

# 접평면 평활화 및 프랙탈 차원을 이용한 경계추출

(Edge extraction through the tangent plane  
smoothing and fractal dimensions)

김 태 식\*  
(Tae Sik, Kim)

**요 약** 우리가 일반적으로 다루는 많은 대상들은 대부분 복잡하고 불규칙적인 형태를 지니고 있다. 이로 인해 보통 사용하는 미분연산자와 같은 전통의 수학적 기법들은 경우에 따라 심각한 불량 문제(ill-posed problem)를 야기하여 부정확한 결과를 나타내기도 한다. 이의 해결을 위해 전처리 과정으로 평활화를 위한 여러 가지 mean filter를 사용하기도 한다. 그렇지만 원 자료가 근본적으로 복잡한 경우 위 과정으로 오히려 중요 정보가 소실될 수도 있다. 이에 본 논문에서는 먼저 전처리로서 흔히 사용되는 각종 평균필터 대신 손실을 최소화하면서 곡면의 부드러움(smoothness)을 유도할 수 있는 접평면 접근 방식을 이용하고, 아울러 대상 영상의 복잡도에 연동한 프랙탈 차원을 적용하여 보다 효과적으로 영상의 경계를 추출하고자 했다.

**핵심주제어** : 접평면 평활화, 프랙탈 차원, 경계 추출

**Abstract** Most features of nature and phenomena we encounter in many branches of science are inherently very irregular and have fractal aspects. Thus the analysis of them with the traditional methods such as a differential operator may result in their ill-posed problems. To settle these problems, one may use several type of mean filters which smooth the input signal. However when a given function or data are complex in their nature, there may be loss of some original information during these process. In this paper, we utilized the tangent plane method instead of mean filters for the purpose of less loss of information and more smoothness. After then we attempt to take more accurate edges for the irregular image on the basis of the Otsu threshold. Finally we introduce the effective edge extracting method which use the fractal dimension representing the complexity of the given image.

**Key Words** : tangent plane, fractal dimension, edge extraction

## 1. 서 론

우리가 접하게 되는 대부분의 자연계 모양 및 현상들은 물론 공학에서 흔히 다루게 되는 많은

대상들 또한 근원적으로 그 형태가 매우 복잡하고 불규칙하다[6]. 따라서 이들에 대한 미세한 성질을 조사할 목적으로 흔히 사용되는 미분연산자와 같은 전통의 수학적 기법들은 오히려 불량 문제(ill-posed problem)를 야기하여 직접적인 적용

\* 경주대학교 컴퓨터멀티미디어공학부

이 곤란한 경우가 많다. 이러한 문제를 해결하기 위한 방법으로 여러 가지 기법들이 이용되고 있다. 먼저 주어진 대상에 대하여 비정규적(irregular) 부분을 억제하여 부드럽게 할 목적으로 여러 가지 mean filter를 이용하는 방식이 있다. 실제 공학에서 취득된 많은 자료들은 입력과정에서 기계장치 등에서 발생하는 불규칙한 잡음으로 인해 복잡한 성분이 많이 존재하게 되지만 위와 같은 전처리로 이러한 성분을 상당부분을 제거할 수 있다. 그렇지만 원 자료가 근본적으로 복잡한 경우 위 과정에서 중요한 성분마저 소실될 수 있다. 이에 반하여 원 자료를 변형하지 않고 대신 자료의 복잡도에 따라 적절한 비정수 차원의 미적분(fractional calculus)을 적용하는 방법[7]이 구사되기도 한다. 하지만 이를 위하여 각 부분에 대해 정확한 국소적 프랙탈 차원을 구하여야 하나 현실적으로 이의 정확한 값을 구하기란 힘들고 근사 차원으로 인하여 여전히 불량문제로 남을 수 있다. 최근에는 곡률 기반 하에 비선형 확산방정식(diffusion equation)을 이용하여 상위차원 공간으로 매립(embedding) 전개하거나 정상에 근거한 variational solution을 이용하는 방법들이 제기되기도 한다[3,5,12].

이에 본 논문에서는 먼저 전처리로서 흔히 사용되는 각종 평균필터 대신 손실을 최소화하면서 곡면의 부드러움(smoothness)을 유도할 수 있는 접벡터 접근방식의 전처리를 대상영상의 복잡도에 연동하여 적용하여 보다 효과적으로 영상의 경계를 추출할 수 있게 했다.

