특집

로봇 매니퓰레이터의 강인제어기법

지민석, 이강웅 (한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부)

본 논문에서는 파라미터 변동 범위가 유한한 강체 로봇 매니퓰레이터에 대한 강인제어기 설계기법에 대해 서술하고자 한다. 로봇 매니퓰레이터에 대한 많은 강인제어기법이 연구되었으며 각 강인제어기법마다 가정되는 조건이 달라진다. 본 논문에서는 선형화기법을 적용한 강인제어, 수동성에 기반한 강인제어, Lyapunov 기법에 기반한 강인제어, 슬라이딩 모드 강인제어, 적분작용을 포함하는 강인제어기법에 대해 언급하기로 한다.

I. 서론

최근 로봇의 기능 및 이용 분야는 단순 반복 작업에서 가변적인 작업과 작업환경이 변하는 다양한 분야로 확대되고 있다. 로봇 매니퓰레이터는 비선형 시스템일 뿐만 아니라 미지의 부하와 부하 변동, 마찰 등에 의한 모델 불확실성을 가지기 때문에 가변적인 작업을 수행하는 경우에는 이와 같은 비선형성과 파라미터 불확실성을 보상할 수 있는 제어기법이 요구된다. 파라미터 불확실성은 동력학방정식의 형태는 정해지고 파라미터 변동 등의 이유로 파라미터가 미지인 구조적 불확실성과 외란, 마찰 또는 모델링과정에서 무시되는 고차 모드 등의 비구조적 불확실성으로 구분할 수 있다. 단순 반복 작업을 하는 로봇에 적용하는 고전적인 제어기법으로는 이와 같은 파라미터 불확실성을 가지는 로봇 제어에서는 원하는 제어성능을 얻을 수 없다. 파라미터 불확실성 및 모델링 오차를 가지는 시스템 제어에 적합한 강인제어(robust control) 기법이 로봇 매니퓰레이터 제어에 적용되고 있으며 많은 연구가 진행되고 있다[1],[2].

로봇 매니퓰레이터는 비선형시스템이므로 관절위치가 시변으로 변하는 궤적 추종제어와 같은 경우, 제어입력에 동력학 특성을 포함시켜 비선형성이 소거되도록 하는 피드백 선형화(feedback linearization) 기법과 비례-미분제어(PD control)를 결합시킴으로써 제어성능을 개선시킬 수 있다. 그러나 이와 같은 제어기법을 이용하기 위해서는 로봇 매니퓰레이터 파라미터값이 고정되고 정확히 알아야 하므로 파라미터 변동이 있는 경우에는 제어기법도 수정되어야 한다.

본 논문에서는 파라미터 불확실성을 가지는 로봇 매니퓰레이터에 대한 강인제어기 설계기

법에 대해 언급하고자 한다. 지금까지 많은 로봇 매니퓰레이터 강인제어기법이 제시되었으나 여기서는 대표적인 방법에 대해서만 설명하기로 한다. 첫째로 로봇 매니퓰레이터의 비선형 특성을 소거하여 선형화한 후 선형제어기법을 적용하여 강인제어기를 설계하는 방법[3]에 대해 설명하고자 한다. 다음으로 강체 로봇은 수동시스템이므로 수동성(passivity) 성질을 이용하는 수동성 기반 강인제어기(passivity-based robust controller) 설계 방법[4]에 대해 언급하고자 하는데 비선형성을 완전히 소거하지 않아도 되는 장점이 있다. 셋째로 Lyapunov 안정도 해석기법에 기반한 강인제어기 설계기법에 대해 언급하고자 한다. 이 기법은 Corless와 Leitmann[5] 등이 제시한 포화함수(saturation function)를 이용한 방법을 적용하는 것으로 관절위치 추종오차가 유한 시간내에 허용 한계범위내의 영역으로 수렴(uniformly ultimate boundedness)함을 보장한다. 넷째로 슬라이딩 모드(sliding mode) 제어기법을 적용한 로봇 매니퓰레이터의 강인제어기법[6]에 대해 설명하기로 한다. 슬라이딩 모드제어는 상태궤적이 초기위치로부터 유한 시간내에 정해진 슬라이딩 평면에 도달하여 이 평면을 따라 원점에 도달하도록 함으로써 파라미터 변동이나 외란에 무관하게 원하는 제어성능을 얻도록 한다. 마지막으로 적분작용을 포함하는 강인제어기 설계방법[7]에 대해 설명하기로 한다. 상수 형태의 외란을 포함하는 경우 제어입력이 매우 크지 않으면 정상상태 오차가 발생하는데 하드웨어적인 문제로 제어입력은 제한을 받게 된다. 이와 같은 문제를 개선하기 위한 적분제어 강인제어기 설계와 안정도 해석을 설명하기로 한다. 이외에도 성능 향상을 위한 다양한 강인제어기 설계 방법과 관절 속도값을 관측기로 추정하여 사용하는 출력궤환 제어기 설계 방법[10]들이 제시되었으나 본 논문에서는 강인제어기 설계에 대한 기본 개념만을 제시하기로 한다.

