한국산업정보학회논문지 제9권 제2호(2004. 6)

쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 누적노출모형 추정

(An Estimation of Cumulative Exposure Model based on Kullback-Leibler Information Function)

안 정 향*, 윤 상 철**
(Jeong Hyang An, Sang Chul Yoon)

요 약 본 논문은 누적노출모형에서 수명시간이 지수분포를 따르고 서로 독립일 때 쿨백-라이블러 정보함수를 이용하여 단계 스트레스 가속수명시험으로부터 얻은 자료로부터 모수의 추정량을 제안하고, 단계 스트레스 가속수명시험의 정상조건에서 편의와 평균제곱오차 관점에서 모의실험을 통하여 Vasicek (1976), Van Es (1992)와 Correa (1995)가 제안한 세가지 추정량들에 대한 소표본 특성을 비교 논의하고자 한다.

핵심주제어 : 가속수명시험, 단계스트레스, 누적노출, 정상조건, 쿨백-라이블러.

Abstract In this paper, we propose three estimators of Kullback-Leibler Information functions using the data from accelerated life tests. This acceleration model is assumed to be a cumulative exposure model. Some asymptotic properties of proposed estimators are proved. Simulations are performed for comparing the small sample properties of the proposed estimators under use condition of accelerated life test.

Key Words : Accelerated life test, Cumulative exposure model, Kullback-Leibler

1. 서 론

일반적으로 대부분의 수명검사는 정상조건에서 이루어져 왔다. 그러나 수명시험은 많은 시간과 비용을 요구하게 되므로 이를 해결하기 위해서 가속 수명시험 (accelerated life tests) 방법이 널리 이용되어 왔는데 이는 관심있는 시스템을 정상조건보다 더 높은 스트레스를 준 조건에서 시험하는 방법이다. 특히 수명주기가 짧은 제품일 경우에는 자료를 얻는 시점이 제품의 수명주기보다 늦어 현실적으로 의미가 없는 경우도 생긴다. 이런 경우 제품을 정상조건보다 더 열악한 조건에서 시험하는 가속수명시험 방법으로 해결할 수 있다. 가속수명시험은 시험제품에 스트레스를 가하는 방법에 따라 일정 스트레스 시험 방법과 단계 스트레스 시험 방법으로 분류될 수 있다.

일정 스트레스 시험(constant stress test)은 시험제품에 가해지는 스트레스를 시험의 종결시점까지 일정하게 유지하며 시험하는 방법으로 스트레스간의 관계에 대한 추정문제와 수명시험등은 Viertl (1988), Nelson (1990), Lawless (2003)등에 의해 연구되었다.

단계 스트레스 시험 (step-stress test) 방법은 스트레스 수준을 단계적으로 변화시키는 것으로 주어진

* 대구한의대학교 정보과학부 정보보호학과 부교수
** 경북대학교 자연과학대학 통계학과 외래교수

스트레스 수준에서 시험을 시작하여 일정 시점까지 고장을 관측하고 이 시점까지 고장이 나지 않은 제품에 대해서 더 높은 스트레스 수준에서 시험하는 과정을 반복하여 수명을 측정하는 방법이다. 이 연구는 Park, Yoon과 Cho (2000a, 2000b, 2003), Park과 Yoon (2003)등에 의해 연구되었다.

일반적으로 단계스트레스 가속수명시험에서 사용되는 모형으로 변환확률변수 (tampered random variable) 모형, 누적노출 (cumulative exposure) 모형, 그리고 변환실패율 (tempered failure rate) 모형이 있다. 변환확률변수 모형은 DeGroot와 Goel (1979)이 제안하였으며, 이들은 변환확률변수가 어떤 미지의 가속인자에 의해 변화시간의 단위에 대한 나머지 수명의 곱으로 나타나는 낮은 스트레스에서 높은 스트레스로 변하는 효과를 제안하였다.

누적노출모형을 제안한 Nelson (1990)은 시험제품의 잔여수명은 현재의 스트레스 수준과 현재의 누적 고장비율에만 영향을 받고, 고장나지 않은 제품의 수명은 현재의 스트레스 수준에 대응하는 수명분포를 따르되 분포함수의 높이는 현재의 스트레스 수준의 시작점에서의 분포함수의 그 시점까지의 누적고장비율이 된다고 가정하였다.