## 2. 초음파 영상에서 경계영역 추출

초음파 진단 장치의 기술 발전과 더불어 체내 연조직 내부의 질병을 진단하는데 초음파 영상을 의존하는 비중이 많이 높아지고 있다. 초음파 영상의 정확한 해석 및 진단을 위해서는 대상 물체의 테두리나 조직사이 경계를 나타내는 에지 정보가 매우 중요하다. 최근에는 이러한 에지 정보를 정량적으로 분석하여 각종 진단 변수들을 추정해 질병에 대한 이상유무를 자동 진단할 수 있는 많은 장치들이 개발되고 있다. 그러므로 보다 정확한 영상분석을 위하여 영상 화질의 중요성이

특히 강조된다. 그러나 초음파 영상은 그 특성상 스펙클 잡음(speckle noise)이 많이 포함되고 영상의 일부분이 탈락(dropout)되는 등 매우 불규칙한 프랙탈적 특성을 지니고 있다. 이에 취득한 초음파 영상을 그대로 적용하기에는 많은 어려움이 있다. 실제 초음파 영상이 지닌 스펙클 잡음은 Rayleigh 분포를 이루어 평균과 표준편차가 상호 비례하는 곱형의 잡음을 지니고 있다[2]. 따라서 이러한 초음파 영상을 효과적으로 이용하기 위해서 일정수준 평활화 전처리 과정이 수행되어야 한다. 그러나 초음파 영상의 지니는 지나친 복잡도로 인해 이 과정에서 중요한 상세정보가 다수 소실될 가능성이 많다. 이에 Loupas 등[9]은 초음파 영상의 스펙클 영상신호에서 평균이 분산에 비례하는 경우에 국부영역에서의 평균과 분산으로부터 메디안 필터를 응용한 CWM(center weighted median)필터의 가중치를 변화시켜 잡음을 제거하였다. 그러나 잡음의 평균과 분산이 상호 비례하는 경우를 전제로 하였으므로 초음파 영상에 그대로 적용하기에는 어려움이 많다. 한편 Lee[8]는 SAR(synthetic aperture radar) 영상에서 잡음과 신호의 분산으로부터 잡음제거의 정도를 결정한 다음 평균필터를 기본으로 하는 적응필터를 가지고 스펙클 잡음을 제거하였다. 그러나 Lee의 방법은 잡음이 가우시안 분포를 따르는 것을 전제로 하였기 때문에 초음파영상에 효과적으로 대응할 수 없다.

일반적으로 영상의 에지를 검출하기 위해 보통 Sobel, spatial difference, gradient mask와 같은 1차 미분연산자를 사용하거나 LOG(Laplacian of Gaussian)와 같은 이차 미분연산자 또는 엔트로피 연산자를 이용하게 된다. 이중 초음파 영상은 근본적으로 국부영역의 정보가 많이 손상되어 있기 때문에 에지 검출면에 있어서 일차 미분연산자를 사용하는 것이 더 효과적인 것으로 알려져 있다. 따라서 전처리한 초음파 영상으로부터 1차 미분연산자를 취하고 적절한 역치(threshold)를 취하므로 에지를 검출하게 된다. 그러나 초음파 영상에서는 특성상 이 과정으로 구해진 에지가 비정상적 형태를 띠는 경우가 많다.

### 3. 제안한 방법

본 논문에서는 초음파 태아 영상을 기준으로 보다 정확하고 예리한 에지 검출을 하기 위하여 우선 전처리 과정에서 창의 크기를 달리하면서 접평면(tangent plane)을 이용한 평활화를 수행해 상세 정보의 유출을 최소화하면서 평활의 기능은 살렸다. 또한 에지 추출을 위하여 기존의 미분에 근거한 기법과 초음파 영상에서 경계영역의 높은 복잡도를 설명하는 프랙탈 기반 에지 추출을 시도하였다.

