

비균질 필터를 사용한 난류 채널 유동의 Large Eddy Simulation

이 상 환[†] · 김 광 진^{*}

(2004년 1월 15일 접수, 2004년 7월 16일 심사완료)

Large Eddy Simulation of Turbulent Channel Flow Using Inhomogeneous Filter

Sanghwan Lee and Kwangjin Kim

Key Words : Dynamic Eddy Viscosity Model(동적 에디 점성 모델), Channel Flow(채널 유동), Filter Width Ratio(필터 너비의 비), Homogeneous Filter(균질 필터), Inhomogeneous Filter(비균질 필터)

Abstract

The commutation errors by the filtering process in the large eddy simulation are considered. It is compared the conventional filter with the inhomogeneous filter that is devised to reduce the commutation errors. The weighting factor of the inhomogeneous filter suggested by Vasilyev⁽¹⁾ is adopted. Also, using the optimizing function that estimates test filter width to eliminate the dissipations in the region excluding the vicinity of the wall, the flow patterns are analyzed. It is evaluated in simulations of the turbulent channel flow at Reynolds number of 1020, based on friction velocity and channel half height. Results show that the commutation errors can be significantly reduced by using the inhomogeneous filter and the optimized test filter width.

기호설명

C	: 모델계수	u, v, w	: 속도성분
u_τ	: 마찰속도	f	: 필터 함수
h	: 채널의 높이	W	: 필터의 가중치
ν, ν_t	: 점성계수	Δ	: 필터 폭
L_{ij}	: Leonard 응력	τ_{ij}	: 아격자 응력
p, ρ	: 압력, 밀도	V	: 채널의 체적
S_{ij}	: 변형텐서	L_x, L_z	: 주기 길이
t, x, y, z	: 시간 및 위치좌표	$\bar{\cdot}$: grid 필터, test 필터
U_c	: 중심속도	$+$: 벽좌표
		$\langle \cdot \rangle$: 수평면상 공간평균

1. 서론

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : shlee@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0445 FAX : (02)2290-0445

* 한양대학교 대학원 기계공학과

LES은 일찍이 기상 측정에서 사용 되었다가 근래에 들어 많은 분야, 특히 난류의 흐름을 해석하는데 주로 사용하고 있는 모사 방법이다. 난

류 해석에는 실험적 방법과 수치 해석을 이용한 방법이 있고 수치 해석 방법은 크게 세가지로 구분된다. 통계적인 방법을 이용해서 RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) 방정식을 푸는 것과 어떠한 난류 모형의 도입 없이 직접적인 계산만을 이용한 DNS (Direct Numerical Simulation), 그리고 큰 에디는 직접적인 계산으로, 작은 에디들은 모델링으로 난류 유동을 해석하는 LES로 나눌 수가 있다.

LES에서 큰 에디들을 직접 계산하고, 작은 에디들을 모델링하기 위해서는 큰 에디와 작은 에디로 구분할 수 있는 필터가 필요하게 된다. 그리고 그 필터를 어떻게 구성하고 어떻게 적용하는가가 LES의 장점을 살릴 수 있는 가장 큰 요소이다.

기존의 필터링 과정은 균질, 비균질 방향의 구분없이 사용되어져 왔다. 이는 모든 난류 유동이 isotropic 하다는 가정과 같은 것이다. 그러나, Ghosal과 Moin⁽²⁾의 연구와 Vasilyev⁽¹⁾의 연구를 통해 기존의 방향성을 고려하지 않은 필터링으로 인하여 어느 정도의 오차 값이 발생하게 됨을 알 수가 있게 되었다.

따라서 본 연구에서는 균질 방향으로 가정될 수 있는 방향에는 기존의 필터를 사용하고 반면, 비균질 방향에는 비균질 필터의 가중치를 사용하여 기존의 방법과 비교, 분석한다. 그리고 더 나아가 Lund⁽³⁾에 의해서 소개된 Test 필터와 Grid 필터의 비를 추정함으로 인한 영향을 알아본다. 여기서 지배 방정식의 이산화는 Fourier-Chebyshev 준 스펙트럴 법(Pseudo-spectral method)을 사용하였으며 분할 단계법(Fractional step method)과 인수분해(Factorization)를 통하여 해의 정확성과 계산시간의 효율성을 감안하였다. 비균질 방향 필터에 사용되는 가중치는 Vasilyev⁽¹⁾가 제안한 값들을 사용하였고, 이를 평가하기 위하여 dynamic 에디 점성 모델의 수치결과와 높은 레이놀즈 수의 난류 채널 유동을 연구한 Wei와 Willmarth⁽⁴⁾의 실험 결과를 가지고 비교 분석하였다.

2. 필터링 과정

2.1 Dynamic 에디 점성 모델

LES에서 큰 에디의 유동장 $\overline{u}_i(x, t)$ 는 다음과

같이 필터링 된 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식으로 이루어진다.

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

여기서 아격자 척도 레이놀즈 응력(Sub-grid scale Reynolds stress)은 $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j$ 으로 정의하며 큰 척도의 유동장에 대한 작은 척도 유동장에서의 영향을 의미한다. 이 항은 직접 계산되지 않는 작은 에디의 영향을 첨가하기 위해 모델링 되어야 한다.

