

광탄성 위상이동법을 이용한 주응력 방향 측정법

백태현[†] · 김명수* · 김 환**

(2004년 8월 6일 접수, 2004년 10월 26일 심사완료)

Measurement of Principal Stress Direction by Photoelastic Phase Shifting Method

Tae Hyun Baek, Myung Soo Kim and Hwan Kim

Key Words: Photoelasticity(광탄성), Phase Shifting Method(위상이동법), Isoclinics Fringe(등경프린지), Principal Stress Direction(주응력 방향)

Abstract

In photoelasticity, the directions of principal stresses are given by isoclinic fringe patterns. In this study, photoelastic theory is represented by Jones calculus and the photoelastic 8-step phase shifting method is described. A feasibility study using computer simulation is done to get isoclinics from photoelastic fringes of a circular disk under diametral compression. Fringe patterns of the disk are generated from the stress-optic law. The magnitudes of isoclinics obtained from the fringe patterns of computer simulation and experiment are compared with those of theory. The results are close between them. Then, the 8-step phase shifting method is applied to get distributions of isoclinics along the specified lines of a curved beam plate under tensile load. Experimental results obtained from the phase shifting method were compared with those of finite element analysis (ANSYS). It is confirmed that measurement of isoclinic distributions is possible by use of photoelastic phase shifting method.

1. 서 론

광탄성법(photoelasticity)은 역학에서 응력 또는 변형률을 해석하기 위한 실험방법 중의 하나이며, 전체응력장(whole stress field)을 가시적으로 명확히 판별할 수 있는 장점이 있다.^(1,2) 광탄성 효과를 갖는 시편을 투과형 원형편광기(transmission type circular polariscope) 사이에 위치시키고 하중을 가하면 응력에 의하여 광탄성 프린지가 나타나며, 편광기를 통하여 이러한 프린지를 측정한다. 광탄성 프린지는 주응력 방향

(principal stress direction)을 나타내는 등경 프린지(isoclinics)와 최대 및 최소 주응력 차이에 의해 나타나는 등색 프린지(isochromatics)가 있다.

실험역학에서 주응력 방향을 측정하기 위해 스트레인 로제트(rossette) 게이지를 이용할 수 있으나,^(1,2) 특정 선상에서 주응력 방향 분포를 알기 위해서는 많은 스트레인 로제트 게이지를 부재에 부착해야 하는 불편이 뒤 따른다.

일반적으로 광탄성에서 등색 또는 등경 프린지는 광강도(light intensity)가 서로 다른 유한폭의 프린지밴드(fringe band)를 이루고 있기 때문에 최대 또는 최소의 광강도를 갖는 위치에서 육안으로 측정할 때 많은 시간이 소요되며 실험오차를 배제할 수 없다. 이에, 디지털 영상처리⁽³⁾를 적용하여 편광기에서 편광판 요소들을 서로 다른 각도로 회전하면 광탄성프린지 위상이 이동된 영상을 얻을 수 있으며, 이들을 이용하여 전체적인 프린지분포를 용이하게 얻을 수 있다.⁽⁴⁾

[†] 책임저자, 회원, 군산대학교 기계공학부

E-mail : thbaek@kunsan.ac.kr

TEL : (063)469-4714 FAX : (063)469-4727

* 군산대학교 전자정보공학부

** 군산대학교 대학원 기계공학과

본 연구에서는 편광화(polarizing light)⁽⁵⁾ 이론으로부터 유도된 광탄성 프린지 위상이동법(phase shifting method)^(4,6)으로부터 등경프린지를 얻기 위한 시험을 하였다.

첫 번째, 압축하중을 받는 원형디스크의 컴퓨터 시뮬레이션한 광탄성 프린지와 응력동결된 실제의 광탄성 프린지에 위상이동법을 적용하여 등경각이 영(0°)이 아닌 위치에서 주응력 방향을 나타내는 등경프린지 분포를 얻었으며, 이를 이론과 비교하였다.

두 번째, 인장하중을 받는 곡선보 평판에 위상이동법을 적용, 등경각이 영(0°)이 아닌 위치에서 등경 프린지 분포를 측정하였고, 이를 유한요소법(ANSYS)에 의한 결과와 비교하였다.

