J. Biomed. Eng. Res.
Vol. 25, No. 4, 301-307, 2004

보행 중 하지 관절의 역동역학 해석

송성재

원주대학 동력기계과
(2004년 6월 21일 접수, 2004년 8월 7일 채택)

An Inverse Dynamic Analysis of Lower Limbs During Gait

S.J. Song

Department of Mechanical Engineering for Power, Wonju National College
(Received June 21, 2004. Accepted August 7, 2004)

요 약 : 보행 중 각 관절의 모멘트를 계산하기 위한 역동역학 모델을 개발하였다. 모델은 1개의 상체와 3개의 체절로 하지를 구성하였고 3개의 병진 조인트와 12개의 회전조인트로 각 체절을 연결하고 뉴턴-오일러 방법으로 역동역학 해를 구하였다. 입력자료로서의 기구학적 자료는 3차원 동작분석 시스템에서 추출하였고 외력으로서 지면 반발력은 동기화한 힘측정판에서 구했다. 개발된 모델을 이용하여 비대칭 모델이나 질량중심의 이동을 포함한 해석 등 다양한 인체운동 해석이 가능하다.

Abstract : An inverse dynamic model of lower limbs is presented to calculate joint moments during gait. The model is composed of 4 segments with 3 translational joints and 12 revolute joints. The inverse dynamic method is based on Newton-Euler formalism. Kinematic data are obtained from 3 dimensional trajectories of markers collected by a motion analysis system. External forces applied on the foot are measured synchronously using force plate. The use of developed model makes it possible to calculate joint moments for variation of parameters.
Key words : Inverse dynamic model, Motion analysis system, Gait

서 론

인간의 동작에 요구되는 각 관절의 힘이나 모멘트는 동작분석, 스포츠 과학, 물리치료나 보조기 설계 등의 여러 분야에서 필요한 물리량이다. 그러나 이런 물리량은 동작 중에 직접 측정하기 곤란하므로 일반적으로 역동역학 기법을 사용하게 된다. 역동역학 기법은 주어진 동작에 관한 기구학적 자료를 기초로 그 동작에 필요한 힘이나 모멘트를 계산한다.

인간의 동작에 관한 많은 기구학 및 동역학 해석 연구가 진행되어 왔다[1-6]. 이 연구들은 인체를 여러 개의 체절(segment)로 모델링하고 각 체절간의 상대운동이 허락되는 관절 부위를 조인트(joint)로 모델링 하였다. 그리고 뉴턴-오일러(Newton-Euler) 방법을 이용하여 운동방정식을 구성하였다. 이외에도 다양한 분야의 연구들에 힘입어 3차원 동작분석 시스템이 개발되어 최근에 국내에도 3차원 동작분석 시스템이 보급되고 있다.

본 연구는 과학기술부 • 한국과학재단 지정 연세대학교 의용계측 및 재활공학 연구센터의 지원에 의한 것임.
통신저자 : 송성재, (220-711)강원도 원주시 홍업면 원주대학 동력기계과
Tel. (033)760-8413, Fax. (033)760-8410
E-mail. sjsong@sky.wonju.ac.kr

이러한 3차원 동작분석 시스템을 사용하여 보행 등의 동작분석 실험을 수행하면 시스템에서 제공하는 소프트웨어를 이용하여 동작의 기구학적 자료뿐만 아니라 관절에 작용하는 힘과 모멘트 등의 동역학적 자료도 쉽게 얻을 수 있다. 그러나 기본적으로 제공되는 분석 소프트웨어는 인체를 대칭 모델을 가정하였고 각 체절의 질량, 질량중심, 관성모멘트 등은 인체 측정에 기초한 비례값[7]을 사용하므로 비대칭 모델이나 질량중심 및 관성모멘트 등의 변화가 있는 경우에는 한계를 가질 수 있다.

이에 따라 본 연구에서는 다양한 경우에 대하여 관절에 작용하는 힘이나 모멘트를 계산할 수 있도록 인체 하지에 관한 역동역학 모델을 구축하였다. 역동역학 해석에 필요한 기구학적 자료는 3차원 동작분석 시스템에서 추출하였고 외력으로서의 지면 반발력은 동기화한 힘측정판(force plate)에서 얻었다. 대칭 모델과 비대칭 모델에 관한 보행실험을 각각 수행하여 3차원 동작분석 시스템의 결과와 개발된 모델의 결과를 비교 검토하였다. 또한 관절모멘트에 영향을 미치는 인자들을 검토하였다.

실 험

본 연구를 위하여 두 종류의 3차원 동작분석 실험을 수행하였다. 첫째는 대칭모델에 대하여 실험하였고 둘째는

좌측 정강이에 4kg의 질량을 부가한 비대칭 모델에 대하여 실험하였다. 피실험자는 신경학적 또는 근골격계 병력이 없는 여자 어린이(나이: 11세, 키: 148cm, 체중: 50.7kg)를 선정하였다. 실험 전에 피실험자에게 실험방법에 대하여 충분히 설명하였고 피실험자가 보행연습을 실시한 후 측정하였다. 그림 1은 대칭모델을 위한 반사마커 부착 사진이며, 그림 2에는 비대칭 모델을 위한 부가 질량을 보여주고 있다.

