

유도탄의 유도명령 추종을 위한 혼합제어기 설계: 공력 및 측추력제어

Mixed Control of Agile Missile with Aerodynamic Fin and Side Thrust Control

최 용 석, 이 호 철, 최 재 원*, 송 택 렬, 송 찬 호
(Yong Seok Choi, Ho Chul Lee, Jae Weon Choi, Taek Lyul Song, and Chan Ho Song)

Abstract : This paper is concerned with a mixed control with aerodynamic fin and side thrust control applied to an agile missile using a dynamic inversion and a time-varying control technique. The nonlinear dynamic inversion method with the weighting function allocates the desired control inputs(aerodynamic fin and side thrust control) to achieve a reference command, and the time-varying control technique plays the role to guarantee the robustness for the uncertainties. The proposed schemes are validated by nonlinear simulations with aerodynamic data.

Keywords : dynamic inversion, extended-mean assignment, linear time-varying system, autopilot, mixed control

I. 서론

현대의 전투기들은 빠른 응답, 고기동성 및 민첩성이 개선됨에 따라 이를 요격하기 위한 새로운 형태의 유도탄들이 개발되고 있다. 대표적인 유도탄들은 기존의 공력제어(aerodynamic fin) 유도탄에 추력벡터제어(thrust vectoring control), 측추력제어(side thrust control) 등의 제어 수단을 추가적으로 사용하고 있다[1, 2]. 이러한 제어 수단들을 서로 독립적인 제어기법으로 관리하게 되면 유도탄의 가제어성 및 각 제어 수단의 효율성을 감소시킬 수 있다. 이것은 비행 조건에 따라 각각의 제어 수단이 가질 수 있는 제어 효율성이 다르기 때문이다. 따라서 제어 효율성을 최적화시킬 수 있는 제어 명령 분배법칙(control allocation)에 대한 연구가 필요하다[3-5]. 본 논문은 이러한 유도탄 중의 하나인 공력제어와 측추력제어를 동시에 사용하는 유도탄의 제어 명령 분배법칙을 수행하기 위한 자동조종장치 설계법을 다룬다.

유도탄의 측추력은 종말단계에서 유용한 제어 수단이 된다. 예를 들어, 종말단계에서 목표물의 회피 기동 시, 이를 요격하기 위한 순간적인 힘과 모멘트를 측추력이 제공할 수 있다. 또한 종말 단계에서 유도탄은 속도는 빠르지만 높은 고도로 인해 공기밀도가 낮아 공력제어 수단의 효율성이 감소한다. 측추력은 이러한 상황에서 생기는 부족한 힘과 모멘트를 보충하기 위한 유용한 수단이 된다. 이러한 이유에서 현재 측추력을 추가한 유도탄이 개발되고 있으며, 이를 위한 자동조종장치 설계 방법이 활발히 연구되고 있다. 본 논문에서는 공력제어와 측추력제어의 물리적 특성을 고려하

여 자동조종장치를 설계한다.

일반적으로, 측추력제어와 공력제어는 서로 다른 물리적인 특성을 가진다. 측추력은 유도탄에 이산 사건(discrete event)으로 펄스(pulse) 형태로 인가된다. 이에 반해 공력제어는 편 변위로 연속적인 제어입력이 가능하며, 측추력에 비해 구동기의 주파수 대역이 낮다. 그러므로, 서로 다른 제어 효율성을 가진 공력제어와 측추력제어를 혼합하여 제어하기 위해서 새로운 제어 명령 분배법칙이 필요하다. 본 논문에서는 이를 위해 역동역학 기법과 가중합수를 통해 공력제어 수단과 측추력을 효율적으로 분배하는 방법을 제안한다. 본 논문의 전체 블록 선도는 다음 그림 1과 같다.

본 논문에서 공력제어와 측추력제어의 혼합제어를 위한 제어 명령 분배를 위해 역동역학(dynamic inversion) 기법을 사용한다. 그러나 역동역학 기법은 모델의 불확실성에 대해 강인하지 못하므로 이를 극복하기 위해서 시변 제어 기법인 확장-평균치지정기법을 적용한다[6, 7]. 확장-평균치지정기법(Extended-Mean Assignment)은 시불변 시스템의 극점 배치기법의 개념을 시변 시스템으로 확장한 개념이다. 시변 시스템에서 새롭게 정의된 시변 고유치인 SD-고유치의 확장-평균을 복소 평면의 좌반에 위치시켜 전체 시스템의 안정도 강인성을 보장하는 기법이다.

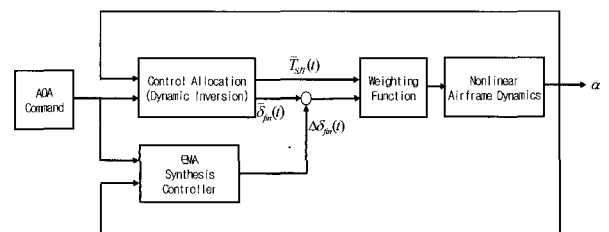


그림 1. 유도탄 모델의 전체 블록 선도.

Fig. 1. Schematic diagram.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2003. 8. 21., 채택확정 : 2004. 5. 25.

최용석 : 삼성전자(yongseok.choi@samsung.com)

이호철 : 부산대학교 기계공학부(hclee@pusan.ac.kr)

최재원 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소(choijw@pusan.ac.kr)

송택렬 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부(tsong@hanyang.ac.kr)

송찬호 : 국방과학연구소(chsong@add.re.kr)

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 II장에서는 본 논문의 대상 시스템인 공력제어 및 측추력제어를 가지는 유도탄 동역학에 대하여 기술하고, III장에서는 역동역학 및 가중함수를 이용한 제어 명령 분배법칙에 대하여 기술한다. 다음으로 IV장에서는 선형 시변 시스템에 대한 새로운 고유치 개념인 SD-고유치를 도입하고 선형 시불변 시스템의 극점배치기법과 유사한 확장-평균치지정기법에 대하여 기술한다. V장에서는 제어 명령 분배법칙 및 시변 제어 기법을 유도탄에 적용하고 시물레이션을 통하여 타당성을 고찰한다. 마지막으로 VI장에서는 본 논문의 주요 내용을 요약하고 결론을 내린다.

