

범프포일 강성변화에 대한 포일저널 베어링의 정적, 동적 성능해석

이동현[†] · 김영철* · 김경웅[‡]

한국과학기술원 기계공학과, *한국기계연구원 회전체구름

The Static and Dynamic Performance Analyses of Air Foil Journal Bearing for Various Bump Foil Stiffness

Dong-Hyun Lee[†], Young-Cheol Kim* and Kyung-Woong Kim[‡]

Department of Mechanical Engineering, KAIST

*Rotor Dynamics Group, Korea Institute of Machinery and Materials

Abstract – This paper presents the effects of the bump foil stiffness on the static and dynamic performance of the foil journal bearings. Reynolds equation is used for the static and dynamic performance analyses. To consider the deflection of top foil the top foil is modeled as a elastic beam and the bump foil is modeled as a spring. So in the static performance analysis the load capacity is compared to the various bump foil stiffness and in the dynamic performance analysis the trajectory of journal center is compared to the various bump foil stiffness.

Key words – bump-foil stiffness, gas foil journal bearing.

1. 서 론

범프 포일베어링은 공기를 윤활제로 사용하므로 공기 베어링이 가지고 있는 장점을 모두 가지고 있을 뿐만 아니라 윤활면이 공기막에서 발생된 압력에 의해 변형을 할 수가 있기 때문에 가공오차나 외부 불순물에 의한 영향을 줄일 수가 있으며, 범프포일과 베어링면 또는 범프포일과 톱포일간의 마찰에 의한 감소효과로 고속회전시 안정성이 향상된다는 장점을 가지고 있다. 이러한 범프 포일베어링의 연구에 있어서 Walowit [1] 등은 원호의 형상을 가진 빔의 스프링 상수를 계산하는 식을 지면과 빔사이의 마찰에 대하여 제시하였고, Heshmat[2] 등은 Walowit[1] 등이 제시한 식을 이용하여 톱포일의 변형이 톱포일에 가해진 압력에만 비례한다는 가정을 통하여 포일 베어링의 하중지지능력을 계산하였다. Carpino[3] 등은 톱포일을 Shell로

모델링하여 축방향 굽힘효과에 대한 영향을 해석하였다. 이 해석을 통하여 축방향 굽힘효과에 대한 고려가 편심율이 1이 넘는 영역의 계산을 위해서 필수적이며 또한 축방향 변형은 일정하다고 단순화 할 수 있음을 밝혔다. Peng[4] 등은 축의 작은 이동의 경우에는 선형성이 보장된다는 가정을 사용하여 무차원화된 강성, 감쇠 계수를 계산하였다. Braun[5] 등은 2차원 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 비정상상태 해석을 수행하였다. 그러나 정특성 해석에 있어서 Heshmat[2] 등이 제시한 모델은 톱포일의 축방향, 원주방향 굽힘 효과를 모두 무시한 단순화된 모델로서 편심율이 1이 넘는 영역에서는 해석이 불가능한 단점이 있다. 또한 Carpino [3] 등이 제시한 모델은 Shell 요소에 대한 지배방정식의 복잡함으로 인하여 계산시간이 오래 걸린다는 단점이 있다. 따라서, 본 연구에서는 톱포일의 변형을 좀 더 현실적이고 효율적으로 고려하기 위하여 톱포일은 빔으로 범프포일은 스프링으로 모델링하여 해석을 하였다. 이는 톱포일을 빔으로 모델링함으로써 Carpino[3] 등이 언급하였듯이 축방향 변형은 일정하다고 단순화

[†]주저자 : dhyun@kaist.ac.kr

[‡]책임저자 : taeho@kaist.ac.kr

시킴으로서 계산시간을 줄일 수가 있으며 편심율이 1 이 넘는 영역 또한 계산을 할 수 있는 장점이 있다. 이러한 톱포일의 변형모델을 각각 정상상태 Reynolds 방정식과 비정상상태 Reynolds 방정식에 적용하여 범프 포일의 강성변화에 따른 정특성과 동특성을 해석하였다.