변환실패율모형은 Bhattacharrya과 Soejoeti (1989)이 제안하였다. 이 모형은 각 스트레스들에 대한 실패율간의 관계를 나타낸다.

한편 쿨백-라이블러 관점에서 보면 과거 많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 추정량을 제시하고, 정규분포나 지수분포 등을 검정하기 위해 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 검정통계량을 사용하였다. Vasicek (1976)은 정규분포에 대한 엔트로피 추정량에 기초한 적합도 검정을 하였고, Arizono와 Ohta (1989)는 쿨백-라이블러 정보를 이용하여 정규분포에 대한 적합도 검정을 하였다. Ebrahimi와 Habibullah, Soofi (1992)는 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 지수분포에 대한 적합도 검정을 하였고, Taufer (2002)는 관찰값의 변환을 이용한 엔트로피 지수분포에 대한 적합도 검정을 하였다. 이외에도 많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보를 이용한 적합도 검정 방법을 제시하였다.

그러나 가속수명시험 관점과 쿨백-라이블러 관점을 동시에 이용한 문제 해결을 제시한 학자는 Bessler와 Chernoff, Marshall (1962)이 있다. 이들은 쿨백-라이블러 정보함수를 이용하여 가속수명시험에 대한 최적 축차 계획법을 제안하였으나 그 이후 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명시험모형에 대한 추정과 검정 문제의 연구는 이루어진 바가 없다. Bessler와 Chernoff, Marshall 이후 연구에서 쿨백-라이블러 정보함수와 가속수명시험모형을 결합한 새로운 통계적 추정이나 검정 문제를 가지고 연구된 바 없기 때문에 이러한 연구의 필요성이 절실하다고 볼 수 있으며 이에 대한 연구가 좀 더 깊이 있는 논의가 필요할 것이라고 사료된다. 이에 따라 최근 연구에서 Park, Yoon, Cho (2000a, 2000b)와 Park, Yoon (2003)가 그 역할을 담당하고 있다. 우선 그 처음 단계로 Park과 Yoon, Cho (2000a, 2000b)가 단계 스트레스 가속수명모형을 이용하여 쿨백-라이브러 정보함수에 대한 추정을 제시하였고 그 이후 Park과 Yoon (2003)은 단계 스트레스 가속수명모형을 이용한 검정 방법을 제시하였다.

따라서, 이 논문에서는 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 지수분포에서 누적 누출 모형에 대한 단계 스트레스 가속수명모형을 제안하고 모수의 추정과 점근적 성질을 연구한다. 2절에서는 쿨백-라이블러 정보함수의 추정을 위하여 지수분포에서 누적노출모형에 대한 소개와 단계 스트레스 가속수명모형에서 모수의 추정량을 구하고 그 점근적 성질을 알아보며, 3절에서는 2절에서 구한 추정량을 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량들을 제안하고 그 점근적 성질들을 함께 검토한다. 4절에서는 제안된 모수의 추정량을 이용하여 모의실험을 통하여 각 추정량들의 소표본에 대한 특성을 정상조건에서 누적노출모형에 대한 단계 스트레스 가속수명시험의 편의와 평균제곱오차 관점에서 비교 분석 논의한다.

2. 병렬시스템의 신뢰도함수

본 절은 쿨백-라이블러 정보함수의 추정을 위한 지수모형의 누적노출 가속수명모형에서 모수의 최대우도 추정량과 이들의 성질에 대하여 검토한다.

우선, 누적노출(cumulative exposure) 가속수명모형을 다음과 같이 가정한다.

1. 시험제품의 잔여수명은 현재의 스트레스 수준과 현재의 누적고장비율에만 영향을 받고 고장비율이 누적된 경로와는 무관하다.

2. 고장나지 않은 제품의 수명은 현재의 스트레스 수준에 대응하는 수명분포를 따르되 분포함수의 높이

는 현재의 스트레스 수준의 시작점에서의 분포함수의 그 시점까지의 누적고장비율이 되며,

3. 스트레스 수준을 순간적으로 변화시켜도 제품수명에 영향을 주지 않는다고 가정한다.

4. 수명분포는 지수분포를 따른다.

