

# 시간지연 퍼지 시스템의 지연 종속 퍼지 $H_\infty$ 제어기 설계

## Delay-dependent Fuzzy $H_\infty$ Controller Design for Delayed Fuzzy Dynamic Systems

이갑래\*

Kap Rai Lee

\* 평택대학교 정보과학부

\* Department of Information Science, Pyongtaek University

### 요 약

본 논문은 시간지연을 갖는 비선형 시스템에 대한 지연 종속  $H_\infty$ 제어기 설계 방법을 제안한다. 지연 종속 Lyapunov 함수를 이용하여 지수 함수적 안정화와  $H_\infty$ 성능 문제를 고려한다. 제어기의 존재성에 대한 충분조건을 유도하고 선형행렬부등식(LMI: linear matrix inequality)으로 나타낸다. 제어기 설계는 병렬 분산 보상의 개념을 이용하고, 필터는 LMI 해를 구함으로써 바로 구할 수 있다. 제안한 방법의 설계과정 및 타당성을 시뮬레이션 예제를 통하여 나타낸다. 지연종속 제어기는 제어기 존재 조건을 나타내는 선형 행렬 부등식에 시간지연항의 크기를 포함하고 있으므로 시간지연항의 크기에 상관없이 시스템을 안정화시키는 기존의 지연 독립적인 제어기보다 더 효과적인 설계 방법이다.

### Abstract

This paper presents a delay dependent fuzzy  $H_\infty$  controller design method for delayed fuzzy dynamic systems. Using delay-dependent Lyapunov function, the global exponential stability and  $H_\infty$  performance problem are discussed. A sufficient conditions for the existence of fuzzy controller is presented in terms of linear matrix inequalities(LMIs). A simulation example is given to illustrate the design procedures and performances of the proposed methods.

**Key words** : delay dependent controller, fuzzy  $H_\infty$  controller,  $H_\infty$  performance, linear matrix inequalities

## I. 서 론

퍼지 시스템에 대한 안정성과 성능을 만족하는 체계적인 제어기 및 필터 설계에 대한 많은 연구들이 최근에 이루어져 왔다. Tanaka[1] 및 Wang[2]등은 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델로 표현된 비선형 시스템을 안정화 하는 방법을 제시하고, 병렬 분산 보상(PDC: parall distributed compensation) 개념을 이용하여 퍼지 제어기를 설계하였다. 또한 Ma[3] 등은 관측기 구조의 출력궤환 제어기를 설계하였다. 퍼지 제어 시스템에 대한 안정성뿐만 아니라 외부외란 감쇠 성능을 갖는  $H_\infty$ 제어로서 Han[4] 및 Lee[5] 등은 상태궤환 퍼지  $H_\infty$ 제어기를 설계하였으며, Chen 등[6]은 관측기 구조의 퍼지  $H_\infty$  제어기를 설계하였다.

다양한 공학 시스템에 있어 시간지연은 안정성과 성능에 매우 심각한 영향을 나타낸다. 시간지연을 갖는 퍼지 시스템에 대한 연구결과로 Cao 등[7]은 안정성을 만족하는 관측기 구조의 퍼지 제어기를 설계하였으며 Lee[8] 등은 안정성과  $H_\infty$  성능을 만족하는 출력궤환 제어기를 설계하였다.

이의 모든 결과 들은 시간지연의 크기에 상관없이 시스템

을 안정화 시키는 지연 독립적인 안정화 방법이다. 시간 지연의 크기가 크지 않는 경우 지연 독립적 안정화 방법보다 지연 종속적인 안정화 방법이 더 적당한 방법으로 알려져 있으며, 특히 시간지연 상한치를 고려한 지연 종속적인 방법이 효과적이다 [9, 10]. 본 논문에서는 시간지연을 갖는 퍼지 시스템에 대해서 안정성뿐만 아니라  $H_\infty$  성능을 보장하는 지연 종속적인 퍼지  $H_\infty$  제어기를 설계한다. 지연 종속적 Lyapunov 함수를 이용하여 폐-루프 시스템이 안정하며  $H_\infty$  성능 조건을 만족하는 충분조건을 유도한다. 이러한 충분조건식으로부터 퍼지 제어기 존재할 조건을 선형행렬부등식으로 나타내며, 퍼지 제어기는 선형행렬 부등식의 해로부터 직접 구한다. 선형행렬 부등식에는 시간지연의 크기가 포함된다.