2. 이 론

2-1. 해석 대상

본 연구에서는 Fig. 1과 같은 톱포일 3개짜리 저널 베어링을 해석 대상으로 하여 해석을 수행하였다. 해석 대상이 되는 베어링과 범프포일, 톱포일의 치수를 Table 1에 나타내었다.

2-2. 정특성 해석 방법

범프 타입 포일 베어링의 정특성 해석은 식(1)과 같은 무차원 레이놀즈 방정식을 주어진 공기막 두께에

대해 풀어서 공기막에서 발생하는 압력을 구하고 이를 통하여 하중지지능력을 구하게 된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) \quad (1)$$

이때 무차원화된 공기막 두께 H 는 식(2)와 같이 나타나게 되는데 $d(\theta)$ 라고 표기된 것은 공기막에서 발생된 압력에 의해 변형된 부분을 나타낸다.

$$H = 1 + \epsilon \cos(\theta - \phi) - d(\theta) \quad (2)$$

압력에 의한 톱포일의 변형은 Fig. 2와 같이 톱포일을 원주방향으로 펼쳤을 때 같은 길이를 같은 빔으로 모델링하고 범프포일은 각각의 독립된 스프링으로 모델링 하였다. 그리고 각 노드점 사이에서 계산된 압력을 적분한 힘이 해당되는 톱포일에 작용한다고 하여 변형량을 구하였다. Fig. 4와 같은 길이가 L 인 빔-스프링 시스템에 힘 f_1, f_2 와 모멘트 m_1, m_2 가 작용할 때 변형량 d_1, d_2 는 유한요소법으로 유도된 식(3)의 방정식을 통하여 구할 수가 있다.

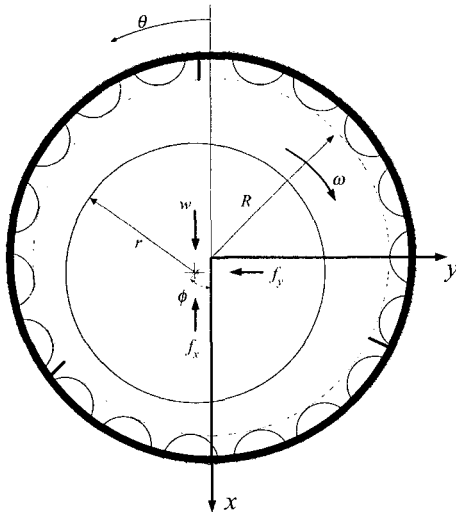


Fig. 1. Geometry of foil journal bearing.

Table 1. Specifications of the bearing and foil

Number of top foil	3
Bearing length	50 mm
Bearing diameter	50 mm
Radial clearance	0.05 mm
Top foil thickness	0.1 mm
Bump foil half wave length	1 mm
Modulus of elasticity (top foil, bump foil)	200 GPa

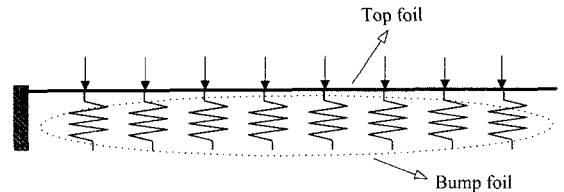


Fig. 2. Top foil bump foil modeling.

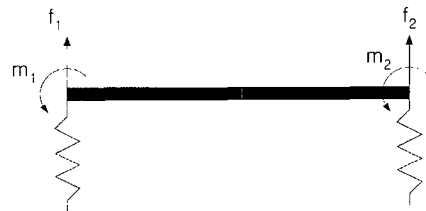


Fig. 3. Beam-spring system.

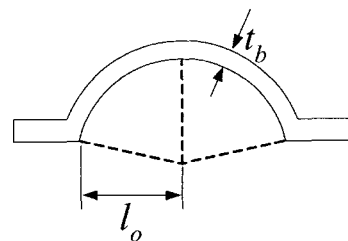


Fig. 4. Curved beam.