#### 3.1. 접평면을 통한 영상의 평활화

유클리드 평면  $E^2$  의 임의 부분 개집합(open set)  $D$  를 유클리드 공간  $E^3$  로 변환하는 사상  $X: D \subset E^2 \rightarrow E^3$  가 일대일 함수로서 정칙(regular) 즉  $X_u \times X_v \neq 0$  를 만족할 때 이를 좌표조각사상(coordinate patch)이라 부른다. 더욱이 이의 역함수  $X^{-1}: X(D) \rightarrow D$  가 연속인 좌표조각사상일 때  $X$  를 고유조각사상(proper patch)라 한다. 만약  $D$  를 얇은 고무판이라 할 때  $X(D)$  는 모양을 상하지 않을 정도로  $D$  를 구부리거나 잡아당겨 놓은 것으로 볼 수 있다.  $M \subset E^3$  가 곡면이기 위해서는  $M$  에 속한 충분히 작은 영역이 평면의 한 영역과 닮았다고 가정한다. 따라서  $M$  안의 모든 점의 근방에서  $M$  은 고유 조각사상으로 표시되어야 한다. 즉  $M \subset E^3$  의 각각의 점  $p$  에 대하여  $p$  의 적당한 근방을 포함하는 고유조각 사상이 존재할 때  $M$  을  $E^3$  의 곡면(surface)라 정의한다. 또  $p \in M$  를 시점으로 하는  $E^3$  상의 벡터  $v$  가  $M$  위의 어떤 곡선의 속도벡터가 될 때  $v$  를  $M$  의 접벡터(tangent vector)라 한다. 특히  $p$  에서  $M$  에 접하는 모든 접벡터의 집합  $T_p(M)$  을  $p$  에서  $M$  의 접평면(tangent plane)이라 한다. 실제로  $x = X(u, v)$  를 곡면  $M$  의 조각사상이라 할 때 접평면의 방정식은  $(y - x) \cdot X_u \times X_v = 0$ 로

유도된다. 따라서 접평면의 방정식은

$$\begin{vmatrix} y_1 - x_1 & y_2 - x_2 & y_3 - x_3 \\ \frac{\partial X_1}{\partial u} & \frac{\partial X_2}{\partial u} & \frac{\partial X_3}{\partial u} \\ \frac{\partial X_1}{\partial v} & \frac{\partial X_2}{\partial v} & \frac{\partial X_3}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0$$

또는  $y = x + \lambda X_u + \mu X_v$  이 된다. 이 접평면에 수직인 단위벡터  $n = \frac{X_u \times X_v}{|X_u \times X_v|}$  을 단위 법선벡터장(unit normal vector field)라 부르고 곡면에 있어서 다양한 곡률을 구하는데 이용된다.

#### 3.2. 영상에 대해 프랙탈 차원을 이용한 영역 분할 및 경계추출

대부분의 자연계 형상들과 마찬가지로 공학에서 다루게 되는 많은 자료들은 매우 복잡하고 불규칙적인 형태를 지니게 된다. 따라서 이들에 대해 전통적인 수학적 방법으로 접근하는 대신 Mandelbrot에 처음으로 명명된 프랙탈이란 새로운 기하학적 측면에서 다루려는 시도가 최근에 많이 연구되고 있다. 그리하여 많은 부분에서 프랙탈 또는 프랙탈 집합이 자연계의 여러 가지 복잡한 현상을 모델링하는데 도움을 주고있다. 그렇지만 프랙탈 기하학에 있어서 무엇보다도 주어진 집합의 불규칙한 정도를 나타낼 복잡도를 프랙탈 차원으로 정량화하는 것이 중요하다. 최근에 공학에서 다루는 많은 영상 또는 음성과 같은 각종 신호를 처리하거나 인식하는데 프랙탈차원을 이용할 수 있다. 이러한 프랙탈 차원 중에서 Hausdorff측도에 기반한 Hausdorff차원이 매우 주요한 요소가 된다. 주어진 집합  $F$  에 대한  $s$ -차원 Hausdorff 측도  $H^s(F)$  는 다음과 같이 정의된다.

$$H^s(F) = \liminf_{\delta \rightarrow 0} \left\{ \sum_i |U_i|^s : |U_i| \leq \delta, F \subset \bigcup U_i \right\}.$$

이로부터 주어진 집합  $F$  의 Hausdorff 차원이 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \dim_H(F) &= \inf\{s : H^s(F) = 0\} \\ &= \sup\{s : H^s(F) = \infty\} \end{aligned}$$

이렇게 구한 프랙탈 차원이 주어진 집합의 위상 차원(Topological dimension)보다 클 경우 그 집합은 프랙탈 형태를 띤 것으로 정의되는 것이다. 그런데 이와 같이 정의된 차원을 계산하기 위한 과정은 매우 복잡하여 실질적인 효용이 떨어진다. 대신 Hausdorff 차원보다는 상세성이 떨어지나 계산측면에서 효과적인 박스차원(box counting dimension)을 많이 이용한다. 최대크기  $\delta$  인 집합들로 유계(bounded)인 집합  $F$  를 덮을 수 있는 최소한 개수를  $N_\delta(F)$  라 할 때 box counting dimension은

$$\dim_B(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta}$$

로 정의된다.