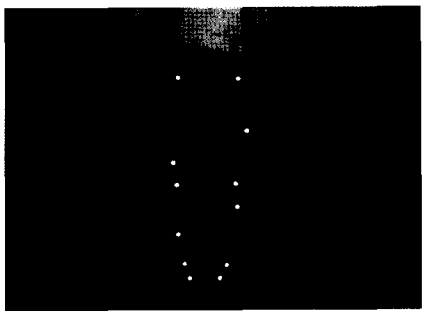

그림 1. 대칭모델을 위한 마커 부착
Fig. 1. Marker attachment for the symmetric model

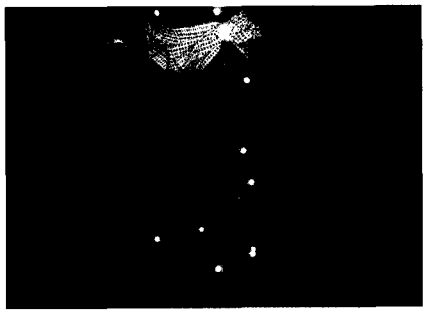

그림 2. 비대칭 모델을 위한 부가 질량과 마커 부착
Fig. 2. Additive mass and marker attachment for the asymmetric model

각 체절의 변위를 측정하기 위하여 피실험자의 해부학적 위치에 총 16개의 반사마커를 부착하고[8] 6대의 적외선 카메라(120Hz)를 사용하는 3차원 동작분석 시스템(VICON, Vicon Motion Systems Limited, UK)을 이용하였다. 피실험자가 편안하게 서 있는 정지상태에서 약 3초간 측정하고, 힘측정판(1080Hz)이 설치된 측정 구역을 보행하면서 모든 반사마커의 위치를 시간에 따라 측정하였고, 힘측정판을 동기화하여 지면 반발력을 측정하였다. 카메라의 측정 가능 공간은 횡방향 3m, 전진방향 5m, 높이 2m이고 이 측정 공간에서 반사마커의 해상도 오차는 1.5mm 이하이다.

역동역학 모델

1. 모델링

인체에 관한 기구학적 모델은 4개의 체절로 구성하였다. 그림 3에 도시한 바와 같이 먼저 상체(upper body)는 머리부터 골반까지를 하나의 체절로 표현한 것이다. 그리고 좌측 하지에 관한 대퇴부(thigh), 정강이(shank), 발(foot)을 각각 하나의 체절로 표시하였다.

절대좌표계 {G}는 실험실에 고정된 기준 좌표계이며 X축은 전진방향(anterior), Y축은 횡방향(lateral), Z축은 윗방향(superior)을 가리킨다.

절대좌표계 {G}에 대하여 보행에 따른 전진이동을 표현하기 위하여 절대좌표계와 상체를 서로 직교하는 3방향의 병진조인트로 연결하였다. 연결 순서는 횡방향(Y)→전진방향(X)→윗방향(Z)이다. 상체의 기울어짐을 표현하기 위하여 서로 직교하는 3방향의 회전조인트로 연결하였다. 연결 순서는 굴곡/신전(flexion/extension)→내전/외전(adduction/abduction)→내회전/외회전(internal rotation/external rotation)이다. 상체와 대퇴부 사이의 엉덩관절, 대퇴부와 정강이 사이의 무릎관절, 정강이와 발 사이의 발목관절도 서로 직교하는 3방향의 회전조인트로 연결하였고 상체와 같은 연결 순서를 갖도록 하였다.

이러한 기구학적 모델은 역동역학 해를 구하는 식을 점화식의 형태로 만들어 프로그램을 용이하게 하기 위하여 하나의 조인트에 하나의 질량이 대응하는 개방 연쇄(open chain) 구조로 보았다. 즉, 절대좌표계의 중심으로부터 횡방향(Y)의 병진조인트(J_1) 끝에 질량이 없는 질점(m_1)을 가정한다. 이 질점(m_1)과 다음 질점(m_2)을 전진방향(X)의 병진조인트(J_2)로 연결한다. 이런 방식으로 차례로 번호를 부여하여 발까지 표현하면 질량 m_i 의 운동이 조인트 J_i 에 의하여 결정된다. 따라서 조인트 J_1, J_2, J_3은 병진 조인트이고 J_4 ~ J_{15}는 회전 조인트이다. 또한 질량을 갖는 4개의 체절은 각각 상체가 m_6, 대퇴부가 m_9, 정강이가 m_{12}, 발은 m_{15}가 된다. 그림 4는 이에 대한 개략도이다.