2. 이론

2.1 광학이론

편광기에서 광탄성 프린지에 대한 광강도는 Jones Matrix⁽⁵⁾를 이용하여 편리하게 계산할 수 있다. 원형편광기는 Fig. 1과 같이 2개의 선형편광판(linear polarizer)과 2개의 사분파판(quarter wave plate)으로 구성되어 있다.

선형편광판(linear polarizer)을 P 와 A , 사분파판(quarter wave plate)을 Q , 그리고 지연시편(retarder specimen)을 R 이라 하면, 편광기의 배열은 $PQRQA$ 의 기호로 나타낼 수 있다.

각 편광판 요소의 방향은 수평축과 편광축사이의 각도를 나타내는 아래첨자로 표기하였다. 예를 들면, Fig. 1에서 보인 바와 같이 P_{90} 는 광투과축(transmission axis)이 수평축으로부터 90° , $R_{\alpha, \delta}$ 는 지연(retardation) 시편이며 δ 는 시편의 고속축(fast axis)이 x -축과 $(90^\circ - \alpha)$ 의 각도를 이룬다. 또한 Q_ϕ 는 4분파판의 고속축의 각도가 수평축으로부터 ϕ 이며, A_β 는 검광판의 광투과축이 수평축과 β 각도이다. Fig. 1과 같이 정렬된 편광기에서 검광판에 수직 및 수평방향의 광 전기장(electric field) 성분 E_x 및 E_y 는 Jones 대수학을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁵⁾

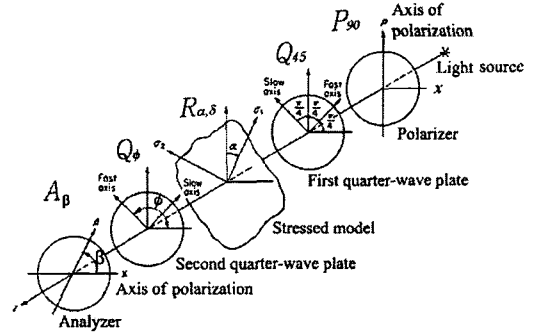


Fig. 1 Optical arrangement of a circular polariscope

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin \beta \cos \beta \\ \sin \beta \cos \beta & \sin^2 \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i \cos^2 \phi + \sin^2 \phi & (i-1) \sin \phi \cos \phi \\ (i-1) \sin \phi \cos \phi & i \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{i\Delta} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & (e^{i\Delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha \\ (e^{i\Delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha & e^{i\Delta} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \times \left(\frac{i+1}{2} \right) \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} k e^{i\omega t} \quad (1)$$

위의 식에서 ω 는 광벡터 주파수(light vector frequency)를 나타낸다. 식 (1)의 광벡터를 이용하여 다음의 식 (2)과 같은 절차를 거쳐 광강도를 얻을 수 있다.

$$I = \overline{E_x} \cdot E_x + \overline{E_y} \cdot E_y \quad (2)$$

식 (2)에서 $\overline{E_x}$, $\overline{E_y}$ 는 E_x 및 E_y 의 공액복소수(complex conjugate)를 나타낸다. 식 (1)을 식 (2)에 대입하여 정리하면 다음의 식 (3)을 얻을 수 있다.^(4,7)

$$I = K \{ 1 - \sin 2(\beta - \phi) \cos \Delta - \sin 2(\phi - \alpha) \cos 2(\beta - \phi) \} \quad (3)$$

위의 식 (3)에서 K 는 비례상수이며, α 는 등경각이고 Δ 는 상대지연(relative retardation)으로 등색프린지 차수와 $N = \Delta / 2\pi$ 의 관계를 갖는다.