## II. 문제설정

T-S 퍼지 모델은 비선형 시스템을 모델링하는데 효과적인 방법으로 알려져 있다. 시간지연 T-S 퍼지 모델

**Plant Rule i :**

IF  $z_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $\dots$  and  $z_g(t)$  is  $M_{ig}$

THEN  $\dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{di} x(t-\tau) + B_{ui} u(t) + B_{wi} w(t)$

$e(t) = C_i x(t) + D_i u(t), \quad i = 1, 2, \dots, r$  (1)

$x(t=0) = 0, \quad t \leq 0$

접수일자 : 2004년 4월 19일

완료일자 : 2004년 7월 13일

을 고려한다. 여기서  $M_{ij}$  는 퍼지 집합이고,  $x(t) \in R^n$  는 상태변수  $u(t) \in R^m$  은 입력,  $w(t) \in R^p \in L_2(0, T)$  는 제한된 에너지를 갖는 외부외란,  $e(t) \in R^q$  는 제어할 변수,  $r$  은 IF-THEN 규칙의 수,  $z_1 \sim z_g$  는 측정 가능한 시스템 변수, 즉 전건부 변수이며,  $A_i, A_{di}, B_i, B_{di}, C_i, D_i$  는 공칭시스템을 나타내는 적절한 차원을 갖는 상수행렬이다.  $\tau$  는

$$0 \leq \tau \leq \bar{\tau} \quad (2)$$

을 만족하는 미지의 상수 시간지연이라고 가정한다. 퍼지 시스템의 추론된 최종 출력은

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + A_{di} x(t-\tau) + B_i u(t) + B_{di} w(t)\} \\ e(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{C_i x(t) + D_i u(t)\} \\ x(t) &= 0, \quad t \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^n M_{ij}(z_j(t)) \\ h_i(z(t)) &= w_i(z(t)) / \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \\ z(t) &= [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_n(t)]^T \end{aligned} \quad (4)$$

이며,  $M_{ij}(z_j(t))$  는 멤버십 함수  $M_{ij}$  에서  $z_j(t)$  의 멤버십 등급이다. 모든 시간  $t$  에 대하여

$$\begin{aligned} w_i(z(t)) &\geq 0, \quad i=1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) &> 0 \end{aligned} \quad (5)$$

을 가정하면

$$\begin{aligned} h_i(z(t)) &\geq 0, \quad i=1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

이다. 퍼지 시스템 (1)에 대한 상태제환 퍼지  $H_\infty$  제어기로

**Control Rule  $i$ :** IF  $z_1(t)$  is  $M_{i1}$  and  $\dots$  and  $z_g(t)$  is  $M_{ig}$  THEN  $u(t) = K_i x(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, r$  (7)

을 고려한다. 여기서  $K_i$  는 설계되어질 제어기의  $i$  번째 이득행렬이다. 이러한 퍼지 제어기의 최종 출력은

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i x(t) \quad (8)$$

이다. 퍼지 제어기 (8) 및 퍼지 시스템 (3)으로부터 폐-루프 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}(z)x(t) + \bar{A}_d(z)x(t-\tau) + \bar{B}(z)w(t) \\ x(t) &= 0, \quad t \leq 0 \\ \bar{e}(t) &= \bar{C}x(t) \end{aligned} \quad (9)$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned} \bar{A}(z) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \bar{A}_{ij} \\ \bar{A}_d(z) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \bar{A}_{di} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{B}(z) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) B_i \\ \bar{C}(z) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t)) h_j(x(t)) C_{ij} \end{aligned}$$

이며

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= A_i + B_{wi} K_j, \quad \bar{A}_{di} = A_{di} \\ \bar{B}_i &= B_i, \quad \bar{C}_{ij} = C_i + D_i K_j \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 주어진  $\gamma$  에 대해서  $H_\infty$  제어 성능

$$J_\infty = \int_0^T \|\bar{e}(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w(t)\|^2 dt \quad (12)$$

을 고려한다. 여기서  $T > 0$ ,  $w \in L_2[0, T]$  이며  $\|\cdot\|$  는 Euclidean norm이다.