Ⅱ. 로봇 매니퓰레이터 모델과 성질

n-링크 강체 로봇의 동특성 방정식은 Euler-Lagrange 방정식으로부터 다음과 같이 표현된다[8].

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서 $q \in R^n$은 관절의 위치벡터이고 행렬 $M(q) \in R^{n\times n}$는 관성행렬로 대칭이고 양한(positive definite)이다. 또한 벡터 $C(q,\dot{q})\dot{q}$는 구심력과 코리올리스힘을 나타내는 $n\times 1$ 벡터이고, $G(q)$는 중력 벡터이며, $\tau \in R^n$는 토크 입력벡터이고 편의상 마찰은 무시하도록 한다. 식 (1)의 동특성 방정식은 다음 성질을 가진다.

성질 1 : 관성행렬 $M(q)$과 중력벡터 $G(q)$는 각각 다음 부등식을 만족한다.

$$0 < M_m \le \| M(q) \| \le M_M$$

$$\| G(q) \| \le G_M$$

성질 2 : 벡터 $C(q,\dot{q})$는 다음 부등식을 만족한다.

$$\| C(q,\dot{q}) \| \le C_M \| \dot{q} \|$$

성질 3 : 식 (1)의 동특성 방정식을 다음과 같이 미지의 파라미터 $p\times 1$ 벡터 θ에 대해 선형으로 나타낼 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q,\dot{q},\ddot{q})\theta = \tau$$

여기서 $Y(q,\dot{q},\ddot{q})$은 $n\times p$ 축차행렬(regressor matrix)이다.

성질 4 : 행렬 $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$는 skewsymmetric으로 임의의 벡터 z에 대해 다음 등식이 성립한다.

$$z^T[M(q)-2C(q,\dot{q})]z=0$$

III. 로봇 매니퓰레이터의 강인제어

1. 선형 강인제어

로봇 매니퓰레이터는 비선형시스템이므로 피드백 선형화 기법을 적용하여 선형화시킨 후 선형제어기법으로 강인제어기를 설계하는 방법에 대해 살펴보기로 하자. 매니퓰레이터의 원하는 관절위치 q_d에 대해 궤적 추종오차를 $e=q_d-q$로 정의하면 식 (1)의 동력학 방정식으로부터 다음과 같은 오차에 대한 선형 동특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}u=Ax+Bu \qquad (2)$$

여기서 $x=[\,e^T \quad \dot{e}^T]^T$ 이고 $u=M^{-1}(q)[C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)-\tau]+\ddot{q}_d$ 이다.

식 (2)는 제어입력 u에 대해 선형시스템이 되므로 폐루프시스템이 원하는 제어성능을 가지도록 하는 선형 제어입력 $u=C(s)x$를 설계하는 것이 제어목표가 된다. 입력 u에 포함된 비선형 항들을 소거하기 위해 토크입력을 다음과 같이 정한다.

$$\tau=M(q)(\ddot{q}_d-u)+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q) \qquad (3)$$

선형화된 식 (2)의 시스템에 대한 제어입력을 $u=-K_1e-K_2\dot{e}=-Kx$ 로 정하면 폐루프 시스템은 다음과 같이 된다.

$$\ddot{e}+K_1\dot{e}+K_2e=0$$

따라서 $K_1>0$, $K_2>0$에 대해 폐루프 시스템은 점근적 안정(asymptotically stable)하게 된다.

