한국학교수학회논문집 제 7 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 7, Number 1, 83-102, June 2004

학교 수학과 어린이의 수학 지식에 대한 고찰 -초등학교 1학년 덧셈을 중심으로-

김 연[1] · 박만구[2]

본 논문은 교육과정에서 초등학교 1학년 학생들에게 제시하고 있는 덧셈의 내용을 살펴보고 질문지와 인터뷰를 통해 덧셈의 학습 이전에 실제로 어린이들이 덧셈에서 사용하며 선호하는 전략을 알아보고 바람직한 수학 교수 학습의 방향에 시사점을 제공하고자 한다. 현행의 교육과정은 학습 초기부터 표준 알고리즘을 중심으로 지도 하도록 되어 있고, 교사들은 이러한 지식을 학생들의 수학적 성향과 무관하게 표준 알고리즘을 학생들에게 암암리에 강요하고 있는 실정이다. 교사는 학생들이 어떤 수 세기와 수 개념 단계에 이르렀는지 파악하고 그들의 수개념과 표준 알고리즘간의 효과적인 결합을 위해서 학생들의 풀이 전략을 좀 더 심층적으로 관찰할 필요가 있으며, 학생들의 비형식적인 지식을 형식적인 수학에 유연하게 접목하는 시도를 끊임없이 해야할 것이다.

주요용어 : 형식적 수학 지식, 비형식적 수학 지식, 수 세기와 수 개념 단계

Ⅰ. 서론

본 고는 학교에서 가르치고 있는 수학과 초등학교 1학년 어린이들이 가지고 있는 수학을 덧셈의 사례를 통하여 알아보고 그에 대한 시사점을 제안하고 하고자 한다. 어린이들은 수학 학습을 시작하기 전부터 이미 다양한 수학적인 상황을 경험하고 자연스럽게 그들만의 수학적 지식을 형성하게 된다. 이러한 현상은 학교에 입학하고 나서도 마찬가지로 어린이들이 학교에서 배우는 수학과 다른 수학적 개념을 가지고 있곤 한다. 그런데 학교에서 배우는 수학은 어린이들이 이미 가지고 있는 수학과 용어, 의미, 접근 방법에서 차이가 있을 수 있다. 즉, 어린이들의 수학은 교사나 성인의 그것과는 다르며 나름대로의 근거, 논리, 추론을 가지고 접근하는 경우가 있으며, 학교에서 지도하고 있는 기초적인 수학적 개념과 절차들을 이해하고 학습하는 토대를 제공해 줄 수 있는 자원으로 고려되어야 하는 것이다.

그러나 교수학적 변환의 과정에서 어린이들이 비형식적으로 형성한 수학적 지식에 대한 개념이 외면당하고 있다고 연구자들은 지적하고 있다(Ginsburg, 1996, 김진호, 2002, 재인용). 많은 경우에 교사들은 어린이들은 비논리적이라고 무시하거나 다른 논리를 적용하여 푼 경우에도 그 저변에 깔려 있는 어린이들의 수학적 사고는 간과되는 경우가 많다고 할 수 있다(예를 들면 Erlwanger, 1972). 또한 그들은 교과의 일반적인 교수 방법에 얽매여 암암리

1) 서울동구로초등학교(naifyeon@yahoo.co.kr)
2) 서울교육대학교(mpark29@yahoo.com)

에 어린이들의 자유로운 수학적인 사고들을 한정하는 경우가 많다. 이로 인하여 어린이들은 그들의 다양한 수학적 사고에 제한을 받게 되고 그런 부조화 또는 괴리감으로 인하여 학교에서 수학을 배우는데 어려움을 느끼고 있으며 학년이 올라감에 따라서 수학에 대한 흥미도 점점 잃어가고 있다(Eisenhower National Clearinghouse, 1997, TIMSS International Study Center, 1997). 또한 학교 수학에서 다루고 있는 알고리즘이나 형식적 수학의 절차적 지식만을 지나치게 강조하다보니 어린이들이 수학적 개념의 의미를 충분히 음미해 볼 수 있는 기회를 박탈하게 되는 결과를 초래하기도 한다(Hiebert & Carpenter, 1992).

김진호(2002)는 어린이들의 비형식적 지식과 학교에서 가르치는 형식적 지식 사이의 의미 있는 결합이 수학 학습에서 중요시되어야 함을 강조하는 이론적인 측면에서 접근을 하고 있다. 그러나 두 지식 사이의 간격이 얼마나 떨어져 있는지, 어린이들이 자신들의 비형식적 수학을 어떻게 사용하는지에 대한 연구를 후속연구의 과제로 맡겨 두고 있다.

따라서 본 연구는 어린이들이 실제 접하는 덧셈의 형식적 지식에 대응하는 학교에서 배우는 지식으로 현행 제7차 교육과정 초등학교 수학 교과서에서 어떻게 제시하고 있는지 살펴보고, 그에 대응하는 어린이들의 덧셈에 대한 수학적인 사고와 전략은 어떠한지를 수 세기와 수 개념 이론을 근거로 살펴보고 현 초등학교 수학교육에 대한 시사점을 제시하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

이 부분에서는 학교 수학과 어린이의 수학에 대한 간단한 용어를 정의하고 비형식적인 수학이라고 할 수 있는 어린이의 수학과 보다 형식적인 학교 수학에 대하여 기존의 연구를 살펴보고, 본 논문에서 직접적으로 다루고 있는 덧셈과 밀접하게 관련이 있는 어린이들의 덧셈에 대한 Thompson(1997)의 암산 전략과 Steffe, von Glasersfeld, Richards와 Cobb(1983)의 수 세기와 수 개념의 발달 이론을 중심으로 살펴보도록 하겠다.

1. 어린이의 수학과 학교 수학

본 고에서 어린이의 수학이라 함은 정규적인 학습 이전에 어린이들이 일상적인 생활이나 자연스런 상황에서 가지게 되는 수학적인 능력이나 활동을 통틀어서 일컫는 것으로 보통 비형식적인 수학이라고 불리는 것이고, 학교 수학이라 함은 정규적인 교육기관인 학교에서 교육과정에 의거하여 배우는 수학으로 어린이의 수학에 비하여 보다 형식적인 수학을 말한다. 따라서 어린이의 수학은 어린이들 각자에 따라서 서로 다를 수밖에 없으며 성인이 보기에는 자주 비논리적이고 비효율적인 수학이라고 생각될 수도 있다.

수학지식의 구성은 개개의 기존 지식 간에 좀 더 상세하고도 의미있는 연결을 통하여 축적되고 발달하게 된다(강완 · 백석윤, 2000, Hiebert & Carpenter, 1992, Skemp, 1987). Skemp(1989)는 어린이들의 인지 구조의 스킴을 언급하면서 마치 우리가 어느 특정한 곳을 가기 위해서는 크고 작은 도로를 거쳐서 갈 수 있는 것과 같이 우리의 지식은 좀 더 섬세한 연결성을 가지면서 지식이 축적되고 발달될 수 있음을 주장하였다. 어린이들의 비형식적이고 일상적인 수학 지식과 학교와 같은 공식적인 기관을 통하여 배우는 형식적인 지식 사이

의 유사점과 상이성을 파악하여 효과적이고도 의미있는 연결을 지우는 것이 중요하다고 할 수 있다.

어린이들은 우리 성인들이 알고 있는 것보다 더 많은 수학적인 지식을 가지고 학교에서 공부를 시작하게 된다(Hughes, 1992). 그런데 왜 어린이들은 학교에서 수학을 배우면서 어려움을 느끼게 되는 것일까? 그 원인 중의 많은 부분은 어린이들이 가지고 있는 기존의 수학 지식과 의미있게 연결을 지우는데 실패를 하고 있음이 지적되고 있다(Kamii & Dominick, 1998, Steffe, Cobb, & von Glasersfeld, 1988). 따라서 교사들은 어린이들과의 자연스런 수학적 활동을 통하여 그들이 이미 가지고 있는 수학에 대한 심층적인 관찰이 필요하며, 더 나아가 학교에서 가르치는 수학과의 유연하고도 의미있는 연결의 시도가 요구된다.