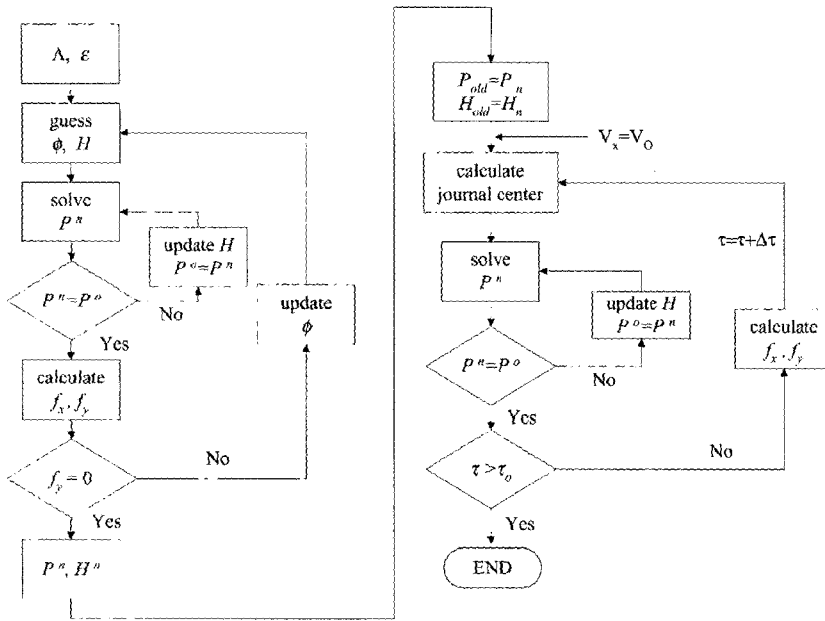


Fig. 5. Flow chart.

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ m_1 \\ f_2 \\ m_2 \end{Bmatrix} = \frac{EJ}{L^3} \begin{bmatrix} 12+k' & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12+k' & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ \phi_1 \\ d_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

이때 범프포일의 스프링 상수 K 는 Walowit[1]이 제시한 Fig. 5와 같이 굽은형상을 가진 빔요소를 마찰이 없는 지면에서 눌렀을 때의 강성값으로 하였고 이는 식(4)와 같이 표현된다.

$$K = \frac{Et_b^3}{2I_b^3(1-\nu^2)} \quad (4)$$

툽포일의 변형량을 계산할 때 공기막 내에서의 압력이 대기압보다 낮은 부분이 발생하여 툽포일이 스프링과 분리되어 회전축 쪽으로 들어올려지는 부분이 발생하게 되는데 이러한 부분은 Carpino[3] 등이 사용한 방법과 같이 툽포일이 들어올려진 부분은 다음단계의 계산에서 빔요소에 작용하는 힘에 이전 단계에 들어올려진 변위에 범프포일의 스프링상수를 곱한 양만큼을 보상을 해주는 방식으로 계산을 수행하였다. 또한 식(1)의 경계조건은 축방향 양끝단과 툽포일이 시작되는 지점과 끝나는 지점에서의 압력을 모두 대기압으로 설정하였다.

2-3. 동특성 해석 방법

본 연구에서는 포일 베어링의 동특성 해석을 위해 식(5)와 같은 무차원화된 비정상상태 Reynolds방정식을 풀어서 축 중심의 궤적을 구하였다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \quad (5)$$