그러나 동특성 방정식이 부하변동 등으로 파라미터 불확실성을 가지면, 즉 M, C, G가 불확실성을 포함하면 식 (3)의 토크 제어입력은 M, C, G의 추정치로 표시되어야 한다.

$$\tau=\hat{M}(q)(\ddot{q}_d-u)+\hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}+\hat{G}(q) \qquad (4)$$

식 (4)의 토크 제어입력에 의해 식 (2)의 오차 동특성 방정식은 다음과 같이 외란을 포함하는 선형시스템으로 된다.

$$\dot{x}=Ax+B(u+\eta) \qquad (5)$$

여기서 η는 $\eta=\Delta(u-\ddot{q})+M^{-1}(q)\delta$ 이고 Δ와 δ는 각각 $\Delta=M^{-1}(q)\hat{M}(q)-I$ 와 $\delta=\{C(q,\dot{q})-\hat{C}(q,\dot{q})\}\dot{q}+\{G(q)$ 로 정의된다. 식 (5)에서 벡터 η는 모델 불확정성, 파라미터 변동, 마찰과 외란 등에 의한 파라미터 불확실성을 나타내는 항이다.

제어목표는 파라미터 불확실성을 포함함에도 불구하고 폐루프시스템이 안정하도록 하는 선형 제어기 C(s)를 설계하는 것이다. 로봇 매니퓰레이터의 파라미터 변동, 마찰과 외란 등은 한정된 범위내에 있는 것으로 가정하며 $u=-Kx$로 선정하면 오차 동특성 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x}=Ax+B(u+\eta)=(A-BK)x+B\eta=A_cx+B\eta \qquad (6)$$

식 (6)에서 A_c의 극점을 복소평면의 원점에서 왼쪽으로 멀리 떨어져 있도록 배치하거나 $K(sI-$

$A_c)^{-1}B$ 가 SPR(strictly positive real)이 되도록 Kx의 K를 선정한다.

2. 수동성에 기반한 강인제어

강체 로봇의 동특성 방정식은 다음과 같이 토크입력과 각속도 사이에서 수동성이 성립된다.

$$\langle \dot{q}, \tau \rangle = \int_0^T \tau^T \dot{q}\,dt = V(T) - V(0) \geq -V(0) \geq -\beta,\ \beta > 0,\ T > 0$$

여기서 V≥0은 로봇의 에너지이다.

로봇은 수동 시스템이므로 보상을 위한 수동 시스템을 연결시킨 페루프시스템은 점근적으로 안정하게 된다. 수동성에 기반한 제어기는 로봇 매니퓰레이터의 비선형성을 완전하게 제거하지 않아도 되는 장점을 가지게 된다. Ortega와 Spong[4]이 제시한 수동성에 기반한 제어기 설계기법은 다음 정리를 이용하였다.

정리 : 다음 미분방정식을 고려하자.

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q, \dot{q})\sigma + K_\sigma \sigma = \psi \qquad (7)$$

여기서 $K_\sigma = K_\sigma^T > 0$, $\sigma = F(s)^{-1}e$ 로 정의되며 함수 $F(s)$는 분모항의 차수가 분자항의 차수보다 크며 극점이 복소평면의 좌반부에 위치(strictly proper and stable)한다. 또한 $-\sigma \rightarrow \psi$은

$$\int_0^T -\sigma^T \psi(t)\,dt \geq -\beta$$

로 수동성을 가진다. 이 결과로 $e, \dot{e} \in L_2^n$, e는 유계(bound)를 가지며 연속이고 $\lim_{t\to\infty} e = 0$이며, 또한 ψ가 유계이면 $\lim_{t\to\infty} \sigma = 0$이고 $\lim_{t\to\infty} \dot{e} = 0$이다.