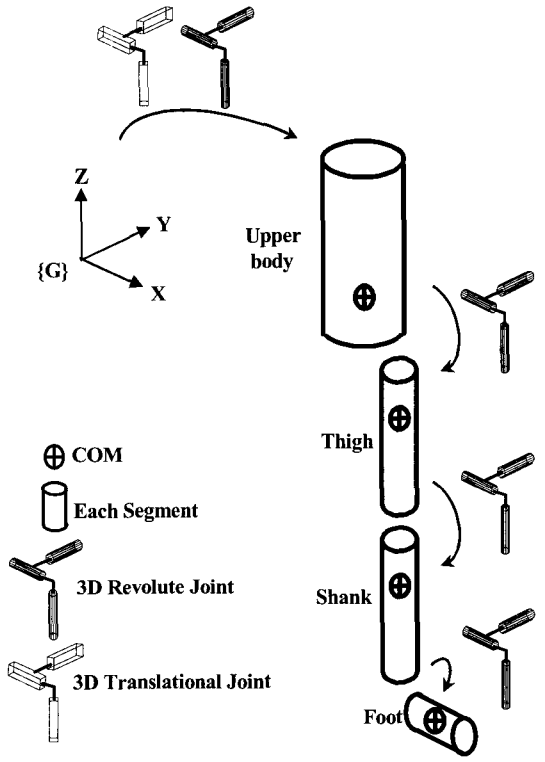

그림 3. 해부학적 하지 모델
Fig. 3. Anatomic skeleton model

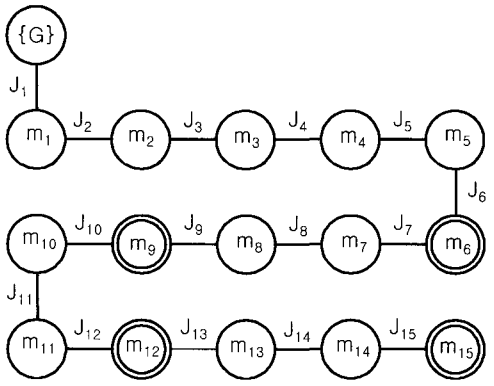

그림 4. 동역학적 해석을 위한 개방연쇄 구조
Fig. 4. Open chain structure for dynamic analysis

2. 기구학 해석

역동역학 해를 구하기 위한 중요한 기구학적 자료 중에서 관절의 변위는 3차원 동작분석 시스템에서 얻는다. 3차원 동작분석 시스템에서는 피실험자에게 부착한 반사마커의 위치를 이용하여 매 샘플링 시각에서 각 체절에 고정된 체절좌표계(segmental coordinate)의 위치와 방향을 절대좌표계에 대하여 제공한다. 이 자료를 이용하면 두 체절좌표계 사이의 3방향 회전각을 다음과 같이 구할 수 있다.

그림 5에서 두 인접한 체절 사이의 회전행렬을 구하는 과정을 보였다. 좌표계{I}에 대한 좌표계{J}로의 회전행렬(3×3)을 ${}^{I}_{J}R$ 로 표현하기로 한다. 동작분석 시스템에서 얻을 수 있는 두 체절의 절대좌표계에 대한 회전행렬은 ${}^{G}_{I}R$ 와 ${}^{G}_{J}R$ 이다. 이로부터 두 체절좌표계 사이의 회전행렬은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&{}^{G}_{J}R = {}^{G}_{I}R \times {}^{I}_{J}R \\
&{}^{I}_{J}R = ({}^{G}_{I}R)^{-1} \times {}^{G}_{J}R = ({}^{G}_{I}R)^{T} \times {}^{G}_{J}R
\end{aligned} \tag{1}
$$

여기서 $(\ )^{-1}$ 은 역행렬, $(\ )^{T}$ 는 전치행렬을 의미한다.

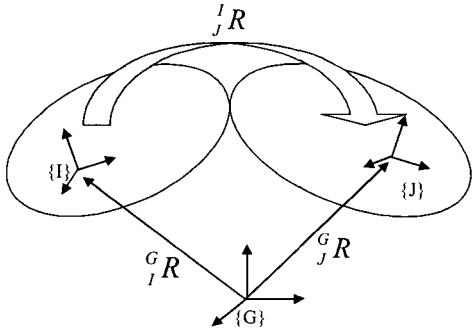

그림 5. 인접한 두 체절 사이의 회전행렬
Fig. 5. Rotation matrix between two adjacent segments

식(1)에서 회전행렬은 직교행렬이므로 역행렬과 전치행렬이 일치한다. 인접한 두 체절 사이는 (굴곡/신전)→(내전/외전)→(내회전/외회전)의 순서로 회전 조인트를 연결하였으므로 식(1)에서 구한 회전행렬 ${}^{I}_{J}R$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$
{}^{I}_{J}R = Rot(\hat{y}, \theta_1) \cdot Rot(\hat{x}, \theta_2) \cdot Rot(\hat{z}, \theta_3)
$$

$$
\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_1 & 0 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & s_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} c_1c_3 + s_1s_2s_3 & -c_1s_3 + s_1s_2c_3 & s_1c_2 \\ c_2s_3 & c_2c_3 & -s_2 \\ -s_1c_3 + c_1s_2s_3 & s_1s_3 + c_1s_2c_3 & c_1c_2 \end{bmatrix} \tag{2}
$$