Smagorinsky⁽⁵⁾ 에디 점성 모델을 사용하여 아격자 척도 레이놀즈 응력을 나타내면 다음과 같다.

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (3)$$

이 모델에서 통해 에디 점성(eddy viscosity)은 아격자 척도의 특성길이에 해당하는 $(C\overline{\Delta})^2$ 와 필터링 된 속도장의 변형을 텐서 $\overline{S_{ij}}$ 을 독립변수로 가진 다음과 같은 함수로 정의된다.

$$\nu_t = (C\overline{\Delta})^2 |\overline{S_{ij}}| \quad (4)$$

여기서 $\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2}(\partial \overline{u}_i / \partial x_j + \partial \overline{u}_j / \partial x_i)$ 는 필터링 된 큰 에디의 변형을 텐서이며, $|\overline{S_{ij}}| = (2 \overline{S_{kl}} \overline{S_{kl}})^{1/2}$ 는 큰 에디의 변형을 텐서 양이다. 그리고 C 는 Smagorinsky 상수로서 유동이 어떻게 흐르냐에 따라 다르게 적용된다.

Germano, Piomelli, Moin and Cabot⁽⁶⁾은 (4)의 모델 상수 C 를 계산하는 동적인 과정을 제안하였다. 여기서는 일반적인 필터 G (grid 필터)뿐만 아니라 \tilde{G} (test 필터)로 표현되는 다음과 같은 필터에 사용된다.

$$\tilde{f}(x) = \int f(x') \tilde{G}(x, x') dx'$$

$$f(x) = \int f(x') G(x, x') dx'$$

test 필터와 grid 필터 사이의 에너지에 상당하는 난류 응력 L_{ij} 은 Germano의 일치(identity)(6)에

따라 다음과 같이 표현된다.

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (5)$$

이때, $L_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j}$ 이고 $T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j}$ 이다. sub-grid 척도와 sub-test 척도 응력의 이방성 부분은 다음과 같은 에디 점성 모델의 항으로 표현된다. 그리고 C 는 필터링이 적용되지 않는 방향의 지점과 시간의 함수로 다음과 같이 간소화할 수 있다.⁽¹¹⁾

$$\tau_{ij}^a = -2C\overline{\Delta^2} \left| \overline{S} \right| \overline{S}_{ij} = -2C\beta_{ij} \quad (6a)$$

$$T_{ij}^a = -2C\overline{\Delta^2} \left| \widetilde{S} \right| \widetilde{S}_{ij} = -2C\alpha_{ij} \quad (6b)$$

$$C(y, t) = -\frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij}^a(\alpha_{ij} - \beta_{ij}) \rangle_{xz}}{(\alpha_{mn} - \beta_{mn})(\alpha_{mn} - \beta_{mn})_{xz}} \quad (7)$$

2.2 비균질 방향 필터

2.2.1 정류 오차(Commutation error)

1차원의 영역[a,b]에서 임의의 필드 함수 $\psi(x)$ 를 정의하고, 또한 영역[a,b]에서 다른 영역[α, β]로 사상(mapping)이 정의되는, 미분 가능한 함수 $f(x)$ 를 정의한다. 다시 말해서 $\xi = f(x)$ 가 가능하게 된다.⁽¹⁾ 여기서 $f(x)$ 는 영역[a,b]에서 비동일 격자의 사상과 동일 격자의 사상이 관계가 있으며 비동일 격자의 너비 $h(x)$ 와 동일격자의 너비 Δ 은 다음과 같은 관계로 나타낼 수 있다.

$$h(x) = \frac{\Delta}{f'(x)} \quad (8)$$

이번에는 역사상(inverse mapping)이 가능한 $x = F(\xi)$ [혹은, $F(f(x)) = x$]를 정의한다. 이 경우 임의의 함수 $\psi(x)$ 를 가지고 새로운 함수 $\phi(\xi) = \psi(F(\xi))$ 를 영역[α, β]에서 정의할 수 있게 된다. 필터 함수 G 를 사용하여 함수 $\phi(\xi)$ 가 필터링 되면,

$$\overline{\phi}(\xi) = \frac{1}{\Delta} \int_{\alpha}^{\beta} G\left(\frac{\xi - \eta}{\Delta}, \xi\right) \phi(\eta) d\eta \quad (9)$$

이 된다.

또한, 물리적 공간에서 이러한 필터 함수를 쓰

게 되면,

$$\overline{\psi}(x) = \frac{1}{\Delta} \int_a^b G\left(\frac{f(x) - f(y)}{\Delta}, f(x)\right) \psi(y) f'(y) dy \quad (10)$$

이 된다.

1차원 공간에서의 필터링과 미분에 따른 정류 오차를 고려해본다. 우선, 정류 오차를 측정하기 위해 다음과 같은 식을 정의한다.

$$\left[\frac{d\psi}{dx} \right] \equiv \frac{\overline{d\psi}}{dx} - \frac{d\overline{\psi}}{dx} \quad (11)$$

Vasilyev⁽¹⁾의 방법대로 Chain-rule과 Taylor 전개를 이용하여 식 (11)의 오른쪽 항들을 각각 전개하고 전개한 식들을 다시 식 (11)에 대입하면 최종적으로 다음과 같은 식이 나오게 된다.

$$\left[\frac{d\psi}{dx} \right] = \sum_{k=1}^{+\infty} A_k M^k(\xi) \Delta^k + \sum_{k=1}^{+\infty} B_k \frac{dM^k(\xi)}{d\xi} \Delta^k \quad (12)$$

여기서 A_k 와 B_k 는 0이 아닌 계수이므로, 정류 오차는 필터 모멘트 $M^k(\xi)$ 와 사상 함수 $F(\xi)$ 에 의해 결정됨을 알 수가 있다.

