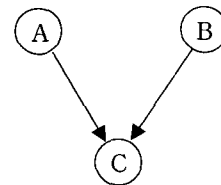
$$\begin{aligned}
 &P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0) \\
 &\quad \times \dots \times P(B_2 = 0 | A_1 = 1, B_1 = 0) P(A_1 = 1) P(B_1 = 0) \\
 &= f_{B|A}(1-f_{B|A})^{i-2} f_A(1-f_B). \dots (18)
 \end{aligned}$$

식 (17)의  $P(A_{j-1}=0, A_j=1, B_{i-1}=0, B_i=1)$ 는 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(A_{j-1} = 0, A_j = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0) P(B_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0) \\
 &\quad \times \dots \times P(A_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_j = 0 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) P(A_{j-1} = 0) P(B_{j-1} = 0) \\
 &= f_{B|A}(1-f_{B|A})^{i-j-1} f_A(1-f_B) P(A_{j-1} = 0) P(B_{j-1} = 0). \dots (19)
 \end{aligned}$$

2.2.2 직렬시스템

<그림 3>의 호이스트가 직렬시스템인 경우에는 와이어 A와 B 중에서 하나만 고장 나도 호이스트가 고장 나기 때문에, 조건부 종속관계가 성립하지 않는다. 따라서, <그림 8>와 같은 베이지안망을 사용할 수 있으며, 조건부 확률은 <표 2>와 같다.



<그림 8> 직렬시스템일 경우의 베이지안망

(1) 특정 기간에서의 시스템 고장확률

직렬시스템일 경우에는 병렬시스템일 경우와 마찬가지로 1 번째 기간에서 호이스트를 관측했을 때, 호이스트가 고장일 확률은 식 (11)과 같이 나타낼 수 있으며, 식 (11)의  $P(C_i=0, C_i=1)$ 는 식 (20)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &P(C_{i-1}=0, C_i=1) \\
 &= P(C_i=1 | A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)P(A_{i-1}=0, B_{i-1}=0) \\
 &= \{1 - (1-f_A)(1-f_B)\}P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=0). \dots\dots\dots (20)
 \end{aligned}$$

식 (20)의  $P(A_{i-1}=0)$ 은 식 (21)과 같이 계산된다.

<표 2> 직렬시스템일 경우의  $P(C_i=1|A_{i-1}, B_{i-1})$

	$A_{i-1}=1$	$A_{i-1}=0$
$B_{i-1}=1$	1.0	1.0
$B_{i-1}=0$	1.0	$P(C_i=1 A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)$

$$\begin{aligned}
 &P(A_{i-1}=0) \\
 &= P(A_{i-1}=0 | A_{i-2}=0, B_{i-2}=0)P(A_{i-2}=0) \\
 &= (1-f_A)P(A_{i-2}=0) \\
 &\quad \vdots \\
 &= (1-f_A)(1-f_A) \dots P(A_1=0) \\
 &= (1-f_A)^{i-1}. \dots\dots\dots (21)
 \end{aligned}$$

따라서,  $P(C_i=1)$ 은 식 (22)과 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(C_i=1) \\
 &= 1 - (1-f_A)(1-f_B) \\
 &\quad + \sum_{i=2}^i [(1 - (1-f_A)(1-f_B))(1-f_A)^{i-1}] \\
 &\quad \times (1-f_B)^{i-1}. \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

(2) 시스템 고장이 관측되었을 경우 그 원인이 특정 부품의 고장일 확률

1 번째 기간에서 호이스트의 고장이 관측되었을 경우, 와이어 A의 고장으로 인해 호이스트가 고장 났을 확률은 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(A_i=1, B_i=0 | C_i=1) \\
 &= \{P(A_i=1, B_i=0) + P(A_i=0, B_i=0, A_2=1, B_2=0) \\
 &\quad + \dots + P(A_{i-1}=0, B_{i-1}=0, A_i=1, B_i=0)\} / P(C_i=1) \\
 &= [f_A(1-f_B) + \sum_{i=2}^i \{f_A(1-f_B)P(A_{i-1}=0)P(B_{i-1}=0)\}] \\
 &\quad / P(C_i=1). \dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

2.2.3 예제

<그림 3>의 호이스트가 병렬 시스템이고, 화물을 운반하는 데 600초가 소요되며, 운반기간을 120초 간격으로 5개의 기간으로 나누었을 때, 호이스트가 360초 이내에 고장 날 확률과 각각의 와이어가 다른 와이어보다 먼저 고장 났을 확률을 계산한다.