식(5)의 마지막 항을 차분화하면 식(6)과 같은 $\Delta\tau$ 라는 시간 사이의 압력과 공기막 두께에 관한 식이 얻어지게 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) &= \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda P \frac{H-H_{old}}{\Delta\tau} \\ &+ 2\Lambda H \frac{P-P_{old}}{\Delta\tau} \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)에서 P_{old} , H_{old} 는 초기조건을 통해서 주어진 값이다. 또한 $\Delta\tau$ 시간 후의 공기막 두께는 식(7)과 같이 나타낼 수가 있다. 식(7)에서 포일의 변형량 $d(\theta)$ 는 포일의 질량이 매우 작으므로 포일의 관성효과를 무시할 수 있다고 가정하여 매 순간마다 공기막에서 발생된 압력에 의해 평형상태가 유지된다고 가정하였다.

$$H = 1 + \epsilon \cos(\theta - \phi) - d(\theta) \quad (7)$$

따라서 매 time step마다 식(6)을 통하여 공기막에서의 압력을 구하고 이를 통하여 포일의 변형량을 공기막에서 발생한 압력과 평형을 이룰때까지 계산하게 된다. 이렇게 각각의 time step마다 톱포일의 변형량과 이에 대응하는 압력이 계산이 되면 이 압력을 적분하여 식(8)과 같이 축의 x, y방향으로 작용하는 힘을 구한 후 이를 식(9)와 같은 형태로 축의 운동 방정식을 계산하여 다음 time step에서의 축 중심의 위치를 구하게 된다.

$$\begin{aligned}
 f_x &= \iint (P-1) \cos \theta d\theta d\xi \\
 f_y &= \iint (P-1) \sin \theta d\theta d\xi \\
 \ddot{\epsilon}_x &= p_a R^2 (f_x + f_s) / (m c \omega^2) \\
 \ddot{\epsilon}_y &= p_a R^2 (f_y + f_s) / (m c \omega^2) \\
 \dot{\epsilon}_x^{new} &= \dot{\epsilon}_x^{old} + \ddot{\epsilon}_x^{new} \Delta \tau \\
 \dot{\epsilon}_y^{new} &= \dot{\epsilon}_y^{old} + \ddot{\epsilon}_y^{new} \Delta \tau \\
 \epsilon_x^{new} &= \epsilon_x^{old} + \dot{\epsilon}_x^{new} \Delta \tau \\
 \epsilon_y^{new} &= \epsilon_y^{old} + \dot{\epsilon}_y^{new} \Delta \tau
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_x^{new} &= \dot{\epsilon}_x^{old} + \ddot{\epsilon}_x^{new} \Delta \tau \\
 \dot{\epsilon}_y^{new} &= \dot{\epsilon}_y^{old} + \ddot{\epsilon}_y^{new} \Delta \tau
 \end{aligned} \tag{9}$$

3. 수치 해석

위의 이론에서 언급한 방법대로 정특성과 동특성 해석을 Fig. 5의 순서도와 같은 방식으로 수행하였다. 정특성 해석의 경우는 공기막에서 발생한 압력의 함력이 하중방향과 일치할 때까지 계산을 수행하였으며 동특성 해석의 경우 정특성 해석을 통해 구하여진 정적평형위치에서 하중방향으로 일정한 크기의 초기속도를 부여한 후 위에서 언급한 방법으로 축의 궤적을 계산하였다.

4. 결과 및 고찰

4-1. 정특성 해석결과

정특성 해석은 범프포일의 두께가 0.05 mm, 0.08 mm, 0.1 mm, 0.13 mm인 경우와 범프포일이 전혀 변형을 하지 않는 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 범프포일이 전혀 변형을 하지 않는 경우는 rigid bump라고 표기를 하였으며 일반적인 진원형 강체베어링과 다른점은 음압이 발생하는 영역에서는 톱포일이 들여올려진다는 점이다.