II. 유도탄 동역학 방정식

1. 비선형 유도탄 동역학 모델

본 논문에서는 그림 2의 공력제어 및 측추력제어가 고려된 비선형 유도탄 모델을 고려한다. (1)은 본 논문의 비선형 유도탄 모델의 피치 동역학 방정식을 유도한 것이다. 여기서 유도탄의 동역학을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

가정 :

- 유도탄은 항상 일정한 질량을 가지는 강체로 관성 모멘트의 변화량은 “0”이다.
- 유도탄은 주축 (X_b 축)에 대하여 대칭이다.
- 동체 좌표계의 원점은 무게중심과 동일하다.
- 유도탄에 작용하는 힘은 추력, 양력, 항력 등이다.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\frac{1}{2} \frac{\rho V_T^2 S}{m V_T} [C_{Z_\alpha}(\alpha', \Gamma, M) + \Delta C_{Z_\alpha}(\alpha', \Gamma, M, \delta_{fin})] \\ &\quad + q + \frac{1}{m V_T} T_{SJT} \\ \dot{q} &= \frac{1}{2} \frac{\rho V_T^2 S C}{I_{yy}} [C_{m_\alpha}(\alpha', \Gamma, M) + \Delta C_{m_\alpha}(\alpha', \Gamma, M, \delta_{fin})] \\ &\quad + \left\{ \frac{C}{2 V_T} C_{m_q}(M) \right\} q - \frac{l_m}{I_{yy}} T_{SJT} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 C_{Z_α} , C_{m_α} 는 공력제어 수단인 핀의 각도가 “0” 일 때의 유도탄 공력 계수이고, ΔC_{Z_α} , ΔC_{m_α} 는 핀의 변화량에 따른 공력 계수의 변화량을 의미한다. 그리고 C_{m_q} 는 피치 변화량을 의미하는 공력 계수이다.

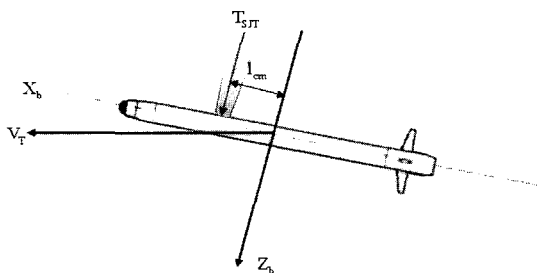


그림 2. 제어 대상 유도탄.
Fig. 2. Considered agile missile.

표 1. 유도탄 파라미터.

Table 1. Missile parameter.

α'	total angle of attack
α	angle of attack
q	pitch rate
Γ	bank angle
M	Mach number
ρ	air density
V_T	missile velocity
S	reference area
m	missile mass
C	reference length
l_m	moment arm
I_{yy}	moment of inertia
δ_{fin}	aerodynamic fin deflection
T_{SJT}	side-jet thrust

2. 공력계수 보간(curve fitting)

본 논문에서 사용한 공력 계수들은 받음각, 뱅크각, 마하수, 핀 변위 등의 특정 위치에서 구성한 테이블(look-up table) 형태를 가지고 있다. 따라서 이를 이용하여 시물레이션하기 위해서는 보간법(interpolation)을 이용해야 하고, 본 연구에서 제안하는 제어 명령 분배법칙 및 시변 제어 기법을 적용하기 위해서는 이들 공력계수 데이터들을 보간(curve fitting)하여 미분가능한 함수로 근사화해야 한다.

본 논문에서는 유도탄에 대하여 비행 종말단계에서 비교적 짧은 비행 구간을 상정하여, 마하수 $M=2.60$, 뱅크각 $\Gamma=45(\text{deg})$ 로 각각 가정하고 다음과 같은 함수의 형태로 공력 계수들에 대한 보간을 수행하였다.

$$\begin{aligned} C_{Z_\alpha}(\alpha) &= a_2 \alpha^3 |a| + b_2 \alpha^3 + c_2 \alpha |a| + d_2 \alpha \\ \Delta C_{Z_\alpha}(\alpha, \delta_{fin}) &= (a_{2d} \alpha^3 + b_{2d} \alpha |a| + c_{2d} \alpha + d_{2d}) \delta_{fin} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C_{m_\alpha}(\alpha) &= a_m \alpha^3 |a| + b_m \alpha^3 + c_m \alpha |a| + d_m \alpha \\ \Delta C_{m_\alpha}(\alpha, \delta_{\delta_2}) &= (a_{md} \alpha^3 + b_{md} \alpha |a| + c_{md} \alpha + d_{md}) \delta_{fin} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 각각의 α 와 δ_{fin} 는 각각 받음각과 공력제어 핀 변위를 나타낸다. 계수들은 모두 상수이다.

다음 그림들은 공력 계수의 보간법 수행 결과와 공력 테이블에서 주어진 값들과 비교하기 위한 것으로 보간된 결과는 실선으로 공력 테이블에서 주어진 값들은 이산 점으로 표시하였다.

III. 명령 분배법칙

본 논문에서는 받음각 명령을 추종하기 위한 공력제어 및 측추력제어를 위하여 역동역학 기법[8-11]과 가중함수를

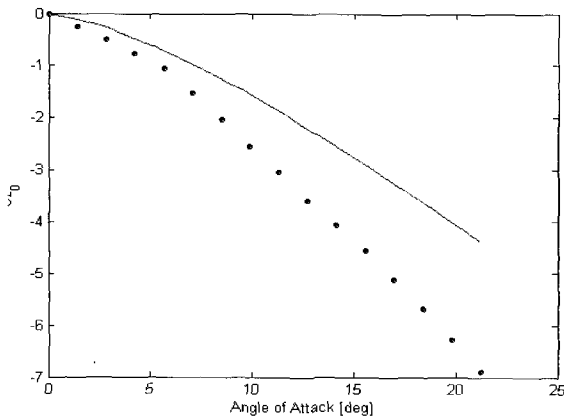


그림 3. C_{z_0} 보간 결과 비교.
Fig. 3. C_{z_0} Curve fitting result.

