

다중반응표면분석방법을 이용한 다투찌 다특성 실험에 대한
분석방법*

이 우 선

성신여자대학교 자연과학대학 통계학과

Multi-response Optimization by a Response Surface Approach
for a Taguchi-Type Multi-characteristic Experiments

woo-sun Lee

Department of Statistics, Sung-shin University

Abstract

Taguchi's multi-characteristic experiments seek proper choice of levels of controllable factors which satisfy that all responses of characteristics in a desirable range simultaneously. This aim can be achieved by response surface techniques that allow more flexible in modeling than traditional Taguchi's parameter design. In this article, a multi-response surface modeling and analysis techniques is proposed to deal with the multi-characteristic optimization problem in experimentation with Taguchi's controllable and noise factors

* 이 논문은 2003년도 성신여자대학교 학술연구 조성비 지원에 의하여 연구되었음

1. 서론

다꾸찌(Taguchi)는 제어가능인자들(controllable factors)의 요인실험을 잡음인자들(noise factors)의 다양한 조건하에서 실험하는 이른바 교차배열(crossed array)을 주로 이용한다. 이때 최적조건을 찾는 방법으로 각 처리배열 반응 값의 평균과 SN비를 계산하여 각 제어가능인자들의 주변효과(marginal effect)를 계산한 후 평균과 분산의 효과를 동시에 고려하여 엔지니어가 적절한 최적의 생산조건을 결정하게 된다. 이때 우리는 다음과 같은 사실들을 지적할 수 있다.

첫째, SN비는 제품의 변이를 체크하는데 때때로 부적절한 통계량이라는 비판이 있다. 그 이유는 SN비는 제품의 특성의 평균과 분산이 혼재(confounding)해 있기 때문에 제품특성의 변이가 달라도 같은 SN비를 가질 수 있다. (참고 Myers and Montgomery pp. 468-471) 따라서 SN비 값으로는 제품의 변이를 측정하는데 한계가 있다.

둘째, 어떤 제어인자의 경우 평균과 분산의 주변효과를 최적으로 하는 생산수준이 서로 달라 충돌할 경우 엔지니어가 여러 상황을 고려하여 주관적으로 최선의 선택을 하여야 한다. 이 방법은 언제나 객관적 타당성이 있는 평가라고 말할 수 없으며 이때 간혹 매우 적절치 못한 생산조건을 선택이 될 수도 있다.

셋째, 다 특성실험 즉 반응변수가 둘 이상인 경우 여러 특성을 동시에 만족시킬 수 있는 가장 적절한 생산조건은 어떻게 찾을 것인가? 이것은 각 특성별 최적생산조건을 어떤 합리적 기준에 의하여 최적조건을 찾아야 하는데 이것 역시 엔지니어의 합리적 선택에 의지하고 있다. 이러한 문제점들을 동시에 개선할 수 있는 방법을 생각하여 보기로 하자. 우선 고려 될 수 있는 실험의 방법은 잡음 인자에 둔감한(robustness)한 제품의 생산조건을 찾고자 하는 다투찌의 철학을 실천하기 위하여 교차실험을 사용할 수 있다. 그러나 이 교차실험의 경우 실험의 횟수가 많고 제어가능인자끼리의 교차 항(cross terms)이상의 추정 어려운 단점이 있다. 본 논문에서는 반응표면을 평균과 분산모형의 효과적인 추정을 위하여 교차실험대신 중심 합성계획(Central Composite Design ; CCD)등을 이용하는 대안을 제시하고 있다. 다음으로 생산된 제품의 특성의 변이가 가장 적고 제품의 특성의 최적 만족 값을 달성할 수 있는 생산조건을 찾기 위해선 과거의 평균과 SN비를 이용하여 최적 값을 구하는 대신 Vining and Myers(1990)와 Montgomery(1993)의 평균과 분산모형을 이용하여 최적조건을 이용하는 방법이 제시되고 있다.

마지막으로 중요한 과제는 여러 반응변수에 대한 평균과 분산모형을 어떻게 최적화시키느냐 하는 문제이다. 이 문제를 해결하는데 Myers와 Carter(1973)의 dual response system의 아이디어를 인용할 수 있다. 제품생산의 경우 제품의 특성에 대한 희망 값이 있을 것이므로 평균모형을 이용하여 이를 만족하는 생산조건을 구한 다음 이 범위 안에서 분산의 모형을 최적화함으로써 제품특성의 변이를 최소화 하는 생산조건을 찾도록 한다. 이때 주어진 범위 내에서는 평균모형에 만족 값이 다르기 때문에 각 반응변수에 대한 평균모형과 분산모형에 대한 desirability 함수를 구한 다음 이것들의 기하평균을 이용하여 최적의 생산조건을 찾는 방법을 사용하기로 한다.

2. 교차실험을 이용한 다구찌의 다특성 실험

다음과 같은 제어가능인자(x_1, x_2)와 잡음인자(z_1, z_2)에 대한 다구찌 타입의 교차실험을 생각하여 보자. 이 경우 두 특성 치 Y_1 그리고 Y_2 를 만족하는 제어가능인자의 수준의 결정과정을 단계별로 요약하면 다음과 같다.

x_1 : 초산의 양(저, 중, 고)

x_2 : 본드의 양(저, 중, 고)

z_1 : 온도 (저, 고)

z_2 : 습도 (저, 고)

Y_1 : 실리콘의 접착력 (망대특성)

Y_2 : 굳은 시간(분) (망목특성) (M=40)

실험자료(가상자료)

Y1: LARGER THE BETTER

Y2: TARGET THE BEST; TARGET=40

TAGUCHI DESIGN: CROSSED ARRAY

RUN	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2
1	-1	-1	-1	-1	92.599	52.2653
2	-1	-1	-1	1	87.475	37.6419
3	-1	-1	1	-1	91.821	60.5756
4	-1	-1	1	1	92.240	49.8260
5	-1	0	-1	-1	105.513	63.0620
6	-1	0	-1	1	95.049	51.9666
7	-1	0	1	-1	87.398	53.8867
8	-1	0	1	1	81.143	46.5171
9	-1	1	-1	-1	108.173	66.5991
10	-1	1	-1	1	106.665	61.7753
11	-1	1	1	-1	79.610	45.7687
12	-1	1	1	1	69.644	41.3717
13	0	-1	-1	-1	77.131	31.7908
14	0	-1	-1	1	85.196	29.4972
15	0	-1	1	-1	88.667	45.7851
16	0	-1	1	1	96.810	42.3146
17	0	0	-1	-1	90.459	48.0844
18	0	0	-1	1	88.755	46.8913
19	0	0	1	-1	86.794	36.1480
20	0	0	1	1	95.723	45.4961
21	0	1	-1	-1	93.924	52.0481
22	0	1	-1	1	98.413	55.7583
23	0	1	1	-1	85.309	35.9387
24	0	1	1	1	87.028	45.2979
25	1	-1	-1	-1	57.019	15.5104
26	1	-1	-1	1	63.066	22.9810
27	1	-1	1	-1	85.139	25.4144
28	1	-1	1	1	102.700	38.5522
29	1	0	-1	-1	69.628	31.1718
30	1	0	-1	1	90.804	43.7040
31	1	0	1	-1	82.830	25.8944

32	1	0	1	1	96.140	38.3244
33	1	1	-1	-1	81.307	39.9530
34	1	1	-1	1	94.134	52.4487
35	1	1	1	-1	79.138	19.6533
36	1	1	1	1	92.805	42.5760

분석내용

Y1: LARGER THE BETTER M1 : mean for Y1 S1: VARIANCE FOR y1
 Y2: TARGET THE BEST; TARGET=40 M2 : mean for Y2 S2 :VARIANCE FOR Y2
 SN1L : SN for Y1 SN2T : SN for Y2