Fig. 6-Fig. 9는 회전속도가 각각 3000 rpm, 20000 rpm, 40000 rpm, 80000 rpm인 경우 무차원화된 최소 공기막 두께에 따른 무차원화된 하중지지능력을 나타낸 그래프이다. 이때 무차원화된 하중은 식(10)과 같이

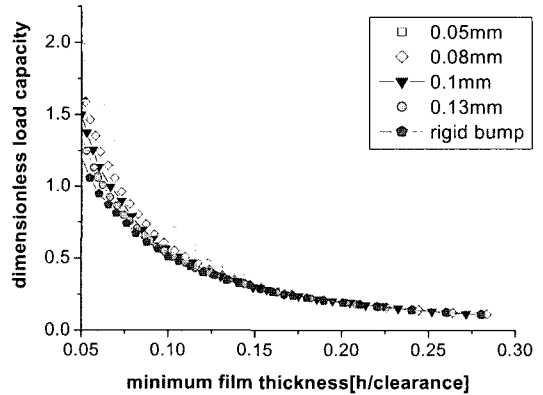


Fig. 6. Dimensionless load capacity (3000 rpm).

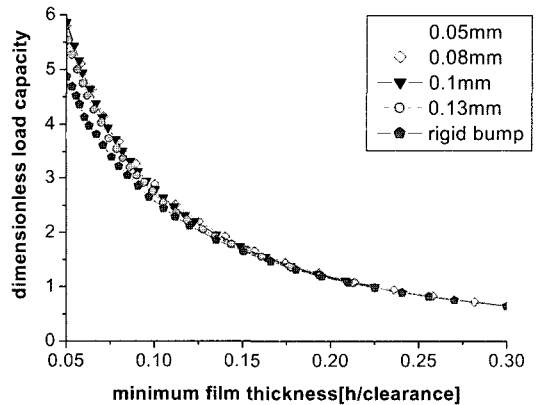


Fig. 7. Dimensionless load capacity (20000 rpm).

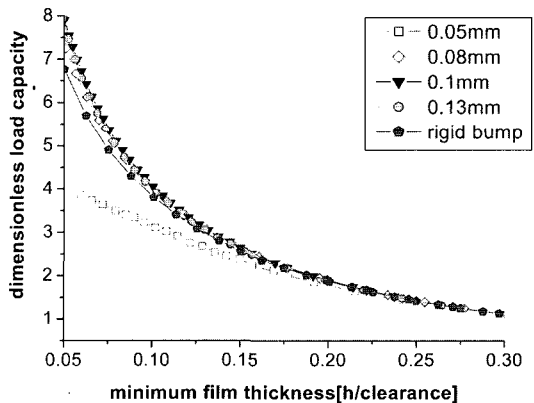


Fig. 8. Dimensionless load capacity (40000 rpm).

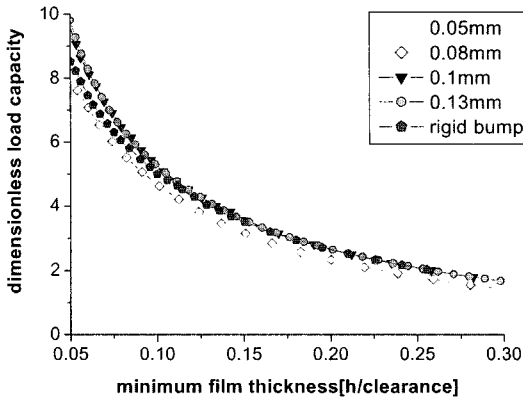


Fig. 9. Dimensionless load capacity (80000 rpm).

나타내어진다.

$$W = \frac{w}{\rho_a R^2} \tag{10}$$

회전속도가 3000 rpm인 경우는 범프포일의 두께가 0.05 mm인 경우가 하중지지능력이 가장 높았고 0.08 mm, 0.1 mm, 0.13 mm, rigid bump의 순서로 하중지지능력이 높게 나타났다. 이를 통해 볼 때 저속회전영역에서는 범프포일의 강성이 작을 때 좀 더 낮은 속도에서 축을 부상시킬수 있을 것으로 판단된다. 회전속도가 20000 rpm인 경우는 범프포일의 두께가 0.08 mm인 경우가 회전속도가 40000 rpm, 80000 rpm인 경우는 범프포일의 두께가 0.1 mm인 경우가 하중지지능력이 가장 높았다. 이렇게 각각의 회전속도마다 하중지지능력이 최대로 나타나는 범프포일의 강성이 서로 다르게 나타났다.