여기서, $c_i = \cos\theta_i$, $s_i = \sin\theta_i$

위의 식에서 $\hat{y}$ 는 (굴곡/신전)의 축방향 벡터, $\hat{x}$ 는 (내전/외전)의 축방향 벡터, $\hat{z}$ 는 (내회전/외회전)의 축방향 벡터를 의미한다. 식(2)에서 3방향 회전변위를 다음과 같이 결정한다.

$$
\begin{aligned}
&\text{(굴곡/신전) 변위} \quad : \quad \theta_1 = \arctan\left(\frac{r_{13}}{r_{33}}\right) \\
&\text{(내전/외전) 변위} \quad : \quad \theta_2 = \arctan\left(\frac{-r_{23}}{\sqrt{r_{21}^2 + r_{22}^2}}\right) \\
&\text{(내회전/외회전) 변위} : \quad \theta_3 = \arctan\left(\frac{r_{21}}{r_{22}}\right)
\end{aligned} \tag{3}
$$

식(3)으로 매 샘플링 시각에 대하여 얻어진 관절 변위는 차단주파수를 6Hz로 하는 5차 Woltring 필터[9]로 처리하고 이로부터 관절의 속도와 가속도를 구하였다.

3. 역동역학 해석

절대좌표계에서 발까지 개방 연쇄로 구성한 모델에 대한 역동역학 해는 로봇공학 분야에서 이미 많은 연구가 있었다[10-13]. 본 연구에서는 가장 효율적인 방법 중의 하나로 알려진 재귀적 뉴턴-오일러(recursive Newton-Euler) 방법을 사용하였다. 결과식은 부록에 수록하였다. 그리고 필요한 체절의 물성치는 Winter[7]을 이용하였다.

결과 및 고찰

여기서는 대칭모델과 비대칭모델에 대한 3차원 동작분석 시스템에서 얻은 관절모멘트와 본 연구에서 개발한 모델에서 구한 관절모멘트를 비교하여 개발된 모델의 타당성을 검토하고 개발된 모델을 이용하여 각 체절의 질량, 관성모멘트, 질량중심, 길이 등의 변화가 관절모멘트에 미치는 영향을 고찰하였다.

1. 대칭모델과 비대칭모델

그림 6 ~ 그림 8은 대칭모델에 대한 3차원 동작분석 시스템에서 출력된 엉덩관절, 무릎관절, 발목관절의 굴곡/신전 모멘트 결과와 본 연구에서 개발한 모델에서 구한 결과를 비교한 것으로 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

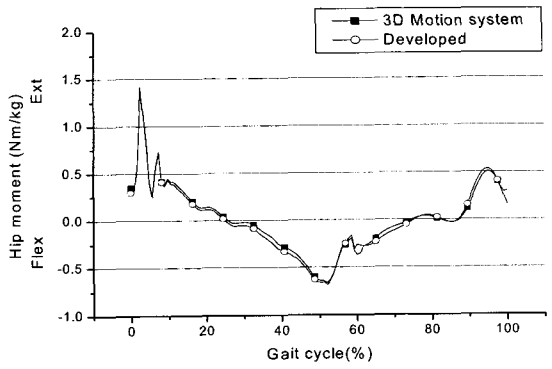

그림 6. 대칭모델의 좌측 엉덩관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 6. Left hip moment in flexion/extension for the symmetric model

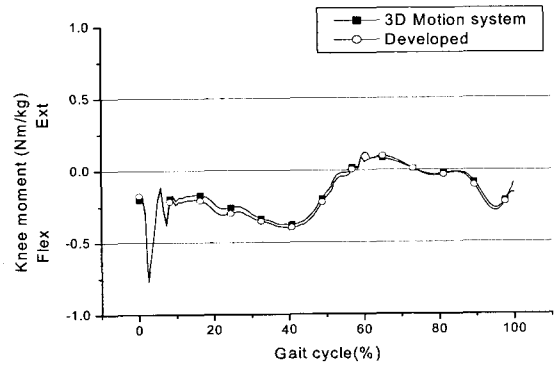

그림 7. 대칭모델의 좌측 무릎관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 7. Left knee moment in flexion/extension for the symmetric model

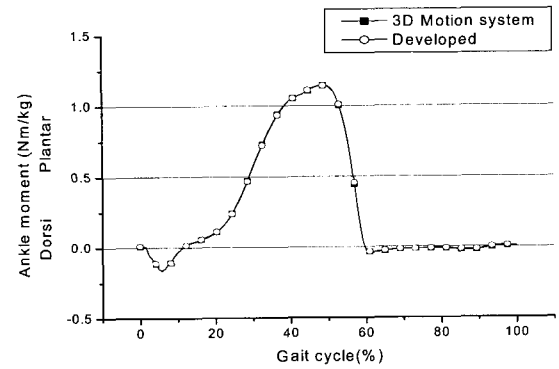

그림 8. 대칭모델의 좌측 발목관절 배굴/저굴 모멘트
Fig. 8. Left ankle moment in dorsiflexion/plantarflexion for the symmetric model