2. 덧셈의 암산 전략

Thompson(1997)은 어린이들의 덧셈 전략에 관하여 심층적인 관찰을 통하여 그들의 수학을 이해하려고 노력하였는데 다음은 Jones(1975)의 실험 결과를 인용하여 56+38의 덧셈을 세 가지 전략으로 풀어가는 예를 보여 주고 있다.

1)누적 합(Cumulative sums)

$$56 \xrightarrow{+30} 86 \xrightarrow{+8} 94$$

이 전략은 주로 더 큰 쪽의 숫자를 출발점으로 삼아, 나머지 수의 10의 자리 수에 이 수를 보통 한 번에 또는 10씩 띄어서 더한다. 그 다음에 나머지 수의 1의 자리 수는 더 쉬운 숫자를 더하는 숫자 결합이나, 또는 10을 만들어 더하는 방법을 사용한다. 누적 합은 성인들이 많이 사용하는데, Jones(1975)는 10세와 11세 어린이의 4% 미만이 이 전략을 사용한다고 하였다.

2)부분 합(Partial sums)

이 방법을 사용할 때는 10의 자리 숫자와 1의 자리 숫자들이 따로 따로 더해지며, 56+38을 할 때 이 전략에서 가장 일반적인 방법으로서 다음과 같이 암산되어 진다.

50+30=80, 6+8=14, 80+14=94

어린이들 중에는 교환법칙(6+8=8+6)을 사용하는 어린이들도 있는데, 수의 순서를 바꾸어 더 큰 수에서 시작하여 10의 자리 수를 다루기 전에 1의 자리 수를 더하기도 한다. 또 14를 10과 4로 나누어 더하기도 한다. Jones(1975)는 10세와 11세 어린이의 82.5%가 이러한 계산법을 사용한다고 하였다.

3)누적-부분 합(Cumulo-partial sums)

처음에 10의 자리 수를 더하고(부분 합의 방법) 그 다음에 이 합을 누적 덧셈을 위한 출발점으로 사용하는 것이다.

$$50+30=80,\ 80 \xrightarrow{+6} 86 \xrightarrow{+8} 94$$

Jones(1975)는 10세와 11세 어린이의 14%가 이런 계산법을 사용한다고 하였다. 이 계산 방법 외에도 우리 성인들이 예상하지 못하는 방법을 사용하여 답을 얻는 경우도 있을 수 있다. 물론, 때에 따라서 계산 결과가 옳지 않을 수도 있다. 그러나 그 경우에도 교사는 어린이가 왜 그런 결과를 얻게 되었는지 그 이면을 살펴볼 필요가 있고 이렇게 함으로써 수학적으로 보다 의미있는 접근을 할 수가 있을 것이다.

3. 수 세기와 수 개념의 발달 유형

Steffe, Cobb, Richards, von Glasersfeld등이 어린이들의 수 개념 발달에 관한 연구를 장기간에 걸쳐 해왔는데, 그 연구의 결과로 "Children's counting types"와 "Construction of arithmetic meaning and strategies"를 책으로 냈다. 위 연구에 따르면 어린이들은 수 세기 발달에 따라서 독특한 계산 유형을 보여 주는데 그 속성을 살펴보면 다음과 같다(박만구, 1999).

1) 감각적 세기 단계

이 단계의 어린이는 보거나, 듣거나, 만질 수 있는 지각적 단위에 의존해야만 셀 수 있는 단계이다. 좀 더 나아가 이 단계의 어린이들은 원래의 물건 대용으로 수를 세기 위하여 손가락을 이용하기도 한다. 이런 행동은 표상적 세기 단계로의 이행을 보여주는 과도기적 행동으로 각각의 물건들을 하나의 셀 수 있는 것으로 생각할 수 있다는 것과 감각적 물건들을 이미지로 표상하여 그 이미지를 셀 수 있는 것으로 바꾸기 시작한다.

2) 표상적 세기 단계

이 시기의 어린이들은 물건을 셀 때 더 이상 직접적인 감각적 물건을 볼 필요가 없는 대신 셀 수 있는 것을 표상을 통하여 이미지로 "재구성"하게 된다. 이 시기의 어린이들은 세기를 할 때 손가락으로 물건을 각각 가르키면서 세거나 수의 이름을 말하면서 센다. 예를 들어 5개의 바둑돌을 수건으로 가리고 5개가 가려져 있는데 세라고 하면 직접 보이지는 않지만 손가락 5개를 이용하여 바둑돌을 대신하여 세는 경우를 생각할 수 있다.

3) 초기 수 연계 단계

이 단계부터 어린이들은 비로소 초보적인 추상적 세기를 할 수 있게 된다. 직접적인 세는 대상의 물건이 없어도 세기를 할 수 있게 된다. 이 시기의 어린이들은 보이지 않는 부분의 물건을 시각화할 필요성을 느끼지 않으며, 전체의 합을 구하기 위해 이어 세기를 사용하고, 감수를 알아내기 위해 내려 세기를 사용한다.

4) 내연적 함의 수 연계 단계

이 단계의 어린이들은 몇 개의 모임의 수를 하나의 단위로 볼 수도 있고, 또한 하나 하나의 단위 물건들의 모임으로 볼 수도 있다. 그러나 이 단계는 아직 수의 함의 단계에 관한

외연적 확실성에 대하여 뚜렷한 개념이 아직 덜 성숙된 단계라고 볼 수 있다. 또한 이중 세기를 할 수 있게 된다. Steffe는 내연과 외연의 의미 차이를 아동이 얼마나 수 개념을 내면화하여 재구성할 수 있는가로 설명을 하고 있다.

5) 외연적 함의 수 연계 단계

이 단계의 어린이들은 두 수의 계열을 따로 인식하고 있고, 작은 수의 계열을 큰 수의 계열에서 떼어 내어 서로 비교할 수도 있다. "반복 가능한 단위"를 형성하는데, 예를 들어 수 다섯은 "5개의 하나"로 인식하기도 하고 "하나를 다섯 번 반복하여 만든"것으로 생각되어 질 수도 있다. 부분과 전체에 관한 관계성이 뚜렷이 발달되어 뺄셈은 덧셈의 반대 관계임을 이해하게 된다. 이 시기에는 수의 함의 관계가 내연적인 것이 이제는 외연적이 된다. 그래서 낱개의 묶음을 하나의 단위로 생각하여 반복적으로 사용할 수 있게 됨에 따라서 연산에 있어서 보다 효율적으로 계산 결과를 얻어낼 수가 있게 된다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구를 위하여 교과서 분석, 어린이들의 인터뷰, 비디오 촬영 및 프로토콜 분석을 병행하였으며 어린이들의 전략 사용에 대한 분석을 위하여 계속적인 비교 분석 방법을 사용하였다.

1) 참여자

서울시 구로구에 위치한 D초등학교 1학년 한 학급 어린이 전체 33명(남: 17명, 여: 16명)

2) 교과서 분석

어린이들이 접하는 덧셈의 표준 알고리즘을 탐색하기 위해, 현행 제7차 교육과정의 수학 교과서에서 받아올림이 있는 덧셈의 내용 1-나, 7.더하기와 빼기(2)와 2-가, 2.두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(1)을 분석했다.