식 (10)을 이용하여 계산한  $f_A$ 와  $f_B$ 가 각각 0.03과 0.05이고,  $f_{A/B}$ 와  $f_{B/A}$ 는 각각 0.06과 0.10이라 하면, 호이스트가 360초 이내에 고장 날 확률은 식 (11)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$P(C_3=1) = 0.02.$$

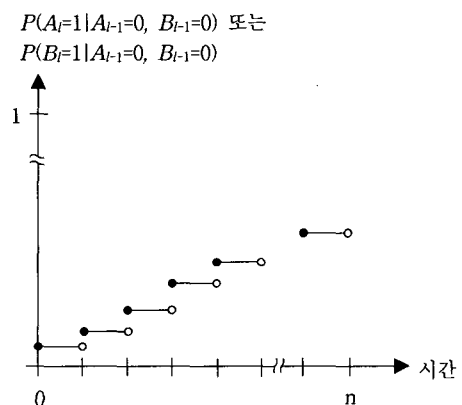
또한, 호이스트의 고장이 관측되었을 경우, 와이어 A가 먼저 고장 났을 확률과 와이어 B가 먼저 고장 났을 확률은 식 (16)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$P(T_A < T_B | C_3=1) = 0.402,$$

$$P(T_A > T_B | C_3=1) = 0.416.$$

2.3 부품 고장확률이 변하는 경우의 시스템 신뢰도

본 절에서는 모든 부품이 작동하고 있다 하더라도 시간에 따라 부품들의 고장확률이 변한다고 가정한다. 즉, 1 번째 기간에서 모든 와이어가 작동하고 있을 때, 1 번째 기간에서의 와이어 A와 B의 고장확률은 <그림 9>와 같이 이산적인 형태로 변하는 경우를 고려한다.



<그림 9> 부품 고장확률의 변화 예

2.3.1 병렬시스템

(1) 특정 기간에서의 시스템 고장확률

1 번째 기간에서 호이스트를 관측했을 때, 호이스트가

고장일 확률은 첫 번째 기간부터 I 번째 기간까지의 각 기간 별 고장확률의 합과 같다.

$$P(C_i = 1) = P(C_1 = 1) + \sum_{i=2}^I P(C_{i-1} = 0, C_i = 1). \dots\dots\dots (24)$$

식 (24)의  $P(C_{i-1}=0, C_i=1)$ 는 식 (25)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} &P(C_{i-1} = 0, C_i = 1) \\ &= \{P(A_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0)P(B_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0) \\ &\quad \times P(A_{i-1} = 0)P(B_{i-1} = 0)\} \\ &\quad + \{P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0)P(A_{i-1} = 1)P(B_{i-1} = 0)\} \\ &\quad + \{P(A_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 1) \\ &\quad \times P(A_{i-1} = 0)P(B_{i-1} = 1)\}. \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

식 (25)의  $P(A_{i-1}=0)$ 는 식 (26)과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &P(A_{i-1} = 0) \\ &= P(A_{i-2} = 0)\{P(B_{i-2} = 0)\{P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 0) \\ &\quad - P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)\} \\ &\quad + P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)\} \\ &\quad \vdots \\ &= P(A_1 = 0)\{P(B_1 = 0)\{P(A_2 = 0 | A_3 = 0, B_3 = 0) \\ &\quad - P(A_2 = 0 | A_3 = 0, B_3 = 1)\} \\ &\quad + P(A_2 = 0 | A_3 = 0, B_3 = 1)\} \\ &\quad \times \dots \times \{P(B_{i-2} = 0)\{P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 0) \\ &\quad - P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)\} \\ &\quad + P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 1)\} \\ &= P(A_1 = 0) \prod_{j=1}^{i-2} \{P(B_j = 0)\{P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 0) \\ &\quad - P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 1)\} \\ &\quad + P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 1)\}. \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