TAGUCHI DESIGN: CROSSED ARRAY

RUN	X1	X2	M1	S1	SN1L	M2	S2	SN2T
1	-1	-1	91.0337	2.3940	90.2085	50.0772	9.4816	14.4552
2	-1	0	92.2757	10.4981	90.2115	53.8581	6.8843	17.8678
3	-1	1	91.0230	19.3745	89.1523	53.8787	12.1978	12.9027
4	0	-1	86.9510	8.1581	89.1068	37.3469	7.9240	13.4662
5	0	0	90.4328	3.8314	90.0529	44.1550	5.4418	18.1848
6	0	1	91.1685	6.0975	90.1550	47.2608	8.7019	14.6977
7	1	-1	76.9811	20.9772	85.2753	25.6145	9.5995	8.5247
8	1	0	84.8507	11.5283	88.3621	34.7737	7.8353	12.9439
9	1	1	86.8459	7.7183	89.1042	38.6577	13.7646	8.9695

Dependent Variable: M1

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	120.73084055	60.36542028	9.38	0.0309
X2	2	39.86542758	19.93271379	3.10	0.1539

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	120.73084055	60.36542028	9.38	0.0309
X2	2	39.86542758	19.93271379	3.10	0.1539

Dependent Variable: SN1L

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	9.99226403	4.99613201	3.21	0.1473
X2	2	3.43702832	1.71851416	1.10	0.4150

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	9.99226403	4.99613201	3.21	0.1473
X2	2	3.43702832	1.71851416	1.10	0.4150

Dependent Variable: M2

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	575.63923738	287.81961869	51.49	0.0014
X2	2	128.35057407	64.17528704	11.48	0.0220

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	575.63923738	287.81961869	51.49	0.0014
X2	2	128.35057407	64.17528704	11.48	0.0220

Dependent Variable: SN2T

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	52.56421842	26.28210921	50.95	0.0014
X2	2	34.66127036	17.33063518	33.60	0.0032

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
X1	2	52.56421842	26.28210921	50.95	0.0014
X2	2	34.66127036	17.33063518	33.60	0.0032

TAGUCHI DESIGN: CROSSED ARRAY

General Linear Models Procedure

Level of		-----M1-----		-----SN1L-----	
X1	N	Mean	SD	Mean	SD
0	3	89.5174232	2.25284822	89.7715879	0.57795234
1	3	82.8925675	5.21577400	87.5805414	2.03058150
-1	3	91.4441638	0.72017912	89.8574277	0.61068490

44 / 다중반응표면분석방법을 이용한 다투찌 다특성 실험에 대한 분석방법

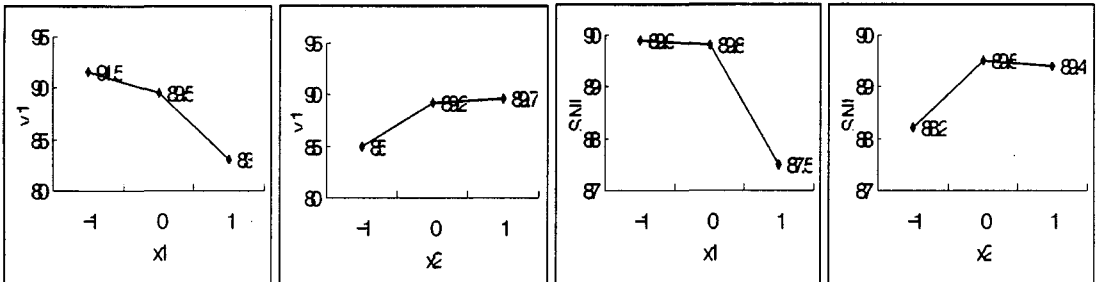
Level of X1	N	-----M2-----		-----SN2T-----	
		Mean	SD	Mean	SD
0	3	42.9208817	5.07082964	15.4495714	2.44750805
1	3	33.0153089	6.69704649	10.1460458	2.43323073
-1	3	52.6046707	2.18886554	15.0752133	2.53996707

Level of X2	N	-----M1-----		-----SN1L-----	
		Mean	SD	Mean	SD
0	3	89.1863910	3.86627466	89.5421695	1.02507246
1	3	89.6791553	2.45471403	89.4705025	0.59326944
-1	3	84.9886082	7.22892019	88.1968850	2.58942114

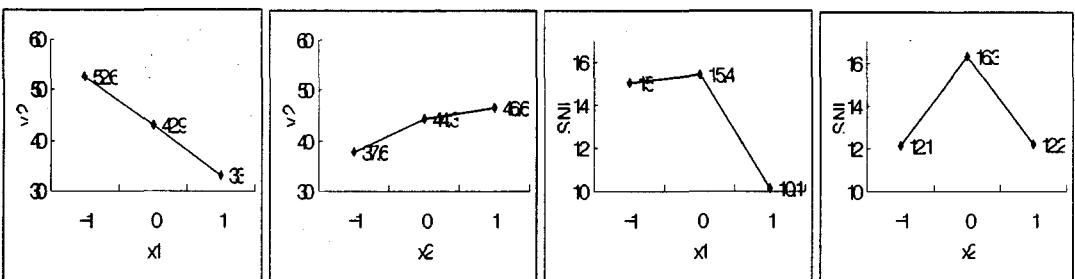
Level of X2	N	-----M2-----		-----SN2T-----	
		Mean	SD	Mean	SD
0	3	44.2622480	9.5426699	16.3321798	2.93857955
1	3	46.5990677	7.6320145	12.1899688	2.92988183
-1	3	37.6795456	12.2347462	12.1486819	3.17716177

marginal effect

v1



v2



결론

두 반응변수 Y_1 과 Y_2 에 대한 제어가능인자 X_1 과 X_2 의 최적 생산조건은 다음과 같이 구해지고 두 반응변수 Y_1 과 Y_2 를 동시에 고려한 X_1 과 X_2 의 최적 생산조건은 각각의 두 조건을 결합함으로써 구할 수 있다.

	X_1	X_2
Y_1	-1 or 0	0 or +1
Y_2	0	0
최종선택	0 수준	0 수준

3. 선형 다중반응표면식의 추정

k 개의 부호화된 독립변수(coded independent variables) x_1, x_2, \dots, x_k 에 대한 r 종류의 반응치 Y_1, Y_2, \dots, Y_r 에 대하여 N 번의 실험을 통하여 관측하였을 경우 반응표면 식은 다음과 같다.

$$Y_i = \overline{W}_i \beta_i + e_i \quad (3.1)$$

단 Y_i 는 i 번 반응변수에 대한 $N \times 1$ 관측치 벡터, \overline{W}_i 는 계수가 P_i 인 $N \times P_i$ 행렬, β_i 는 $P_i \times 1$ 모수 벡터, 그리고 e_i 는 i 번 반응변수에 대한 잔차 벡터이다.