5. 시험 단위(test unit)의 평균수명은 스트레스 함수이다.

$$\theta(x) = \exp(\alpha + \beta x) \tag{2.1}$$

위 가정으로부터 누적노출 모형에서의 시험 단위의 분포함수는 다음과 같이 주어진다.

$$G(y) = \begin{cases} F_1(t), & t \le \tau, \\ F_2(s + t - \tau), & t > \tau. \end{cases} \tag{2.2}$$

여기서 s 해는 $F_2(s) = F_1(\tau)$에서 구한다. 따라서 식 (2.2)로부터 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$g(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta_1} \exp - \left(\dfrac{t_{1j}}{\theta_1} \right), & t \le \tau, \\ \dfrac{1}{\theta_2} & \\ \times \exp - \left(\dfrac{t_{2j} - \tau}{\theta_2} - \dfrac{\tau}{\theta_1} \right), & t > \tau. \end{cases} \tag{2.3}$$

따라서 식 (2.3)의 우도함수는

$$\begin{aligned} L(\theta_1, \theta_2) = & \prod_{j=1}^{n_1} \left\{ \frac{1}{\theta_1} \exp\left(- \frac{t_{1j}}{\theta_1} \right) \right\} \\ \times & \prod_{j=1}^{n_2} \left\{ \frac{1}{\theta_2} \exp\left(- \frac{(t_{2j} - \tau)}{\theta_2} - \frac{\tau}{\theta_1} \right) \right\}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

여기서 $n = n_1 + n_2$이다.

식 (2.4)에 의해서 대수우도함수는

$$\begin{aligned} \ln L(\theta_1, \theta_2) = & - n_1 \ln \theta_1 - \sum_{j=1}^{n_1} \left(\frac{t_{1j}}{\theta_1} \right) \\ & - n_2 \ln \theta_2 \\ & + \sum_{j=1}^{n_2} \left(- \frac{t_{2j} - \tau}{\theta_2} - \frac{\tau}{\theta_1} \right), \end{aligned} \tag{2.5}$$

으로 표현되고, 가정에서 식 (2.1)을 식 (2.5)에 대입하여 α 와 β에 대한 일차 편미분 방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} = & - (n_1 + n_2) \\ & + \left(\sum_{j=1}^{n_1} t_{1j} + n_2 \tau \right) \\ & \times \exp - (\alpha + \beta x_1) \\ & + \sum_{j=1}^{n_2} (t_{2j} - \tau) \\ & \times \exp - (\alpha + \beta x_2) \\ \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta)}{\partial \beta} = & - (n_1 x_1 + n_2 x_2) \\ & + \left(\sum_{j=1}^{n_1} t_{1j} + n_2 \tau \right) \\ & \times x_1 \exp - (\alpha + \beta x_1) \\ & + \sum_{j=1}^{n_2} (t_{2j} - \tau) \\ & \times x_2 \exp - (\alpha + \beta x_2) \end{aligned} \tag{2.6}$$

로 표현하게 할 수 있다. 따라서 모수 α 와 β에 대한 추정량은

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} = & \frac{x_1}{x_1 - x_2} \ln \left[n_1 \frac{\sum_{j=1}^{n_2} (t_{2j} - \tau)}{n_2 \left(\sum_{j=1}^{n_1} t_{1j} + n_2 \tau \right)} \right] \\ & - \ln \left[\frac{n_1}{\sum_{j=1}^{n_1} t_{2j} - n_2 \tau} \right] \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \left[\frac{n_1 \sum_{j=1}^{n_2} (t_{2j} - \tau)}{n_2 \left(\sum_{j=1}^{n_1} t_{1j} + n_2 \tau \right)} \right]$$

로 표현된다.

이 때 정상조건에서의 관찰값 T_{ij}는 $\hat{T}_{1j}$, $j = 1, 2, \cdots, n_i$, $i = 1, 2$ 라 두고, 높은 스트레스 조건에서 관찰된 관찰값 T_{ij}는 $\hat{T}_{2j}$, $j = n_1 + 1, n_1 + 2, \cdots, n_i$ $i = 1, 2$ 라 두자.