또, 식 (26)의  $P(B_j=0)$ 은 식 (26)과 같은 방법으로 식 (27)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &P(B_j = 0) \\ &= P(B_1 = 0) \prod_{k=1}^{i-3} \{P(A_k = 0)\{P(B_{k+1} = 0 | A_k = 0, B_k = 0) \\ &\quad - P(B_{k+1} = 0 | A_k = 1, B_k = 0)\} \\ &\quad + P(B_{k+1} = 0 | A_k = 1, B_k = 0)\}. \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

따라서,  $P(A_{i-1}=0)$ 는 식 (28)과 같다.

$$\begin{aligned} &P(A_{i-1} = 0) \\ &= P(A_1 = 0) \prod_{j=1}^{i-2} \{P(B_j = 0) \prod_{k=1}^{i-3} \{P(A_k = 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \{P(B_{k+1} = 0 | A_k = 0, B_k = 0) \\ &\quad - P(B_{k+1} = 0 | A_k = 1, B_k = 0)\} \\ &\quad + P(B_{k+1} = 0 | A_k = 1, B_k = 0)\} \\ &\quad \times \{P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 0) \\ &\quad - P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 1)\} \\ &\quad + P(A_{j+1} = 0 | A_j = 0, B_j = 1)\}. \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

(2) 시스템 고장이 관측되었을 경우 특정 부품의 우선 고장확률

I 번째 기간에서 호이스트의 고장이 관측됐을 경우, 와이어 A가 와이어 B보다 먼저 고장 났을 확률은 식 (29)와 같다.

$$\begin{aligned} &P(T_A < T_B | C_i = 1) \\ &= P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1) \\ &\quad + P(A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0, B_{i-1} = 1 | C_i = 1) \\ &\quad + \dots + P(A_1 = 1, B_1 = 0, B_2 = 1 | C_i = 1) \\ &= \sum_{i=2}^I P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1). \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

식 (29)의 우변의  $P(A_{i-1}=1, B_{i-1}=0, B_i=1|C_i=1)$ 은 식 (30)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &P(A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1 | C_i = 1) \\ &= \{P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\ &\quad + P(A_1 = 0, A_2 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\ &\quad + \dots + P(A_{i-2} = 0, A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1)\} \\ &\quad / P(C_i = 1) \\ &= \{P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\ &\quad + \sum_{j=2}^{i-1} P(A_{j-1} = 0, A_j = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1)\} \\ &\quad / P(C_i = 1). \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

식 (30)의  $P(A_1=1, B_{i-1}=0, B_i=1)$ 는 식 (31)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &P(A_1 = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\ &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0)P(B_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0) \\ &\quad \times \dots \times P(B_2 = 0 | A_1 = 1, B_1 = 0)P(A_1 = 1)P(B_1 = 0) \\ &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0) \\ &\quad \times \prod_{m=2}^{i-1} P(B_m = 0 | A_{m-1} = 1, B_{m-1} = 0) \\ &\quad / P(A_1 = 1)P(B_1 = 0). \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

식 (30)의  $P(A_{i-1}=0, A_i=1, B_{i-1}=0, B_i=1)$ 는 식 (32)과 같다.

〈표 3〉 와이어의 기간별 고장확률

고장확률 \ 기간	1	2	3	4	5
$P(A_i=1 A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.07
$P(B_i=1 A_{i-1}=0, B_{i-1}=0)$	0.02	0.04	0.05	0.06	0.09

〈표 4〉 하나의 와이어가 고장 났을 경우의 기간별 고장확률

고장확률 \ 기간	1	2	3	4	5
$P(A_i=1 A_{i-1}=0, B_{i-1}=1)$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.14
$P(B_i=1 A_{i-1}=1, B_{i-1}=0)$	0.04	0.08	0.10	0.12	0.18