4kg의 질량을 좌측 정강이에 부가한 비대칭 보행에 대한 3차원 동작분석 시스템에서 제공하는 결과와 본 연구에서 개발한 모델에서 구한 결과를 (굴곡/신전)에 대하여 비교하였다. 3차원 동작분석 시스템은 대칭 모델만을 다룰 수 있으므로 좌측 정강이에 부가된 4kg의 질량을 각 체절에 분배된 것으로 간주하고 관절모멘트를 구할 것으로 생각된다. 그림 9와 그림 10의 엉덩관절과 무릎관절의 모멘트를 살펴보면 두 가지 특징을 관찰할 수 있다. 첫째는 보행주기가 60%를 넘어서는 유각기 구간에서 개발된 모델에서 큰 모멘트 값이 관찰되는데 이것은 개발된 모델은 체절의 질량을 각각 입력할 수 있어서 정강이에 집중된 부가질량의 효과가 유각기에 크게 나타나는 것으로 사료된다. 보행주기의 60% 이내인 입각기에는 지면 반발력이 모멘트를 계산하는데 큰 영향을 미치는 요소이므로 부가질량의 효과가 크게 나타나지 않았다. 무릎관절에서는 개발된 모델이 조금 더 큰 모멘트를 나타내고 엉덩관절에서는 개발된 모델이 조금 적은 모멘트를 나타내는데 이것도 역시 정강이에 부가 질량이 집중된 것을 고려한 결과라고 사료된다. 그림 11의 발목관절 굴곡/신전 모멘트에 대해서는 거의 차이가 나타나지 않는데 이것은 발목관절이 정강이보다 말단부에 위치하므로 부가 질량의 영향이 나타나지 않은 것으로 사료된다. 그림 12는 우측 무릎관절의 굴곡/신전 모멘트이다. 이때는 좌측의 경우와 달리 부가 질량이 없으므로 유각기에 차이가 나타나지 않았다.

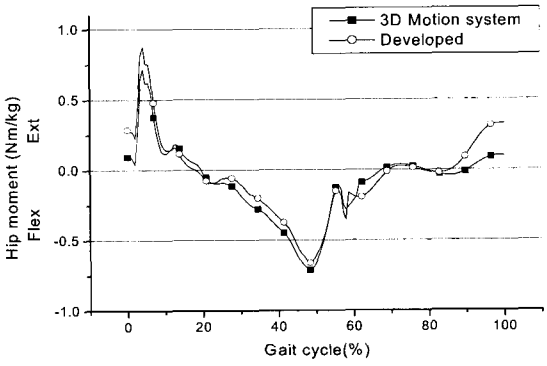

그림 9. 비대칭모델의 좌측 엉덩관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 9. Left hip moment in flexion/extension for the asymmetric model

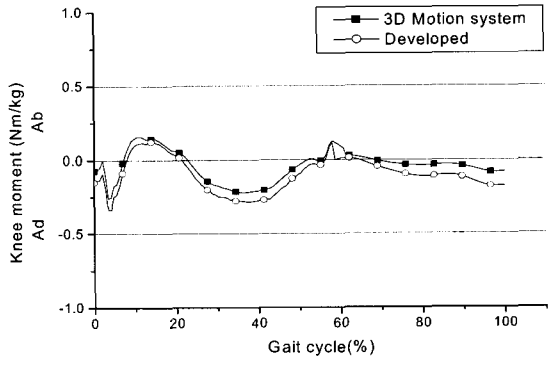

그림 10. 비대칭모델의 좌측 무릎관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 10. Left knee moment in flexion/extension for the asymmetric model

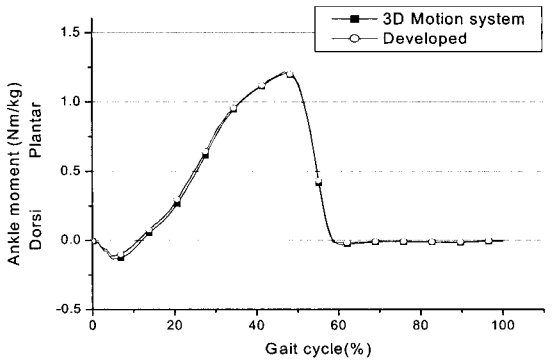

그림 11. 비대칭모델의 좌측 발목관절 배굴/저굴 모멘트
Fig. 11. Left ankle moment in dorsiflexion/plantarflexion for the asymmetric model

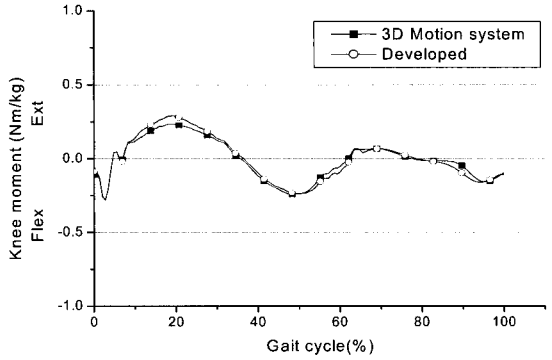

그림 12. 비대칭모델의 우측 무릎관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 12. Right knee moment in flexion/extension for the asymmetric model