그러면 확률변수 $\hat{T}_1, \cdots, \hat{T}_{n_1}, \hat{T}_{n_1+1}, \cdots, \hat{T}_{n_2}$ 는 모수가 θ인 지수분포를 하는 확률변수로 취급할 수 있다.

$\hat{\alpha}$와 $\hat{\beta}$를 α 와 β에 대한 최대우도추정량을 구한다면, $\hat{\alpha}$ 와 $\hat{\beta}$는 α 와 β의 일치추정량이므로 다음과 같은 정리가 성립함을 알 수 있다.

정리 2.1 T_{ij}, $j = 1, 2, \cdots, n_i$, $i = 1, 2$ 가 모수 θ인 지수분포를 하는 누적노출 단계 스트레스 가속수명시험의 확률표본이면, $\hat{T}_1, \cdots, \hat{T}_{n_1}, \hat{T}_{n_1+1}, \cdots,$

$\hat{T}_{n_2}$에 대하여

$$T_{ij} - \hat{T}_{ij} \xrightarrow{p} 0 \qquad (2.8)$$

$, j=1,2,\cdots,n_i,\ i=1,2$이다.

증명 : 최우추정량 $\hat{\alpha}$과 $\hat{\beta}$이 α와 β의 일치추정량이므로 최우추정량의 불변성(invari- ance property)에 의해 식 (2.8)이 성립함을 볼 수 있다.

3. 신뢰도 함수의 추정

본 절에서는 먼저 쿨백-라이블러 정보함수을 소개하고 누적노출 단계 스트레스 가속수명모형의 쿨백-라이블러 정보함수와 엔트로피 추정량들을 세 가지 제안하고 그 성질을 검토한다.

$\hat{T}_1, \hat{T}_2, \cdots, \hat{T}_{n_i}$를 전체의 확률표본이라 하고, g_0를 모수 α와 β을 가지는 지수분포의 확률밀도함수이고, g를 임의의 확률밀도함수라 하자.

이때 g_0에 대한 g의 쿨백-라이블러 (1951)정보함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I(g, g_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln\left\{\frac{g(t)}{g_0(t)}\right\} g(t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln\{g(t)\}g(t)dt \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} \ln\{g_0(t)\}g(t)dt \\ &= -H(g) \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} \ln\{g_0(t)\}g(t)dt \end{aligned} \qquad (3.1)$$

여기서

$H(g) = \int_0^1 \ln\{(d/dp)G^{-1}(p)\}dp$로서 엔트로피 (entropy) 로 정의한다.

$\hat{T}_1, \hat{T}_2, \cdots, \hat{T}_{n_i}$, $i=1,2$가 확률밀도함수 식 (2.3)로부터 추출한 누적노출 가속수명시험에서 추출된 확률표본일 때, Vasicek (1976)의 엔트로피 추정량에 기초한 $H(g)$에 대한 추정량을 H_{mn}이라 둔다면 제안된 추정량은 다음과 같다.

$$H_{mn} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln\left\{\frac{n}{2m}\left(\hat{T}_{(i+m)} - \hat{T}_{(i-m)}\right)\right\} \qquad (3.3)$$

여기서 m은 $n/2$보다 작은 양의 정수로서 윈도우의 크기라고 한다. 식 (3.3)에서 $i<1$이면 $\hat{T}_{(i)} = \hat{T}_{(1)}$이고 $i>n$이면 $\hat{T}_{(i)} = \hat{T}_{(n)}$이다. 그리고 $\hat{T}_{(1)} \le \hat{T}_{(2)} \le \cdots \le \hat{T}_{(n)}$는 표본의 크기가 n인 확률표본의 순서 통계량이다.

Vasicek의 H_{mn}의 점근적 성질을 이용하여 단계 스트레스 가속수명모형에서 점근적 성질을 다음과 같이 밝힐 수 있다.

정리 3.1 누적노출 가속수명모형의 확률표본 $\hat{T}_i$가 분포함수 G와 확률밀도함수 g를 갖고 $var(\hat{T}_i) < \infty$ 이면, $\hat{T}_1, \hat{T}_2, \cdots, \hat{T}_{n_i}$가 G로부터 추출된 확률표본일 때 $n\to\infty$, $m\to\infty$에 대하여 $m/n \to 0$이면

$$H_{mn} \xrightarrow{p} H(g) \qquad (3.4)$$

증명 : $\hat{\alpha}$와 $\hat{\beta}$가 α, β의 최우추정량이므로 일치통계량이다. 따라서 식 (3.3)은 $H(g)$의 일치 통계량이다.