2.2.2 가중치

기존의 여러 논문⁽⁷⁻⁹⁾에서 정류 오차는 필터 모멘트 $M^k(\xi)$ 에 큰 영향을 받는 것으로 인식되었지만, Ghosal과 Moin⁽²⁾의 연구와 Vasilyev⁽¹⁾의 연구에서 정류 오차는 사상 함수 $F(\xi)$ 에도 많은 영향을 받는다는 것이 발견되었다. 특히, Vasilyev⁽¹⁾는 비균질 방향 영역에서 사용할 수 있는 필터의 가중치를 Table 1과 같이 제시하였다.

Table 1 The weighting factor for the number of vanishing moments⁽¹⁾

Case	No. of vanishing moments	w_{-2}	w_{-1}	w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
1	1		1/4	1/2	1/4				
2	2			7/8	3/8	-3/8	1/8		
3	2		1/8	5/8	3/8	-1/8			
4	3			15/16	1/4	-3/8	1/4	-1/16	
5	3		1/16	3/4	3/8	-1/4	1/16		
6	3	-1/16	1/4	5/8	1/4	-1/16			
7	4			31/32	5/32	-5/16	5/16	-3/32	1/32

이러한 가중치를 이용하여 기존의 필터뿐만이 아니라, 비균질 방향을 위한 필터도 만들어질 수 있음을 알 수가 있다. 하지만 영모멘트의 수가 높을수록 계산과정의 복잡함으로 인해 계산 시간이 증가하게 된다는 단점이 생기게 된다. 그리고 비균질 방향 필터를 사용하여도 벽부근 이외에서 발생하는 큰 소산현상은 제거되지 않는다. 기존의 이러한 단점들을 개선하기 위하여 본 연구에서는 Lund⁽³⁾가 제안한 필터 비를 구하는 추정식

$$\alpha = \left[W_0 + \frac{12}{\pi^2} \sum_{j=1}^{(N-1)/2} \frac{(-1)^j}{j^2} W_j \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (13)$$

을 함께 이용하여 해를 구해보도록 한다. 좀더 정확한 필터 비를 사용함으로써 균질 방향으로의 큰 척도 에디를 직접 계산하고, 작은 에디는 모델링 함으로써 벽 부근 이외에서 생기는 소산현상을 제거할 수 있게 된다.

Top-hat 필터⁽¹⁰⁾로 불리며 Trapezoidal 방법을 사용하여 만든 test 필터는 grid 필터와의 비, α 의 값으로 통상 2의 값이 사용되어 왔다. 그러나 위의 식 (13)의 계산 결과에 의해서 $\sqrt{6}$ 이라는 값이 더욱 적절하다고 증명이 되었다. 여기서 기존에 사용되었던 다음과 같은 필터 A를 균질 방향에 대한 필터로 사용하기로 한다.

$$\bar{u}_j = \frac{1}{4} (\bar{u}_{j-1} + 2\bar{u}_j + \bar{u}_{j+1}) \quad (14)$$

그리고 Table 1의 Case 4의 가중치를 이용하여 아래와 같은 비균질 방향으로 적용될 필터 B를 만든다.

$$\bar{u}_j = \frac{1}{16} (15\bar{u}_j + 4\bar{u}_{j+1} - 6\bar{u}_{j+2} + 4\bar{u}_{j+3} - \bar{u}_{j+4}) \quad (15)$$

위의 필터 B를 사용하게 된 근거는 벽 부근을 해석할 때, 가중치를 적용할 수 있는 index값이 많아지고 그것으로 인하여 좀 더 정밀한 해를 구할 수 있기 때문이다.

본 연구에서는 위의 균질 방향 필터 A와 비균질 방향 필터 B를 이용하여, 필터 비의 값과 grid의 값을 Table 2와 같이 바꾸어줌으로써 해의 값이 이러한 값들에 대해 어떻게 의존하는지를 고찰하였다.

3. 수치기법

큰 에디 모사를 위한 필터링이 수행된 Navier-Stokes 방정식은 Fourier-Chebyshev 준 스펙트럴 법(pseudo-spectral method)(11)을 사용하여 균일 방향은 Fourier 급수를 사용하였고, 벽에 수직인 방향은 Chebychev 다항식이 적용될 수 있는 좌표변환을 사용하여 이산화 하였다. 시간 이산화 과정은 분할 단계법(Fractional step method)^(11,12)을 사용하여 적분되며, 비선형 항과 아격자 모델로 인해서 생기는 항은 명시적 3차 Runge-Kutta 방법을 사용하였고, 선형항은 암시적인 Crank-Nicholson 방법을 사용하였다. 이를 적용하여 각 단계별로 나타낸 식은 Table 3과 함께 다음과 같다.