이 정리를 이용하기 위하여 토크제어입력을 다음과 같이 정한다.

$$\tau = M_0(q)\dot{\nu} + C_0(q, \dot{q})\nu + G_0(q) - K_\sigma \sigma + \tau_{nl} \qquad (8)$$

여기서 $\nu = \dot{q}_d - \Lambda e$, $\sigma = \dot{q} - \nu = \dot{e} + \Lambda e$이고 $M_0(\cdot)$, $C_0(\cdot)$, $G_0(\cdot)$는 각각 $M(\cdot)$, $C(\cdot)$, $G(\cdot)$에 대한 공칭값(nominal value)이며 τ_{nl}은 파라미터 불확실성을 보상하기 위한 비선형 제어입력으로 설계되어야 할 항이다.

식 (8)의 제어입력을 식 (1)의 로봇 동력학 방정식에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q, \dot{q})\sigma + K_\sigma \sigma = Y(q, \dot{q}, \nu, \dot{\nu})\tilde{\theta} + \tau_{nl} \qquad (9)$$

여기서 $Y(\cdot)$는 $n \times p$ 축차행렬이고 $\tilde{\theta}$는 파라미터 불확실성을 나타낸다. 식 (9)는 식 (7)과 같은 형태이므로 수동성의 성질을 이용하여 안정성을 입증할 뿐만 아니라 비선형 제어입력항 τ_{nl}을 설계할 수 있다. 파라미터 불확실성을 포함하는 항이 $\|Y(\cdot)\tilde{\theta}\| \leq \rho$로 유계된다면 비선형 제어입력항은 다음과 같이 정할 수 있다.

$$\tau_{nl} = \begin{cases} -\dfrac{\rho\sigma}{\|\sigma\|} & \text{if } \|\sigma\|\rho \geq \varepsilon \\ -\dfrac{\rho^2}{\varepsilon}\sigma & \text{if } \|\sigma\|\rho < \varepsilon \end{cases} \qquad (10)$$

식 (8)과 식 (10)으로 주어지는 강인제어기에 의해 페루프시스템의 안정성을 입증하기 위하여 다음과 같은 양한 함수를 정의하자.

$$V = \frac{1}{2}\sigma^T M(q)\sigma \qquad (11)$$

식 (11)을 시간에 대해 미분하고 수동성의 성질을 이용하면 오차 상태궤적이 유한 시간내에 한정된 범위의 영역내로 수렴함이 입증된다.

3. Lyapunov 기법에 기반한 강인제어

유한한 파라미터 불확실성을 가지는 로봇 매니퓰레이터에 대한 강인제어기 설계를 위하여

Lyapunov 안정도 해석기법이 많이 활용되어 왔다. 이 기법은 Corless와 Leitmann[5]의 포화함수 활용기법으로 파라미터 불확실성이 유한 한계내에 있는 시스템의 상태 오차궤적이 유한 시간내에 유한 범위내로 수렴함을 입증한다. 여러 가지 설계기법이 제시되었으나 여기서는 다음 설계기법에 대해 언급하고자 한다.

식 (1)의 동력학 방정식에서 파라미터 불확실성을 다음과 같이 분리하여 나타낼 수 있다고 하자.

$$(M_0(q)+\Delta M)\ddot{q}+\left(C_0(q,\dot{q})+\Delta C\right)\dot{q}+(G_0(q)+\Delta G)=\tau \quad (12)$$

여기서 M_0, C_0, G_0 는 M, C, G 의 공칭값이고 ΔM, ΔC, ΔG 는 불확실성을 나타내는 값이다. 토크제어입력을 다음과 같이 정하기로 한다.

$$\tau=M_0(q)\nu+C_0(q,\dot{q})\dot{q}+G_0(q) \quad (13)$$

여기서 ν는 설계해야 될 제어입력 부분이다.

식 (13)을 식 (12)의 동력학 방정식에 대입하면 다음과 같은 선형 방정식이 얻어진다.

$$\ddot{q}=\nu+\eta$$

여기서 $\eta=(M^{-1}(q)M_0(q)-I)-M^{-1}(q)(\Delta C\dot{q}+\Delta G)$는 파라미터 불확실성을 나타낸다.