이제, 지수분포의 확률표본에 대하여 $\hat{T}_{ij}$, $j=1,2,\cdots,n_i$, $i=1,2$로 변수 치환시켜 만든 지수분포의 누적노출 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수, $I(g, g_{\hat{T}_{ij}})$는

$$\begin{aligned} I(g, g_{\hat{T}_{ij}}) &= -H(g) \\ &\quad - \int_0^{\infty} \ln\{g_{\hat{T}_{ij}}(t)\}g(t)dt \\ &= -H(g) \\ &\quad -(\alpha+\beta x_i)+1 \end{aligned} \qquad (3.5)$$

로 표현할 수 있다.

식 (2.7), 식 (3.4)와 식 (3.5)로부터 누적노출 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수 $I(g, g_{\hat{T}_{ij}})$의 추정량은 다음과 같이 제안한다.

$$\begin{aligned} KLH_{mn} &= \hat{I}(g, g_{t_{ij}}) \\ &= -H_{mn} - (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i) + 1, \end{aligned} \qquad (3.6)$$

여기서 : $\hat{\alpha}$와 $\hat{\beta}$는 식 (2.7)에 주어진 α와 β의 최대우도추정량이고 $i=1,2$ 이다.

정리 3.2 누적노출 가속수명모형의 변수 $\hat{T}_1, \hat{T}_2, \cdots, \hat{T}_{n_i}$가 지수분포의 확률밀도함수에서 추출된 가속수명시험의 확률표본이고, $n\to\infty$, $m\to\infty$에 대하여 $m/n \to 0$이면

$$\hat{I}(g, g_{\widetilde{T_{ij}}}) \xrightarrow{p} I(g, g_{\widetilde{T_{ij}}}) \tag{3.7}$$

를 따른다.

증명 : 정리 2.1, 정리 3.1의 결과와 $\hat{\theta} \xrightarrow{p} \theta$ 그리고 Slutsky 정리에 의하여 분명히 밝혀진다.

이외에도 van Es (1992)는 확률표본의 차이에 기초하여 식 (3.2)에 대한 엔트로피 추정량을 다음과 같이 제안하였다.

$$\begin{aligned} HE_{mn} &= \frac{1}{n-m} \\ &\times \sum_{i=1}^{n-m} \ln\left\{\frac{n+1}{m}\left(\widetilde{T}_{(i+m)} - \widetilde{T}_{(i-m)}\right)\right\} \\ &+ \sum_{k=m}^{n} \frac{1}{k} + \ln(m) - \ln(n+1) \end{aligned} \tag{3.8}$$

따라서 식 (3.5), 식 (3.6)과 식 (3.8)에 의하여 다음과 같은 누적노출 단계 스트레스 가속수명모형의 추정량을 제안한다.

$$\begin{aligned} KLHE_{mn} = & -HE_{mn} \\ & - \ln(\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i) + 1 \end{aligned} \tag{3.9}$$

또한, Correa (1995)는 Vasicek의 추정량을 변형한 엔트로피 추정량을

$$HC_{mn} = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln(b_i) \tag{3.10}$$

로 표현하였다. 여기서

$$b_i = \frac{\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(\widetilde{T}_{(k)} - \overline{T}_{(i)}\right)}{n\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(\widetilde{T}_{(k)} - \overline{T}_{(i)}\right)^2}$$

이고

$$\overline{T}_{(i)} = \frac{1}{2m+1}\sum_{k=i-m}^{i+m} \widetilde{T}_{(i)}$$

이다. 따라서 식 (3.5), 식 (3.6)과 식 (3.9)의 엔트로피 추정량을 이용하여 다음과 같은 누적노출 단계 스트레스 가속수명모형의 추정량을 제시한다.

$$\begin{aligned} KLHC_{mn} = & -HC_{mn} \\ & - \ln(\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i) + 1' \end{aligned} \tag{3.11}$$

4. 모 의 실 험

식 (3.6), 식 (3.9)과 식 (3.11)에서 제안한 누적노출 단계 스트레스 가속수명모형의 세 개의 추정량 KLH_{mn}, $KLHE_{mn}$과 $KLHC_{mn}$에 대한 정상조건의 단계 스트레스 가속수명모형의 참값을 $\alpha_0 = 0.5$와 $\beta_0 = 2.0$으로 가정하였으며, 변환점 τ는 $-\ln(0.5)/2.0$으로 두고 소표본의 특성을 조사하기 위하여 모의 실험을 실시하였다.