$$\frac{u_i^{(l)*} - u_i^{(l-1)}}{\Delta t} = \gamma_l H_i^l + \rho_l H_i^{l-1} + \frac{\lambda_l}{Re} L_{jj}(u_i^{(l)*} + u_i^{(l-1)}) - \lambda_l \frac{\delta p^l}{\delta x_j} \quad (16)$$

$$L_{jj}\phi = \frac{1}{\lambda_l \Delta t} D_j u_i^* \quad (17)$$

$$\frac{u_i^{(l+1)} - u_i^{(l)*}}{\Delta t} = -\lambda_l \frac{\delta \phi}{\delta x_j} \quad (18)$$

Table 2 Cases according to the filter, test filter ratio and Grid (○ : used, × : not used)

Case	Filter A	Filter B	α	Grid
1	○	×	2	48×78×48
2	○	×	$\sqrt{6}$	48×78×48
3	○	○	2	48×78×48
4	○	○	$\sqrt{6}$	48×78×48
5	○	×	2	64×96×64
6	○	×	$\sqrt{6}$	64×96×64
7	○	○	2	64×96×64
8	○	○	$\sqrt{6}$	64×96×64

Table 3 Coefficient of fractional step method used in this study

l	γ_l	ρ_l	λ_l
1	8/15	0	8/15
2	5/12	-17/60	2/15
3	3/4	-5/12	1/3

$$p^{l+1} = p^l + \phi - \frac{\Delta t \lambda_l}{Re} \phi \quad (19)$$

여기서 H_i 는 비선형 항과 외부에서 작용하는 힘을 포함하고, $L_{ij} = \left(\frac{\delta^2}{\delta x_1^2} + \frac{\delta^2}{\delta x_2^2} + \frac{\delta^2}{\delta x_3^2} \right)$, 그

리고 $\phi = \frac{\delta}{\delta x_j}$ 이다. D_i 는 중앙 차분의 확산

(divergence) 연산자이다. 식 (16)의 왼쪽 항에서 만들어지는 matrix 행렬은 3개의 삼각 대각행렬로 분할하여 계산하였다.

층류 유동의 형상을 갖는 포물선형 속도 분포와 이 속도 분포가 가진 체적 속도의 약 10%에 해당하는 값을 최대 값으로 하는 난동 성분을 더하여 초기 속도 분포를 설정하였다. 초기 조건으로 무차원 시간 $tU_0/h=200$ 까지 모델 없이 계산을 진행하여 생긴 속도장을 선택하여 모든 Case에 사용하였다.

경계조건으로 균일 방향인 x 축과 z 축에는 순환경계조건을 사용하였으며, 벽면에서는 점착 경계조건을 사용하였다. 유동방향에서 순환조건을 사용하여 정상상태로 도달하기 위해서는 평균 압력 구배가 외부의 힘으로 작용해야 한다. 면에 작용하는 마찰 손실과 압력 구배와의 관계를 이용하여 평균 압력 구배의 항 $\left(\int_A \tau_w dA = -V(dp/dz) \right)$ 을 z 방향의 운동량 방정식에 추가시켰다.

계산상의 영역에서 두 평판 사이의 거리가 $2h$ 인 경우 흐름방향은 $L_z=2\pi h$ 이고 spanwise방향은 $L_x=0.75\pi h$ 이다. 격자의 수는 미세한 격자 ($65 \times 96 \times 65$)의 경우 각 방향의 격자간의 거리는 $\Delta z^+=103$ 과 $\Delta x^+=26$ 이고 벽으로부터 가장 가까운 격자가 $\Delta y^+_{min}=0.5$ 이 되도록 밀집시켰다. 성긴 격자 ($48 \times 78 \times 48$)의 경우 약 $\Delta z^+=137$, $\Delta x^+=34.7$, 그리고 $\Delta y^+_{min}=0.9$ 가 되도록 하였다.

4. 결과 및 고찰

채널의 높이 h 와 마찰속도를 기준으로 한 레이놀즈 수 $Re_\tau = u_\tau h / \nu$ 는 약 1020이며, 중심속도 U_c 를 기준으로 한 레이놀즈 수 $Re_c = U_c h / \nu$ 는 약 23000인 높은 레이놀즈 수의 난류 채널 유동