오차 상태벡터를 $x^T=[\,e^T\ \dot{e}^T]^T$로 정의하면 다음과 같은 오차 상태방정식이 얻어진다.

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & I\\ 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ I\end{bmatrix}(\nu+\eta-\ddot{q})=Ax+B(\nu+\eta-\ddot{q}) \quad (14)$$

제어입력 ν를

$$\nu=\ddot{q}_d-Kx+\nu_{nl} \quad (15)$$

로 정의하여 식(14)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{x}=(A-BK)x+B(\eta+\nu_{nl}) \quad (16)$$

여기서 $K=K^T>0$로 대칭행렬인 제어이득이고 ν_{nl}은 파라미터 불확실성을 보상하기 위한 비선형 보상항이다.

파라미터 불확실성을 나타내는 항 η가 $\|\eta\|\le\rho$로 유계되고 행렬 $P=P^T>0$가 Lyapunov 방정식 의 $(A-BK)^TP+P(A-BK)=-I$ 의 해가 될 때 비선형 보상항은 다음과 같이 정할 수 있다.

$$\nu_{nl}=\begin{cases}-\rho\dfrac{B^TPx}{\|B^TPx\|} & \text{if } \|B^TPx\|>\varepsilon\\ -\rho\dfrac{B^TPx}{\varepsilon} & \text{if } \|B^TPx\|\le\varepsilon\end{cases} \quad (17)$$

여기서 $\varepsilon>0$ 이다.

식 (15)와 식 (17)로 주어지는 제어입력에 의해 관절위치 오차상태 벡터가 유한 시간내에 한정된 범위의 영역내로 수렴하게 됨은 Lyapunov 안정도 해석법으로 입증할 수 있는데 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 정하자.

$$V=x^TPx \quad (18)$$

식 (18)을 시간에 대해 미분하고 식 (16)을 대입하면 다음 부등식이 성립된다.

$$\dot{V}\le-\|x\|^2+2\rho\|B^TPx\|+2(B^TPx)^T\nu_{nl} \quad (19)$$

식 (19)는 $\|B^TPx\|>\varepsilon$ 이면 $\dot{V}\le\|x\|^2$이 되고 $\|B^TPx\|\le\varepsilon$이면 $\dot{V}\le-\|x\|^2+\frac{\rho\varepsilon}{2}$가 되어 관절 위치추종오차벡터는 유한 한계내로 수렴하게 된다.

유사한 강인제어기법으로 Spong[9]은 로봇 매니퓰레이터의 파라미터가 공칭값 θ_0를 중심으로 변동범위가 $\|\tilde{\theta}\| = \|\theta - \theta_0\| \le \rho$로 유한하고 아는 경우 강인제어 입력을 다음과 같이 정하였다.

$$\tau = Y(q, \dot{q}, v, \dot{v})(\theta_0 + u) - Kr \tag{20}$$

여기서 $Y(q, \dot{q}, v, \dot{v})\theta_0 = M_0(q)\dot{v} + C_0(q, \dot{q})v + G_0(q)$, $v = \dot{q}_d - \Lambda\tilde{q}$, $r = \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q}$ 이고, 이득 행렬 K, Λ는 양한의 대칭행렬이다.

식 (20)의 제어입력에서 비선형 보상항 u는 다음과 같이 주어진다.

$$u = \begin{cases} -\rho \dfrac{Y^T r}{\|Y^T r\|} & \text{if } \|Y^T r\| > \varepsilon \\ -\rho \dfrac{Y^T r}{\varepsilon} & \text{if } \|Y^T r\| \le \varepsilon \end{cases} \tag{21}$$

여기서 $\varepsilon > 0$이다.

식 (20)과 식 (21)의 제어입력에 대한 시스템의 안정도는 Lyapunov 안정도 해석기법에 의해 입증할 수 있다.