2. 질량과 관성모멘트의 영향

앞 절에서 대칭모델의 해석에 사용한 것과 같은 관절운동과 지면 반발력을 입력으로 질량과 관성모멘트가 관련된 세 가지 경우를 분석하였다. 첫째로 관성모멘트가 관절모멘트에 미치는 영향을 검토하였고, 둘째로 체절의 질량 변화가 관절모멘트에 미치는 영향을 검토하였고, 셋째로 질량 중심의 위치 변화가 관절모멘트에 미치는 영향을 검토하였다.

첫째로 체절의 관성모멘트를 고려한 경우와 관성모멘트를 무시하고 질점으로 간주한 경우의 관절모멘트를 비교한 결과 그 값이 서로 일치하였다. 그 이유는 보행과 같은 저속의 운동에서는 관성모멘트의 영향이 거의 나타나지 않기 때문이라고 사료된다.

둘째로 체절 질량이 관절모멘트에 미치는 영향을 비교하기 위한 극단적인 예로서 각 체절의 질량이 0인 경우, 대칭모델 질량을 사용한 경우, 대칭모델 질량의 2배를 사용한 경우의 3가지에 대하여 엉덩관절과 무릎관절의 (굴곡/신전) 모멘트를 그림 13과 그림 14에 비교하였다. 체절의 질량을 무시한 경우에 보행주기가 60%를 넘어서는 유각기에는 지면 반발력이 없으므로 관절모멘트가 0이고 질량이 클수록 유각기에 큰 모멘트가 작용하는 것을 알 수 있다. 입각기에는 모멘트에 큰 차이를 보이지 않는데 이것은 지면 반발력이 관절모멘트에 미치는 영향이 가장 크기 때문이라고 사료된다.

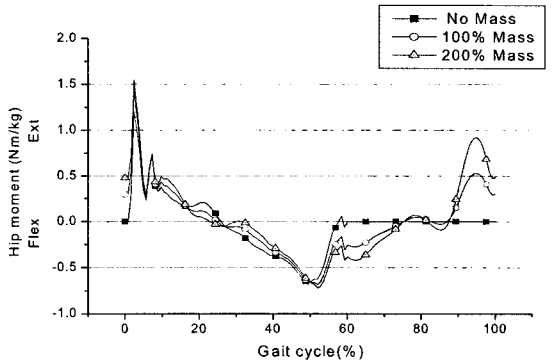

그림 13. 질량 변화에 따른 좌측 엉덩관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 13. Left hip moment in flexion/extension for mass variation

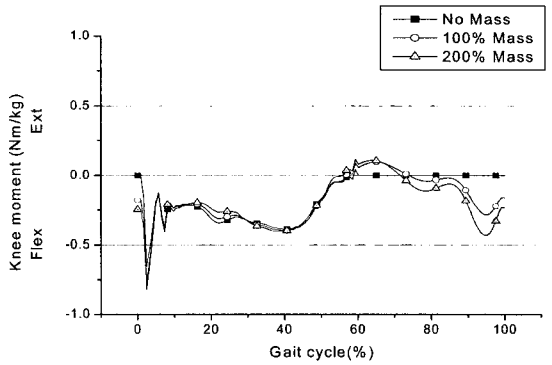

그림 14. 질량 변화에 따른 좌측 무릎관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 14. Left knee moment in flexion/extension for mass variation

셋째로 체절 질량 중심이 관절모멘트에 미치는 영향을 비교하기 위한 극단적인 예로서 질량 중심이 각 체절의 근위점(proximal point)에 위치한 경우와 원위점(distal point)에 위치한 경우의 엉덩관절과 무릎관절의 굴곡/신전 모멘트를 그림 15와 그림 16에 비교하였다. 앞서 질량을 변화시킨 경우와 유사하게 입각기에는 큰 차이가 없고 유각기에는 원위점의 경우에 큰 모멘트가 나타났다. 이것은 질량이 원위점에 위치할 때 운동에 따른 질량의 모멘트 효과가 증대되기 때문이라고 사료된다.

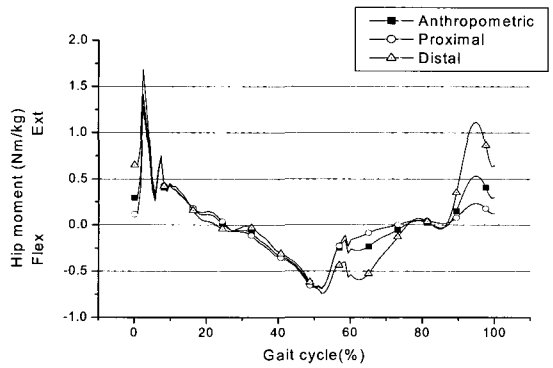

그림 15. 질량 중심의 변화에 따른 좌측 엉덩관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 15. Left hip moment in flexion/extension for center of mass variation