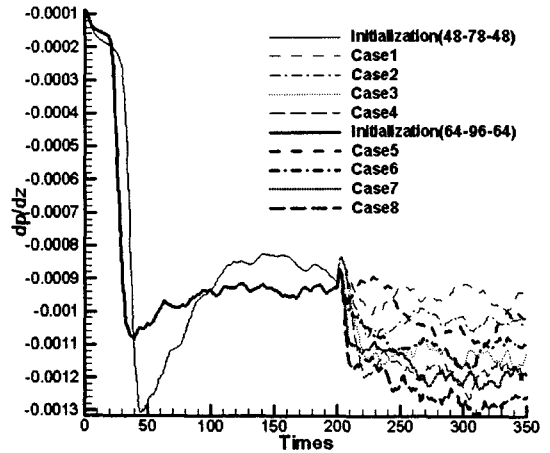


Fig. 1 Time history of pressure gradient to drive a fixed flow rate

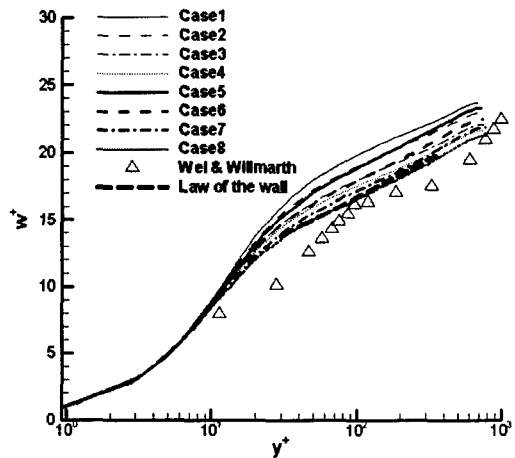


Fig. 2 Mean velocity profile in wall units

을 대상으로 본 연구를 수행하였다. 그리고 LDA (Laser-Doppler Anemometer)를 사용하여 채널 난류 유동에 관한 실험적 연구를 수행했던 Wei와 Willmarth⁽⁴⁾의 연구 결과 중 $Re_c = 22776$ 인 결과와 비교하였다.

모든 계산에서 일정 유량을 유지하기 위해 각 시간 단계에서 평균 압력 구배를 조절하였다. 모델 없이 계산한 무차원 시간 $tU_0/h = 150$ 동안 층류와 천이구간이 지난 이후에 모델과 각 case의 효과가 나타나고 약 $tU_0/h = 180$ 이 지나면서 비교적 일정한 압력구배의 값을 나타내기 때문에

정상상태로 간주하게 된다.

Fig. 1은 균질 방향 필터와 비균질 방향 필터, 그리고 필터 너비의 비에 따른 각각의 경우에 대한 압력구배 변화 과정을 보여주고 있다. 비교적 일정한 압력 구배의 값을 나타내기 시작하는 무차원 시간 $tU_0/h = 180$ 에서 좀 더 안정한 해를 구하기 위해 20초가 더 지난 $tU_0/h = 200$ 부터 350초까지 1초의 간격을 두고, 균일한 x와 z방향과 시간으로 평균하여 유동장을 계산한다.

Fig. 2는 벽법칙에 대한 결과 값이다. 대체적으로 높은 무차원 속도의 값을 보이고 명시적인 필터가 사용된 Dynamic 모델의 경우 낮은 벽면 전단 응력을 예측하는 여러 연구 결과들^(13,14)과 일치한다. 그림에서는 Table 2에서 나타낸 것처럼 비균질 방향 필터 유무, 필터비의 변화, 그리고 격자 변화에 대한 각각의 Case 별로 평균 속도 분포를 보여주고 있다. 그리고 Wei와 Willmarth⁽⁴⁾가 실험한 값과 벽법칙에 관한 식을 각각

삼각형 모양과 굵은 점선으로 그래프화 하였다. 대체적으로 Lund⁽³⁾의 제안식을 사용하지 않고 비균질 방향 필터를 사용하지 않은 Case 1과 Case 5는 실험값이나 벽 법칙에 의한 값에 대해 어느 정도의 오차를 가지고 있다. 그 반면에 비균질 방향 필터를 사용하고 Lund의 제안식을 사용한 Case 4와 Case 8은 벽법칙에 관한 식과 거의 일치하고, 실험값과도 상대적으로 가장 오차가 적음을 알 수가 있다. 이러한 결과로 인해 Lund의 제안식을 사용함으로써 큰 에디를 직접 계산하지 않고 모델링 해서 생겼던 정류 오차가 많이 줄었음을 알 수 있다.

Fig. 3은 마찰속도에 기초하여 각 Case에 대해서 벽면 방향으로의 속도 v 와 주 흐름 방향의 속도 w 의 난류 강도를 나타낸다. w 에 대한 난류 강도의 경우 모두 y^+ 가 11의 위치에서 극대값을 갖는 것은 실험 결과와 일치한다. 그래프에서 알

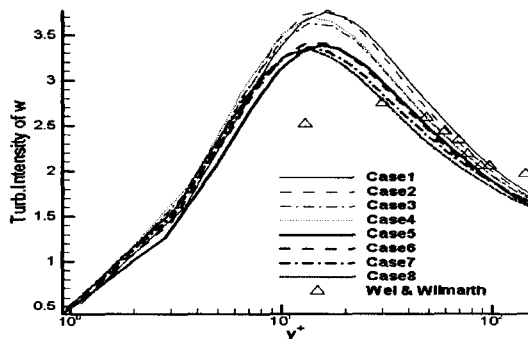
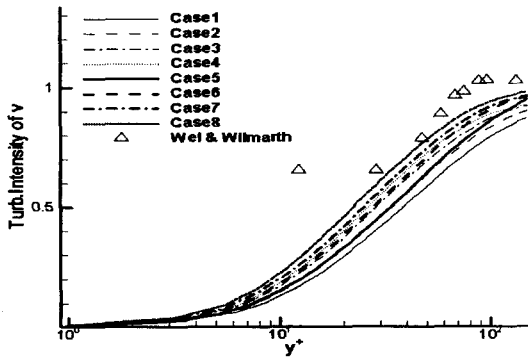
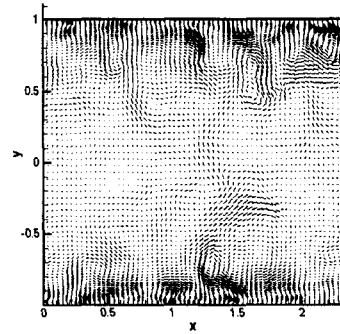
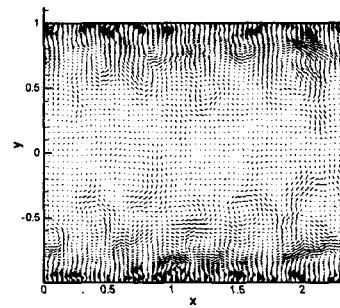