3) 예비 인터뷰

덧셈의 표준 알고리즘을 배우지 않은 어린이들의 덧셈에 관한 비형식적 지식을 알아보기 위해 1-나 단계의 '4. 10이 되는 더하기와 빼기'를 학습한 본 연구에 참여한 어린이 전체를 대상으로 덧셈 문제(45+17+9)를 학습지로 제시하고 해결하도록 한 다음 조사자와 일대일로 인터뷰를 하였다. 해결 방법을 Thompson(1997)이 제안한 3가지 덧셈 책략을 기준으로 분류하였다.

4) 인터뷰

예비 인터뷰에서 덧셈의 의미만을 이해한 어린이들, 동그라미를 그려서 해결한 어린이들, 암산을 이용하는 방법 중에서 부분합을 이용한 어린이들과 누적합의 방법을 사용한 어린이들 중 임의로 한 명씩 선택하였다. 그리고 그들의 수 세기와 수 개념의 발달 유형을 조사하기 위해 박만구(1999)의 수 세기와 수 개념의 발달 유형에서 각 유형의 질문들을 중심으로

인터뷰하였다. 인터뷰는 모두 비디오로 촬영하여 차후의 분석에 이용하였다.

5) 프로토콜 작성 및 분석

촬영한 비디오를 프로토콜로 작성하고 내용들을 계속적으로 비교 분석하였다.

IV. 덧셈에 대한 어린이의 수학 지식과 학교 수학에 대한 고찰

1. 덧셈에 대한 학교 수학

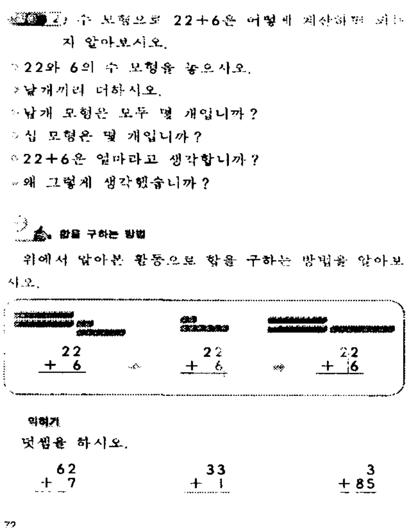
덧셈은 정의에 의하여 두 집합의 합집합으로 생각하여야 한다. 그런데 합하는 상황은 두 집합을 동시에 합하는 합병의 경우와 한 집합에 다른 집합을 첨가하는 첨가의 경우로 나누어 생각할 수 있다. 그러므로 덧셈을 지도할 때는 합병과 첨가로 나누어 지도하는 것이다. 합병의 경우는 합집합을 이용하여 수리적으로 접근이 가능하기 때문에 약속을 하였다. 그러나 첨가의 경우는 수리적으로 접근이 어렵기 때문에 순수 수학적 입장에서 정의되지 못하는 것으로 생각된다.

본 고에서는 이런 두 가지 덧셈 지도가 반영되어 학교에서 학생들이 실제로 덧셈의 형식적 지식을 접하게 되는 현행 제7차 교육과정의 초등학교 수학 교과서 1-나 단계와 2-가 단계를 살펴보았다.

1) 받아올림이 없는 (두 자리 수)+(한 자리 수)

제7차 교육과정에서 덧셈의 표준 알고리즘이 처음 제시되는 것은 1-나, 6.더하기와 빼기(1)에서이다(<그림1> 참조). 생활 장면의 도입, 구체물의 사용과 활동 세부 지시, 수모형의 사용과 활동 세부 지시, 표준 알고리즘 제시로 한 차시가 전개되었다. 이는 이후에서도 동일하게 적용되는 교과서 전개 방법이다. 이는 학습의 결과보다 과정을 중심으로 전개하려는 시도이다. 그런데 세부 활동은 표준 알고리즘의 연산 순서와 동일하게 제시된다. 즉, 표준 알고리즘을 구체물, 수모형, 지필이라는 다른 소재로 연습하고 있는 것이다. 도식을 이용하여 표준 알고리즘으로 정리하여 제시한다.

<그림 1> 1-나 72쪽


수 모형으로 22+6은 어떻게 계산하면 되는지 알아보시오.

22와 6의 수 모형을 놓으시오.

낱개끼리 더하시오.

낱개 모형은 모두 몇 개입니까?

십 모형은 몇 개입니까?

22+6은 얼마라고 생각합니까?

왜 그렇게 생각했습니까?

합을 구하는 방법

위에서 알아본 활동으로 합을 구하는 방법을 알아보시오.

$$\begin{array}{r} 22 \\ +\ 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ +\ 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ +\ 6 \\ \hline \end{array}$$

익히기

덧셈을 하시오.

$$\begin{array}{r} 62 \\ +\ 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 33 \\ +\ 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +\ 85 \\ \hline \end{array}$$

72

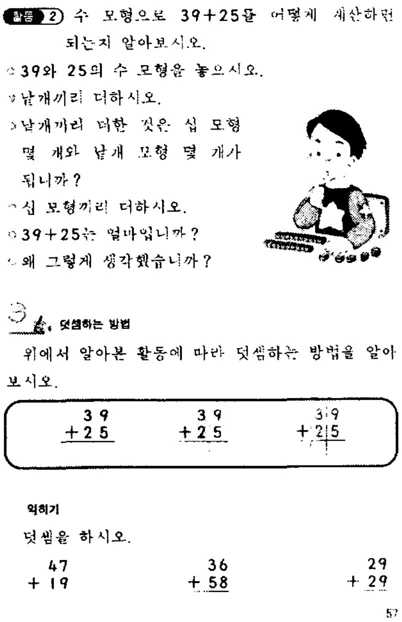
2) 받아올림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)

받아올림이 있는 덧셈은 1-나, 7.더하기와 빼기(2)에서 처음 지도된다. 앞서 학습했던 10을 만드는 수를 이용하여, 10을 만들기 위해 수를 분해하는 과정으로 받아올림을 지도하고 있다. 표준알고리즘은 익히기를 중심으로 연습형태로 제시되어 있다.

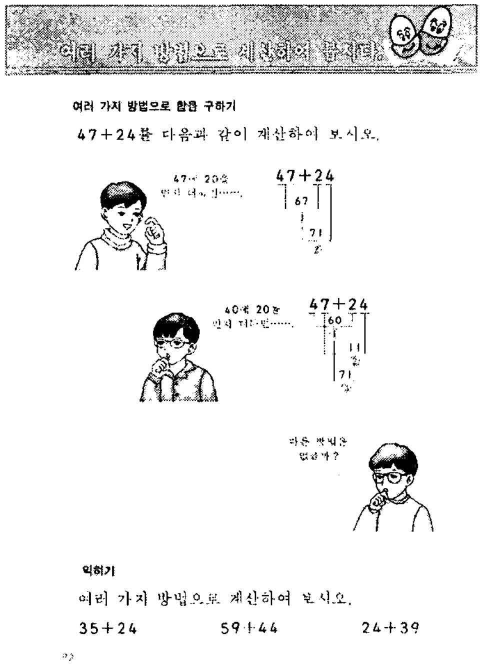
3) 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)

받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)는 2-가, 2.두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(1)에서 지도된다. 세로 형식의 계산에서 받아올림을 표현하는 과정을 도식으로 제시하는 방법으로 형식화한다.

<그림 2> 2-가 57쪽



<그림 3> 2-가 62쪽



4) 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(두 자리 수)

받아올림이 있는 (두 자리 수)+(두 자리 수)는 2-가, 4.두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(2)에서 지도된다. 먼저 이미 학습한 받아올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수)를 이용하여 여러 가지 방법으로 덧셈을 해결하도록 하는 생활 장면을 제시한다. 이후에 수 모형을 이용한 활동을 통해 계산 형식을 익히도록 하고 있다(<그림2> 참조). 여기서도 질문은 표준 알고리즘의 과정과 동일하게 제시하고 있으며 그러한 알고리즘에 대해 '왜 그렇게 생각했습니까?'의 질문이 등장하면서, 자신의 생각을 다시 정리하게 하는 지도 단계가 교과서에 등장하게 되었다. 덧셈하는 방법을 통해 덧셈 표준알고리즘을 익히게 한다. 그 이후에 여러 가지 방법으로 계산해 보는 방법의 예시가 제시되었다(<그림 3>참조).