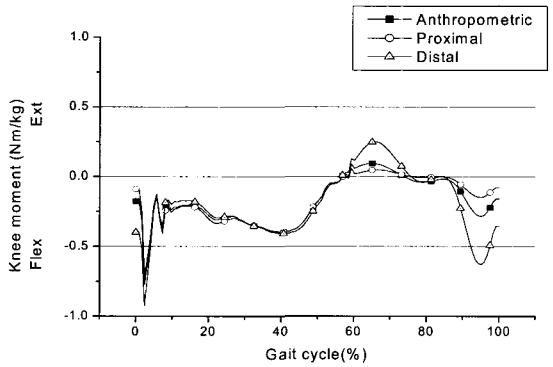

그림 16. 질량 중심의 변화에 따른 좌측 무릎관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 16. Left knee moment in flexion/extension for the center of mass variation

3. 체절 길이의 영향

일반적으로 인체에 대한 동역학적 모델은 각 체절을 강체로 간주하여 길이와 질량 등이 항상 일정하다고 가정한다. 그러나 3차원 동작분석 시스템으로 얻어지는 기구학적 자료를 검토해보면 체절의 길이가 변화되는 것을 볼 수 있다. 따라서 여기서는 체절이 길이가 일정한 경우와 시간에 따라 변화하는 경우를 대하여 관절모멘트에 미치는 영향을 검토하였다. 체절의 길이가 일정한 경우는 3차원 동작분석 시스템에서 정지상태에 측정한 체절의 길이를 95%, 100%, 105%의 3가지로 변화시켜서 관절모멘트를 구하고, 체절이 길이가 시간에 따라 변화하는 경우는 3차원 동작분석 시스템에서 얻은 기구학적 자료를 그대로 적용시켜 관절모멘트를 구하였다. 그림 17은 4가지 경우에 대한 엉덩관절의 굴곡/신전 모멘트를 비교한 것이다. 체절 길이가 변하는 경우와 정지상태에서 얻은 체절 길이(100%)를 이용한 경우는 거의 일치하였다. 체절 길이를 ±5% 증감한 경우에는 피크값에서 약간의 차이를 보이는데 관절모멘트 값에 있어서 약 ±15% 정도의 변화를 보이고 있다.

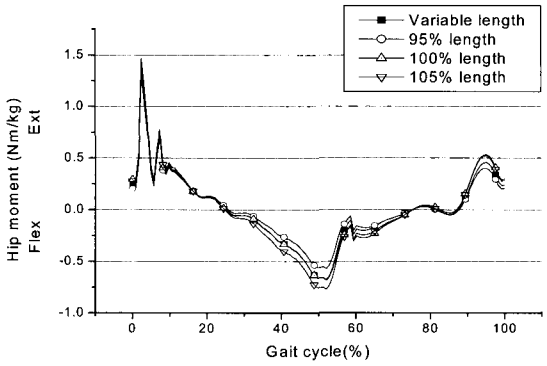

그림 17. 체절 길이 변화에 따른 좌측 엉덩관절 굴곡/신전 모멘트
Fig. 17. Left hip moment in flexion/extension for the segment length variation

결 론

본 연구에서는 보행시 하지 관절에서 작용되는 모멘트를 구할 수 있는 역동역학 모델을 개발하고 3차원 동작분석 시스템에서 출력되는 관절모멘트 결과와 비교하여 개발된 모델의 타당성을 검증하였다.

체절의 운동은 3차원 동작분석 시스템에서 얻었고 지면반발력은 힘측정판에서 얻었다. 개발된 모델은 각 체절의 물성치를 사용자가 지정할 수 있으므로 일반적 대칭모델뿐만 아니라 비대칭모델, 그리고 다양한 인자의 변화가 관절모멘트에 미치는 영향을 해석할 수 있었다.

여러 가지 관성 인자들을 변화시켜 모델에 적용한 결과, 각 체절의 관성모멘트는 보행이 저속에서 이루어지므로 관절모멘트에 거의 영향을 끼치지 않았고, 비대칭 모델과 체절의 질량을 변화시킨 해석으로부터 입각기에는 지면반발력이 관절모멘트에 가장 큰 영향을 미치고 있으며 유각기에는 지면 반발력이 나타나지 않으므로 질량의 영향이 커짐을 알 수 있었다. 체절 길이의 변화는 관절모멘트에 영향을 주지만 그 효과가 크지 않았다.