2.2 위상이동법

광탄성 프린지 위상이동법을 적용하기 위하여 선형편광판과 사분파판을 Fig. 1과 같이 배열한 후, 시편 뒤의 사분파판과 검광판을 Table 1과 같

Table 1 Polariscope configuration and output intensities of 8-step phase shifting method

No.	Configuration	Output Intensity
1	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{45} A_{-45}$	$I_1 = \frac{K}{2} (1 + \cos 2\alpha \sin \Delta)$
2	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{-45} A_{45}$	$I_2 = \frac{K}{2} (1 - \cos 2\alpha \sin \Delta)$
3	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{-45} A_0$	$I_3 = \frac{K}{2} (1 - \cos \Delta)$
4	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{45} A_0$	$I_4 = \frac{K}{2} (1 + \cos \Delta)$
5	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_0 A_0$	$I_5 = \frac{K}{2} (1 + \sin 2\alpha \sin \Delta)$
6	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{90} A_{90}$	$I_6 = \frac{K}{2} (1 - \sin 2\alpha \sin \Delta)$
7	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_0 A_{45}$	$I_7 = \frac{K}{2} (1 - \cos \Delta)$
8	$P_{90} Q_{45} R_{\alpha, \Delta} Q_{90} A_{45}$	$I_8 = \frac{K}{2} (1 + \cos \Delta)$

은 각도로 회전시켜 프린지패턴을 얻는다. 편광기의 편광판 배열은 Table 1에서와 같이 8가지의 배열방법을 이용하므로 본 연구에서 사용된 방법을 8단계 광탄성 프린지 이동법이라 한다. Table 1의 No. 1~8의 배열은 관찰자로부터 가까운 1개의 사분파판과 검광판만 회전하여 8단계 위상이동법에 관한 프린지패턴을 얻을 수 있으므로 기존의 방법⁽⁷⁾에 비하여 편광판 배열에 대한 조작을 간단히 할 수 있다.

Table 1에 나타낸 광강도에 관한 식으로부터 등경각, 즉 주응력 방향에 대한 각도를 얻을 수 있다.

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{I_5 - I_6}{I_1 - I_2} \right) \quad (4)$$

위의 식 (4)와 같이 4개의 영상을 이용하여 등경각 α 를 구하고, 계산된 등경각 및 Table 1에 나타낸 광강도에 관한 8개의 영상으로부터 등색프린지 차수 N 을 다음의 식과 같이 구한다.

$$N = \frac{1}{2\pi} \times \tan^{-1} \left\{ \frac{(I_1 - I_2) \cos 2\alpha + (I_5 - I_6) \sin 2\alpha}{\frac{1}{2} [(I_4 - I_3) + (I_8 - I_7)]} \right\} \quad (5)$$

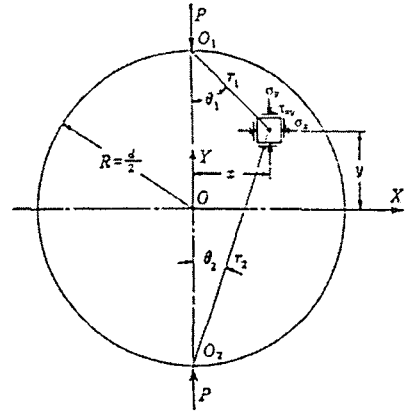


Fig. 2 Stress component in a circular disk under diametric compression

8단계 위상이동법을 이용하면 각각의 지점에서 주응력방향 또는 주응력각(α)과 주응력차이 ($\sigma_1 - \sigma_2$)에 관계되는 등색프린지(N) 데이터를 분리하여 측정할 수 있는 장점이 있다.⁽⁴⁾

3. 이론해석 및 실험

3.1 원형디스크

3.1.1 원형디스크 이론 응력성분

광탄성 8단계 위상이동법의 유효성을 확인하기 위하여 압축하중을 받는 원형디스크의 컴퓨터 시뮬레이션을 한 광탄성 프린지에 적용하였으며, 특정 선상에서 위상이동법과 이론에 의한 주응력 방향을 서로 비교하였다. 이론적인 응력성분을 계산하기 위하여 사용된 디스크의 좌표계는 Fig. 2와 같다.