종합해 보면 우리나라에서는 1-나 단계에서부터 덧셈의 표준 알고리즘을 지도하고 있다. 이전의 교육과정과는 다르게 구체물 및 반구체물의 사용에 대한 세부 활동을 제시하고 이에 대해 메타 인지적인 요소를 가진 '왜 그렇게 생각했습니까?'는 제시함으로써 지식의 구성이라는 관점에서 볼 때 주목할 만하다. 그러나 여전히 세부 활동의 제시 순서는 표준 알고리즘의 과정과 별반 다를 것이 없으며, 어린이들이 덧셈에 대해 그들이 본래 가지고 있던 생각을 표현할 만한 기회는 매우 부족하다. 양적으로 볼 때 교과서는 표준 알고리즘을 강조하고 있으며, 덧셈에 대한 다른 생각을 표현할 수 있는 기회는 표준 알고리즘을 모두 학습한

이후에 한 차시 분량 정도 제시하고 있다.

2. 덧셈에 대한 어린이들의 비형식적 수학 지식

1) 사전 조사를 위한 인터뷰

어린이들이 표준 알고리즘을 배우게 되면 의미에 기초한 계산보다는 아무런 생각 없이 알고리즘을 적용하게 된다. 그리고 이렇게 한 가지 방법에 고착되면, 이후에는 사고의 유연성을 기대하기가 상당히 어려워진다(정영옥, 2003, pp.171-172). 따라서 본 연구는 표준 알고리즘을 배우기 전에 받아올림이 있는 덧셈에 대한 어린이들의 비형식적 지식이 어떠한지 알아보기 위하여, 1-나 단계의 '4. 10이 되는 더하기와 빼기'를 학습한 어린이들에게 받아올림이 있는 덧셈 문제(45+17+9)를 학습지로 제시하고 해결하도록 한 다음 조사자와 일대일로 인터뷰를 하였다. 해결방법을 기준으로 간단히 분석하면 <표1>과 같다.

<표1> 초등학교 1학년 어린이들이 45+17+9를 해결하는 방법

몰이해	덧셈의 의미만 앎	반구체물 그리기		암산 방법 이용			표준 알고리즘	
문제를 이해하지 못함	덧셈 기호만 이해	동그라미를 그려서 세어봄	45부터 동그라미를 그려서 세어봄	부분합 방법을 이용	누적합 방법을 이용	누적-부분 합 방법을 이용	표준 알고리즘 이용	계
6.09%	21.24%	36.38%	6.08%	18.02%	6.09%	3.05%	3.05%	100%

문제 자체를 이해하지 못한 어린이들을 제외하고 어린이들이 사용한 해결방법을 크게 네 가지로 나누어 볼 수 있다. ①덧셈의 의미만을 아는 것, ②동그라미를 그려서 해결하는 방법, ③암산을 이용하는 방법, ④표준 알고리즘을 이용하는 방법이 그것이다. ④의 경우는 이미 표준 알고리즘을 학습한 어린이로 파악되어 ④의 경우를 제외한, ①, ②,그리고 ③에서 어린이들이 주로 사용하는 부분합을 이용한 어린이와 성인들이 주로 사용하는 누적합의 방법을 사용한 어린이 한 명씩 선택하여 2차 인터뷰를 시작하였다. 2차 인터뷰에서는 이들이 어떤 수 개념을 갖고 있는지를 중심으로 전개하였다.

2) 연산 방법의 선택과 수 개념 발달 단계 간의 관계에 관한 인터뷰

(1)덧셈의 의미만 아는 어린이

이 어린이는 <그림4>에서 보는 것과 같이 사전인터뷰에서 반구체물을 그리다가 포기를 하고, 더하면 될 것 같지만 자신은 그 방법을 모르겠다고 말했었다. 이 학생에게 106개의 바둑알이 있는 통을 제시하면서, 바둑알이 몇 개 있는지 세어보게 하였다.

조사자: 진짜 숫자를 잘 세나 봅시다. 무겁지? 안 무거워? 뚜껑 열어봐요. 바둑알이 많이 있어요. 몇 개인지 세 봐.

어린이A: (통에서 바둑알을 하나씩 바닥에 꺼내면서 센다.)

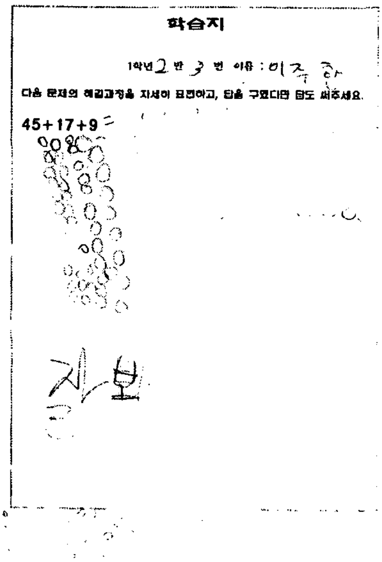
하나, 둘, 셋... 열 셋...여든 아홉, 백.. 백 구 다음이 천이죠?

조사자: 음...

어린이A: 천....천 육.

조사자: 와 천 육까지 셌어? 아까 선생님한테 99가지 셀 수 있다고 그랬는데.. 잘 했어요. 바둑알 진짜 많다.

어린이는 106개의 바둑알을 세는 것에서부터 매우 곤란해 하였다. 특히, 서른 아홉에서 마흔, 마흔 아홉에서 쉰 등 십 단위로 올라갈 때마다 주저했다. 구체물을 이어세기의 방법으로 세는 활동에서도 오류를 범하였다. 즉, 이 어린이는 '세기'활동 자체가 미숙한 단계이므로 수의 관계성이나 표준 알고리즘의 학습은 피상적인 것이 될 수밖에 없다. 이 어린이는 7개의 동그라미를 세는 감각적 세기와 가려진 5개의 동그라미를 이미지로 재구성하는 표상적 세기의 문제들은 해결하였다.



<그림 4> 덧셈의 의미만 아는 어린이의 전략

조사자: ("17-8"이라고 씌어진 카드를 보이면서) 이거 답 얼마까? 손 위에 올려 놓으세요. 십칠 빼기 팔이거 얼말까?

어린이A: 십일.

조사자: 십일? 어떻게 십일이 나왔어요? 십일. 어떻게 했어? 손가락으로 했어?

어린이A: 아니요.

조사자: 그럼 머리로 했어?

어린이A: (끄덕인다.)

조사자: 머릿속에서 무슨 일이 일어났는데? 선생님한테 가르쳐 주세요.

어린이A: 그냥 생각났어요.

위 인터뷰는 초기 수 연계 단계와 관련되어 어린이가 초보적인 추상적 세기가 가능한가의 여부에 관한 것이다. 이 단계에 해당되면서도 표준 알고리즘을 배우지 않은 어린이들이 이 문제를 해결하는 방법은 내려 세기이다. 그러나 이 어린이는 앞에서 보았듯이, '세기'능력이 부족할 뿐만 아니라 20미만의 수에 대한 관계성도 파악하지 못하고 있음을 보여준다. 따라서 이 어린이는 표상적 세기 단계에 해당된다.