4-2. 동특성 해석결과

동특성 해석의 경우는 범프포일의 두께가 0.05 mm, 0.1 mm, 0.13 mm인 경우에 대하여 해석하였다. 정적 평형위치에서 가하여진 초기속도는 하중방향(x 방향)으로 0.01 m/s로 하였으며 편심율은 0.8, 축의 질량은 5 kg으로 하였고 각 time step의 간격은 10⁻⁴ s로 계산하였다. 아래의 계산결과 모두 편심율을 초기에 탐포일이 변형하기전의 Clearance를 기준으로 하였기 때문에 편심율이 1이 넘는 부분도 존재한다.

Fig. 10-Fig. 12는 회전속도가 10000 rpm일 때 축중심의 궤적을 나타내는 그림이다. 범프포일의 두께가 0.05 mm, 0.1 mm, 0.13 mm인 3가지 경우 모두 일정 시간이 지난후 다시 초기의 정적평형상태로 돌아왔다.

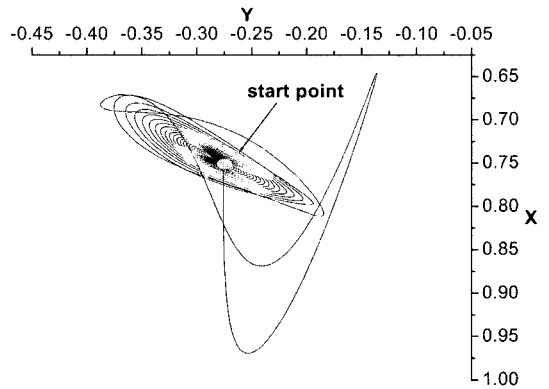


Fig. 10. Trajectory of journal center (0.05 mm, 10000 rpm).

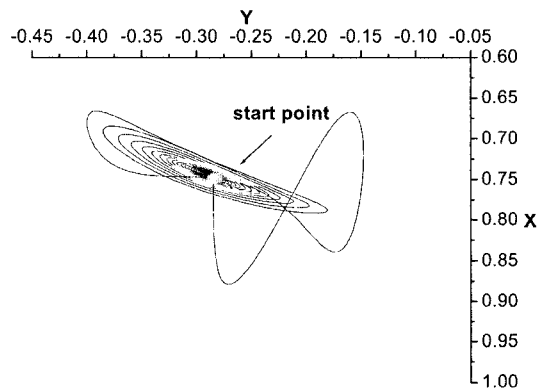


Fig. 11. Trajectory of journal center (0.1 mm, 10000 rpm).

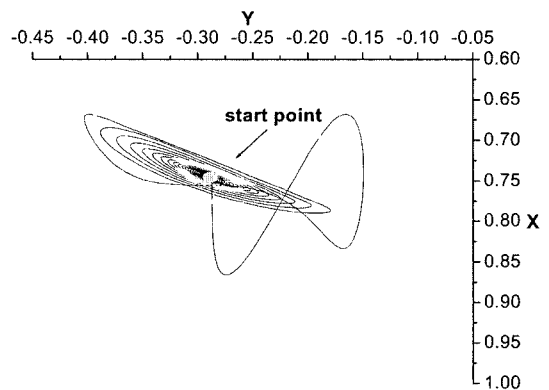


Fig. 12. Trajectory of journal center (0.13 mm, 10000 rpm).