4. 슬라이딩 모드제어

슬라이딩 모드제어는 상태궤적이 스위칭평면에 도달하여 평면을 따라 이동하면 시스템 파라미터 변동이나 외란에 무관하기 때문에 강인제어기법으로 이용되고 있다. 그러나 슬라이딩 모드 동안 발생되는 채터링 현상은 시스템을 불안정하게 하는 단점이 있으며 제어기 설계를 위하여 파라미터 변동 및 외란 등의 파라미터 불확실성의 한계가 주어져야 한다.

Slotine[6]은 강체 로봇 관절의 시변 기준 궤적 위치 추종을 위한 슬라이딩 모드제어기를 설계하였는데, 슬라이딩 평면 함수를 다음과 같이 정하였다.

$$s = \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q} = \dot{q} - \dot{q}_r \tag{22}$$

여기서 Λ는 대칭의 양한 행렬이고 $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda\tilde{q}$로 희망속도에서 위치오차를 뺀 기준속도이다.

슬라이딩 모드를 유지하기 위한 토크 제어입력을 다음과 같이 정한다.

$$\tau = M_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q, \dot{q})\dot{q}_r + G_0(q) - Ksgn(s) \tag{23}$$

여기서 $Ksgn(s) = [k_1 sgn(s_1)\ \ k_2 gn(s_2) \cdots k_n gn(s_n)]^T$ 이고 M_0, C_0, G_0는 M, C, G의 공칭값이다. 스위칭 함수 $sgn(s_i)$는 다음과 같이 정의된다.

$$sgn(s_i) = \begin{cases} 1 & s_i > 0 \\ -1 & s_i < 0 \end{cases}$$

식 (23)의 제어입력이 슬라이딩 조건을 만족시키기 위해서는 이득 k_i가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$k_i \ge \left| \left[\tilde{M}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q) \right]_i \right| + \eta_i,\ \ \eta_i > 0 \tag{24}$$

여기서 $\tilde{M} = M_0 - M$, $\tilde{C} = C_0 - C$, $\tilde{G} = G_0 - G$로 파라미터 변동을 나타내며 유계를 가지는 것으로 가정한다.

토크제어입력 식 (23)과 식 (24)에 의해 오차 상태궤적이 슬라이딩 모드에 도달함은 다음과 같이 정의되는 Lyapunov 후보함수를 이용하여 입증할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} s^T M(q) s$$

그러나 식 (23)의 토크제어입력은 슬라이딩 모드 동안 채터링 현상을 발생시킬 뿐만 아니라 관절 속도와 가속도 측정치가 요구되어 제어성능

을 악화시키게 된다. 슬라이딩 평면을 중심으로 경계층을 설정하고 상태궤적이 경계층내에 있으면 스위칭 함수를 연속인 포화함수로 대치시켜 스위칭이 발생되지 않도록 함으로써 채터링 현상을 줄일 수 있는데 여기에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다. 또한 가속도 측정치를 사용하지 않기 위한 제어기 설계방법도 제시되었으며 속도 측정치에 포함되는 잡음의 영향을 줄이기 위하여 속도 추정기를 이용하는 출력궤환 제어기법도 제시되었다.

5. 적분작용을 포함하는 강인제어

변하지 않는 미지의 부하와 같은 파라미터 불확실성을 보상하기 위한 강인제어기의 경우 정상상태 오차를 줄이기 위해서는 제어이득이 매우 커야 한다. 그러나 제어이득의 크기는 고차 모드의 작동과 구동장치의 동작 영역의 제한과 같은 하드웨어적인 문제 때문에 제한되므로 정상상태 오차가 문제가 될 수 있다. 정상상태 오차를 줄이는 방법으로 제어 알고리즘에 적분기를 포함시키는 제어기법이 로봇 매니퓰레이터의 강인제어기 설계에도 적용되어 왔다. 적분작용이 제어입력에 포함되는 경우 큰 초기오차에 의해 발생될 수 있는 wind-up 현상을 고려하여 설계하여야 한다.