IMSL 난수 발생 부프로그램을 이용하여 1,000번을 반복하여 정상조건에서의 누적노출 단계 스트레스 가속수명실험의 세 개의 추정량 KLH_{mn}, $KLHE_{mn}$과 $KLHC_{mn}$에 대한 편의 (bias)와 평균제곱오차 (mean squared error; MSE)를 각각 구하였다. $\alpha_0 = 0.5$와 $\beta_0 = 2.0$일때 세 개의 추정량 KLH_{mn}, $KLHE_{mn}$ 와 $KLHC_{mn}$에 대한 모의실험 결과 중 그림 4.1과 그림 4.2는 누적노출 단계 스트레스 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 정상조건에 대한편의와 평균제곱오차를 각각 보여준다.

본 모의실험의 결과를 통하여 다음과 같은 사실을 알 수 있었다.

1. m, n의 값이 증가할수록 단계 스트레스 가속수명모형에서 편의와 평균제곱오차는 줄어든다.

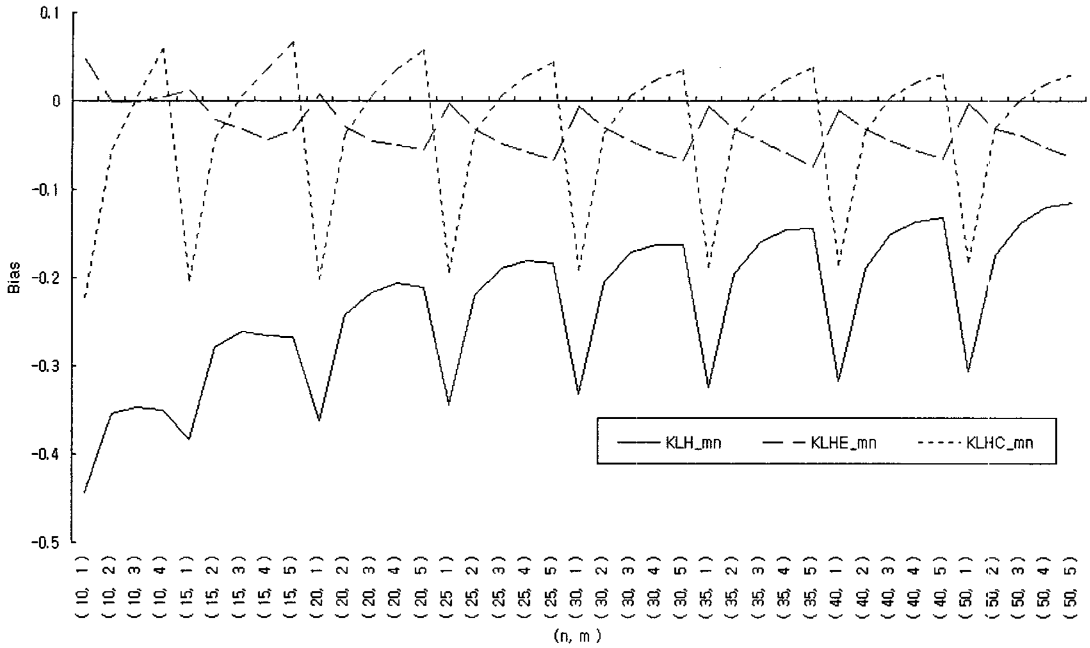
2. 제안된 단계 스트레스 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 추정량 KLH_{mn}, $KLHE_{mn}$ 와 $KLHC_{mn}$은 편의와 평균제곱오차 관점에서 $KLHE_{mn}$의 추정량이 소표본 특징에서 다른 추정량보다 우수하다.