Fig. 2에서 디스크에 가한 압축하중을 P , 디스크의 반지름을 R , 두께를 t 라하고, 수직방향으로 P 를 가한 하중지점 O_1 위치로부터 응력요소까지의 거리를 r_1 , 또한 아래의 하중지점 O_2 로부터 응력요소까지의 거리를 r_2 로 나타내면 $X-Y$ 좌표계에서 평면응력성분은 다음의 관계식과 같다.⁽⁸⁾

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi t} \left[\frac{(R-y)x^2}{r_1^4} + \frac{(R+y)x^2}{r_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (6a)$$

$$\sigma_y = -\frac{2P}{\pi t} \left[\frac{(R-y)^3}{r_1^4} + \frac{(R+y)^3}{r_2^4} - \frac{1}{2R} \right] \quad (6b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2P}{\pi t} \left[\frac{(R-y)^2 x}{r_1^4} - \frac{(R+y)^2 x}{r_2^4} \right] \quad (6c)$$

식 (6a)~(6c)와 같이 주어진 $X-Y$ 좌표계의 응력성분으로부터 주응력은 다음의 식에 의하여 계산한다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (7)$$

프린지차수(N)는 응력-광법칙(stress-optic law)으로부터 평면주응력 성분 σ_1 및 σ_2 와 다음의 관계를 갖는다.^(1,2)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{Nf_\sigma}{t} \quad (8)$$

식 (8)에서 f_σ 는 재료의 프린지상수(material fringe constant)이며, 주응력차이에 의해 나타나는 상대지연(relative retardation) Δ 와 등색프린지 차수 N 은 $\Delta = 2\pi N$ 의 관계를 갖는다. 한편으로, 주어진 응력성분으로부터 이론적인 주응력각(direction of principal stress)은 다음의 식과 같다.

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{\tau_{xy}}{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)} \right\} \quad (9)$$

따라서 주어진 하중조건에 따라 발생된 응력성분으로부터 각각의 지점에서 이론적인 등색프린지 차수와 주응력 각은 식 (8)과 (9)에 의해서 계산할 수 있으며, Table 1의 식에 대입하여 프린지패턴을 시뮬레이션할 수 있다. 시뮬레이션은 디스크에 가해지는 압축하중 $P = 44.5 \text{ N (10 lb)}$, 디스크의 반지름 $R = 3.81 \text{ cm (1.5 in)}$, 디스크 시편의 두께 $t = 0.476 \text{ cm (3/16 in)}$, 그리고 재료의 프린지 상수 $f_\sigma = 5.254 \text{ N/cm (30 lb/in)}$ 의 조건이 사용되었다.^(4,6)

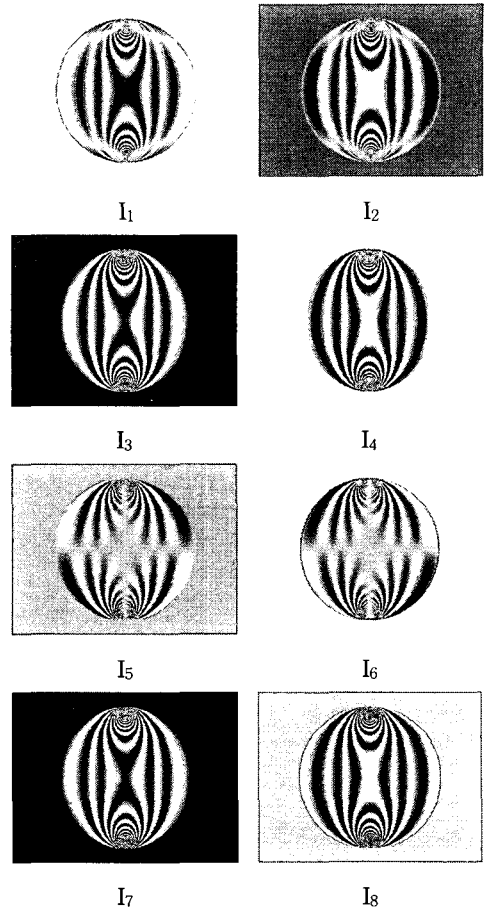


Fig. 3 Photoelastic fringe patterns obtained from computer simulation by use of 8-step phase shifting method

3.1.2 원형디스크 컴퓨터 시뮬레이션

광탄성 8단계 위상이동법을 압축하중을 받는 원형디스크의 이론적인 광탄성 프린지를 영상처리 보드가 내장된 컴퓨터(PC)로 Fig. 3과 같이 시뮬레이션한 프린지 패턴에 적용하여 유효성을 시험하였다.