Fig. 3 Turbulent intensity profile based on friction velocity at each cases



(a)



(b)

Fig. 4 Vector field of instantaneous streamwise velocity fluctuations u', v' in the x-y plane at $y^+ = 45$; (a) Case 5 (b) Case 8

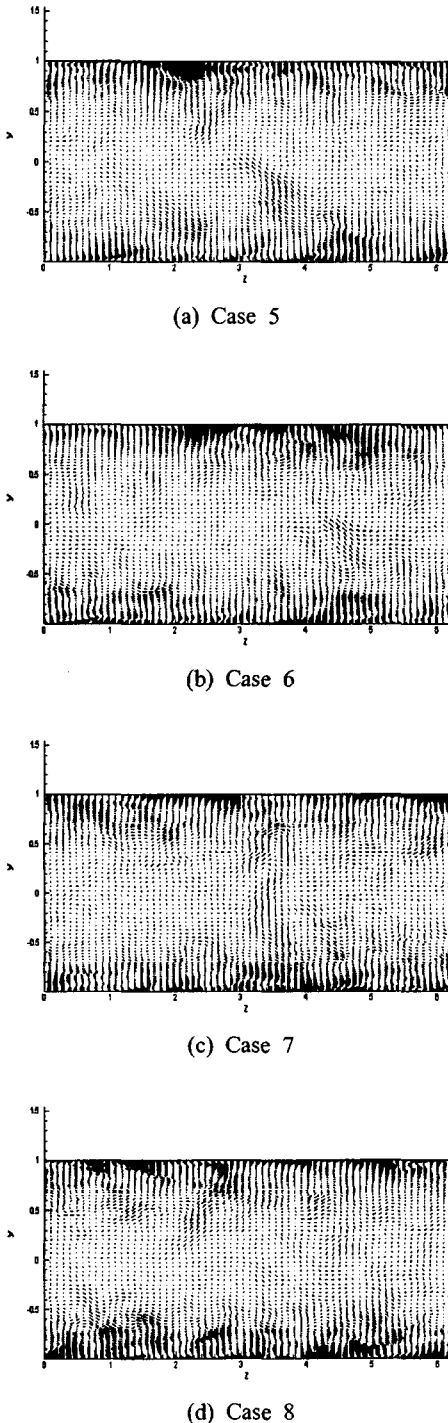


Fig. 5 Vector field of instantaneous streamwise velocity fluctuations v', w' in the y - z plane

수 있듯이 비균질 방향 필터를 사용하고, 추정된 필터비를 사용했을 때는 큰 차이가 없어 보인다. 단지 격자수가 높아질수록 값들이 실험치에 가까워진다. v 에 대한 난류 강도의 경우 후류상 외층역에서 약간의 오차가 있을 뿐, 비균질 방향 필터를 사용하고, 격자수가 높을 때에는 실험치와 거의 일치함을 나타내고 있다.

결과적으로, 흐름 방향으로 비균질 방향 필터의 영향은 거의 무시가 될 수 있으나 벽면에 수직인 방향으로 비균질 방향 필터의 영향을 매우 많이 받는 것을 알 수 있다.

Fig. 4는 spanwise 방향인 x 방향과 벽에 수직 방향인 y 방향의 단면에 대한 난동속도 u', v' 을 조밀한 격자($64 \times 96 \times 64$)에 관해서 나타내었다. 그리고 벽 부근의 bursting, injection 현상 등을 야기하는 것으로 인식되는, Moin과 Kim⁽¹⁵⁾에 의하여 예측된 활발한 에디의 비틀림(distortion) 현상이 나타남을 알 수 있다. (a)는 비균질 방향의 격자와 Lund의 추정식을 사용하지 않고 기존의 방법으로 수치 해석을 한 경우로서 벽부근에서 중간 부분으로 갈수록 에디의 비틀림 현상을 포착하는 부분이 작아지는 것을 볼 수 있다. 반면, (b)는 비균질 방향으로의 격자와 Lund의 추정식을 모두 사용한 결과로서 벽 부근에서 에디의 비틀림 현상을 포착하는 부분이 크게 나타남을 볼 수가 있다. 이는 비균질 방향으로의 필터를 사용함으로써 벽 부근에서 에디의 비틀림 현상을 포착하는 부분이 많이 나타남을 알 수 있다.