Fig. 13-Fig. 15는 회전속도가 30000 rpm일 때 축중심의 궤적을 나타내는 그림이다. 범프포일의 두께가 0.05 mm인 경우에는 축중심이 초기의 정적평형위치로

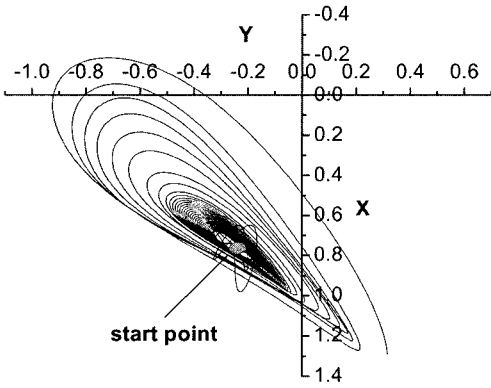


Fig. 13. Trajectory of journal center (0.05 mm, 30000 rpm).

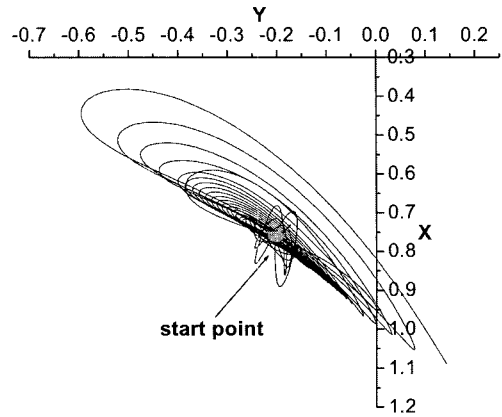


Fig. 16. Trajectory of journal center (0.1 mm, 100000 rpm).

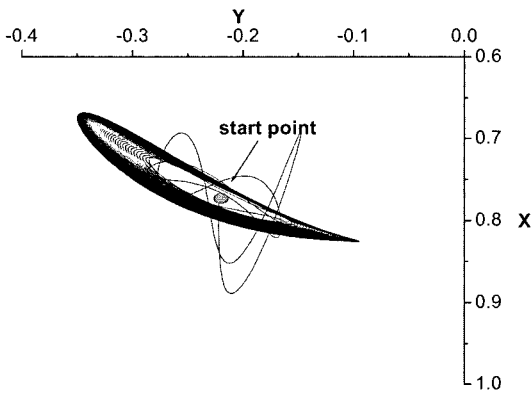


Fig. 14. Trajectory of journal center (0.1 mm, 30000 rpm).

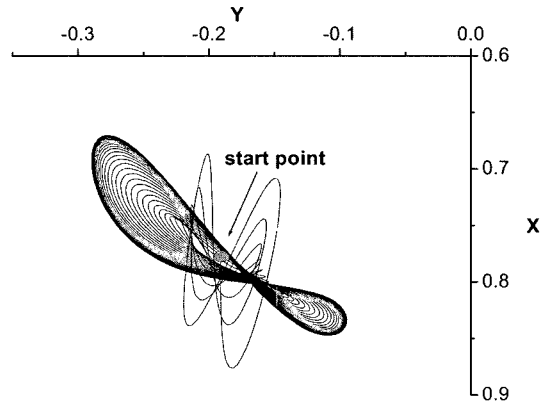


Fig. 17. Trajectory of journal center (0.13 mm, 100000 rpm).

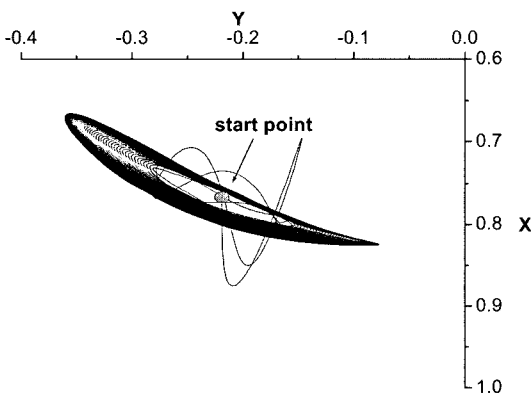


Fig. 15. Trajectory of journal center (0.13 mm, 30000 rpm).

돌아오지 못하고 외부로 발산하였으며 범프포일의 두께가 0.1 mm, 0.13 mm인 경우는 축중심이 일정시간이 지난후 정적평형위치에서 벗어나서 Limit circle형태를

나타냈다.