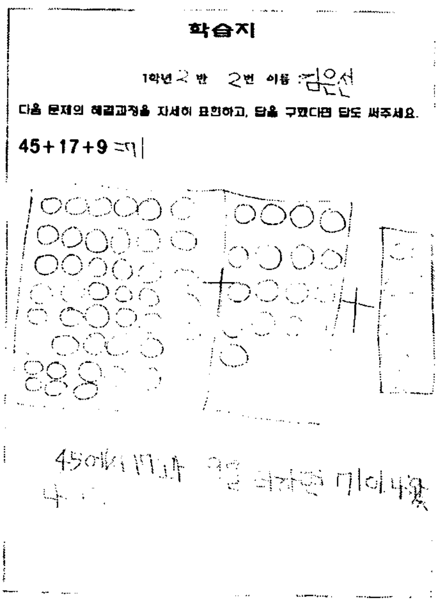
(2) 반구체물을 이용하여 해결한 어린이

이 어린이는 <그림5>에서 보는 것과 같이 반구체물을 그린 후 이를 모두 세는 방법으로 문제를 해결했다. 이 어린이에게 바둑알이 담긴 2개의 통을 보이면서 다음과 같은 대화를 나누었다.

조사자: (뚜껑으로 닫힌 검은통을 보이면서)여기는 오십 개가 들어 있다. 오십 개. 선생님이 아까 오기 전에 세어 봤어. 그런데 여기에는 몇 개 들어 있는지 모르고, 그냥 가지고 왔거든? 그러면 모두 몇 개인지 선생님한테 세어서 가르쳐 줄 수 있어? 모두 합쳐서 모두 몇 알일까? 선생님이 이건(검은통을 짚으면서) 모두 오십알 인거 세어 봤어.

어린이B: 다요?(노란통 뚜껑을 열면서)
조사자: (검은통을 가리키며)이건 모두 오십알이야. 그런데 모두 합치면, 검은통 노란통 모두 합치면 모두 몇 알일까?
어린이B: (노란통을 엎어서 바둑알을 모두 꺼낸다.)
(다시 하나씩 바둑알을 짚어서 통에 넣으면서)오십일, 오십이, 오십삼, 오십 사..(큰 목소리로)육십사.
조사자: 우와~ 육십사~ 어떻게 육십사라는 걸 알어? 이거(검은통을 가리키며) 안 세도 알어?
어린이B: (끄덕인다.)
조사자: 어떻게 알어?
어린이B: (검은통을 가르키며)이거 오십이고, 여기 세면..
조사자: 우와~ 그랬구나. 은선이 정확하게 잘 했어. 잘 했어. 은선이 너무 잘 했어.

<그림 5> 반구체물을 이용하여 해결한 어린이의 전략



이 어린이는 구체물을 세는데 있어서 매우 자신감이 있었으며, 위의 인터뷰에서처럼 이어 세기를 사용할 줄 알았다. 이 어린이도 감각적 세기, 표상적 세기는 앞의 어린이처럼 매우 쉽게 해결했을 뿐만 아니라 다음 인터뷰처럼 '17-8'의 해결도 자신이 잘 알고 있는 방법을 정확하게 사용했다.

조사자: ("17-8"이라고 씌어진 카드를 보이면서)숫자네. 이거 답 얼말까?
어린이B: 십칠 빼기 팔?
조사자: 응~.
어린이B: (고민한다.)
조사자: 손 보여주세요. 괜찮아요. 어, 진짜야. 손가락 써도 되는거야. 선생님 손가락 보여주세요.
어린이B: (두 손을 모두 펴고, 왼손 엄지부터 접어가면서 센다. 여덟 개를 접으면서) 구.
조사자: 구? 어떻게 했어? 지금 어떻게 했어? 선생님 가르쳐 줘~
어린이B: (두 손을 모두 편 상태에서 오른손 엄지를 접으면서)십육, 십오,..십, (왼손 세 번째 손가락을 접으면서)구.
조사자: 백점, 백점~

즉, 이 어린이는 덧셈에서는 이어 세기를 사용하고, 뺄셈에서는 손가락을 이용하여 내려 세기를 사용하는 등 초보적인 추상적 세기 능력이 우수하여 초기 수 연계 단계에 해당된다.

조사자: ("19+6=25"가 적힌 카드를 보여준다.)
어린이B: 히이~.

조사자, 학생: 십구 더하기 육은 이십 오(같이 읽는다.).

조사자: 잘 읽네, 식도 잘 읽는구나. 그러면 이십오 되는 숫자, 십구 더하기 육만 되는거 아니거든?

어린이B: 육 더하기 십구.

조사자: 육 더하기 십구? 또? 또 뭐 없을까?

어린이B: 구 더하기 일 더하기 육.

조사자: 구 더하기 일 더하기 육? 또? 이십 오를 만들 수 있는 또 다른 두 숫자. 구 더하기 일 더하기 육 이렇게 세 숫자 말고, 십구 하나 육 하나 이렇게 더했죠? 두 숫자로만. 육 더하기 십구도 맞아.

어린이B: (고민한다.)육 더하기 십구?

조사자: 육 더하기 십구? 아까 했지. 맞아요. 또?

어린이B: 십구 더하기 육?

조사자: 그 다음에..

어린이B: (고민한다.)

조사자: 어려워요? 그래요. 그럼 여기까지..

위 인터뷰는 수의 합의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 것으로 내연적 합의 수 연계 단계에 대한 것이다. 여기에서 어린이는 덧셈에서 교환 법칙이 성립한다는 것은 알고 있지만, 수의 내연적 합의 관계를 이해하지 못하고 있음을 알 수 있다. 특히, 19+6=9+1+6이라고 생각하는 것으로 보아, 아직은 자리 값의 개념을 명확히 이해하고 있지는 못하는 듯 하다. 따라서 이 어린이는 초기 수 연계 단계에 해당되는 능력은 충분하지만 아직 내연적 합의 수 단계에는 이르지 못했다.

(3)부분합의 방법을 이용하는 어린이

이 어린이는 구체물 세기를 매우 정확하고 빠르게 할 수 있었으며, 그 과정에서 주저함 없이 매우 자신감 있는 모습이였다. 이어 세기에서도 자신이 그렇게 활동한 이유를 명확히 표현할 수 있었다. 특히, 수세기에 대한 다음의 인터뷰는 그가 일상 생활에서 수세기를 충분히 이해하고 이를 활용하고 있음을 알 수 있다.

조사자: 진호 수 셀 줄 알아요? 수?

어린이C: 네.

조사자: 언제 세?

어린이C: 네?

조사자: 숫자 언제 세?

어린이C: 몰라요.

조사자: 몰라요? 숫자 세 본 적 없어요?

어린이C: 있어요. 아주 많이.

조사자: 아주 많이?

어린이C: 학습지 할 때요. 맨날 세요.

조사자: 또?

어린이C: 얘들이 있을 때요, 몇 명이 있는지 알려면 세야 해요.

조사자: 아~ 그렇지. 선생님도 몇 명이 있는지 선생님반 친구들이 몇 명있는지 세보기도 해요. 또 없어요?

어린이C: 우리집 식구가 몇 명인지.

조사자: 우리집 식구가 몇 명인지? 준호네 식구 몇 명이야?

어린이C: 네 명, 나까지 다섯 명.

조사자: 준호까지 다섯 명? 와~ 그래요. 잘 했어요. 몇 까지 셀 수 있어? 준호?

어린이C: 백.

조사자: 백? 좋았어.

앞의 두 어린이에게 같은 질문을 하였을 때, 물건의 수를 센다, 몇 개인지 알아본다, 인형의 수를 세어 본다 등의 질문에 전혀 답변하지 못했던 것과는 매우 대조적이였다. 자신이 수를 세는 구체적인 예를 들어 설명하였으며, 그러한 정보의 의미를 이해하고 있다.

조사자: (“17-8”이 쓰인 카드를 보여주면서)이거 답 알아요?

어린이C: 구.

조사자: 어떻게 알았어?