그런데 다중반응표면의 경우 각 반응치끼리의 두 식을 가정하여 접근하는 것이 보통이다. 실제 서로 영향을 미치는 것이 대부분이며 같은 처리조합에 대한 각 반응치의 공분산을 인정하여 다음과 같이 잔차에 대한 가정을 설정한다.

$$\begin{aligned} E(e_i) &= 0 \\ \text{Cov}(e_i, e_j) &= \sigma_{ij} I_N \quad i, j = 1, 2, \dots, r, i \neq j \\ \text{Var}(e_i) &= \sigma_{ii} I_N \quad , i = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (3.2)$$

3.1 일반화 최소제곱법

다중반응표면식에 대한 일반화된 가정으로 인하여 회귀계수를 보통 최소제곱법(OLS)을 이용하여 구할 수 없고 일반화 최소제곱법(GLS)을 사용하여야 한다. 이를 위하여 식 (3.1)의 모형을 다음과 같이 고쳐 써 보자

$$Y = \bar{W} \beta + e, \tag{3.3}$$

여기서 $Y = (y'_1, y'_2, \dots, y'_r)'$, $\beta = (\beta'_1, \beta'_2, \dots, \beta'_r)'$, $e = (e'_1, e'_2, \dots, e'_r)'$, 그리고 $\bar{W} = \text{diag}(\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_r)$ 이다. 단 잔차 e_i ($i=1, 2, \dots, r$)의 공분산행렬을 Σ 라고 하면 $\text{Var}(e)$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Var}(e) = \Sigma \otimes I_N \tag{3.4}$$

식 (3.3)에서 β 에 대한 최량선형불편추정치(BLUE)은 일반화 최소제곱법에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\beta} = (\bar{W}' \Delta^{-1} \bar{W})^{-1} \bar{W}' \Delta^{-1} Y \tag{3.5}$$

여기에서 Δ^{-1} 는 Σ 를 알아야 하기 때문에 추정이 불가능하다. 따라서 우리는 Zellner(1962)에 의하여 제안된 다음의 결과를 이용하기로 하자. (참조 Khuri (1987, pp.260))

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{Y_i' [I_N - \bar{W}_i' (\bar{W}_i' \bar{W}_i)^{-1} \bar{W}_i] [I_N - \bar{W}_j' (\bar{W}_j' \bar{W}_j)^{-1} \bar{W}_j] Y_j}{N} \tag{3.6}$$

$i, j = 1, 2, \dots, r$

이 결과를 이용하여 β 에 대한 추정치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\beta}^* = (\bar{W}' \Delta^* \bar{W})^{-1} \bar{W}' \Delta^* Y, \tag{3.7}$$

여기서 $\Delta^* = \Sigma \otimes I_N$ 이다.

3.2 평균과 분산모형의 추정

다꾸찌 교차실험의 대안으로서 다음과 같은 중심합성계획(CCD)을 생각할 수 있다. 일반적으로 반응변수가 Y_1, Y_2, \dots, Y_r 이고 제어가능인자가 x_1, x_2, \dots, x_m 그리고 잡음인자가 z_1, z_2, \dots, z_n 인 경우이나 우리는 $r=2$, $m=2$ 그리고 $n=2$ 인 경우를 생각한다. 따라서 다음과 같은 형태의 중심합성계획을 생각할 수 있다.

(중심합성계획)

run	x_1	x_2	z_1	z_2	y_1	y_2
1	-1	-1	-1	1	y_{11}	y_{12}
2	-1	-1	1	-1	y_{21}	y_{22}
3	-1	-1	-1	-1	y_{31}	y_{32}
4	-1	-1	1	1	.	.
5	-1	1	-1	-1	.	.
6	-1	1	1	1	.	.
7	-1	1	-1	1	.	.
8	-1	1	1	-1	y_{81}	y_{82}
9	1	-1	-1	-1	.	.
10	1	-1	1	1	.	.
11	1	-1	-1	1	.	.
12	1	-1	1	-1	.	.
run	x_1	x_2	z_1	z_2	y_1	y_2
13	1	1	-1	1	y_{131}	y_{132}
14	1	1	1	-1	.	.
15	1	1	-1	-1	.	.
16	1	1	1	1	.	.
17	-2	0	0	0	.	.
18	2	0	0	0	.	.
19	0	-2	0	0	.	.
20	0	2	0	0	.	.
21	0	0	0	0	.	.
22	0	0	0	0	.	.
23	0	0	0	0	.	.
24	0	0	0	0	.	.
25	0	0	0	0	.	.
26	0	0	0	0	y_M	y_{N2}

이 실험설계에 대한 반응표면 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y_1 : Y^{(1)} = \beta_0^{(1)} + \beta^{(1)'}x + x'B^{(1)}x + \gamma^{(1)'}z + x'\Lambda^{(1)}z + e^{(1)} \quad (3.8)$$

$$Y_2 : Y^{(2)} = \beta_0^{(2)} + \beta^{(2)'}x + x'B^{(2)}x + \gamma^{(2)'}z + x'\Lambda^{(2)}z + e^{(2)} \quad (3.9)$$

이때 $e^{(i)}$ 는 잔차 이며 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} E(e^{(i)}) &= 0, \quad i=1,2 \\ \text{Var}(e^{(i)}) &= \sigma_i^2, \quad i=1,2 \\ \text{Cov}(e^1, e^2) &= \sigma_{12} \end{aligned} \quad (3.10)$$

또,

$$\begin{aligned} x &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \beta^{(1)} = \begin{pmatrix} \beta_1^{(1)} \\ \beta_2^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \beta^{(2)} = \begin{pmatrix} \beta_1^{(2)} \\ \beta_2^{(2)} \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad r^{(1)} = \begin{pmatrix} r_1^{(1)} \\ r_2^{(1)} \end{pmatrix}, \quad r^{(2)} = \begin{pmatrix} r_1^{(2)} \\ r_2^{(2)} \end{pmatrix}, \\ B^{(1)} &= \begin{pmatrix} \beta_{11}^{(1)} & \beta_{12}^{(1)}/2 \\ \beta_{12}^{(1)}/2 & \beta_{22}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad B^{(2)} = \begin{pmatrix} \beta_{11}^{(2)} & \beta_{12}^{(2)}/2 \\ \beta_{12}^{(2)}/2 & \beta_{22}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{(1)} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(1)} & \lambda_{12}^{(1)} \\ \lambda_{21}^{(1)} & \lambda_{22}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{(2)} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}^{(2)} & \lambda_{12}^{(2)} \\ \lambda_{21}^{(2)} & \lambda_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

이다.

이것을 식 (3.3)의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$Y = \bar{U}\alpha + e \quad (3.11)$$

여기에서 $Y = (Y_1', Y_2')$, 단 $Y_1' = (y_{11}, y_{21}, \dots, y_{M1})$, $Y_2' = (y_{12}, y_{22}, \dots, y_{M2})$,

$$\beta = (\beta_1', \beta_2')', \quad \beta_1' = (\beta_0^{(1)}, \beta_1^{(1)}, \beta_2^{(1)}, \beta_{12}^{(1)}, \beta_{22}^{(1)}, r_1^{(1)}, r_2^{(1)}, \lambda_{11}^{(1)}, \lambda_{12}^{(1)}, \lambda_{21}^{(1)}, \lambda_{22}^{(1)}),$$

$$\beta_2' = (\beta_0^{(2)}, \beta_1^{(2)}, \beta_2^{(2)}, \beta_{12}^{(2)}, \beta_{22}^{(2)}, r_1^{(2)}, r_2^{(2)}, \lambda_{11}^{(2)}, \lambda_{12}^{(2)}, \lambda_{21}^{(2)}, \lambda_{22}^{(2)}), \quad \text{그리고 } \bar{U} = \text{diag}(\bar{U}_1, \bar{U}_2) \text{ 이며}$$

U_1 과 U_2 는 $N \times p$ 인 계획행렬이다. $\text{Cov}(e) = \Sigma_{2 \times 2} \otimes I_{N \times N}$ 이므로 $\hat{\beta}$ 은 다음과 같다.

$$\hat{\beta} = (U\Delta^{-1}U)^{-1}U\Delta^{-1}Y \quad (3.12)$$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = (U\Delta^{-1}U)^{-1} \quad (3.13)$$

식 (3.8)을 이용하여

$$\widehat{\sigma}_{ij} = \frac{Y_i' [I_N - U_i (U_i' U_i)^{-1} U_i'] [I_N - U_j (U_j' U_j)^{-1} U_j'] Y_j}{N}$$