참 고 문 헌

22. Bogert, A.J. van den, Schamhardt, H.C. and Crowe, A.,"*Simulation of quadrupedal locomotion using a rigid body model*", Journal of Biomechanics, Vol.22, No.1, pp.33-41, 1989
23. Bobbert, M.F., Schamhardt, H.C. and Nigg, B.M.,"*Calculation of vertical ground reaction force estimates during running from position data*", Journal of Biomechanics, Vol.24, No.12, pp.1095-1105, 1991
24. Yu, B, et al.,"*The effect of the lower extrimity joint motions on the total body motion in sit-to-stand movement*", Clinical Biomechanics, Vol.15, pp.449-455, 2000
25. Apkarian, J., Naumann, S., Cairns, B.,"*A three-dimensional kinematic and dynamic model of the lower limb*", Journal of Biomechanics, Vol.22, No.2,

pp.143-155, 1989
26. Eng, J.J., Winter, D.A.,"*Kinetic analysis of the lower limbs during walking : what information can be gained from a three-dimensional model?*", Journal of Biomechanics, Vol.28, No.6, pp.753-758, 1995
27. Koopman, B., Grootenboer, H.J., Jongh, H.J., "*An inverse dynamics model for the analysis, reconstruction and prediction of bipedal walking*", Journal of Biomechanics, Vol.28, No.11, pp.1369-1376, 1995
28. Winter, D.A., Biomechanics and motor control of human movement, John Wiley & Sons, Inc., 1990
29. Davis, R.B., Tyburski, D., Gage, J.R., "*A gait analysis data collection and reduction technique*", Human Movement, Vol.10, pp.575-587, 1991
30. Allard, P., Stokes, I.A.F., Blanchi, J.P. edited, Three dimensional analysis of human movement, Human Kinetics, 1995
31. Craig, J.J., Introduction to robotics, Addison-Wesley, 1986
32. Luh, J.Y.S., Walker, M.W., Paul, R.P.C., "*On-line computational scheme for mechanical manipulators*", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.102, pp.69-76, 1980
33. Paul, R.P.C., Robot manipulators, The MIT Press, 1981
34. Fu, K.S., Gonzalez, R.C., Lee, C.S.G., Robotics, Mc-Graw Hill, 1987

부 록

Nomenclature

$\dot{\theta}_i$: angular velocity of joint i

${}^i\omega_i$: angular velocity of mass i with respect to coordinate{i}

${}^i\dot{\omega}_i$: angular acceleration of mass i with respect to coordinate{i}

${}^iv_i$: linear velocity of mass i with respect to coordinate{i}

${}^i\dot{v}_i$: linear acceleration of mass i with respect to coordinate{i}

${}^i\dot{v}_{ci}$: linear acceleration of COM(center of mass) of mass i

${}^i_{i+1}R$: rotation matrix of coordinate{i +1} with respect to coordinate{i}

${}^iP_{i+1}$: position vector from {i} origin to {i+1} origin with respect to {i}

${}^iF_i$: force acting at the COM(center of mass) of mass i

${}^iN_i$: moment acting at the mass i

${}^if_i$: force exerted on mass i with respect to coordinate{i}

${}^in_i$: moment exerted on mass i with respect to coordinate{i}

τ_i : scalar magnitude of force or moment

$\otimes$: vector cross product

Outward iterations i : 0→14

$$\begin{cases} {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_iR\,{}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1}[0\ 0\ 1]^T & \text{for revolute} \\ {}^{i+1}\omega_{i+1} = 0 & \text{for translational} \end{cases}$$

$$\begin{cases} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_iR\,{}^i\dot{\omega}_i + {}^{i+1}_iR\,{}^i\omega_i \otimes \dot{\theta}_{i+1}[001]^T + \ddot{\theta}_{i+1}[001]^T & \text{for revolute} \\ {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_iR\,{}^i\dot{\omega}_i & \text{for translational} \end{cases}$$

$$\begin{cases} {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_iR({}^i\dot{\omega}_i \otimes {}^iP_{i+1} + {}^i\omega_i \otimes ({}^i\omega_i \otimes {}^iP_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i) & \text{for revolute} \\ {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_iR({}^i\dot{\omega}_i \otimes {}^iP_{i+1} + {}^i\omega_i \otimes ({}^i\omega_i \otimes {}^iP_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i) & \\ \qquad + 2{}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes \dot{d}_{i+1}[001]^T + \ddot{d}_{i+1}[001]^T & \text{for translational} \end{cases}$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \otimes {}^{i+1}P_{C_{i+1}} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes ({}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes {}^{i+1}P_{C_{i+1}}) + {}^{i+1}\dot{v}_{i+1}$$

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{v}_{C_{i+1}}$$

$${}^{i-1}N_{i+1} = {}^{C_{i+1}}I_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \otimes {}^{C_{i+1}}I_{i+1}\,{}^{i+1}\omega_{i+1}$$

Inward iterations i : 15→1

$${}^if_i = {}^i_{i+1}R\,{}^{i+1}f_{i+1} + {}^iF_i$$

$${}^in_i = {}^iN_i + {}^i_{i+1}R\,{}^{i+1}n_{i+1} + {}^iP_{C_i} \otimes {}^iF_i + {}^iP_{i+1} \otimes {}^i_{i+1}R\,{}^{i+1}f_{i+1}$$

$$\tau_i = {}^in_i^T[0\ 0\ 1]^T$$

At the inward iteration for i=15, ${}^{16}f_{16}$ is not defined at the outward iteration.

${}^{16}f_{16}$ is the ground reaction forces measured with force plate.