Fig. 5는 위의 Fig. 4와는 달리 흐름 방향인 z 방향과 normalwise 방향인 y 방향의 단면에 대한 난동속도 w', v' 을 조밀한 격자($64 \times 96 \times 64$)의 경우에 관해서 나타내었다. 여기서도 비균질 방향으로의 필터와 Lund의 추정식 사용 유무에 따라 그 흐름의 형태가 약간씩 달라짐을 확인할 수 있다. Case 5[Fig. 5(a)]의 경우, 비균질 방향으로의 필터를 사용하지 않았기 때문에 벽 부근에서의 비틀린 에디들을 모두 포착할 수가 없었고, Lund의 추정식을 사용하지 않아 $y=0$ 인 지점에서 물리적으로는 맞지 않는 큰 난동 성분 값이 나타나고 있다. Case 6[Fig. 5(b)]의 경우 Lund의 추정식을 사용함으로써 $y=0$ 인 지점에서의 큰 난동 성분 값이 조금은 줄어들기는 했지만, 여전히 벽 부근에서 비틀린 에디를 포착하는데 어려움이 있다. Case 7[Fig. 5(c)]은 비균질 방향으로의 필터를

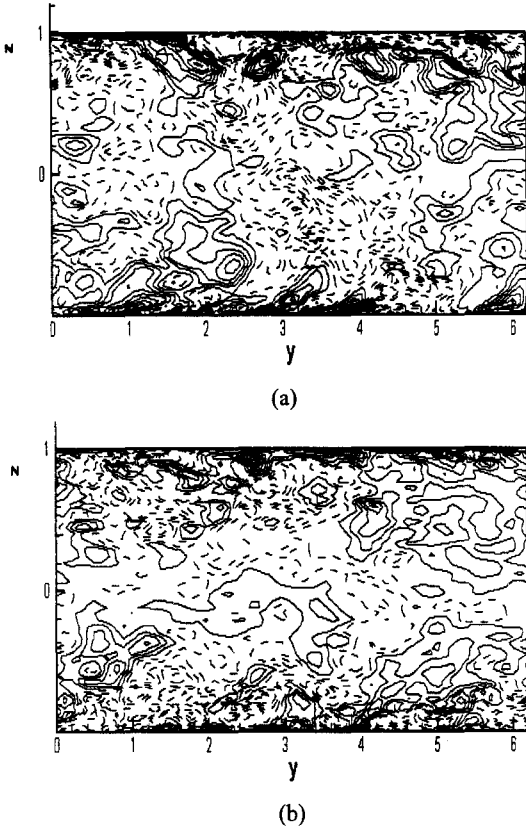


Fig. 6 Contours of streamwise velocity fluctuations w' in the y - z plane at (a) Case 5 (b) Case 8

사용하고, Lund의 추정식을 사용하지 않은 결과로서 예상대로 벽 부근에서 비틀린 에디를 포착하는 데는 이전보다 훨씬 향상이 되었지만 $y=0$ 인 지점에서의 큰 난동 성분 값은 여전히 상당량 존재함을 알 수 있다. Case 8[Fig. 5(d)]은 비균질 방향으로의 필터를 사용하고, Lund의 추정식을 사용한 결과로서, 벽 부근에서 비틀린 에디가 포착되어지고, $y=0$ 인 지점에서 난동 성분 값이 줄어드는 것으로 보아 이전 경우들에 비해 훨씬 향상되었음을 알 수 있다.

Fig. 6과 Fig. 7은 Lund의 추정식과 비균질 필터의 사용 유무가 서로 반대인 상황일 때의 영향들을 비교하기 위하여 흐름 방향 z 와 normalwise 방향 y 의 평면에 대한 난동 흐름 속도 u' 와 순간 속도 v 의 contour를 Case 5와 Case 8에 대해서 나타낸 그림이다. Moin과 Kim⁽¹⁵⁾은 채널에서 높

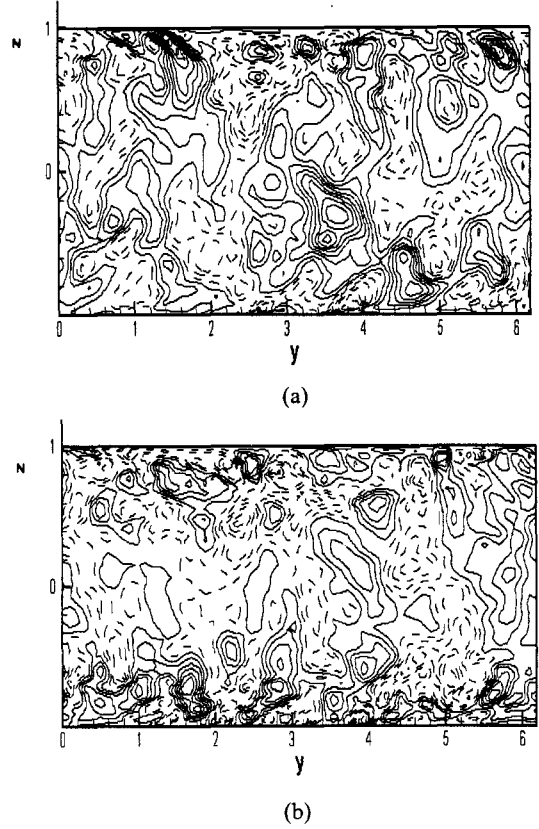


Fig. 7 Contours of normalwise instantaneous velocity v in the y - z plane at (a) Case 5 (b) Case 8

은 속도를 가진 유체의 요소들($u' \gg 0$)에서는 속도 v 에 대해 위쪽 벽 부근에서 $v < 0$ 의 값을 가지고, 아래쪽 벽 부근에서 $v > 0$ 의 값을 가진다고 하였다. 반면, 낮은 속도를 가진 유체의 요소들은 벽 부근으로부터 배출된다고 하였다. Fig. 6과 Fig. 7에서 알 수 있듯이 Case 5에서는 벽 부근이나 그 이외의 구역에서 속도의 크기를 구분하기가 어렵다. 그러나 Case 8은 속도 v 가 벽 부근에서 큰 값을 갖고, 벽 이외의 구역으로 갈수록 작은 값을 가지게 되는 것을 쉽게 구별할 수 있다.