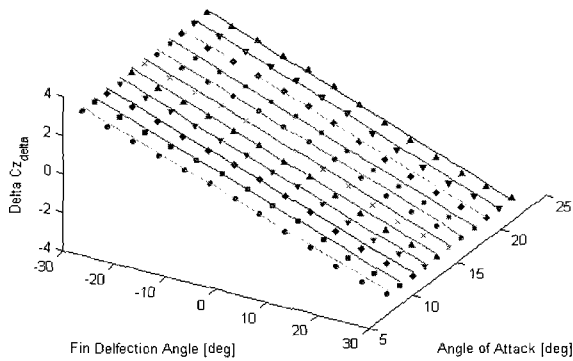


그림 4. ΔC_{z_s} 보간 결과 비교.
Fig. 4. ΔC_{z_s} Curve fitting result.

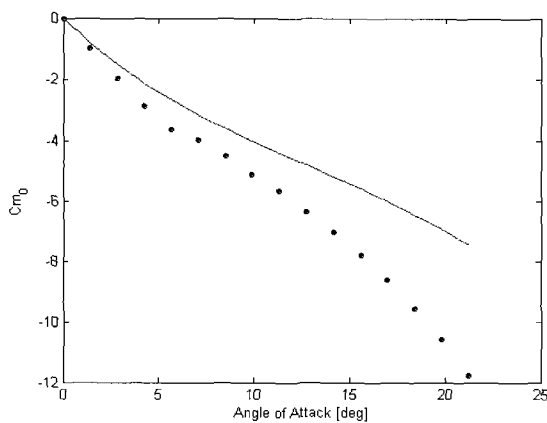


그림 5. C_{m_0} 보간 결과 비교.
Fig. 5. C_{m_0} Curve fitting result.

이용하여 명령 분배법칙을 구성하였다. 일반적으로 명령 분배법칙은 크게 세 가지로 분류할 수 있는데, 첫째는 선형 계획법(linear programming) 또는 비선형계획법(nonlinear programming)을 이용한 최적화기반 명령 분배법칙[3], 둘째는

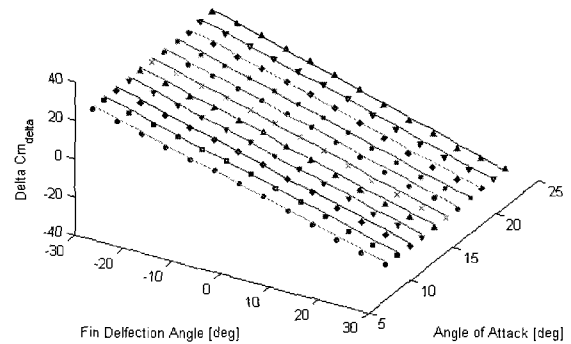


그림 6. ΔC_{m_s} 보간 결과 비교.
Fig. 6. ΔC_{m_s} Curve fitting result.

입력 행렬의 기하학적 해석을 통한 직접 명령분배법칙[4], 셋째는 제어 수단을 우선 순위에 따라 분류하고 명령이 인가되면 우선 순위가 높은 부류의 제어 수단이 먼저 사용되고, 구동기 포화가 일어나면 우선 순위가 낮은 부류의 제어 수단이 사용되는 개념인 연쇄 명령 분배법칙[5] 등이 있다.

1. 명령 분배법칙 설계

본 논문에서는 받음각 명령을 추종하기 위한 공력제어 및 측추력제어의 변위량 및 측추력량을 구하기 위하여 역동역학 기법[8-11]을 사용하였다. 명령 분배법칙을 설계하기 위하여 유도탄 방정식 (1)에 공력 계수의 보간 결과 (2)를 적용하면 다음 (4)와 같이 표현된다.

$$\dot{\alpha} = \frac{\rho V_T S}{2m} C_{z_0}(\alpha) + q + \left[\frac{\rho V_T S}{2m} \Delta C_{z_s}(\alpha) \quad \frac{1}{m V_T} \right] \begin{bmatrix} \delta_{fin} \\ T_{SFT} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $C_{z_0}(\alpha)$ 와 $\Delta C_{z_s}(\alpha)$ 는 각각 (5)와 같고, 추종 명령이 받음각이므로 받음각 동역학만 고려하였다.

$$\begin{aligned} C_{z_0}(\alpha) &= a_z \alpha^3 + b_z \alpha^2 + c_z \alpha + d_z \\ \Delta C_{z_s}(\alpha) &= a_{zd} \alpha^3 + b_{zd} \alpha^2 + c_{zd} \alpha + d_{zd} \end{aligned} \quad (5)$$

유도탄 모델 (1)은 서론에서 설명한 제어 수단의 물리적인 특성 때문에 일반적인 역동역학기법에서 사용되는 의사 역행렬 기법을 이용한 명령분배 법칙을 직접 적용하기가 힘들다[8, 10]. 즉, 측추력제어의 차원은 힘 단위인 N이고 공력제어 핀의 차원은 각도이므로 스케일링을 통해 가중합수를 선정하고 의사 역행렬을 구해야 한다. 그러나 스케일링을 통해 입력의 차원을 일치시켜도 측추력은 연소시간 동안의 시간 지연을 가지는 이산 사건 형태이므로 일반적인 의사 역행렬을 이용한 명령 분배법칙에 적용하기에는 어려움이 있다. 이를 극복하기 위하여 간단한 가중합수를 이용하는 방법을 제안한다. 이 함수를 이용하면 공력제어 입력량에 따라 가중치를 조정하여 공력제어 입력을 제한할 수 있으며, 이렇게 제한된 공력제어 입력으로 발생하는 부족한 제어량을 또 다른 제어 수단인 측추력제어로 보상하