8단계 위상이동법에 사용된 8개의 프린지패턴은 Table 1의 식을 사용하였으며, 각각의 프린지패턴은 Fig. 3과 같다.

8단계 위상이동법으로부터 식 (4)를 이용하여 등경각을 계산할 수 있다. Fig. 4는 프린지 위상이동법에 관한 식 (4)를 이용하여 얻은 등경프린지에 관한 위상맵이다. Fig. 4에 표시된 A-A선은

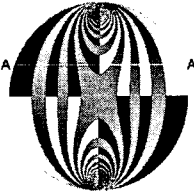


Fig. 4 Isoclinic phase map obtained from computer simulated fringe patterns by use of Eq. (4)

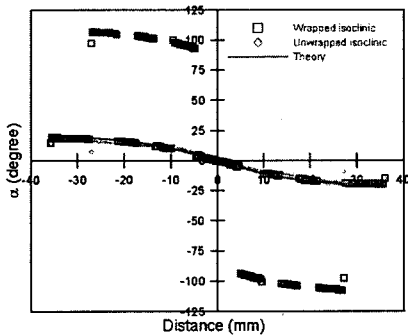


Fig. 5 Comparison of isoclinic angle distribution along line A-A indicated in Fig. 4

디스크 중심으로부터 수직방향으로 반지름(R)의 $1/3$, 즉 $y = R/3$ 위치에서 수평선을 나타낸다. Fig. 4의 A-A선상에서 8단계 위상이동법에 관한 식 (4)와 이론식 (9)로부터 얻은 등경각 분포를 나타내면 Fig. 5와 같다. Fig. 5에서 보인 바와 같이 중심을 벗어나 좌우 방향으로 거리가 멀어질수록 등경각이 증가하며, 위상이동법에 의한 주응력 각은 이론으로 계산한 값과 서로 일치하였다.

3.1.3 원형디스크 광탄성 실험

실험에 사용된 원형디스크는 광탄성 실험법에서 응력동결(stress freezing) 용으로 사용되는 에폭시수지 계열(3DMU-50 epoxy resin)이며, 디스크의 반지름은 $R = 22.35 \text{ mm}$, 디스크의 두께는 $t = 3.18 \text{ mm}$ 이다. 또한 재료의 프린지상수 $f_0 = 490 \text{ N/m}$ 이고, 시편에 압축하중 $P = 18.7 \text{ N}$ 을 가하여 응력을 동결시킨 광탄성 프린지를 이용하였다.⁽⁴⁾

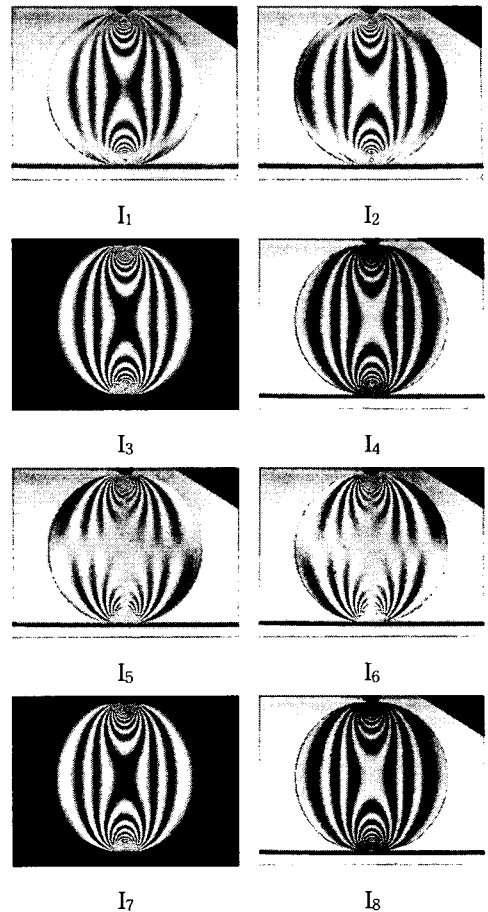


Fig. 6 Photoelastic fringe patterns obtained from stress frozen disk by use of 8-step phase shifting method