마지막으로 Fig. 8은 소산 현상을 Case 5와 Case 8에 대해 정량적으로 비교한 그래프이다. Lund의 필터비 추정식에 의해서 벽부근의 소산현상을 확인할 수 없었기 때문에 Fig. 8과 같은 소산 그래프를 나타내게 되었다. 순간적인 속도값

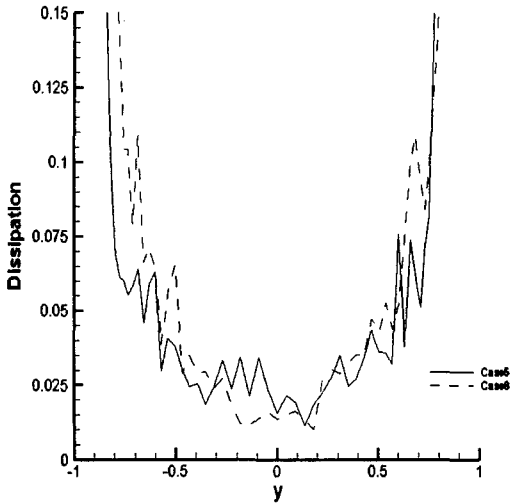


Fig. 8 Comparison of the dissipation of Case 5 and Case 8

을 이용하여 구한 소산값의 그래프에서 알 수 있듯이 $y=0$ 인 지점에서 소산값은 Case 8이 Case 5에 비해서 적음을 알 수 있고, 벽 부근에서는 반대로 Case 8이 Case 5에 비해서 값이 큰 것을 알 수 있다.

5. 결론

LES를 사용하여 채널 유동을 수치 모사함에 있어 비균질 방향 필터를 사용함으로써 단지 기존의 필터만을 사용했을 때 발생하였던 정류 오차를 줄일 수 있었다. 비균질 방향 필터의 사용으로 해석되어 지는 유동장의 결과가 실험 및 DNS 결과와 비교되었을 때, 기존의 필터링을 사용한 결과에 비해서 많은 부분이 일치함을 알게 되었다. 또한, Test 필터만을 사용할 때는 그것으로 인해 어느 정도의 소산 현상이 줄어들기는 하지만 벽 부근에서는 명확하게 나타나지 않는다. 비균질 방향 필터와 Test 필터 추정식을 동시에 사용함으로써 기존의 dynamic 모델에서 단점으로 나타나는 벽 부근 이외의 소산 현상을 줄일 수가 있게 되었다. 물론, 격자수에 따른 정류 오차라든지, 상대적으로 격자수가 낮은 후류상 외층역 부근에서의 큰 오차는 여전히 존재함으로 이러한 부분을 해결하는 방안을 찾는 시도가 요구된다.

참고문헌

- (1) Vasilyev, O. V. and Lund, T. S., 1997, "A General Class of Commutative Filters for LES in Complex Geometry," *J. Comput. Phys.*, pp. 82~104.
- (2) Ghosal, S., Lund, T. S., Moin, P. and Akselvoll, K., 1995, "A Dynamic Localization Model for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 286, pp. 229~255.
- (3) Lund, T. S., 1997, "On the Use of Discrete Filter for Large Eddy Simulation," *Annual Research Briefs*, pp. 1~13.
- (4) Wei, T. and Willmarth, W. W., 1989, "Reynolds Number Effects on the Structures of Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 204, pp. 57~95.
- (5) Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with the Primitive Equations," *1. The basic experiment. Mon. Weather Rev.*, Vol. 91, pp. 99~164.
- (6) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids*, Vol. 3, pp. 1760~1765.
- (7) Piomelli, U., 1993, "Applications of Large-Eddy Simulation in Engineering: an Overview," *Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geo-physical flows*.
- (8) Lilly, D. K., 1992, "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method," *Phys. Fluids A 4*, p. 633.
- (9) Ronchi, C., Ypma, M. and Canuto, V. M., 1992, "On the Application of the Germano Identity to Subgrid Scale Modeling," *Phys. Fluids A 4*, p. 2927.
- (10) Zang, Y., Street, R. L. and Koseff, J. R., 1993, "A Dynamic Mixed Subgrid-Scale Model to Turbulent Recirculating Flows," *Phys. Fluids, A*, Vol. 5, pp. 3186~3196.
- (11) Orlandi, P., 1998, *Fluid Flow Phenomena*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 145~230.
- (12) Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-

- Stokes Equation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 50, pp. 133~160.
- (13) Najjar, F. M. and Tafti, D. K., 1996, "Study of Discrete Test Filters and Finite Difference Approximations for the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model," *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp. 1076~1088.
- (14) Piomelli, U., 1993, "High Reynolds Number Calculations Using the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model," *Phys. Fluids*, Vol. 5, pp. 1484~1490.
- (15) Moin, P. and Kim, J., 1981, "Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 118, pp. 341~377.