3. 연구된 가속수명모형에서는 α의 추정이 편의와 평균제곱오차가 많은 영향을 주었지만 쿨백-라이블러 정보함수을 이용한 누적노출 단계스트레스 가속수명모형은 α에 거의 영향을 받지 않는 경향이 있다.

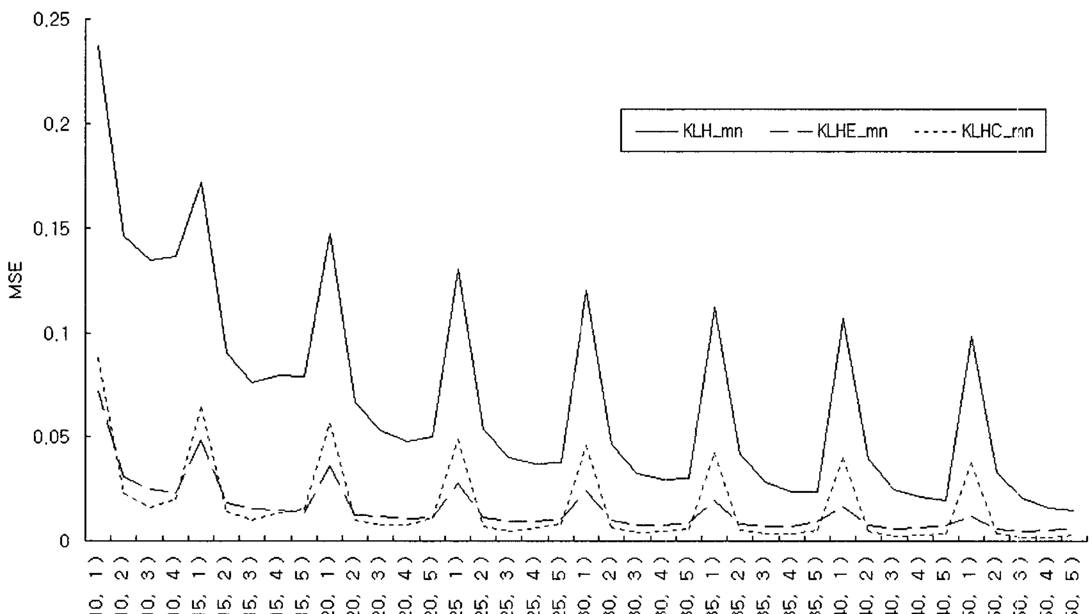
정통적인 엔트로피 추정량에 대하여 편의와 평균제곱오차 관점에서 Correa(1995) 추정량 HC_{mn}이 Vasicek 추정량 H_{mn}보다 우수하다는 사실이 모의실험을 통하여 밝혔다.

또한, Wieczorkowski과 Grzegorzewski (1999)도 수정된 Correa 추정량과 Vasicek 추정량을 제안하고 정통적인 엔트로피와 비교 결과 위 사실과 동일하다는 것을 밝혔다. 그러나 기존 연구에서는 Vasicek

<그림 4.1> 누적노출 가속수명모형의 편의



<그림 4.2> 누적노출 가속수명모형의 평균제곱오차



추정량, Van Es 추정량과 Correa 추정량의 엔트로피 추정량 비교는 없었다. 따라서 우리는 엔트로피 추정량을 대신하여 누적노출 단계스트레스 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 세가지 추정량을 비교한 결과 Van Es 엔트로피 추정량이 다른 추정량보다 우수하다는 사실을 알 수 있었다.

결론적으로 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 누적노출 단계스트레스 가속수명모형 모의실험의 결과, 거의 모든 경우에 있어서 편의와 평균제곱오차 관점에서 $KLHE_{mn}$의 추정량이 다른 추정량보다 우수한 것으로 생각된다.

향후의 연구과제로서는 Vasicek 추정량, Van Es 추정량과 Correa 추정량들에 대한 각각의 근사적 정규성 규명이 요망된다.

참 고 문 헌

[1] Arizono, L. and Ohta, H., "A Test for Normality Based on Kullback- Leibler Information", *The American Statistian*, Vol. 43, pp 20-22, 1989.

[2] Bai, D. S., Kim, M. S. and Lee, S. H., "Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Test with Censoring.", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 38, pp 528-532, 1989.