이 절에서는 관절위치 오차의 미분항을 새로운 상태변수로 정하여 확장된 오차 상태방정식을 정의하고 이 상태방정식으로 표시되는 시스템에 대한 강인제어기를 설계함으로써 적분작용이 제어입력에 포함되도록 하는 제어기법에 대해 언급하기로 한다.

관절위치 추종오차의 적분을 다음과 같이 새로운 상태변수로 정의한다.

$$\xi = \int_0^t e(\tau)d\tau$$

여기서 $\xi = [\xi_1 \cdots \xi_n]^T$이며 적분은 각 성분을 적분하는 것을 나타낸다.

확장된 상태벡터를 $\zeta = [\xi^T e^T \ \dot{e}^T]^T$로 정의하면 이 상태벡터에 대한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = A_a\zeta + B_a M^{-1}(q)[-Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\theta + \tau] \quad (25)$$

여기서,

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ B_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}, \ Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d) = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

토크 제어입력을 다음과 같이 정한다.

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\theta_0 - M_0(q)K\zeta + \tau_{nl} \quad (26)$$

여기서 θ_0는 공칭값이며 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\theta_0 = M_0(q)\ddot{q}_d + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q)$ 이다.

식 (26)의 제어입력에서 세 번째 항은 파라미터 불확실성을 보상하기 위한 비선형항으로 뒤에 정의하기로 하며 식 (26)의 제어입력을 식 (25)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\zeta} = (A - BK)\zeta + BM^{-1}(q)[Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\tilde{\theta} + \tilde{M}(q)K\zeta + \tau_{nl}] \quad (27)$$

여기서 $\tilde{M}(q) = M(q) - M_0(q)$이며 이득행렬 K는 행렬 $(A-BK)$가 Hurwitz가 되도록 정한다.

비선형 입력항 τ_{nl}을 정하기 위하여 행렬 $M^{-1}(q)$는

$$\lambda_m \leq \| M^{-1}(q) \| \leq \lambda_M$$

이고 상수 $\alpha \geq 0$와 함수 $\beta(\zeta) \geq 0$에 대해 다음 부등식이 성립된다고 가정하자.

$$\| \tilde{M}(q) \| \leq \alpha$$

$$\| Y(\cdot)\tilde{\theta} \| \leq \beta(\zeta)$$

비선형항 τ_{nl}을 다음과 같이 정한다.

$$\tau_{nl}=\begin{cases} -\dfrac{\lambda_M\bar{\beta}(\zeta)}{\lambda_m\|S\|}S & \text{if} \quad \lambda_M\bar{\beta}(\zeta)\|S\|\geq\mu \\ -\dfrac{\lambda_M\bar{\beta}^2(\zeta)}{\mu\lambda_m}S & \text{if} \quad \lambda_M\bar{\beta}(\zeta)\|S\|<\mu \end{cases} \tag{28}$$

여기서 $S=B^TP\zeta$, $\bar{\beta}(\zeta)\geq\beta(\zeta)+\alpha\|K\|\|\zeta\|$이며 $\mu>0$은 설계 파라미터이고 행렬 $P=P^T>0$는 Lyapunov 방정식 $(A-BK)^TP+P(A-BK)=-I$의 해이다.

식 (28)을 포함하는 제어입력 식 (26)은 폐루프 시스템의 상태변수 ζ가 초기상태로부터 유한시간 내에 허용한계범위내로 수렴하도록 하는데 이를 입증하기 위하여 Lyapunov 후보함수 V를

$$V=\zeta^TP\zeta \tag{29}$$

로 정하고 초기치를 포함하는 집합 Ω_c를 다음과 같이 정의한다.

$$\Omega_c=\{\zeta\in R^{3n} \mid V(\zeta)\leq c\}, \quad c>0$$

식 (29)의 함수 V를 미분하고 식 (27)을 대입하면

$$\dot{V}\leq-\|\zeta\|^2+2\lambda_M\|S\|\bar{\beta}(\zeta)+2S^TM^{-1}(q)\tau_{nl} \tag{30}$$

여기서 $\lambda_M\bar{\beta}(\zeta)\|S\|\geq\mu$이면 식 (30)의 부등식은 $\dot{V}\leq-\|\zeta\|^2$ 이 되고, $\lambda_M\bar{\beta}(\zeta)\|S\|<\mu$이면 식 (30)의 부등식은 다음과 같이 된다.

$$\dot{V}\leq-\|\zeta\|^2+2\mu$$

여기서 설계 파라미터 μ를 $\mu\leq\dfrac{c}{2\alpha\lambda_{\max}(P)}$ ($\alpha>1$)로 정하면 $\dot{V}<0$이 되므로 상태궤적 $\zeta(t)$는 허용 한계집합내에 머무르게 된다.