이므로 결국 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} \widehat{\beta}^* &= (U \Delta^{*-1} U)^{-1} U \Delta^{*-1} Y \\ \text{Cov}(\widehat{\beta}^*) &= (U' \Delta^{*-1} U)^{-1} \end{aligned}$$

4. 평균과 분산 모형을 이용한 최적화

4.1 평균모형과 분산모형

우리는 j 번째 반응변수에 대한 반응표면 식을 다음과 같이 새롭게 정의하자.

$$\begin{aligned} Y^{(j)} &= \beta_0^{(j)} + \beta^{(j)'} x + x' B^{(j)} x + \gamma^{(j)'} z + x' \Lambda^{(j)} z + e^{(j)} \\ z &\sim (0, V), \quad e^{(j)} \sim (0, \sigma_e^2) \end{aligned} \tag{4.1}$$

여기에서 제어가능인자(x)는 고정상수이고, 잠음인자(z)를 확률변수로 취급한 이유는 고정상수는 엔지니어가 제품 생산 시 인위적으로 수준을 결정지을 수 있는 반면에 잠음인자는 엔지니어가 제어할 수 없는 인자이기 때문이다. 따라서 식 (3.1)로 부터 다음과 같은 평균과 분산모형을 얻는다.

$$\widehat{Y}^{(j)} = E(\widehat{Y}^{(j)}) = \widehat{\beta}_0^{(j)} + \widehat{\beta}^{(j)'} + x' \widehat{B}^{(j)} x \tag{4.2}$$

$$\text{Var}(\widehat{Y}^{(j)}) = (\widehat{\gamma}^{(j)'} + x' \widehat{\Lambda}^{(j)}) V (\widehat{\gamma}^{(j)} + x' \widehat{\Lambda}^{(j)})' \sigma_z^2 + \sigma_e^2$$

따라서 $\text{Var}(\widehat{Y}^{(j)})$ 를 최소로 하기 위해서는 σ_z^2 에 붙어있는 부분이 최소가 되어야 하므로 이를 분산모형이라 하고 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} S^2(Y^{(j)}) &= (\widehat{\gamma}^{(j)'} V + x' \widehat{\Lambda}^{(j)} V) (\widehat{\gamma}^{(j)} + \widehat{\Lambda}^{(j)} x) \\ &= \widehat{\gamma}^{(j)'} V \widehat{\gamma}^{(j)} + 2 \widehat{\gamma}^{(j)'} V \widehat{\Lambda}^{(j)} x + x' \widehat{\Lambda}^{(j)} V \widehat{\Lambda}^{(j)} x \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2. 평균모형 $E(Y^{(1)})$ 과 $E(Y^{(2)})$ 의 최적화

$E(Y^{(1)})$ 과 $E(Y^{(2)})$ 를 Desirability 함수를 이용하여 최적화시킨다. 이 Desirability 함수는 Derringer-Suich (1980)의 함수를 이용한다.

(1) 망대특성의 경우

$$d = \begin{cases} 0, & \hat{Y} \leq A \\ \left(\frac{\hat{Y}-A}{B-A}\right)^s, & A \leq \hat{Y} \leq B \\ 1, & \hat{Y} \geq B \end{cases} \quad (4.4)$$

단, A 와 B 는 주어진 범위, s 는 power

(2) 망소특성의 경우

$$d = \begin{cases} 1, & \hat{Y} \leq A \\ \left(\frac{\hat{Y}-B}{A-B}\right)^s, & A \leq \hat{Y} \leq B \\ 0, & \hat{Y} \geq B \end{cases} \quad (4.5)$$

단, A 와 B 는 주어진 범위, s 는 power

(3) 망목특성의 경우

$$d = \begin{cases} \left(\frac{\hat{Y}-A}{C-A}\right)^s, & A \leq \hat{Y} \leq C \\ \left(\frac{\hat{Y}-B}{C-B}\right)^t, & C \leq \hat{Y} \leq B \\ 0, & \hat{Y} \leq A \text{ 또는 } \hat{Y} \geq B \end{cases} \quad (4.6)$$

단, C 는 목적값(fixed target value)이고 $A \leq C \leq B$

4.3 평균모형의 최적화와 신뢰구간

(1) 각 평균모형에 대한 희망구역을 설정한다.

예를 들어 $E(Y^{(1)})$ 의 경우 망대특성으로서 95이상이면 매우 만족하여 $d=1$ 이고 85 이하이면 매우 실망하여 $d=0$ 이며, 그 사이의 경우 식 (4.3)의 손실함수에 의하여 d 를 계산한다. $E(Y^{(2)})$ 역시 망목특성의 경우로서 40이 목적 값 이므로 40을 중심으로 30 과 50 사이에는 식 (4.6)에서 제시한 손실함수에 의하여 d 를 계산하고 그 이외 지역에서는 $d=0$ 을 대입한다.

(2) 실험구역에 대하여 세 구역으로 나눈 뒤(grid 사용) 각 점에 대한 평균모형의 예측 값과 그 예측 값에 대한 d_1 값을 계산하여 이 두 $d_1 d_2$ 의 기하평균인 $D = d_1^{1/2} d_2^{1/2}$ 를 최대로 하는 처리조합(생산조건)을 구한다. 이 처리조합이 평균모형에 대한 최적화이다.

반응변수가 r 인 경우는 다음과 같이 최적 점을 정의한다.

$$x^{(0)} = \max_x D, \quad \text{단 } D = (d_1 \cdot d_2 \cdots d_r)^{1/r} \tag{4.7}$$

(3) 위에서 구한 $x^{(0)} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{pmatrix}$ 를 근거로 $E(Y^{(1)})$ 과 $E(Y^{(2)})$ 의 최적 점에 대한 신뢰구간을 구해보자. $x^{(0)}$ 에서의 평균모형의 반응 값은 다음과 같다.

$$\hat{Y}_{x_0}^{(j)} = \begin{pmatrix} 1 & x_1^{(0)} & x_2^{(0)} & x_1^{(0)}x_2^{(0)} & x_1^2(0) & x_2^2(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0^{(j)} \\ \hat{\beta}_1^{(j)} \\ \hat{\beta}_2^{(j)} \\ \hat{\beta}_{12}^{(j)} \\ \hat{\beta}_{11}^{(j)} \\ \hat{\beta}_{22}^{(j)} \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

그리고 $Var(\hat{Y}_{x_0}^{(j)}) = x^{(0)'} Cov(\phi^{(j)}) x^{(0)}$. 여기서 $j=1$ 인 경우 $Cov(\phi^{(1)})$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\phi}^{(1)}) &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0] Cov(\hat{\beta}) [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]' \\ &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0] [U^{-1} \Delta^{-1} U]^{-1} [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0]' \end{aligned} \tag{4.9}$$

한편 Khuri and Cornell(1987, p260)의 결과로부터

$$\frac{\hat{Y}_{x_0}^{(j)} - E(\hat{Y}_{x_0}^{(j)})}{\sqrt{x^{(0)'} Cov(\hat{\phi}^{(j)}) x^{(0)}}} \sim N(0, 1) \tag{4.10}$$

이므로 최적 점에 대하여 아래와 같은 Bonferroni 신뢰구간을 구할 수 있다.

$$\hat{Y}_{x_0}^{(j)} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2g}} \sqrt{x_0' Cov(\hat{\phi}^{(j)}) x_0} \quad \text{단, } g=2, j=1, 2 \tag{4.11}$$

- (4) 평균모형에 대한 최적조건인 Bonferroni 신뢰구간내의 실험구역에서 분산모형을 최소화 하는 실험 점을 찾아 이 점을 분산모형이 최소화되면서 평균모형이 최적화되는 생산조건 으로 취급한다. 이때 분산모형이 $Var(Y^{(1)})$ 과 $Var(Y^{(2)})$ 이므로 이 두 모형을 최적화 시키는 방법으로 desirability 함수가 이용된다. 분산모형은 식 (4.3)에 의하여 구해진다.