[3] Bai, D. S., Chung, S. W., "Optimum Design of Partially Accelerated Life Tests for the Exponential Distribution under Type-I Censoring.", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 41, pp 400-406, 1992.

[4] Besseler, S., Chernoff, H. and Marshall, A. W., "An Optimal Sequential Accelerated Life Test", *Technometrics*, Vol. 4, pp 367-369, 1962.

[5] Bhattacharrya, G. K. and Soejoeti, Z., "A Tampered Failure Rate Model for Step-Stress Accelerated Life Test", *Communications in Statistics-Theory and Method*, A18, pp 1627-1643, 1989.

[6] Correa, J. C., "A New Estimator of Entropy", *Communications in Statistics-Theory and Method*, A24, pp 2439-2449, 1995.

[7] DeGroot, M. H. and Goel, P. K., "Bayesian Estimation and Optimal Design in Partially Accelerated Life Testing.", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 26, pp 223-235, 1979.

[8] Ebrahimi, N., Habibullah, M., and Soofi, E.S., "Testing Exponentiality based ob Kullback-Leibler Information.", *Journal of Royal Statistical Society*, Ser. B, Vol. 54, pp 739-748, 1992.

[9] Kullback, S. and Leibler, R. A., "On Information and Sufficiency", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 22, pp 79-86, 1951.

[10] Lawless, J. F., "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", *John Wiley & Sons*, NJ, 2003.

[11] Mazzuchi, T. A., Soofi, E.S. and Soyer, R., "Computation of Maximum entropy Dirichlet for modeling lifetime data", *Computational Statistics & Data Analysis*, 32, pp 361-378, 2000.

[12] Miller, R. and Nelson, W., "Optimum Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 32. pp 59-65, 1983.

[13] Nelson, W., "Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses", *John Wiley & Sons,* 1990.

[14] Park, B. G., Yoon, S. C., "Test of Exponentiality in Step Stress Accelerated Life Test Model based on Kullback-Leibler Information Function", *Journal of the Korean Society for Quality Management*, Vol. 31, 4, pp 194-201, 2003.

[15] Park, B. G., Yoon, S. C. and Cho, G. H., "An Estimation of Kullback- Leibler Information Function based on Step Stress Accelerated Life Test", *The Data Journal of Applied Statistics*, Vol. 13, pp 563-573, 2000a.

[16] Park, B. G., Yoon, S. C. and Cho, J. Y., "On Estimating of Kullback- Leibler Information Function using Three Step Stress Accelerated Life Test", *International Journal of Reliability and Application*, Vol. 1, No. 2, pp 155-165, 2000b.

[17] Taufer, E.., "On Entropy based Tests for Exponentiality", *Communications in Statistics-Simulations*, 31(2), pp 189-200, 2002.

[18] Van Es, B., "Estimating Functionals Related to a Density by a Class of Statistics Based on

Spacings", *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 19, pp 61-72, 1992.
[19] Vasicek, O. A., "A Test for Normality Based on Sample Entropy", *Journal of Royal Statistical Society*, Ser. B, Vol. 38, pp 55-59, 1976.
[20] Viertl, R., "Statistical Methods in Accelerated Life Testing", *Vandenhoeck and Ruprecht in Gottingen*, 1988.
[21] Wieczorkowski, R and Grzegorzewski, P., "Entropy Estimators Improvement and Comparison", *Communications in Statistics-Simulations*, 28(2), pp 541-567, 1999.
[22] Xiong, C., "Inferences On a Simple Step-Stress Model with Type-II Censored Exponential Data", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 47, pp 142-146, 1998.

안 정 향 (Jeong Hyang An)

대구대학교 대학원 수학과(이학석사)
대구대학교대학원 수학과(이학박사)
대구한의대학교 정보학부 부교수
(관심분야 : 해석학(미분시스템의 안정성 이론) 수치해석)

윤 상 철 (Sang Chul Yoon)
대구대학교 통계학과 (이학사)
경북대학교 대학원 통계학과 (이학석사)
경북대학교 대학원 통계학과 (이학박사)
1994-현재 경북대학교 외래교수
(관심분야 : 신뢰성이론 및 가속수명시험, 수명시험의 통계적추론, 통계적품질관리, 수치해석등)