#### 4. 초음파 영상에의 적용

복잡한 영상의 대표 예로서 그림 1에서 와 같은 초음파 태아 영상을 가지고 위에서 제안한 방법을 적용하였다. 실제 임상에서 얻어진 초음파 영상은 기계장치 및 산모의 복막 등을 통과하면서 여러 가지 잡음에 노출되어 얻어진 영상으로부터 실제 정확한 태아의 경계를 추출하기가 쉽지 않다. 본 논문에서는 먼저 접평면을 통한 평활화를 수행하고 여기에 Otsu 경계역(threshold)을 적용하여 경계를 추출하여 보았다. 그림2에서는 접평면을 구함에 최소 조각 반경을 1에서 5로 변경하여 감에 따라 변해 가는 경계를 살펴보았다. 그림 3에서는 원 영상을 스케일링 변환 후 평활화하여 경계를 구하였다. 이때 스케일링 계수를 달리 함에 따라 표현되는 각각의 경계를 비교하여 보았다. 그림 4에서는 접평면 평활화의 효과를 알아보기 위하여 접평면 평활화 한 영상과 Gaussian filter와 같은 기존의 여러 가지 Mean filter를 적용한 영상들을 비교하였다. 그림에서 보여주는 것처럼 전자의 방법으로 구한 경

계영역이 시각적으로 더 자연스러움을 알 수가 있다. 또한 이렇게 평활화 한 영상에 프랙탈 차원을 계산하여 이의 분포에 근거한 에지 추출 방법을 적용하여 경계를 찾을 수도 있다. 그림 5에서는 기준 차원 이상의 복잡도를 가지는 부분을 이진화 한 영상을 보여준다. 또 그림 6에서는 초음파 영상에서 프랙탈 차원의 분포를 보여줌과 동시에 특정 차원에 따른 경계를 나타내었다.

#### 5. 결론

초음파 영상과 같이 대상 영상이 복잡한 특성을 가지고 있을 때 이의 경계 추출을 위해서 미분에 기반한 기존의 에지 연산 대신 접평면 평활화에 이은 프랙탈 차원에 기반한 경계추출 방법을 제안하였다. 실제 초음파 태아 영상을 가지고 기존의 방법으로 경계추출을 하면 경계부분이 매우 불규칙적으로 나타나 실제 곡선으로 나타내기가 곤란하다. 그러나 위에서 제안한 방법을 가지고 실험을 한 결과 추출된 경계는 훨씬 부드러우면서도 실제 경계를 잘 표현하는 것을 실험영상을 통해 관찰할 수가 있었다. 그렇지만 이에 대한 성능의 유효성을 정량적으로 알아보기 위하여 실제 원 영상에 대해 경계정보를 가지고 있는 상태에서 실험 결과를 분석해야 한다. 따라서 앞으로 이에 대한 자료 수집 및 연구 조사가 지속적으로 진행되고 있다.