는 방법이다. 이러한 명령 분배법칙을 적용하기 위해서 역 동역학 기법을 이용해서 공칭 공력제어 입력과 공칭 측추력제어 입력을 다음 (6)과 (7)처럼 각각 산출한다.

$$\bar{\delta}_{fin} = \frac{2m}{\rho V_T S \Delta C_{Z_s}(a)} \times \left\{ \dot{\alpha}_d - \frac{\rho V_T S}{2m} [C_{Z_s}(a)] - q \right\} \quad (6)$$

$$\bar{T}_{SJT} = mV_T \left\{ \dot{\alpha}_d - \frac{\rho V_T S}{2m} [C_{Z_s}(a)] - q \right\} \quad (7)$$

여기서 받음각 변화율 $\dot{\alpha}_d$ 는 설계 파라미터가 된다. 일반적으로 설계 파라미터 $\dot{\alpha}_d$ 는 다음 (8)과 같이 정의한다.

$$\dot{\alpha}_d = \omega(\alpha_{cmd} - \alpha) \quad (8)$$

여기서 α_{cmd} 와 α 는 받음각의 기준 명령입력과 되먹임된 받음각을 나타낸다. 설계 파라미터 ω 는 일반적으로 구조 모드(structural mode)의 가진(excitation)을 피하고, 제어수단 구동기의 포화를 일으키지 않는 범위에서 최대한 크게 선정할 수 있고[8], 본 논문에서는 이를 기준으로 하여 $\omega = 20$ 으로 설정하였다.

2. 가중함수 설계

본 논문에서 고려되는 유도탄의 경우는 공력제어와 측추력제어를 사용하는데, 측추력제어가 연속적으로 변하는 것이 아니라 이산 사건의 형태를 가진다. 따라서 앞에서 기술한 역동역학 기법 및 의사 역행렬 기법을 직접 적용할 수 없고, 약간의 수정이 필요하다. 이를 위해 새로운 가중함수를 도입하고 공력제어 변위의 범위를 ± 30 (deg)로 제한하였다. 먼저 받음각 명령이 인가되면 공칭 공력제어 입력은 역동역학 기법을 이용하여 산출되고, 받음각 명령이 주어지는 시점에서는 과도한 입력이 요구되어 공력제어의 제한 범위를 벗어난다. 이러한 상황에서 공력제어에 가중함수를 통해 무한히 큰 가중치를 주어 공력제어에 입력이 인가되지 않도록 하고, 이 경우에는 측추력제어가 사용되어 받음각 명령을 추종하도록 한다. 이러한 과정을 수행하기 위해 다음 (9)와 같이 공력제어 입력을 정의한다.

$$\delta_{in} = \frac{\delta_{fin}}{1 + G(\delta_{fin})} \quad (9)$$

여기서 δ_{fin} 는 $\delta_{fin} = \bar{\delta}_{fin} + \Delta\delta_{fin}$ 이고 가중함수 $G(\delta_{fin})$ 는 다음 (10)과 같이 정의한다.

$$G(\delta_{fin}) = \tan \left[\frac{\pi}{2} \left((1 - \zeta) \left[\frac{|\delta_{fin}|}{|\delta_{sat}|} \right] + \zeta \right) \right] - \tan \left(\frac{\pi}{2} \zeta \right) \quad (10)$$

(where $0 < \zeta < 1$)

여기서 δ_{sat} 는 공력제어의 최대 변위를 의미한다. 그림 7은 함수 $G(\delta_{fin})$ 의 공력제어 변위 δ_{fin} 의 변화에 따른 궤적이다. (9)와 (10)에서 δ_{fin} 가 최대 변위 δ_{sat} 에 가까워지면

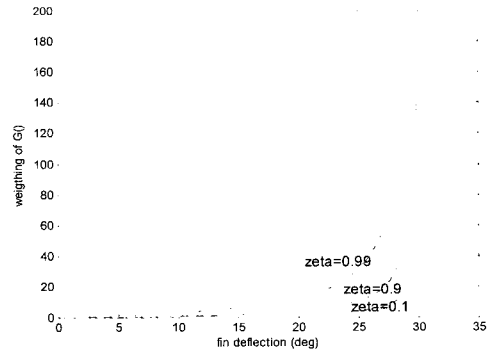


그림 7. ζ 와 δ_{fin} 에 따른 가중함수 궤적.
Fig. 7. Weighting function trajectories.

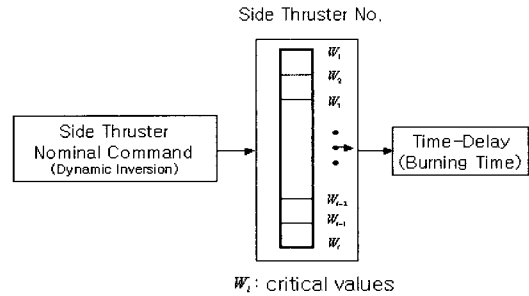


그림 8. 측추력 인가를 위한 알고리즘.
Fig. 8. Discretizing algorithm.

함수 $G(\delta_{fin})$ 의 값이 커지게 됨으로 산출되는 입력 δ_{in} 는 "0"이 된다. δ_{fin} 가 제한된 변위 안에서 명령이 인가되면, 함수 $G(\delta_{fin})$ 의 값이 "0"에 가까워짐으로 δ_{fin} 값을 그대로 인가해 준다. 이러한 방법으로 공력제어에 대한 명령을 가중치를 주어 유도탄 동역학에 공력제어 입력을 인가 할 수 있다.

가중함수에서 δ_{fin} 가 최대 변위인 $\delta_{sat} = \pm 30$ (deg) 근처에 가면 값이 무한히 커지며, $\delta_{fin} = \delta_{sat}$ 이 되면 수식적으로 발산하게 된다. 그러므로 실제 시스템에 가중함수를 구현할 때 시행착오를 통해 핀의 최대 변위 δ_{sat} 의 값을 실제 제한된 값보다 큰 값으로 정의할 필요가 있으며, 이를 조정하여 핀 구동기 성능에 맞게 설계할 수 있다. 본 논문에서는 $\zeta = 0.1$, $\delta_{sat} = 30$ 으로 선정하였다.