5. 사례연구

(사례1) 교차실험을 이용한 실험결과 분석

Data

Y1: LARGER THE BETTER
 Y2: TARGET THE BEST; TARGET=40
 TAGUCHI DESIGN: CROSSED ARRAY

OBS	RUN	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2
1	1	-1	-1	-1	-1	92.599	52.2653
2	2	-1	-1	-1	1	87.475	37.6419
3	3	-1	-1	1	-1	91.821	60.5756
4	4	-1	-1	1	1	92.240	49.8260
5	5	-1	0	-1	-1	105.513	63.0620
6	6	-1	0	-1	1	95.049	51.9666
7	7	-1	0	1	-1	87.398	53.8867
8	8	-1	0	1	1	81.143	46.5171
9	9	-1	1	-1	-1	108.173	66.5991
10	10	-1	1	-1	1	106.665	61.7753
11	11	-1	1	1	-1	79.610	45.7687

12	12	-1	1	1	1	69.644	41.3717
13	13	0	-1	-1	-1	77.131	31.7908
14	14	0	-1	-1	1	85.196	29.4972
15	15	0	-1	1	-1	88.667	45.7851
16	16	0	-1	1	1	96.810	42.3146
17	17	0	0	-1	-1	90.459	48.0844
18	18	0	0	-1	1	88.755	46.8913
19	19	0	0	1	-1	86.794	36.1480
20	20	0	0	1	1	95.723	45.4961
21	21	0	1	-1	-1	93.924	52.0481
22	22	0	1	-1	1	98.413	55.7583
23	23	0	1	1	-1	85.309	35.9387
24	24	0	1	1	1	87.028	45.2979
25	25	1	-1	-1	-1	57.019	15.5104
26	26	1	-1	-1	1	63.066	22.9810
27	27	1	-1	1	-1	85.139	25.4144
28	28	1	-1	1	1	102.700	38.5522
29	29	1	0	-1	-1	69.628	31.1718
30	30	1	0	-1	1	90.804	43.7040
31	31	1	0	1	-1	82.830	25.8944
32	32	1	0	1	1	96.140	38.3244
33	33	1	1	-1	-1	81.307	39.9530
34	34	1	1	-1	1	94.134	52.4487
35	35	1	1	1	-1	79.138	19.6533
36	36	1	1	1	1	92.805	42.5760

분석결과

< Response Surface for Variable M1 >

Parameter	Degrees of Freedom	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	90.752429	0.000000684	1.327E8	0.0000
X1	1	-4.275798	0.000000375	-1.14E7	0.0000
X2	1	2.345274	0.000000375	6261173	0.0000
X1*X1	1	-2.349058	0.000000649	-3.62E6	0.0000
X2*X1	1	2.468890	0.000000459	5381685	0.0000
X2*X2	1	-1.852509	0.000000649	-2.86E6	0.0000

< Response Surface for Variable M2 >

Parameter	Degrees of Freedom	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	44.336176	0	.	.
X1	1	-9.794681	0	.	.
X2	1	4.459761	0	.	.
X1*X1	1	-0.110892	0	.	.
X2*X1	1	2.310442	0	.	.
X2*X2	1	-2.122941	0	.	.

< Desirability 함수를 이용한 M1 M2의 최적화 >

OBS	S1	S2	T2	D1	D2	D	X1	X2	M1	M2
1	1	1	1	0.45483	0.81181	0.60765	0.30	0.10000	89.5483	41.8819
2	1	1	1	0.45359	0.81368	0.60752	0.35	0.20000	89.5359	41.8632
3	1	1	1	0.46795	0.78870	0.60751	0.30	0.15000	89.6795	42.1130
4	1	1	1	0.46547	0.79211	0.60721	0.35	0.25000	89.6547	42.0789
5	1	1	1	0.44079	0.83631	0.60715	0.35	0.15000	89.4079	41.6369
6	1	1	1	0.44079	0.83599	0.60704	0.30	0.05000	89.4079	41.6401
7	1	1	1	0.46802	0.78729	0.60701	0.25	0.05000	89.6802	42.1271
8	1	1	1	0.45367	0.81194	0.60692	0.25	0.00000	89.5367	41.8806
9	1	1	1	0.48014	0.76665	0.60671	0.30	0.20000	89.8014	42.3335
10	1	1	1	0.44994	0.81753	0.60650	0.40	0.30000	89.4994	41.8247
11	1	1	1	0.48144	0.76369	0.60636	0.25	0.10000	89.8144	42.3631
12	1	1	1	0.43837	0.83861	0.60632	0.40	0.25000	89.3837	41.6139
13	1	1	1	0.47642	0.77161	0.60631	0.35	0.30000	89.7642	42.2839
14	1	1	1	0.46058	0.79751	0.60607	0.40	0.35000	89.6058	42.0249
15	1	1	1	0.42706	0.85999	0.60602	0.35	0.10000	89.2706	41.4001
16	1	1	1	0.43839	0.83766	0.60599	0.25	-0.05000	89.3839	41.6234
17	1	1	1	0.46567	0.78786	0.60571	0.20	-0.05000	89.6567	42.1214
18	1	1	1	0.42583	0.86122	0.60558	0.30	0.00000	89.2583	41.3878
19	1	1	1	0.42587	0.86076	0.60545	0.40	0.20000	89.2587	41.3924
20	1	1	1	0.49140	0.74567	0.60533	0.30	0.25000	89.9140	42.5433

< M1 과 M2 에 대한 Bonferroni 신뢰구간 >

LL1	1 row	1 col	(numeric)
			86.713789
UL1	1 row	1 col	(numeric)

92.382898

LL2	1 row	1 col	(numeric)
	39.743851		
UL2	1 row	1 col	(numeric)
	44.019851		

< Response Surface for Variable V1 >

Parameter	Degrees of Freedom	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	5.118356	0.000000446	1.149E7	0.0000
X1	1	20.334520	0.000000244	8.332E7	0.0000
X2	1	-0.753564	0.000000244	-3.09E6	0.0000
X1*X1	1	77.993243	0.000000423	1.845E8	0.0000
X2*X1	1	-118.353199	0.000000299	-3.96E8	0.0000
X2*X2	1	59.094247	0.000000423	1.398E8	0.0000

< Response Surface for Variable V2 >

Parameter	Degrees of Freedom	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	4.594329	0	.	.
X1	1	10.508375	0	.	.
X2	1	30.223183	0	.	.
X1*X1	1	31.891081	0	.	.
X2*X1	1	11.312934	0	.	.
X2*X2	1	54.926632	0	.	.