어린이C: 봐봐요. 십칠에서 팔, 팔을 여기서 빼면요, 이거 빠지고 하나 더 빠지니까 구잖아요.

조사자: 우와~.

어린이C: 팔이잖아요. 여기는 칠이잖아요. (숫자 17의 7을 가리키며)칠을 빼고 여기서 하나 더 빼면 구가 남아요.

조사자: 알았어요. 잘 했어요.

이 어린이가 사용한 방법은 8-7=1 과 10-1=9 이다. 이것은 알고리즘도 아니고 내려 세기도 아닌, 그 만의 방법을 사용하고 있다. 표준 알고리즘의 방법이 10-8=2 과 2+7=9 의 순서로 연산하는 것과 비교할 수 있다. 수의 함의 관계 이해에 관한 내연적 함의 수 연계 단계를 알아보기 위한 다음 2개의 질문에서 어린이는 다음과 같이 답변하였다.

조사자: 구슬 문제, 구슬 열 세 개하고 구슬 열 네 개를 합치면?

어린이C: 이십 사.

조사자: 다시 구슬 열 세 개, 열 세 개하고 구슬 열 네 개하고 합치면 모두 몇 개일까?

어린이C: (손가락을 움직임)손 여기 여기..이십 칠.

조사자: 손가락으로 하면 바로 알어?

어린이C: 네.

조사자: 손가락으로 뭐 했는데?

어린이C: 봐봐요. 십 사하고 십 삼이였잖아요. 십끼리 합치면 이 십이잖아요. 그 다음 삼에다가 사를 더하면 칠, 그러니가 이십 칠.

조사자: 잘 했어요.

조사자: (“19+6=25”가 쓰여진 카드를 제시한다.)

어린이C: 이게 뭐에요?

조사자: 이거 읽을 수 있어요?

어린이C: 어떻게요? (조사자가 손가락으로 짚으면서 하나씩 읽는다.)십 구 더하기 육.

조사자: (등호를 가리키면서)이거는? 이거 몰라요?

어린이C: 이십 오.

조사자: 이십 오를 만드는 숫자. 바둑알 열 아홉 개와 바둑알 여섯 개를 합치면 이십오라는 것을 표현한 거에요. 그러면 이십오 만드는 거 꼭 십 구, 육 아니더라도 만들 수 있죠?

어린이C: 네.

조사자: 몇 개 하고 몇 개하면 이십 오를 만들 수 있을까?

어린이C: 열 개 열 개, 아니..(고민) 십 십오.

조사자: 십 십오? 어떻게 알았어?

어린이C: 봐요. 여기 십이잖아요. 여기 십 놓고, 빼구요. 여긴 십하고 오.

조사자: 종이 줄까?

어린이C: 네. 이십 오잖아요. 이십 오에서요. 십 오하고 십이라고 했잖아요. 십은 여기다 놓고, 또 십은 여기다 놓으면 오가 남잖아요.

조사자: 십하고 십오. 또 없어?

어린이C: 또요? 이십오 만드는 거요? (고민)육, 십구.

조사자: 육, 십구? 또?

어린이C: (고민)사 이십 일.

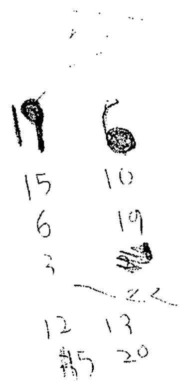
조사자: 사 이십 일? 어떻게 알았어?

어린이C: 봐봐요. 사가 있잖아요. 사를 여기다 놓으면 일이 남으니까 이십 일이잖아요.

조사자: 또 생각나는 거 없어요?

어린이C: 없어요.

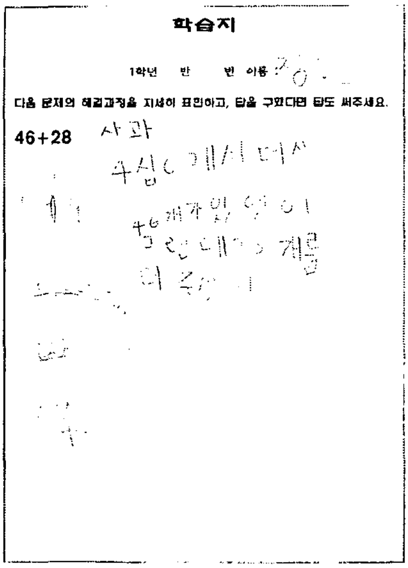
<그림 6> 부분합 전략을 이용하는 어린이가 25를 만드는 방법



앞의 문제에서 이 어린이는 자리수의 개념을 이용한 부분합의 방법을 이용하여 해결하였다. 그러나 두 번째 문제에서 어린이는 덧셈의 교환법칙이 성립한다는 것을 이해하고 있지만, 25를 만드는 수를 찾아내는 과정에서 “19+6”이라는 정보를 좀처럼 이용하려고 하지는 않았다. 그는 ‘10+15’와 ‘4+21’을 찾아냈지만, 그것들 사이에서의 관계성을 파악하지는 못한 것이다. 결국 수에서 자리가 의미하는 바를 이해하고 있지만, 내연적 함의 수 연계 단계에 이르러 수계열 전체를 명확하게 파악하고 있지는 못하고 있다.

그 이후 인터뷰에서 이 어린이에게 여러 가지 문제를 제시해 보았다. 이 어린이는 한 가지 방법만을 고집하는 것이 아니라 문제에 따라서 손가락, 누적합, 부분합의 방법을 사용했지만, 대부분의 문제에서 부분합의 방법을 주로 사용했으며, 그 과정에서 손가락을 간혹 이용하기도 했다.

<그림 7>부분합 전략을 이용해 만든 문장제 1

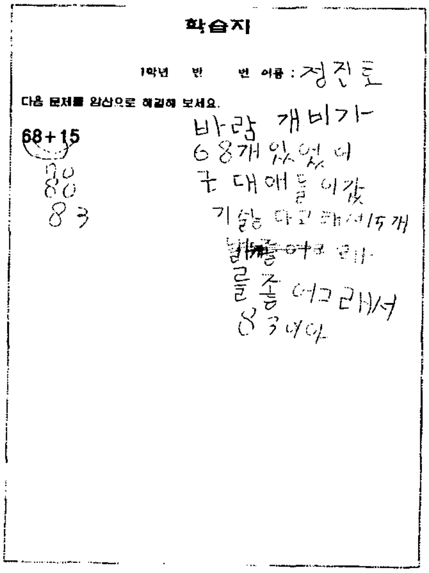

학습지

1학년 반 번 이름:

다음 문제의 해결과정을 자세히 표현하고, 답을 구했다면 답도 써주세요.

46+28

<그림 8>부분합 전략을 이용해 만든 문장제2


학습지

1학년 반 번 이름:

다음 문제를 암산으로 해결해 보세요.

68+15

이 어린이에게서 볼 수 있는 특징은 학습지에서 덧셈의 문제를 문장제로 바꾸려는 시도를 매 번 했다는 것이다(<그림7>, <그림8> 참조). 조사자가 그렇게 쓰지 않고 말하여도 된다면서 문제를 만들어 쓰기를 말려도, 이 어린이는 이런 문제들을 볼 때마다 이런 것들이 생각난다고 말하였다. 이는 이 어린이가 수학과 그의 생활간의 관계를 이해하고 있다는 것을 보여주는 것으로 이 어린이가 구성하고 있는 수학적 지식은 형식적 수학과 비형식적 수학간의 간극이 매우 좁다는 것을 보여주는 것이다.

(4)누적합의 방법을 이용하는 어린이

조사자: 숫자 몇 까지 알아요? 명식이.
어린이D: 숫자요?
조사자: 응.
어린이D: 천까지요.
조사자: 천까지 알어?
어린이D: 네.
조사자: 와~ 천까지 아는 사람에 왜 숫자를 못 세. 수 잘 세겠는데?
어린이D: 숫자 천까지 셀 수 있는데요, 셀 시간이 없어요.