측추력제어는 공력제어와는 달리 이산 사건의 형태의 입력을 가진다. 그러므로 역동역학 기법으로 인가되는 측추력 명령을 펄스 형태로 바꾸어야 한다. 그림 8을 보면 먼저 역동역학 기법을 통해서 산출된 공칭 명령이 연소 시간을 고려하여 양자화가 된다. 이 양자화된 공칭 명령에 대해서 시스템을 고려하여 선정된 임계값 W_i ($i = 1, \dots, 10$)를 통해 연소될 측추력의 개수를 결정한다. 이는 아날로그 신호를 디지털 신호 바꾸는 방법과 비슷한데, 임계값을 정의할 때는 측추력제어가 시스템에 미치는 영향을 고려하여 선정하여야 한다. 연소 시간 때문에 생기는 시간지연 현상으로 과도한 측추력 입력이 인가되어 잉여 힘이 생기게 된다. 이러

한 것을 고려하여 임계값을 선정하여야 한다.

IV. 시변 제어기법

시변 제어기법은 역동역학 기법의 모델 불확실성에 대한 안정도 강인성을 보장하기 위해서 사용된다. 시변 제어기법은 참고문헌 [6]의 결과를 통해서 공력계수의 불확실성에 대한 충분한 안정도 강인성을 가짐을 보였다. 본 논문에서는 이러한 결과를 바탕으로 역동역학 기법을 적용하기 위해 유도탄 동역학의 불확실성에 대한 안정도 강인성을 보장한다.

1. 확장평균치지정기법

확장-평균치지정기법은 선형 시변 시스템의 SD-고유치[7]를 기반한 것으로 선형 시불변 시스템의 극점배치기법과 유사하다. 즉, 선형 시불변 시스템에서는 극점을 임의의 위치에 정확히 지정하지만, 선형 시변 시스템에서는 SD-고유치의 확장-평균치를 임의로 지정한다.

먼저 다음과 같은 2차 선형 시변 시스템을 고려하자.

$$\ddot{y} + p_2(t)\dot{y} + p_1(t)y = u \tag{11}$$

위의 (11)은 미분 다항식 연산자와 미분 연산자를 이용하여 $D_a\{y\} = u$ 의 형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D_a = D^2 + p_2(t)D + p_1(t) \\ = (D - \lambda_2(t))(D - \lambda_1(t)) \tag{12}$$

여기서 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ 를 SD-고유치라고 하고, 다음과 같은 SD-특성방정식을 만족한다.

$$\lambda_1(t) + \lambda_1^2(t) + p_2(t)\lambda_1(t) + p_1(t) = 0 \\ \lambda_2(t) = -p_2(t) - \lambda_1(t) \tag{13}$$

한편, 적분 가능한 함수 $\lambda(t)$ 의 확장-평균은 다음과 같이 정의된다.

$$em\{\lambda(t)\} = \lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau \tag{14}$$

그러면, 2차 선형 시변 시스템은 SD-고유치 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ 의 확장-평균치가 다음 (15)와 같이 음의 실수값을 가지면 지수적으로 안정하게 된다.

$$em\{Re(\lambda_i(t))\} < 0, \quad i = 1, 2 \tag{15}$$

따라서, (11)과 같은 선형 시변 시스템이 불안정하다면, 다음과 같은 되먹임 이득을 통해서

$$u = k_1(t)y + k_2(t)\dot{y} \tag{16}$$

페루프 시스템이 바람직한 확장-평균치 $C_i(t)$ 를 가진 SD-고유치 $\gamma_1(t)$, $\gamma_2(t)$ 로 구성되도록 할 수 있다. 페루프 시스템은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$D_\eta = D^2 + \eta_2(t)D + \eta_1(t) = 0 \\ = (D - \gamma_2(t))(D - \gamma_1(t)) \tag{17}$$

여기서 $\eta_i(t) = p_i(t) - k_i(t)$ 이다. 요구되는 확장-평균치는 안정도 판별법 및 시스템 성능에 따라 선정할 수 있고, 이때 다음과 같은 확장-평균의 오차는 지수적으로 감소한다.

$$\varepsilon_i(t) = em\{\gamma_i(t)\} - C_i(t) \rightarrow 0 \tag{18}$$

따라서, 선형 시변 시스템의 제어 문제가 선형 시불변 시스템 제어 문제로 된다.

2. 확장-평균치지정기법을 이용한 유도탄 자동 조종장치설계법

유도탄의 자동조종장치를 확장-평균치지정기법을 이용하여 설계하기 위한 유도탄의 선형 시변 모델을 획득하고, 확장-평균치지정기법의 설계 절차를 살펴본다 [6].

먼저 다음과 같이 상태 벡터를 정의한다.

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} \tag{19}$$

여기서 α 는 받음각, q 는 피치율을 각각 의미한다. 그리고 유도탄의 공력제어에만 시변 제어기법을 적용하므로 비선형 유도탄의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} f_1(\xi, \delta_{fin}) \\ f_2(\xi, \delta_{fin}) \end{bmatrix} \tag{20}$$

여기서 각 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$f_1 = \frac{\rho V_T^2 S}{2mV_T} C_z(\xi_1, \delta_{fin}) + \xi_2 \\ f_2 = \frac{\rho V_T^2 SC}{2I_{yy}} \left[C_m(\xi_1, \delta_{fin}) + \frac{C}{2V_T} C_{mq}\xi_2 \right] \tag{21}$$

주어진 명령 궤적에 대한 공칭 편 변위 $\bar{\delta}_{fin}$ 와 공칭 상태 궤적 $\bar{\xi}$ 은 다음을 만족한다.

$$\bar{\xi} = f(\bar{\xi}, \bar{\delta}_{fin}) \tag{22}$$

그러면 추종 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$x = \xi - \bar{\xi} \tag{23}$$

그리고 추종 오차 제어 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$v = \delta_{fin} - \bar{\delta}_{fin} \tag{24}$$

그러면 오차 동역학을 공칭 편 변위와 공칭 상태 궤적에 대하여 선형화를 하면 다음과 같은 선형 시변 시스템 (25)를 유도할 수 있다.