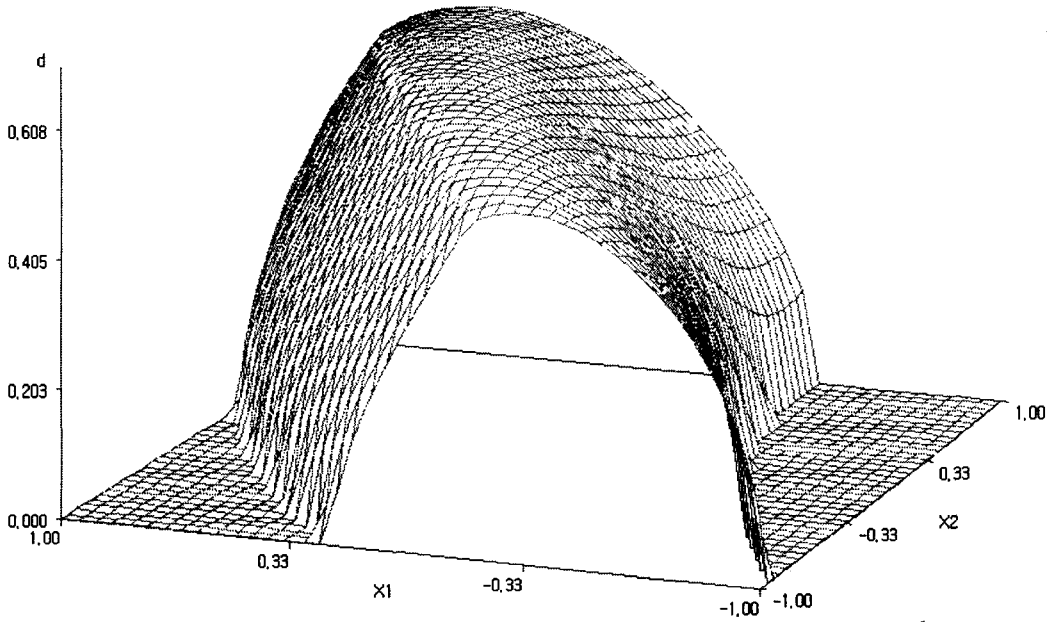
<Bonferroni 추정구간 범위내의 분산모형에 의한 최적화>

OBS	S1	S2	D1	D2	D	X1	X2
1	1	1	0.83726	0.99739	0.91382	-0.10000	-0.30000 **
2	1	1	0.84368	0.98619	0.91216	-0.05000	-0.20000
3	1	1	0.81392	0.99443	0.89966	-0.05000	-0.25000
4	1	1	0.82005	0.96289	0.88860	-0.15000	-0.40000
5	1	1	0.79930	0.98637	0.88792	-0.10000	-0.35000

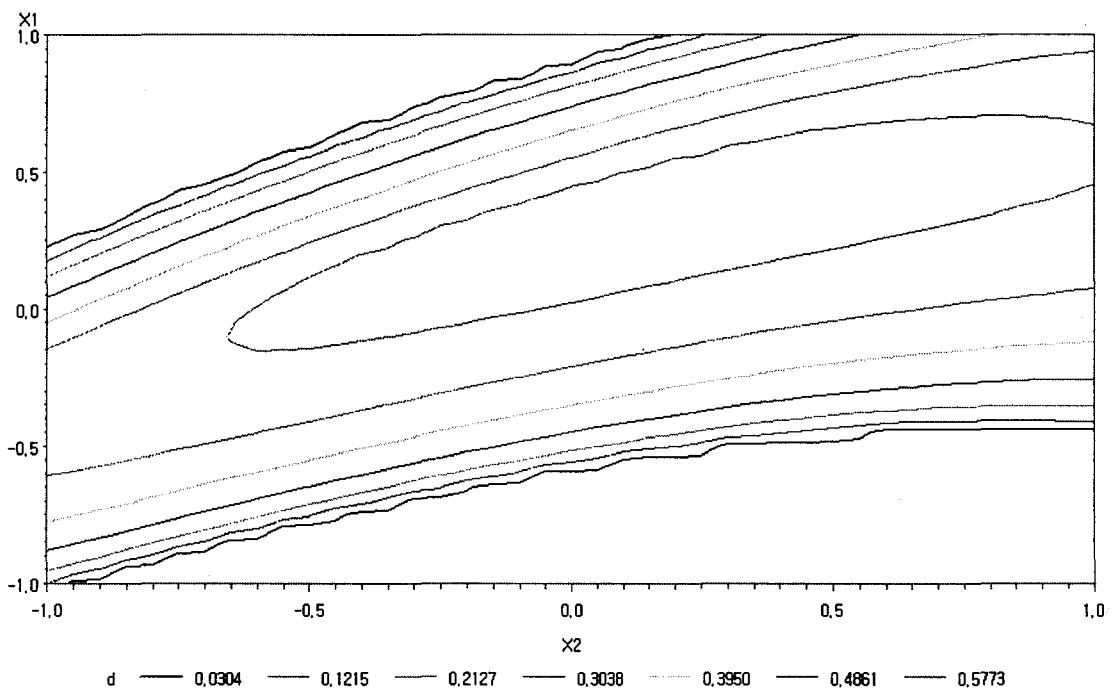
6	1	1	0.81775	0.95678	0.88454	0.00000	-0.15000
7	1	1	0.83932	0.92929	0.88316	0.00000	-0.10000
8	1	1	0.77595	0.99351	0.87802	-0.05000	-0.30000
9	1	1	0.78798	0.97511	0.87656	0.00000	-0.20000
10	1	1	0.75000	0.98429	0.85919	0.00000	-0.25000
11	1	1	0.75313	0.96620	0.85304	-0.10000	-0.40000
12	1	1	0.77389	0.93262	0.84956	-0.15000	-0.45000
13	1	1	0.78922	0.91100	0.84793	0.05000	-0.10000
14	1	1	0.72977	0.98343	0.84716	-0.05000	-0.35000
15	1	1	0.75943	0.93943	0.84465	0.05000	-0.15000
16	1	1	0.81080	0.87342	0.84153	0.05000	-0.05000
17	1	1	0.79205	0.88268	0.83614	-0.20000	-0.50000
18	1	1	0.70381	0.98431	0.83232	0.00000	-0.30000
19	1	1	0.72144	0.95871	0.83166	0.05000	-0.20000
20	1	1	0.82416	0.82668	0.82542	0.05000	0.00000

OBS	M1	M2	V1	V2	SD1	SD2
1	90.3603	43.8549	5.8588	0.07823	2.42049	0.27970
2	90.4419	43.8719	5.6276	0.41420	2.37225	0.64358
3	90.2891	43.6069	6.6990	0.16717	2.58824	0.40886
4	90.2546	43.8179	6.4783	1.11339	2.54526	1.05517
5	90.1952	43.5744	7.2253	0.40875	2.68799	0.63934
6	90.3590	43.6194	6.5610	1.29670	2.56145	1.13873
7	90.4994	43.8690	5.7847	2.12128	2.40513	1.45646
8	90.1271	43.3313	8.0659	0.19477	2.84005	0.44133
9	90.2093	43.3593	7.6328	0.74676	2.76276	0.86415
10	90.0503	43.0886	9.0001	0.47145	3.00002	0.68662
11	90.0208	43.2834	8.8872	1.01391	2.98114	1.00693
12	90.0771	43.5220	8.1399	2.02146	2.85305	1.42178
13	90.2674	43.3674	7.5881	2.66986	2.75466	1.63397
14	89.9558	43.0451	9.7282	0.49701	3.11901	0.70499
15	90.1208	43.1121	8.6604	1.81700	2.94285	1.34796
16	90.4047	43.6121	6.8114	3.79735	2.60986	1.94868
17	90.1248	43.7611	7.4862	3.51966	2.73609	1.87607
18	89.8821	42.8072	10.6629	0.47077	3.26541	0.68613
19	89.9649	42.8462	10.0281	1.23877	3.16671	1.11300
20	90.5328	43.8462	6.3301	5.19948	2.51596	2.28024