$$\begin{aligned}
 &P(A_{j-1} = 0, A_j = 1, B_{i-1} = 0, B_i = 1) \\
 &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 1, B_{i-2} = 0) \\
 &\quad \times \dots \times P(A_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_j = 0 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) P(A_{j-1} = 0) P(B_{j-1} = 0) \\
 &= P(B_i = 1 | A_{i-1} = 1, B_{i-1} = 0) \\
 &\quad \times \prod_{k=j+1}^{i-1} P(B_k = 0 | A_{k-1} = 1, B_{k-1} = 0) \\
 &\quad \times P(A_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_j = 0 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0) \\
 &\quad \times P(A_{j-1} = 0) P(B_{j-1} = 0). \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 0) \\
 &\quad \times P(A_{i-2} = 0 | A_{i-3} = 0, B_{i-3} = 0) \dots P(A_1 = 0) \\
 &= (1 - P(A_1 = 1)) \\
 &\quad \times \prod_{j=2}^{i-1} (1 - P(A_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0)). \dots \dots \dots (34)
 \end{aligned}$$

따라서,  $P(C_i=1)$ 은 식 (35)와 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(C_i = 1) \\
 &= 1 - \{1 - P(A_1 = 1)\}(1 - P(B_1 = 1)) \\
 &\quad + \sum_{i=2}^l [1 - \{1 - P(A_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0)\} \\
 &\quad \times \{1 - P(B_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0)\} \{1 - P(A_1 = 1)\} \\
 &\quad \times \prod_{j=2}^{i-1} (1 - P(A_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0)) \{1 - P(B_1 = 1)\} \\
 &\quad \times \prod_{j=2}^{i-1} (1 - P(B_j = 1 | A_{j-1} = 0, B_{j-1} = 0))]. \dots \dots \dots (35)
 \end{aligned}$$

2.3.2 직렬시스템

(1) 특정 기간에서의 시스템 고장확률

호이스트가 직렬시스템일 경우에는 병렬시스템일 경우와 마찬가지로 l 번째 기간에서 호이스트를 관측했을 때, 호이스트가 고장일 확률은 식 (24)와 같이 나타낼 수 있으며, 식 (24)의  $P(C_i=0, C_i=1)$ 은 식 (33)과 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(C_{i-1} = 0, C_i = 1) \\
 &= P(C_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0) P(A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0) \\
 &= \{1 - (1 - P(A_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0))\} \\
 &\quad \times (1 - P(B_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0)) \\
 &\quad \times P(A_{i-1} = 0) P(B_{i-1} = 0). \dots \dots \dots (33)
 \end{aligned}$$

식 (33)의  $P(A_{i-1}=0)$ 은 식 (34)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &P(A_{i-1} = 0) \\
 &= P(A_{i-1} = 0 | A_{i-2} = 0, B_{i-2} = 0) \\
 &\quad \times P(A_{i-2} = 0 | A_{i-3} = 0, B_{i-3} = 0) P(A_{i-2} = 0) \\
 &\quad \vdots
 \end{aligned}$$

(2) 시스템 고장이 관측되었을 경우 그 원인이 특정 부품의 고장일 확률

l 번째 기간에서 호이스트의 고장이 관측되었을 경우, 와이어 A의 고장으로 인해 호이스트가 고장 났을 확률은 식 (36)과 같다.

$$\begin{aligned}
 &P(A_i = 1, B_i = 0 | C_i = 1) \\
 &= [P(A_1 = 1) P(B_1 = 0) + \sum_{i=2}^l \{P(A_i = 1 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_i = 0 | A_{i-1} = 0, B_{i-1} = 0) P(A_{i-1} = 0) \\
 &\quad \times P(B_{i-1} = 0)\} / P(C_i = 1)]. \dots \dots \dots (36)
 \end{aligned}$$

2.2.3 예제

<그림 3>의 호이스트가 병렬 시스템이고, 화물을 운반하는 데 600초가 소요되며, 운반기간을 120초 간격으



로 5개의 기간으로 나누었을 때, 호이스트가 360초 이내에 고장 날 확률과 각 와이어가 다른 와이어보다 먼저 고장 났을 확률을 계산한다. 식 (10)을 이용하여 계산한 부품 A와 B의 기간별 고장확률은 <표 3>과 같고, 와이어 A와 B 중에서 하나가 고장 났을 때, 다른 하나가 고장 날 확률은 <표 4>와 같다고 가정한다.