Fig. 16-Fig. 17은 회전속도가 100000 rpm일 때 범프포일의 두께가 0.1 mm, 0.13 mm일 때의 축중심의 궤적을 나타내는 그림이다. 범프포일의 두께가 0.1 mm인 경우는 축중심이 외부로 발산하였고 범프포일의 두께가 0.13 mm인 경우는 Limit circle형태를 그리는 것으로 나타났다.

회전속도가 10000 rpm일 때는 축중심의 궤적이 범프포일의 강성이 다른 3가지 경우 모두 초기의 정적평형위치로 돌아왔다. 그러나 회전속도가 높아질수록 축중심의 궤적이 범프포일의 강성이 작은 것은 외부로 발산하였지만 큰 것은 발산하지 않았다. 즉, 범프포일의 강성이 높을수록 회전속도가 고속인 영역에서도 축중심이 외부로 발산하지 않았다. 이는 Peng[4] 등이 언급하였듯이 회전축의 회전속도가 저속인 영역에서는

공기막의 강성이 범프포일의 강성보다 작아 전체 시스템의 강성은 범프포일의 강성에 큰 영향을 받지 않지만, 회전속도가 높아지게 되면 공기막의 강성이 범프포일의 강성보다 커지게 되어 전체 시스템의 강성은 범프포일의 강성에 큰 영향을 받는다는 결론과 일치한다. 따라서 고속 회전영역에서는 시스템의 안정성이 범프포일의 강성에 크게 영향을 받는 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서는 톱포일을 빔으로 범프포일을 스프링으로 모델링한 해석모델을 제안하였고, 이를 이용하여 범프포일의 강성변화에 대한 정특성과 동특성 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 각각의 회전속도마다 하중지지능력을 최대로 할 수 있는 범프포일의 강성이 존재한다.
2. 회전속도가 저속인 영역에서는 전체 시스템의 안정성은 범프포일의 강성에 큰 영향을 받지 않지만 회전속도가 고속인 영역에서는 범프포일의 강성에 큰 영향을 받는다.
3. 범프포일의 강성이 큰 것이 고속회전영역에서 보다 유리하다.

후 기

본 연구는 산업자원부에서 시행한 차세대신기술개발사업(과제번호 10006918)으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

기호 설명

e = eccentricity [mm]

h = local film thickness [mm]
 R = bearing radius [mm]
 t_b = bump foil thickness [mm]
 l_b^* = half length of bump [mm]
 t = time [s]
 m = mass of journal [kg]
 τ = ωt , dimensionless time
 ε = e/C , eccentricity ratio
 ω = rotating velocity
 k' = $KL^3/(EI)$
 H = h/C , dimensionless local film thickness
 P = p/p_a , dimensionless pressure
 ξ = z/R , dimensionless length axial direction
 θ = x/R , dimensionless angular coordinates
 Λ = $(6\eta_s \omega R^2)/(p_a C^2)$, bearing number

참고 문헌

1. Walowit, J.A. Anno, "Modern Development of Lubrication Mechanics," *Applied Science Publishers, Ltd.*, London, 1975.
2. H. Heshmat, J.A. Walowit and O. Pinkus, "Analysis of Gas Lubricated Foil Journal Bearings," *Trans. ASME, J. Tribology*, pp. 647-655, 1983.
3. M. Carpino, L.A. Medvetz and J.P. Peng, "Effects of Membrane Stresses in the Prediction of Foil Bearing Performance," *Tribology Transaction*, pp. 43-50, 1994.
4. J.P. Peng and M. Carpino, "Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings," *Trans. ASME J. Tribology*, pp. 20-27, 1993.
5. M.J. Braun, F.K. Choi, M. Dzodzo and J. Hsu, "Steady-State and Dynamic Simulation of a Continuous Foil Bearing," *Tribology Transaction*, pp. 322-329, 1996.