3-Dimensional Plots



Contours



(사례2) 중심 합성계획에 의하여 실험한 결과 분석

Data

Y1: LARGER THE BETTER
 Y2: TARGET THE BEST; TARGET=40

RSM DESIGN: COMBINED ARRAY

OBS	RUN	X1	X2	Z1	Z2	Y1	Y2
1	1	-1	-1	-1	1	86.599	38.2653
2	2	-1	-1	1	-1	89.475	63.6419
3	3	-1	-1	-1	-1	95.821	48.5756
4	4	-1	-1	1	1	92.240	49.8260
5	5	-1	1	-1	-1	109.513	69.0620
6	6	-1	1	1	1	71.049	41.9666
7	7	-1	1	-1	1	101.398	57.8867
8	8	-1	1	1	-1	79.143	46.5171
9	9	1	-1	-1	-1	60.173	14.5991
10	10	1	-1	1	1	102.665	37.7753
11	11	1	-1	-1	1	73.610	23.7687
12	12	1	-1	1	-1	79.644	27.3717
13	13	1	1	-1	1	92.131	54.7908
14	14	1	1	1	-1	82.196	16.4972
15	15	1	1	-1	-1	79.667	38.7851
16	16	1	1	1	1	97.810	35.3146
17	17	-2	0	0	0	91.459	63.0844
18	18	2	0	0	0	69.755	19.8913
19	19	0	-2	0	0	81.794	23.1480
20	20	0	2	0	0	94.723	46.4961
21	21	0	0	0	0	87.924	43.0481
22	22	0	0	0	0	88.413	40.7583
23	23	0	0	0	0	93.309	46.9387
24	24	0	0	0	0	91.028	50.2979

분석결과

< Response Surface for Variable M1 >

Parameter	Degrees	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0:	
	of Freedom			Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	90.015321	0.000000619	1.454E8	0.0000
X1	1	-4.197972	0.000000310	-1.36E7	0.0000
X2	1	2.439019	0.000000310	7878265	0.0000
X1*X1	1	-2.390369	0.000000328	-7.28E6	0.0000
X2*X1	1	2.421492	0.000000379	6386353	0.0000
X2*X2	1	-0.477492	0.000000328	-1.45E6	0.0000

< Response Surface for Variable M2 >

Parameter	Degrees	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0:	
	of Freedom			Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	45.149010	0.000000101	4.468E8	0.0000
X1	1	-10.551040	5.0522283E-8	-2.09E8	0.0000
X2	1	4.320529	5.0522283E-8	8.552E7	0.0000
X1*X1	1	-0.943224	5.3586973E-8	-1.76E7	0.0000
X2*X1	1	1.671833	6.1876906E-8	2.702E7	0.0000
X2*X2	1	-2.609677	5.3586973E-8	-4.87E7	0.0000

< Desirability 함수를 이용한 M1 M2의 최적화 >

OBS	S1	S2	T2	D1	D2	D	X1	X2	M1	M2
1	1	1	1	0.48122	0.93101	0.66934	0.65	1.00	89.8122	40.6899
2	1	1	1	0.45620	0.98178	0.66925	0.70	1.00	89.5620	40.1822
3	1	1	1	0.50504	0.88072	0.66694	0.60	1.00	90.0504	41.1928
4	1	1	1	0.52767	0.83090	0.66215	0.55	1.00	90.2767	41.6910
5	1	1	1	0.46581	0.93261	0.65910	0.65	0.95	89.6581	40.6739
6	1	1	1	0.44019	0.98379	0.65807	0.70	0.95	89.4019	40.1621
7	1	1	1	0.49024	0.88190	0.65753	0.60	0.95	89.9024	41.1810
8	1	1	1	0.54910	0.78155	0.65510	0.50	1.00	90.4910	42.1845
9	1	1	1	0.51347	0.83166	0.65348	0.55	0.95	90.1347	41.6834
10	1	1	1	0.45016	0.93550	0.64894	0.65	0.90	89.5016	40.6450

11	1	1	1	0.47520	0.88437	0.64827	0.60	0.90	89.7520	41.1563
12	1	1	1	0.53551	0.78189	0.64708	0.50	0.95	90.3551	42.1811
13	1	1	1	0.42393	0.98710	0.64689	0.70	0.90	89.2393	40.1290
14	1	1	1	0.56934	0.73268	0.64587	0.45	1.00	90.6934	42.6732
15	1	1	1	0.49903	0.83372	0.64502	0.55	0.90	89.9903	41.6628
16	1	1	1	0.42999	0.96699	0.64482	0.75	1.00	89.2999	39.6699
17	1	1	1	0.52168	0.78354	0.63934	0.50	0.90	90.2168	42.1646
18	1	1	1	0.45991	0.88816	0.63912	0.60	0.85	89.5991	41.1184
19	1	1	1	0.43428	0.93970	0.63882	0.65	0.85	89.3428	40.6030
20	1	1	1	0.55635	0.73260	0.63842	0.45	0.95	90.5635	42.6740

<M1 과 M2 에 대한 신뢰구간>

LL1	1 row	1 col	(numeric)
	85.27451		
UL1	1 row	1 col	(numeric)
	94.349899		
LL2	1 row	1 col	(numeric)
	36.678096		
UL2	1 row	1 col	(numeric)
	44.701636		

< Response Surface for Variable V1 >

Parameter	Degrees		Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob > T
	of Freedom					
INTERCEPT	1		6.934346	0.000001104	6283073	0.0000
X1	1		24.195697	0.000000552	4.385E7	0.0000
X2	1		-2.254883	0.000000552	-4.09E6	0.0000
X1*X1	1		84.241271	0.000000585	1.439E8	0.0000
X2*X1	1		-104.969691	0.000000676	-1.55E8	0.0000
X2*X2	1		40.605497	0.000000585	6.938E7	0.0000

< Response Surface for Variable V2 >

Parameter	Degrees		Parameter Estimate	Standard Error	T for H0:
	of Freedom				

Parameter	Freedom	Estimate	Error	Parameter=0	Prob > T
INTERCEPT	1	3.636713	0	.	.
X1	1	11.368381	0	.	.
X2	1	30.691174	0	.	.
X1*X1	1	34.736840	0	.	.
X2*X1	1	20.699551	0	.	.
X2*X2	1	71.944463	0	.	.