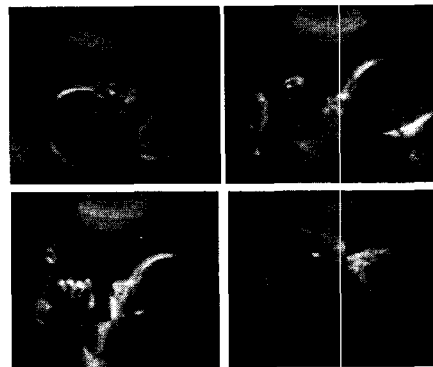


그림 1. 여러 가지 초음파 영상들

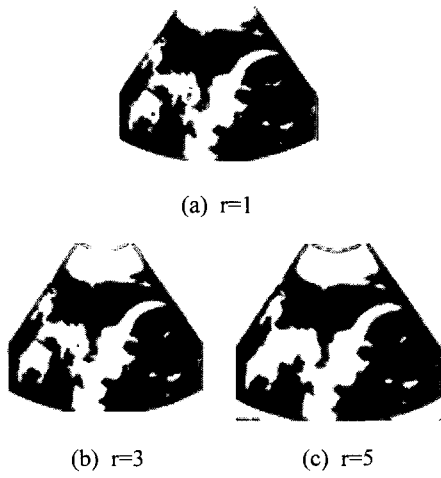


그림 2. 근방크기  $r$  값의 변화에 따른  
접평면 평활화된 영상의 이진화

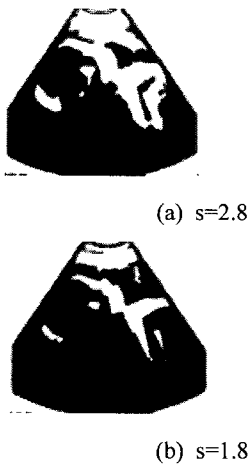


그림 3. scale ratio  $s$  값의 변화에 따른  
접평면 평활화의 영상의 이진화  
및 경계영역 비교

(a) Median +Otsu (b) Mean+Otsu

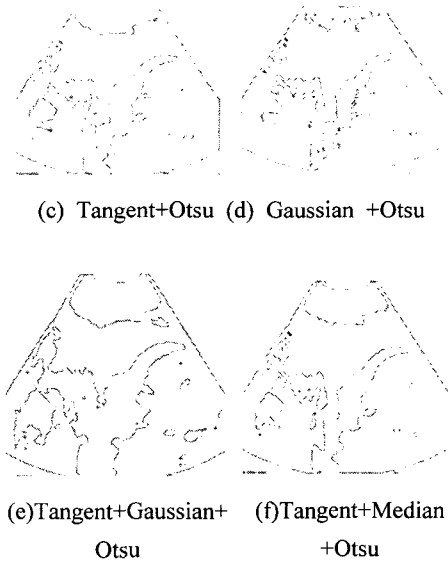


그림 4. 여러 가지 전처리 및 Otsu 방법에  
따른 경계역 추출 비교

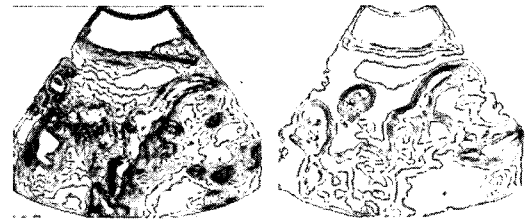


그림 5. 프랙탈 차원에 따른 경계 영역분포

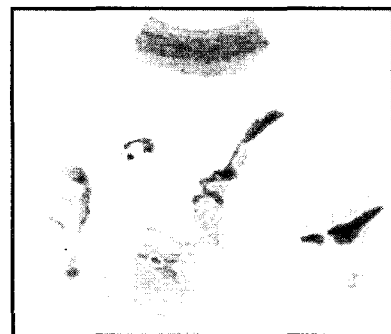


그림 6. 프랙탈 차원을 이용한  
특정 경계역 추출

## 참 고 문 헌

- [1] R.J.Barton and H.V.Poor, Signal detection in fractional Gaussian noise, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 34, 943-959, 1998
- [2] B.Burckhardt, Speckle in ultrasound B-mode scans, *IEEE Trans. On sonic and ultrasonic*, 1, 1-6, 1978
- [3] F.Catte, T.Coll, P.L.Lions and J.M. Morel, Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion, *SIAM J. Numer. Anal.* 29, 182-193, 1992
- [4] Y.Chen, B.C.Vemuri and L.Wang, Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion, *Comput. Math. Appl.* 39, 132-142, 2001
- [5] A.Conci and C.F.J.Campos, An efficient Box-Counting fractal dimension approach for experimental image variation characterization, *Proc. IWISP, Manchester*, 665-668, 1996
- [6] K.Falconer, *Fractal Geometry*, John Wiley & Sons Ltd. Brisbane, 1990
- [7] T.S.Kim and S.Kim, Relations between dimensions and differentiability of curves, *Fractional calculus & applied analysis*, 4, 135-142, 2001
- [8] J.S.Lee, A simple speckle smoothing algorithm for synthetic aperture radar images, *IEEE Trans. on systems, man and cybernetics*, 1, 85-89, 1983
- [9] T.Loups and W.N.McDicken, An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasonic images, *IEEE Trns. On circuit and systems*, 36, 129-135, 1989
- [10] J.R. Parker, *Algorithm for image processing and computer vision*, Wiley computer publ., 1997.
- [11] D.Strong and T.Chan, Relation of regularization parameter and scale in total variation based image denoising, *UCLA Math. Dept. CAM Report* 96-7, 1996
- [12] P.Yuen, N.Khalili, J.Illingworth, Curvature and torsion feature extraction from freeform 3-D meshes at multiple scales, *IEE Proc-Vis. Image Signal process.*, 147(5), 2000.
- [13] 최대호, 미분기하학, 경문사, 2000.



김 태 식 (Tae Sik Kim)

1982년 2월 경북대학교 수학과 졸업(학사)

1984년 2월 경북대학교 대학원 수학과 졸업(해석학, 이학석사)

1996년 2월 경북대 대학원 수학과 졸업(응용수학, 이학박사)

2002년 8월 경북대 대학원 전자공학과 수료  
(정보통신 : 영상통신)

2002년 9월~2004년 2월 경북대학교 전자공학과교수

2004년 3월~현재 경주대학교 컴퓨터 멀티미디어 공학부 교수(멀티미디어 전공)

(관심분야 : 영상통신, 영상 및 신호 처리, 암호이론, 프랙탈 이론, 비선형 동역학)