Table 1에 나타낸 각각의 원형편광기 배열로부터 Fig. 6과 같은 8개의 광탄성 이미지를 얻었다. 본 연구에 사용된 편광기는 프린지 차수를 측정하기 위하여 재래식 보간법(conventional compensation method)뿐만 아니라 위상이동법을 동시에 적용할 수 있도록 설계·제작되었다.⁽⁹⁾

8단계 위상이동법으로부터 등경각은 식 (4)에서 보인 바와 같이 4개의 이미지를 이용하여 계산한다. Fig. 7은 8단계 위상이동법으로부터 얻은 등경프린지에 관한 위상맵이다. Fig. 7의 A-A선은 디스크의 중심으로부터 수직방향으로 반지름(R)의 $1/3$, 즉 $y = R/3$ 위치에서 수평선을 나타낸다. Fig. 7의 A-A선상에서 이론과 8단계 위상이동법 실험결과로부터 얻은 등경프린지, 즉 주응력

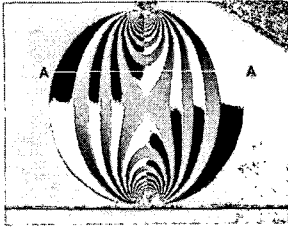


Fig. 7 Wrapped phase of isoclinics of the stress frozen disk

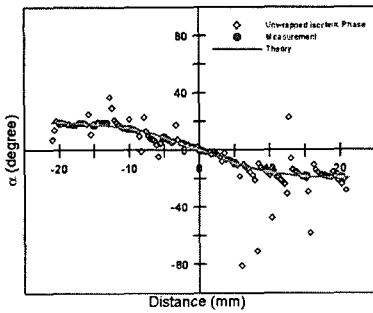


Fig. 8 Comparison of isoclinic angle distribution of the stress frozen disk along line A-A indicated in Fig. 7

각 분포를 나타내면 Fig. 8과 같다. Fig. 8에서 보인바와 같이 위상이동법에 의한 값은 실험으로 인하여 광학적인 노이즈(optical noise)가 발생되었으나, 이론에 의한 등경각과 유사한 분포 경향을 나타냈다. 또한, 위상이동법으로 측정된 등경각 분포는 육안과 수작업 측정에 의한 분포와 대체적으로 일치하였다. 본 논문에서 사용된 위상이동법을 광학적인 노이즈가 전혀 없고, 모델링이 이론과 일치하는 평면응력상태에서 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 결과는 Fig. 5 및 참고문헌^(4,6)의 결과와 같이 이론값에 일치하였으나 실제 실험에 의해서는 Fig. 8과 같이 차이가 나타날 수 있으므로 실험시 주의하여야 하며 이에 대한 추가적인 연구가 필요할 것으로 사료된다.

3.2 곡선보평판

곡선보 평판 시험편은 투명한 플라스틱 판재로서, 광탄성 효과가 우수한 폴리카보나이트(poly-carbonate) 계열인 PSM-1을 사용하였다. 시험편의 형상과 치수는 Fig. 9와 같다. 시험편 판재의

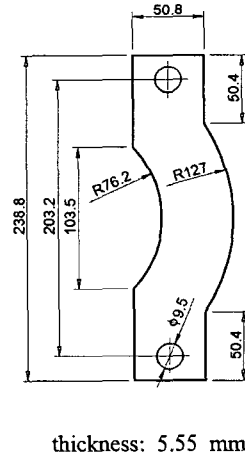


Fig. 9 Dimensions of curved beam plate (unit : mm)



Fig. 10 ANSYS modeling of a lower half of curved beam plate shown in Fig. 9

두께는 $t = 5.55 \text{ mm}$ (7/32 inch), 재료의 프런지상수는 $f_o = 7005 \text{ N/m}$ (40 lb/in)이고 영탄성계수는 $E = 2482 \text{ MPa}$ (360 psi)이다.⁽¹⁰⁾

8단계 위상이동법을 적용하여 광탄성 실험을 하였으며, 유한요소 상용 프로그램인 ANSYS⁽¹¹⁾를 이용하여 Fig. 10과 같이 모델링하였다. 해석에 사용된 물성치는 영탄성 계수 $E = 2482 \text{ MPa}$, 푸와송비는 $\nu = 0.38$ 이며, 8노드 사변형요소(8 node quadrilateral element)를 사용하였다.