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)v \tag{25}$$

여기서 선형 오차 동역학 방정식의 각 행렬들은 다음과 같다.

$$A(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \xi} \right|_{\bar{\xi}, \bar{\delta}_{fin}} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & 1 \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$B(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \delta} \right|_{\bar{\xi}, \bar{\delta}_{fin}} = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix} \tag{27}$$

위의 모델에 확장-평균치정기법을 적용하기 위해서는 선형화된 시스템 행렬을 위상변수 표준형으로 변환을 해야 한다. 이것은 준 시스템이 제어 가능하다면 Silverman[12]이 제시한 방법으로 변환 행렬을 선정하고 Lyapunov 변환을 수행하면 얻을 수 있지만, 준 시스템에서는 이 방법을 적용하면 계수들이 매우 복잡하게 된다. 따라서 최소 실현(minimal realization)은 아니지만 문제를 간단하게 하기 위하여 위상 변수 표준형을 만들어 내는 비최소 실현(nonminimal realization)을 채택한다. 이때 제어 불가능한 내부 모드는 안정해야 하고, 본 논문에서 고려된 유도탄의 운용범위 $|\alpha(t)| \leq 30^\circ$ 에서는 제어 불가능한 내부 모드가 안정하다. 본 연구에는 다음과 같은 상태 변환을 정의한다.

$$x = L(t)z \tag{28}$$

여기서 선형 시변 상태 변환 행렬을 다음과 같이 선택한다.

$$L(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a_{11}(t) & 1 \end{bmatrix} \tag{29}$$

그러면 변환된 오차 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= L^{-1}(t) (A(t)L(t) - L(t)\dot{z})z + L^{-1}(t) B(t)v \\ &= A_c(t)z + B_c(t)v \end{aligned} \tag{30}$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$A_c(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -p_1(t) & -p_2(t) \end{bmatrix} \tag{31}$$

$$B_c(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ a_{11}(t)b_1(t) + b_2(t) \end{bmatrix}$$

여기서 $-p_1(t)$, $-p_2(t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -p_1(t) &= \dot{a}_{11}(t) + a_{21}(t) - a_{11}(t)a_{22}(t) \\ -p_2(t) &= a_{11}(t) + a_{22}(t) \end{aligned} \tag{32}$$

위에서 $z_1 = x_1 = \alpha - \bar{\alpha}$ 임을 알 수 있으므로, 위의 상태 공간 방정식은 다음과 같은 스칼라 방정식과 동치이다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 + p_2(t)z_1 + p_1(t)z_1 \\ = b_1(t)\dot{v} + (b_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t))v \end{aligned} \tag{33}$$

위의 스칼라 식이 위상변수 표준형이 되기 위해 다음과 같은 역 “영동역학”(inverse “zero dynamics”)을 도입한다.

$$v + \frac{b_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t)}{b_1(t)}v = \frac{1}{b_1(t)}u \tag{34}$$

위의 (33)과 (34)를 결합하여 다음 (35)를 유도한다.

$$\dot{z}_1 + p_2(t)z_1 + p_1(t)z_1 = u \tag{35}$$

따라서 확장-평균치정기법에 의한 제어 법칙 u 는 다음과 같은 오차 동역학 (35)에 대하여 4.1절에서 설명한 절차

표 2. 시뮬레이션 조건.

Table 2. Simulation environments.

$M=2.60$ (Mach number)	$\Gamma=45$ (bank angle, deg)
$H=20000$ (altitude, m)	$\rho=0.08803$ (air density, Kg/m ³)
$V_s=295.1$ (speed of sound, m/s)	

표 3. 유도탄의 재원.

Table 3. Missile parameters.

$T_{SJT}=4700$ (side jet thrust, N)	$S=0.070685$ (reference area, m ²)
$C=0.3$ (reference length, m)	$m=168.7$ (mass, kg)
$I_{yy}=491.3$ (moment of inertia, kg · m ²)	$l_m=1.6$ (moment arm, m)
$\delta_{fin,max}=30$ (max. fin deflection, deg)	$\tau_{fin}=150$ (fin actuator time constant, 1/s)
$t_{SJT}=30$ (side jet burning time, ms)	

에 따라 설계된다.

V. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 장에서는 본 논문에서 제시하는 시변 제어 기법과 역 동역학 기법을 사용한 유도탄의 자동조종장치를 비선형 유도탄에 적용하고 시뮬레이션을 통해 성능을 살펴본다. 본 논문에서는 유도탄의 비행 조건과 유도탄의 재원을 표 2와 표 3에 각각 나타내었다.

그림 9에서는 받음각 명령 궤적 및 받음각의 출력을 동시에 표시하였다. 그림 9의 결과를 보면 본 논문의 유도탄 모델의 정상상태에서 1.5%의 추종오차를 가지지만, 본 논문에서 제시하는 기법을 통해서 받음각 명령을 잘 추종함을 알 수 있다. 그림 10에서는 피치율을 나타내었다. 그림 11에서는 받음각 명령을 추종하기 위하여 명령 분배법칙에 의해 분배된 공력제어 변위 궤적 및 측추력 개수를 나타내었다. 점선은 공력제어 수단인 편변위를 나타내고, ‘X’는 측추력의 인가 시점을 나타낸다. 그림 11의 가로축은 시간을 나타내고, 왼편의 세로축은 측추력 인가 개수를 나타내며, 오른편의 세로축은 편 변위의 크기를 나타내었다. 1개의 측추력의 4700 N의 힘을 가지므로, 유도탄에 인가되는 측추력의 힘은 개수에 4700을 곱하면 된다. 또한, 부호는 측추력이 터지는 방향을 의미한다. 이를 통하여 본 연구에서 제안한 제어 명령 분배법칙은 가중 함수를 통해 공력제어 및 추력제어 수단을 효과적으로 분배하며 공력제어 구동기의 포화를 방지함을 알 수 있다. 받음각 추종 오차 동역학 (33)의 시변 계수 $b_1(t)$, $b_2(t)$ 는 각각 그림 12, 13에 나타내었다. 요구되는 SD-고유치 $\gamma_i(t)$ 는 그림 14에 나타내었고, 이 때 요구되는 SD-고유치의 확장-평균치는 -20이다.