IV. 결 론

본 논문에서는 파라미터 불확실성을 가지는 로봇 매니퓰레이터에 대한 강인제어기 설계기법에 대해 언급하였다. 강인제어기 설계기법에 대해서는 많은 연구가 있었으나 개념 정립을 위하여 피드백 선형화 기법을 적용한 선형제어기법, 수동성 성질을 이용한 수동성 기반 강인제어기법, Lyapunov 안정도 기법에 기반한 강인제어기 설계, 슬라이딩 모드 강인제어기법과 적분 작용을 포함하는 강인제어기 설계기법에 대해 설명하였다. 설계방법마다 차이는 있지만 안정도 해석을 위해서 Lyapunov 개념을 적용하는 것이 보편적이다. 설명한 강인제어기법들은 불확실한 파라미터 변동범위가 제한되고 제한 범위가 주어져야 한다. 설명한 방법들을 보완한 다양한 강인제어기법들이 제시되고 있으며 로봇의 작업영역이 확대되고 불확실한 환경에서 작업함에 따라 강인제어기법의 적용이 확대되고 보완되어야 할 것이다.

참고문헌

[1] C. Abdallah, D.Dawson, P. Dorato, and M. Jamshidi, "Survey of robust control for rigid robots," IEEE Control Systems Magazine, vol. 11, no. 2, pp. 24-30, Feb. 1991.

[2] H. G. Sage, M. F. De Mathelin, and E. Ostertag, "Robust control of robot manipulators: a survey," Int. J. Control, vol. 72, no. 16, pp. 1498-1522, 1999.

[3] J. J. Craig, "Adaptive control of mechanical manipulators," Addison-Wesley, 1988.

[4] R. Ortega and M. W. Spong, "Adaptive motion control of rigid robots: a Tutorial," Automatica, vol. 25, no. 6, pp. 877-888, 1989.

[5] M. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-26, pp. 1139-1144, 1981.

[6] J. J. E. Slotine, W. Li, "Applied nonlinear control," Prentice Hall, 1991.

[7] 신의석, 이강웅, "적분제어를 포함하는 로봇 매니퓰레이터의 강인제어," 전자공학회논문지, 제35권, s편, 제8호, pp. 32-38, 1998.

[8] M. W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control," John Wiley, New York, 1989.

[9] M. W. Spong, "On the Robust Control of Robot Manipulators," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, no. 11, pp. 1782-1786, 1992.

[10] C. Canudas de Wit and N. Fixot, "Adaptive control of robot manipulators via velocity estimated feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., vol 37., no. 8, pp. 1234-1237, 1992.

저자소개

지 민 석

1995년 한국항공대학교 항공전자공학과 공학사
1997년 한국항공대학교 항공전자공학과 공학석사
1997년 - 2000년 (주)한국레이컴 기술연구소 근무
2000년 - 2002년 (주)휴니드테크놀러지스 기술연구소 근무
2000년 - 현 재 한국항공대학교 항공전자공학과 대학원 박사과정
주관심분야 로봇 비젼, 로봇제어, 모터제어

이 강 웅

1980년 한국항공대학교 항공전자공학과 공학사
1982년 서울대학교 전자공학과 공학석사
1983년 - 1984년 삼성전자 컴퓨터개발부 근무
1989년 서울대학교 전자공학과 공학박사
1994년 - 1995년 미시간주립대학교 방문교수
1989년 - 현 재 한국항공대학교 항공전자 및 정보통신공학부 교수
주관심분야 로봇제어, 비선형제어