이 어린이는 앞의 어린이들과 달리 수를 셀 시간이 없다는 표현을 사용하였다. 이는 큰 수를 세는 데에는 시간이 매우 많이 걸릴 것이며 시간이 많이 걸린다는 것은 수가 매우 매우 크게 나아간다는 생각에서 비롯한다. 따라서 이 어린이는 수의 무한성에 대해 정확하지

는 않지만 직관적으로 알고 있는 듯 했다. 뿐만 아니라, 이 어린이는 구체물 세기가 매우 빠르고 정확했으며, 이어 세기의 상황에서 20개 미만의 구체물은 직접 손가락으로 가리키지 않고 오직 눈으로 바라보면서 개수를 세어, 전체의 개수를 덧셈으로 해결했다.

조사자: (“19+6=25”라고 씌여진 카드를 보여주면서)이거 한 번 읽어 볼래요? 이거 읽을 줄 알아요?

어린이D: 네, 십구 더하기 육은 이십오.

조사자: 어, 그러면 이 이십오를 만들 수 있는 숫자 다른 두 수는 뭐가 있을까? 십 구하고 육을 더해서 이십 오가 나왔지. 이십 오를 만들 수 있는 숫자는 다른 것도 더 있는데.

어린이D: (고민한다.)

조사자: 쭉 불러주세요. 선생님이 써 볼께요.

어린이D: (고민을 한참 한다.)

조사자: 이십 오를 만들 수 있는 또 다른 숫자 두 개 생각 안나요? 얼른 생각나는 거 뭐 있어? 지금?

어린이D: 십팔 더하기 칠.

조사자: 오~ 십팔 더하기 칠. 또?

어린이D: (고민한다.)

조사자: 또 생각나는 거 없어요? 종이하고 연필 줄까요?

어린이D: (고민한다.)

조사자: 얼른 생각나는 거 거기까지에요?

어린이D: (고민한다.)십 칠 더하기 팔은 이십 오.

조사자: 십 칠 더하기 팔은 이십오? 명식이, 와~ 어떻게 그걸 생각했어? 어? 이거 어려운 건데. 지금 명식이가 한 거 한 번 써 볼게. 십 팔 더하기 칠, 십 칠 더하기 팔, 원래는 십 구 더하기 육이였는데, 그 다음에 또 없을까?

어린이D: 십육 더하기 구.

조사자: (조사자가 종이에 써본다)십 육 더하기 구. 더 있어?

어린이D: (고민)

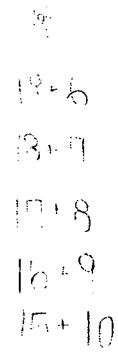
조사자: 이게 끝일까?

어린이D: 더 있어요.

조사자: 어떤 거?

어린이D: 십 오 더하기 십.

<그림 9> 누적합 전략을 이용하는 어린이가 25를 만드는 방법

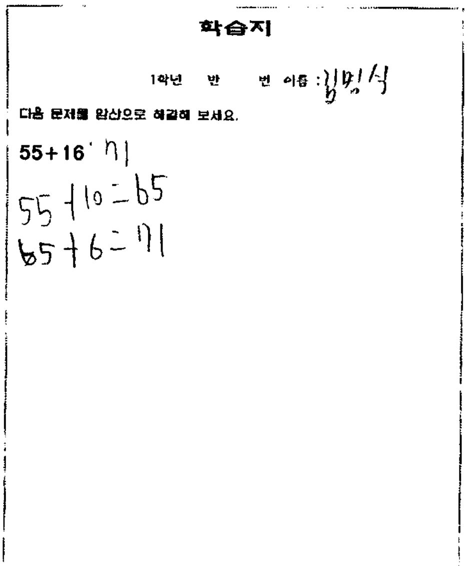


이 어린이는 합이 25가 되는 수를 찾기 위하여 카드에 제시된 19+6이라는 식을 이용하고 있음을 볼 수 있다. 즉, 19에서 하나를 빼고 6에서 하나를 더해도 같은 결과를 얻을 수 있음을 알고 이를 이용하고 있다. 이는 수의 관계를 파악하고 있음을 보여주는 것으로 이 어린이는 수의 내연적 합의 관계를 충분히 이해하고 있다.

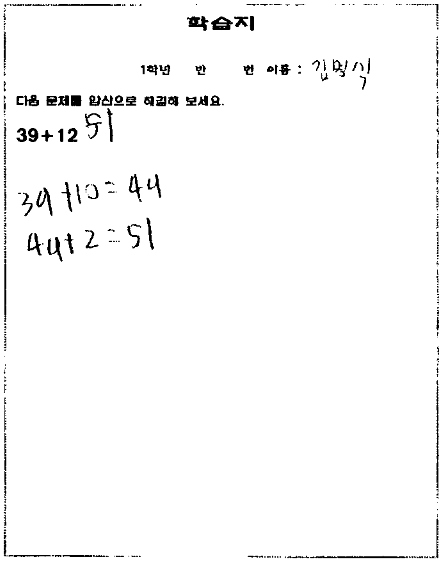
조사자: (“92-□=42”라고 적힌 카드를 보이면서)네모에 뭐가 들어갈까? 구십 이, 구십 일... 팔 십... 칠십 이. 네모 안에 뭐 들어가야 해? 선생님이 손가락으로 못하겠는데?
어린이D: 오 십.
조사자: 어떻게 나왔어? 어떻게 그렇게 쉽게 나왔지?
어린이D: (고민한다.)
조사자: 그냥 생각이 났어?
어린이D: 네.
조사자: 어떻게 오 십이 생각이 났지?
어린이D: 구 빼기 오는 사니까.
조사자: 구 빼기 오는 사니까?
어린이D: 구십 이 빼기 오 십은 사십 이.
조사자: 그게 눈에 들어왔어요?
어린이D: 네.
조사자: 잘 했어요. 너무 쉽게 푸는데.

위의 인터뷰는 수 계열을 인식하고 부분과 전체에 관한 관계성이 발달된 외연적 합의 수 연계 단계에 관한 것이다. 이 어린이는 덧셈과 뺏셈의 역연산 관계와 수의 관계성에 대한 이해가 충분하며 자신의 해결 방법을 논리적으로 설명하는데 주저함이 없었다. 결국, 이 어린이는 외연적 합의 수 연계 단계에 해당됨을 알 수 있다. 이후 인터뷰에서 이 어린이에게 다양한 덧셈 문제를 제시하는데, 주로 누적합의 방법을 사용하였다(<그림10>, <그림11> 참조).

<그림 10> 누적합 전략을 이용한 학습지1



<그림 11>누적합 전략을 이용한 학습지2



그런데 이 어린이가 부분합의 방법을 사용하기도 했는데(68+15=83), 다른 방법을 사용한 이유는 숫자가 크기 때문이라고 했다. 즉, 자신이 잘 다룰 수 있는 수 계열 안에서는 누적합을 선택하지만, 그렇지 못한 수 계열(여기서는 좀 더 큰 수)에서는 부분합의 방법을 사용한다. 성인들이 누적합을 주로 사용하고 어린이들은 부분합을 주로 사용했다고 한 선행 연구의 이유가 될 수 있다.

Ⅳ. 결론 및 시사점

본 연구에서 살펴본 바와 같이 학교에서 가르치는 형식적인 수학과 어린이들이 이미 가지고 있는 비형식적인 수학과는 큰 차이가 있음을 알았다. 각 어린이들의 덧셈 전략도 매우 다양하며 그에 따른 수 세기 및 수 개념 발달 유형에 차이가 있음도 알 수 있었다. 이를 통해 다음과 같은 결론을 생각해 볼 수 있다.