(11)이 요구되는 SD-고유치를 가지도록 하는 되먹임 이득 (16)은 그림 15, 16에 각각 나타내었다. (16)의 되먹임 이득이 (34)의 역 “영동역학”을 거쳐 유도탄에 직접 인가되는 제어 이득은 그림 17에 나타내었다.

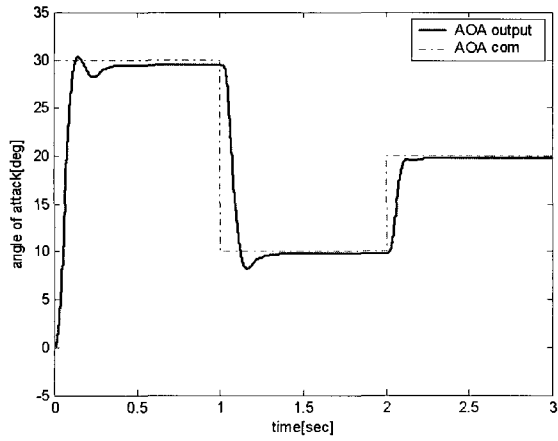


그림 9. 받음각 출력.
Fig. 9. AOA output.

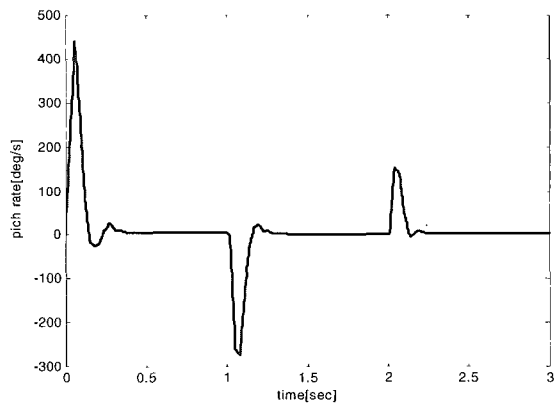


그림 10. 피치율.
Fig. 10. Pitch rate output.

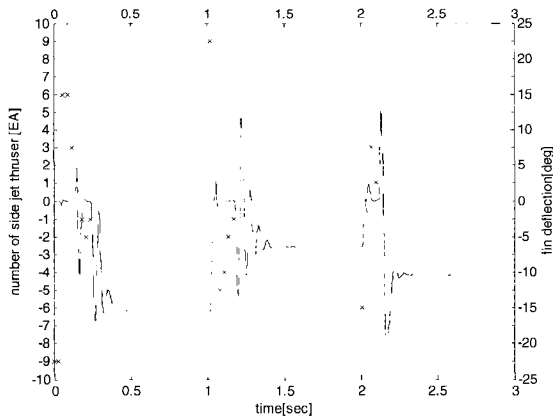


그림 11. 분배된 공력제어 변위 궤적 및 측추력.
Fig. 11. Allocated fin deflection and side jet thrust.

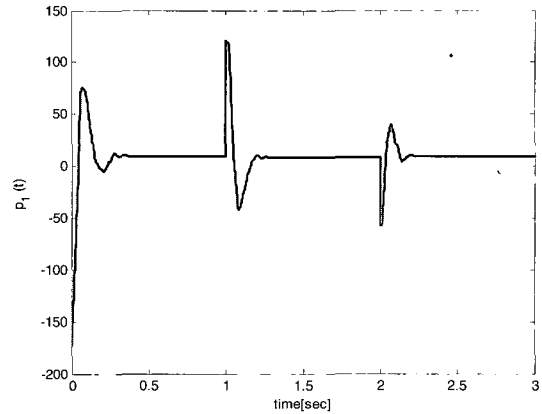


그림 12. $b_1(t)$ 의 시간 추이.
Fig. 12. $b_1(t)$ History.

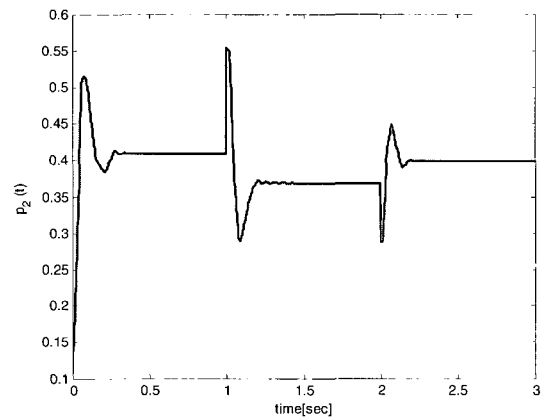


그림 13. $b_2(t)$ 의 시간 추이.
Fig. 13. $b_2(t)$ History.

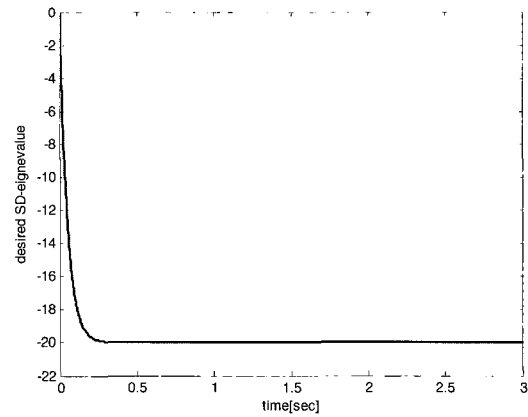


그림 14. 요구되는 SD-고유치의 시간 추이.
Fig. 14. Desired SD-Eigenvalue History.