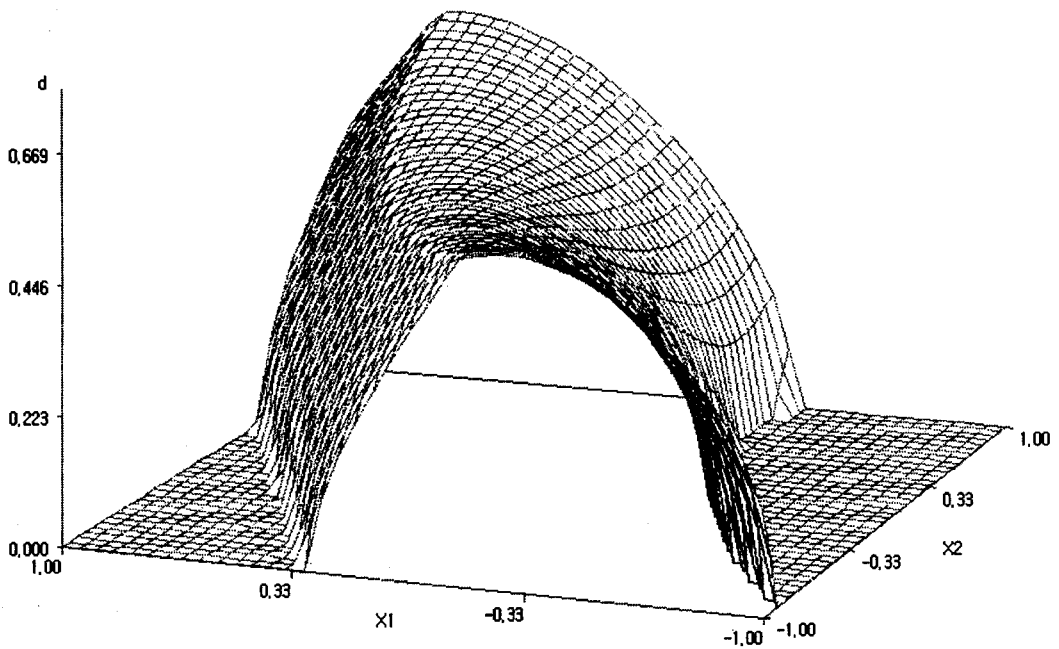
<추정구간 범위내의 분산모형에 의한 최적화>

OBS	S1	S2	D1	D2	D	X1	X2
1	1	1	0.78543	0.99208	0.88273	-0.05000	-0.25000 **
2	1	1	0.78984	0.95710	0.86945	0.00000	-0.10000
3	1	1	0.77261	0.97827	0.86938	0.00000	-0.15000
4	1	1	0.79315	0.94523	0.86586	-0.10000	-0.35000
5	1	1	0.74973	0.98746	0.86043	0.00000	-0.20000
6	1	1	0.75857	0.97556	0.86025	-0.05000	-0.30000
7	1	1	0.82497	0.89368	0.85864	-0.15000	-0.40000
8	1	1	0.72122	0.98465	0.84271	0.00000	-0.25000
9	1	1	0.73580	0.93871	0.83108	0.05000	-0.10000
10	1	1	0.76230	0.90300	0.82967	-0.10000	-0.40000
11	1	1	0.72607	0.94704	0.82923	-0.05000	-0.35000
12	1	1	0.71128	0.96161	0.82703	0.05000	-0.15000
13	1	1	0.75468	0.90382	0.82589	0.05000	-0.05000
14	1	1	0.79577	0.83773	0.81648	-0.15000	-0.45000
15	1	1	0.68707	0.96985	0.81631	0.00000	-0.30000
16	1	1	0.68112	0.97252	0.81388	0.05000	-0.20000
17	1	1	0.76792	0.85693	0.81121	0.05000	0.00000
18	1	1	0.64532	0.97143	0.79176	0.05000	-0.25000
19	1	1	0.68793	0.90654	0.78971	-0.05000	-0.40000
20	1	1	0.82648	0.75123	0.78796	-0.20000	-0.50000

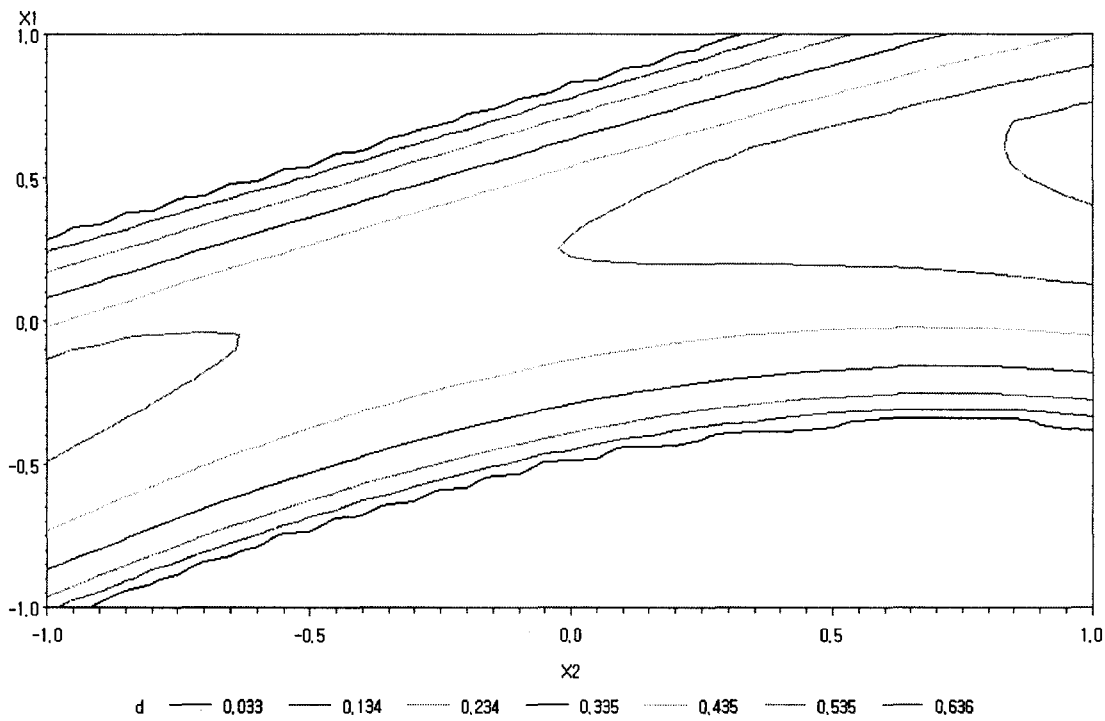
OBS	M1	M2	V1	V2	SD1	SD2
1	89.6099	44.4519	7.7246	0.23762	2.77932	0.48746
2	89.7666	44.6909	7.5659	1.28704	2.75062	1.13448
3	89.6387	44.4422	8.1862	0.65179	2.86115	0.80733
4	89.5838	44.4213	7.4466	1.64301	2.72885	1.28180
5	89.5084	44.1805	9.0095	0.37626	3.00159	0.61340
6	89.4809	44.1683	8.6916	0.73328	2.94815	0.85632

7	89.6845	44.6650	6.3011	3.18965	2.51019	1.78596
8	89.3757	43.9058	10.0359	0.46045	3.16795	0.67856
9	89.5387	44.1526	9.5111	1.83880	3.08401	1.35603
10	89.4561	44.1158	8.5572	2.90987	2.92527	1.70583
11	89.3495	43.8716	9.8616	1.58866	3.14031	1.26042
12	89.4047	43.8998	10.3939	1.15180	3.22395	1.07322
13	89.6702	44.3924	8.8314	2.88553	2.97177	1.69868
14	89.5604	44.3506	7.3523	4.86798	2.71151	2.20635
15	89.2406	43.6180	11.2653	0.90436	3.35638	0.95098
16	89.2683	43.6339	11.4796	0.82452	3.38816	0.90803
17	89.7994	44.6191	8.3547	4.29197	2.89046	2.07171
18	89.1296	43.3550	12.7684	0.85697	3.57329	0.92572
19	89.2157	43.5619	11.2346	2.80377	3.35181	1.67445
20	89.6626	44.5760	6.2467	7.46299	2.49934	2.73185

3-Dimensional Plots



Contours



참고문헌

- [1] Conlon, M.(1985), "Controlled Random Search Procedure for Function Minimization", *Technical Report No. 236*, Dept. of Statistics, Univ. of Florida, Gainesville, FL 32611.
- [2] Derringer, D. and Suich, R.(1980), "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", *Journal of Quality Technology*, Vol 12, No. 4.
- [3] Harrington, E. C.(1965), "The Desirability Function", *Industrial Quality Control*, 21, 494-498.
- [4] Kuri, A. I. and Colon, M.(1981), "Simultaneous Optimization of Multiple Response Represented by Polynomial Regression Functions", *Technometrics*, 23, 363-375.
- [5] Kuri, A. I. and Cornell, J. A.(1987), *Response Surface*. Marcal Dekker
- [6] Montgomery, D. C.(1997), *Design and Analysis of Experiments*, 4th ed. John Wiley & Sons
- [7] Myer, R. H. and Carter, W .H.(1973), *Response Surface Methodology*. John Wiley & Sons
- [8] Myer, R. H. and Montgomery, D. C.(1995), *Response Surface Technique for dual Response Systems*, *Technometrics* Vol. 15 301-317
- [9] Price, W. L. (1977), "A Controlled Random Search Procedure for Global Optimization", *The Computer Journal*, 20, 367-370.
- [10] Taguchi, G. (1987), *System of Experimental Design*, Vol. 1-2, UNIPUB.
- [11] Vining, G.G and Myer, R. H.(1990), *Combining Taguch and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach*. *Journal of Quality Technology*. Vol. 22, 38-45