첫째, 이렇게 어린이들 사이에서도 사용하는 전략과 수 세기와 수 개념의 발달 유형에 차이가 있으면서 동시에 학교 수학과 차이가 있는데, 문제는 형식적 수학과 비형식적 수학의 의미있는 연결이 쉽지 않다는 점이다. Vygotsky(1986)의 경우도 어린이들의 "자발적"인 개념이 성인들이 가지고 있는 보다 "과학적"인 개념으로 연결 또는 대치에 대하여 기술하고 있으나 그 과정에 대한 상세한 기술과 구체적인 사례를 제시하는 것에서는 미흡하여 아쉬움을 남기고 있다. 그러나 어린이들은 여러 가지 요인에 의해 교육과정의 전개와는 다른 수 개념과 덧셈의 방법을 가지고 있다고 해서 비형식적 수학만을 학교에서 가르친다면 더욱 더 견고한 수학 지식을 학생들이 학습할 수 있을 것이라고 생각할 수는 없다. 궁극적으로 어린

이들은 형식적 수학을 자신의 지식으로 구성해 내야 하기 때문이다.

따라서 수학교실에서 어린이들이 형식적 수업을 받지 않아도 자연스럽게 알고 있는 지식을 수용할 수 있도록 하기 위해 우선 필요한 것으로 교사가 어린이들의 비형식적 수학 지식을 인정하는 태도를 생각할 수 있다. 교사들에게 그들이 그런 비형식적 수학 지식을 가지고 있음이 수 개념 발달 단계의 연속선상에 있으며, 어린이들의 비형식적 수학 지식의 하나임을 알 수 있게 하는 설명이 제시되어야 한다. 비형식적 수학 지식과 형식적 수학 지식의 틈을 좁히는 교수-학습 방안의 고안은 쉽지 않은 일이나, 그런 지식들을 제공하는 것만으로도 교사들에게 의미있는 지도를 위한 많은 자원이 된다는 것만은 분명하기 때문이다.

둘째, 앞의 지적에서 좀 더 나아가, 우리나라 초등학교 수학 교과서는 학생들의 비형식적 수학 지식을 긍정해 주고 그러한 방법에 대한 양적인 할애를 좀 더 해 주어야 한다. 수학교육에서 유연성과 정확성이라는 두 가지 목표가 모두 중요한 것이지만, 무엇보다 고려되어야 할 것은 학생들이 표준 알고리즘의 학습으로 인해 수학을 재미없거나, 딱딱하기만 한 학문으로 접하게 해서는 안된다는 것이다. 그러기 위해선 학생들의 비형식적 수학 지식을 조사하고 이를 교육과정에 반영해야 할 것이다. 여러 가지 제약이나 다른 이유에서 교과서의 지면에 실을 수 없다면 교사용 지도서에 자세하게 소개하여 교사들이 참고로 하여 지도할 수 있도록 장려되어야 할 것이다.

셋째, 수 개념의 발달 유형이 연산 전략의 사용에 직접적으로 관련을 맺는다고 할 수 있으므로, 그러한 관련을 좀 더 자세히 살펴보는 작업은 교사들이 모든 어린이들에게 같은 방법으로 표준알고리즘을 연습시키는 수업에서 벗어나, 그들이 어떤 수 개념을 가지고 있는가에 따른 적절한 지도가 가능하게 한다. 개념에 대한 고려 없이 지도하는 연산의 지도는 단지 표준 알고리즘을 어린이에게 전달하고자 하는 의도에서 벗어날 수 없다. 어떤 지식에 대한 진정한 필요성에서 시작된 강한 긍정이 없는 표준 알고리즘의 지도는 어린이들에게 수학에 대한 유연한 사고를 저해하는 요인이 된다. 어린이들이 생각해 내는 지식을 밝히고 인정하는 작업은 학생들의 삶에서 수학이 유리되어 있는 것이 아니라, 생활 안에 수학적 요소들이 섞여있고, 그것들을 하나씩 알아가는 것이 즐거움이 되도록 하는 첫걸음이 될 것이다. 뿐만 아니라, 이런 요인들과 '순수수학'과의 다리를 놓는 작업도 그 중요도가 덜하다고 할 수 없을 것이다. 어린이들의 비형식적 수학 지식과 형식적인 학교 수학에 대한 많은 실제적인 연구 결과에 따른 정보는 교사들로 하여금 어린이들의 눈높이에 보다 접근할 수 있는 의미있는 수업을 구성하고 실행하는데 중요한 지침이 될 수 있을 것이다.

참고문헌

강 완(2000). 수학 교과서에 나타난 계산 지도 방법의 변화-두 자리 수의 덧셈과 뺄셈. 한국초등수학교육학회지 4, 21-37.

강완, 백석윤(2000). 초등수학교육론. 서울: 동명사.

교육부(2000). 교사용 지도서 수학 1-나, 2-가. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부(2000). 수학 1-나, 2-가. 서울: 대한교과서주식회사.

김진호(2002). 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식의 결합에 관한 소고. 학교수학, 4(4), 555-563.

박만구(1999). 수세기와 수 개념의 발달유형에 관한 이론. 초등수학교육, 4(1), 43-49.
배종수(1999). 초등수학교육 내용지도법. 서울: 경문사.
정영옥(2003). 초등학교에서의 암산 지도에 관한 논의. 학교수학 5(2), 167-189.
Eisenhower National Clearinghouse(1997) Mathematics achievement in the middle school years. Available at http://www.enc.org/topics/assessment/timss/kit/document.shtm?input=ACQ-125441-5441_124. 2004년 5월 3일 발취.
Erlwanger, S.H.(1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. The Journal of Children's Mathematical Behavior, 1(2), 7-26.
Ginsburg, H. P.(1996). Toby's Math. In R. J. Sternberg(Ed.), The nature of mathematical thinking(pp.175-202). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
Hiebert, J., & Carpenter, T.(1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York: Macmillan.
Hughes, M.(유승구 역) (1992). 어린이와 수. 서울: 창지사.
Jones, D. A.(1975). Don't just mark the answer-have a look at the method. Mathematics in School, 4(3), 29-31.
Skemp, R.(1987). The psychology of learning mathematics. Hillsdale. NJ: Erlbaum.
Skemp, R.(1989). Mathematics in the primary school. London: Routledge.
Steffe, L. P., Von Glasersfeld, E., Richards, J., & Cobb, P.(1983). Children's Counting Types: Philosophy, theory, and application. New York: Praeger.
Steffe, L. P, Cobb, P. & Von Glasersfeld, E.(1988). Construction of arithmetical meanings and strategies. New York: Springer-Verlag.
Thompson, L. (Eds.). (이지현 역)(1997). 어린이 수학교육. 서울: 정민사.
TIMSS International Study Center(1997) TIMSS highlights from the primary grade. Available at http://timss.bc.edu/timss1995i/TIMSSPDF/P1HiLite.pdf. 2004년 5월 3일 발취.
Vygotsky, L. S. (A. Kozulin, Trans. & Ed.).(1986). Thought and language. Cambridge, MA: MIT Press.

A Study on the Strategies of Addition in the 1st Year Elementary School Students

Kim, Yeon[3] · Park, Mangoo[4]

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate addition strategies of the 1st year elementary school students compared to the strategies recommended by the 7th national curriculum. We used interviewed children's worksheets to analyze the children's strategies. The results of the study showed that the formal strategies the textbook recommended and the children's strategies were so different. Teachers need to articulately comment two strategies when they teach mathematics in the classrooms.

Key words: Formal mathematical knowledge, Informal mathematical knowledge, Level of counting and numeracy concept

3) Seoul Dongguro Elementary School(naifyeon@yahoo.co.kr)
4) Seoul National University of Education(mpark29@yahoo.com)