Fig. 11은 Table 1에 나타낸 각각의 원형편광기 배열에 의해서 얻은 8개의 광탄성 영상들이다. 8단계 위상이동법에서는 식 (4)를 이용하여 등경각을 계산한다.

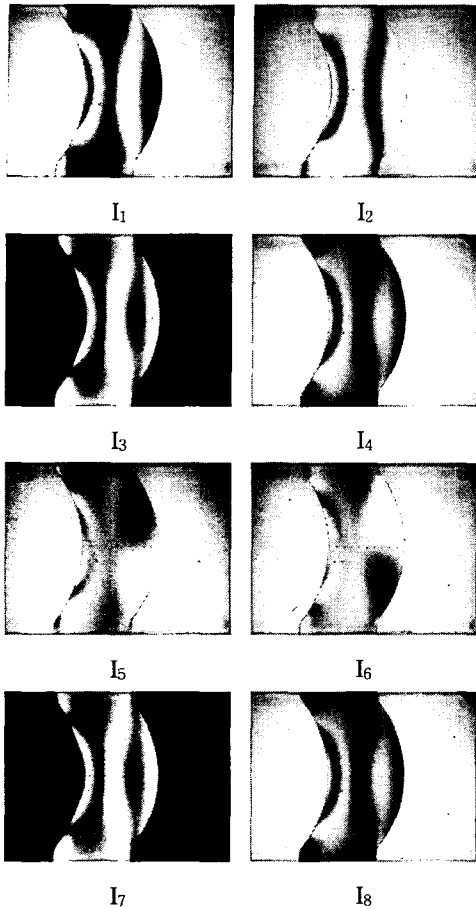


Fig. 11 Fringe patterns of curved beam plate obtained from optical arrangements specified in Table 1

Fig. 12는 등경프린지에 관한 위상맵이다. Fig. 12에서 선 A-A는 곡선보 평판의 중심을 지나는 수평선이며, 선 B-B와 선 C-C는 선 A-A로부터 아래 방향으로 각각 10 mm, 20 mm에서 수평방향으로 표시한 선이다.

Fig. 12의 각각의 선상(A-A, B-B, C-C)에서 8단계 위상이동법과 유한요소법으로부터 얻은 등경프린지 분포를 나타내면 Figs. 13, 14, 15와 같으며, 8단계 위상이동법에 의한 등경각 분포는 유한요소법에 의한 결과와 육안과 수작업 측정을 통해 얻은 값(manual measurement)에 대체로 비슷한 분포를 나타냈다. 그러나 Figs. 14 및 15 중심으로부터 우측방향으로 30~40 mm 떨어진 위치에서는 약간의 차이가 나타났다. 이러한 원인은 유한요소 모델링 조건은 2-D, 평면응력상태이나



Fig. 12 Wrapped phase of isoclinics of curved beam plate obtained from fringe patterns shown in Fig. 11

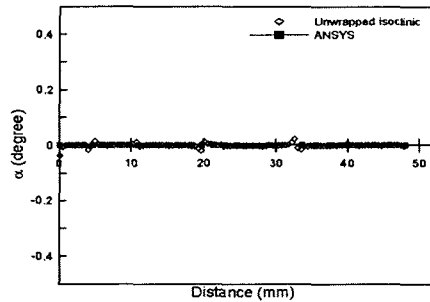


Fig. 13 Comparison of isoclinic angle distribution of curved beam plate along line A-A indicated in Fig. 12

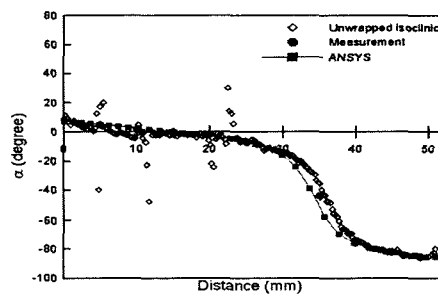


Fig. 14 Comparison of isoclinic angle distribution of curved beam plate along line B-B indicated in Fig. 12

실제의 실험에서는 약간의 면외변위(out-of-plane displacement)가 발생하여 나타나는 현상으로 추정한다.