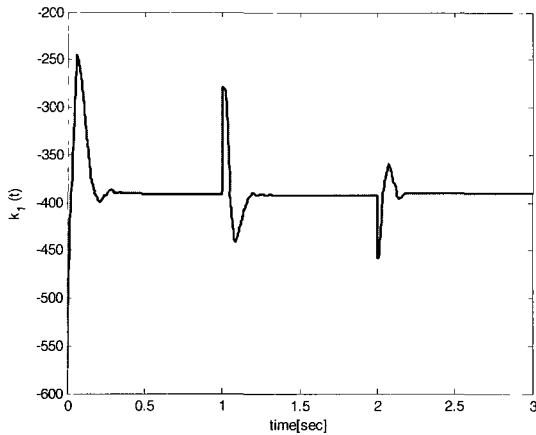


그림 15. $k_1(t)$ 의 시간 추이.

Fig. 15. $k_1(t)$ History.

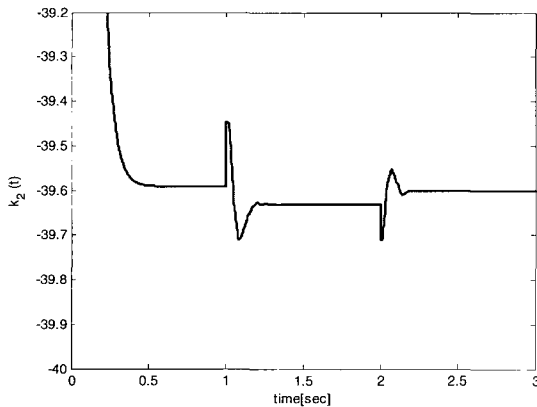


그림 16. $k_2(t)$ 의 시간 추이.

Fig. 16. $k_2(t)$ History.

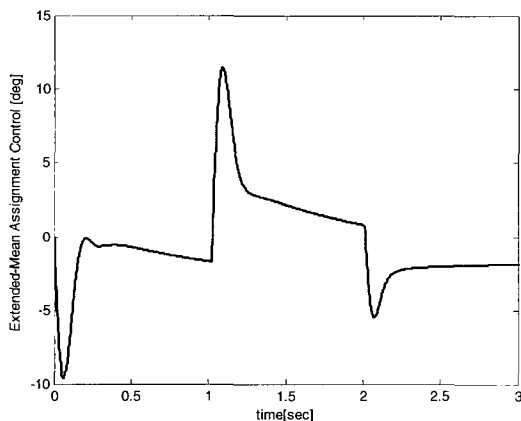


그림 17. 유도탄에 인가되는 시변 되먹임 이득.

Fig. 17. Time-varying control input history.

VI. 결론

본 논문에서는 공력제어 및 측추력제어를 이용하는 유도탄의 혼합제어를 위해 효과적인 명령 분배법칙을 설계하였

다. 이를 위해 역동역학 기법 및 가중함수를 이용한 기법을 제안하였고, 시뮬레이션을 통하여 분배되는 제어 명령이 적절함을 입증하였다. 공력제어에 시변 제어 기법인 확장-평균치지정기법을 적용하여 성능 및 안정도-강인성을 높이기도 하였다. 본 논문에서 제시한 기법들은 비선형 유도탄 동역학식에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였고, 제안한 기법들의 우수한 구현 가능성을 고찰하였다.

참고문헌

- [1] K. W. Wise, D. J. Broy, "Agile missile dynamics and control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 3, pp. 441-449, 1998.
- [2] C. Song, Y.-S. Kim, "Mixed control with aerodynamic fin and side thruster applied to air defense missiles," *Proceedings of the International Conference on Control, Automation, and Systems*, pp. 991-994, 2001.
- [3] J. A. Paradiso, "Adaptable method of managing jet and aerosurfaces for aerospace vehicle control," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 14, no. 1, pp. 44-50, 1991.
- [4] W. C. Durham, "Constrained control allocation," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 16, no. 4, pp. 717-725, 1993.
- [5] J. M. Berg, K. D. Hammett, C. A. Schwartz, and S. S. Banda, "An analysis of the destabilizing effect of daisy chained rate-limited actuators," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4, no. 2, 1996.
- [6] J. J. Zhu, M. C. Mickle, "Missile autopilot design using a new linear time-varying control technique," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 20, no. 1, pp. 150-157, 1997.
- [7] J. J. Zhu, C. D. Johnson, "Unified canonical forms for matrices over a differential ring," *Linear Algebra and Its Application*, vol. 147, pp. 201-248, 1991.
- [8] S. A. Snell, D. F. Enns, and W. L. Garrard, "nonlinear inversion flight control for a supermaneuverable aircraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 15, no. 4, pp. 976-984, 1992.
- [9] D. F. Enns, D. Bugajski, R. Hendrick, and G. Stein, "Dynamic inversion : an evolving methodology for flight control design," *International Journal of Control*, vol. 59, no. 1, pp. 71-91, 1994.
- [10] J. Reiner, G. J. Balas, and W. L. Garrard, "Robust dynamic inversion for control of highly maneuverable aircraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 18, no. 1, pp. 18-24, 1995.
- [11] D. Ito, J. Georgie, J. Valasek, and D. T. Ward, *Re-Entry Vehicle Flight Controls Design Guidelines*

: *Dynamic Inversion*, NASA Technical Report, 2001.

[12] L. M. Silverman, "Transformation of time-variable systems to canonical (phase - variable) form," *IEEE*

Transactions on Automatic Control, vol. 11, no. 2, pp. 300-303, 1966.

최 용 석

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 10 권 제 7 호 참조.

이 호 철

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 10 권 제 7 호 참조.

최 재 원

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 10 권 제 7 호 참조.

송 택 렬

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 10 권 제 7 호 참조.

송 찬 호

제어·자동화·시스템공학 논문지 제 10 권 제 7 호 참조.