이 호이스트가 360초 이내에 고장 날 확률은 식 (24)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$P(C_3 = 1) = 0.01023.$$

호이스트의 고장이 관측되었을 경우, 와이어 A가 먼저 고장 났을 확률과 와이어 B가 먼저 고장 났을 확률은 식 (29)에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$P(T_A < T_B | C_3 = 1) = 0.347,$$

$$P(T_A > T_B | C_3 = 1) = 0.412.$$

### 3. 결론 및 향후연구 과제

본 연구는 베이지안망을 이용하여 부품들이 상호의존적이고, 시간에 따라 부품 고장확률이 변하는 시스템의 신뢰도를 평가하였다. 먼저, 각 부품의 고장확률을 계산하는 방법을 제시하였다. 다음으로, 베이지안망을 이용하여 상호의존적인 부품들로 구성된 시스템의 신뢰도를 부품 고장확률이 시간에 관계없이 일정한 경우와 시간에 따라 변하는 경우로 나누어 계산하였다. 이는 부품의 고장확률이 서로 독립적이고, 시간에 관계없이 일정하다고 가정했던 기존의 신뢰도 평가들에 비해 보다 현실적이라 할 수 있다. 또한, 시스템 고장이 관측됐을 경우에 그 정보를 이용하여 특정한 사건의 발생확률을 추론함으로써 단순히 시스템의 고장확률을 계산하는 것에서 나아가 시스템의 고장 원인을 파악 할 수 있게 하고, 그에 대한 집중적인 관리를 가능하게 한다.

본 연구에서는 부품이나 시스템이 ‘고장’과 ‘작동’의 두 개의 상태만을 가지며 수리가 불가능하다는 가정 하에 시스템의 신뢰도를 계산하였다. 그러나 보다 현실적인 상황에서는 불안전 상태, 혹은 고장 난 부품의 수리가 가능할 수 있는 등의 여러 상태를 가질 수 있다. 따라서 향후에는 변수가 다수의 상태를 가진 경우를 표현할 수 있는 베이지안망의 장점을 이용하여 부품이나 시스템이 가질 수 있는 상태가 세 개 이상인 경우의 시스템 신뢰도를 평가하는 연구가 수행되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- [1] Arroyo-Figueroa, Gustavo, Luis Enrique Sucar, and Aljandro Villavicencio, "Probabilistic Temporal Reasoning and its Application to Fossil Power Plant Operation," *Expert Systems with Applications*, Vol. 15, No. 3-4, pp. 317-324, 1998.
- [2] Barrientos, M.A. and J.E. Vargas, "A framework for the Analysis of Dynamic Processes Based on Bayesian Networks and Case-based Reasoning," *Expert Systems with Applications*, Vol. 15, No. 3-4, pp. 287-294, 1998.
- [3] Bobbio, A., L. Portinale, M. Minichino, and E. Ciancamerla, "Improving the Analysis of Dependable Systems by Mapping Fault Trees into Bayesian Networks," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 71, No. 3, pp. 249-260, 2001.
- [4] Jensen, Finn V., *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer-Verlag, Inc., New York, 2001.
- [5] Limin, Huo, Zhu Yongli, and Fan Caofeng, "Reliability Assessment of Power Systems by Bayesian Networks," *Proceedings of International Conference on Power System Technology*, Vol. 2, No. 13-17, pp. 876-879, 2002.
- [6] Lin, Fu-ren, Chih-hung Chiu, and San-chiang Wu, "Using Bayesian Networks for Discovering Temporal-State Transition Patterns in Hemodialysis," *Proceedings of the 35th Hawaii International Conference on System Sciences*, pp. 1957-1964, 2002.
- [7] Mahadevan, Sankaran, Ruoxue Zhang, and Natasha Smith, "Bayesian Networks for System Reliability Reassessment," *Structural Safety*, Vol. 23, No. 3, pp. 231-251, 2001.
- [8] Nadkarni, Sucheta and Prakash P. Shenoy, "A Bayesian Network Approach to Making Inferences in Causal Maps," *European Journal of Operational Research*, Vol. 128, No. 3, pp. 479-498, 2001.
- [9] Pynadath, D. and M. Wellman, "Accounting for Context in Plan Recognition with Application to Traffic Monitoring," *Proceedings of the 11th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 472-481, 1995.