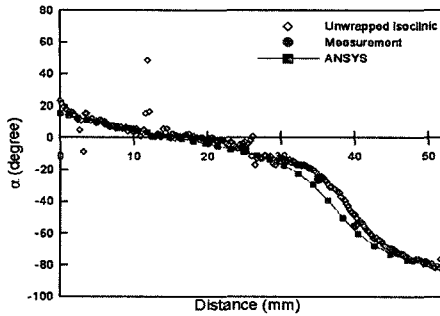


Fig. 15 Comparison of isoclinic angle distribution of curved beam plate along line C-C indicated in Fig. 12

4. 결 론

본 연구에서는 광탄성 8단계 위상이동법을 적용하여 원형 디스크의 컴퓨터 시뮬레이션된 영상과 응력동결된 디스크의 광탄성 프린지로부터 주응력각, 즉 등경각을 측정하여 이론값과 비교하였다. 또한 인장하중을 받는 곡선보 평판의 등경각을 8단계 위상이동법과 유한요소법으로 측정된 결과를 비교하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 8단계 위상이동법을 적용한 원형디스크의 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 얻은 등경각은 이론식으로 계산한 주응력각에 일치하였으며, 8단계 위상이동법을 적용하여 원형 디스크 실험으로부터 얻은 등경각 분포는 약간의 노이즈가 있으나 이론 및 수작업에 의한 측정값(manual measurement)에 가까이 근접하였다.

(2) 8단계 위상이동법을 적용하여 얻은 곡선보 평판의 등경각 분포는 유한요소법에 의한 결과와 수작업 측정 결과에 유사하게 분포하였다.

곡선보 평판에서 위상이동법에 의한 결과는 수작업 측정값에 가까이 근접하였으나, 유한요소 결과와는 약간의 차이가 나타났다. 이는 유한요소 모델링 조건이 실제의 실험조건에 정확히 일치하지 않아 나타나는 현상으로 추정한다.

후 기

본 연구는 산학협동재단 2004년도 학술연구비 지원과 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R05-2003-000-11112-0)의 지원비로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Dally, J. W. and Riley, W. F., 1991, *Experimental Stress Analysis, Second Ed.*, McGraw-Hill. Inc.
- (2) Cloud, G. L., 1995, *Optical Methods of Engineering Analysis*, Cambridge University Press.
- (3) Baek, T. H. and Lee, J. C., 1994, "Development of Image Processing Technique for Photoelastic Fringe Analysis," *Transactions of KSME (Korean)*, Vol. 18, No. 10, pp. 2577~2584.
- (4) Baek, T. H., Kim, M. S., Morimoto, Y. and Fujigaki, M., 2002, "Separation of Isochromatics and Isoclinics from Photoelastic Fringes in a Circular Disk by Phase Measuring Technique", *KSME International Journal*, Vol. 16, No. 2, pp. 1207~1213.
- (5) Theocaris, P. S. and Gdoutos, E. E., 1979, "Matrix Theory of Photoelasticity," Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- (6) Baek, T. H., Kim, M. S. and Cho, S. H., 2001, "Simulation of Separating Isoclinics and Isochromatics from Photoelastic Fringes of Disk using 8-step Phase Shifting Methodology," *Journal of the Korean Society for Non-destructive Testing (Korean)*, Vol. 21, No. 2, pp. 189~196.
- (7) Quiroga, J. A. and Gonzales-Cano, A., 1997, "Phase Measuring Algorithm for Extraction of Isochromatics of Photoelastic Fringe Patterns," *Applied Optics*, Vol. 36, No. 2, pp. 8397~8402.
- (8) Frocht, M. M., 1967, *Photoelasticity*, Vol. 1 and 2, John Wiley and Sons.
- (9) Baek, T. H., "Development and Test of the Multi-purpose Polariscopes", *Proceedings of the Symposium, Novel Applications of Experimental Methods in Mechanics*, Society for Experimental Mechanics, Inc. (June 2003), pp. 185~191.
- (10) Photoelastic Division, Measurement Group, Inc., Raleigh, NC, 27611, USA.
- (11) ANSYS, Inc., Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, PA 15317, USA.