본 논문에서는 시간지연을 갖는 퍼지 시스템 (3)에 대해서 폐-루프 시스템 (9)을 안정화 할뿐만 비용함수 (12)를 만족하는 지연 종속적인 제어기 (8)의  $K_i$  를 설계하고자 한다.

### III. 퍼지 제어기 설계

**정리 1**[12] : 구간  $\Omega$  에서 정의되어진  $a(\cdot) \in R^n$ ,  $b(\cdot) \in R^m$  및  $N(\cdot) \in R^{n \times n}$  을 고려하면, 어떤 행렬  $X \in R^{n \times n}$ ,  $Y \in R^{n \times m}$  및  $Z \in R^{m \times m}$  에 대해서

$$\begin{aligned} &-2 \int_\Omega a^T(a) N b(a) da \\ &\leq \int_\Omega \begin{bmatrix} a(a) \\ b(a) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y-N \\ Y^T-N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(a) \\ b(a) \end{bmatrix} da \end{aligned} \quad (13)$$

을 만족한다. 여기서

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0 \quad (14)$$

이다.

**정리 2** : 시간지연을 갖는 퍼지 시스템 (3)을 고려한다. 주어진 상수  $\gamma > 0$  에 대해서

$$\Omega_{ii} < 0, \quad i=1, 2, \dots, r \quad (15)$$

$$\Omega_{ij} + \Omega_{ji} < 0, \quad i < j < r, \quad i=1, 2, \dots, r, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} R & R \\ * & S \end{bmatrix} \geq 0 \quad (17)$$

을 만족하는  $P > 0$ ,  $S > 0$ ,  $R > 0$ ,  $R$  및 실수  $\alpha > 0$  가 존재하면, 폐-루프 시스템 (9)은 지수 함수적으로 안정할 뿐만 아니라  $H_\infty$  성능 (12)을 만족한다. 여기서

$$\Omega_{ij} = \begin{bmatrix} (1,1) + C_i^T C_i + \alpha I & P A_{ii} - R^T & P B_{ij} & A_{ij}^T \\ * & -R & 0 & A_{ii}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & B_{ij}^T \\ * & * & * & -(\tau S)^{-1} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

이며 \*는 대칭행렬의 주 대각 아래 성분을 나타내며

$$(1, 1) = \bar{A}^T P + P \bar{A}_{ij} + \bar{\tau} R + 2R' + R \quad (19)$$

이다.

(증명) :  $P > 0, S > 0$  및  $R > 0$ 을 만족하는 Lyapunov 함수

$$V(x, t) = V_1(x, t) + V_2(x, t) + V_3(x, t) \quad (20)$$

을 고려한다. 여기서

$$V_1(x, t) = x^T(t) P x(t) \quad (21)$$

$$V_2(x, t) = \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s) S \dot{x}(s) ds d\theta \quad (22)$$

$$V_3(x, t) = \int_{t-\tau}^t x^T(s) R x(s) ds \quad (23)$$

이다. Lyapunov 함수로부터

$$\delta_1 \|x(t)\|^2 \leq V(x, t) \leq \delta_2 \sup_{\theta} \|x(t+\theta)\|^2 \quad (24)$$

을 만족하는 양수  $\delta_1$  및  $\delta_2$  는 항상 존재한다는 것을 쉽게 알 수 있다. 따라서  $w(t) = 0$ 인 시스템 (9)의 모든 궤적에 대해  $V(x, t) \leq -\alpha \|x(t)\|^2$ 을 만족하는 양수  $\alpha$  가 존재하면 시스템 (9)은 지수 함수적으로 안정하다[11].  $H_\infty$ 성능 (12)을 고려하기 위하여

$$J_a(t) := V(x, t) + \bar{e}^T(t) \bar{e}(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) \leq 0. \quad (25)$$

을 고려한다. 시간지연 항

$$x(t-\tau) = x(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s) ds \quad (26)$$

을 고려하면 추정 오차 시스템

$$\dot{\bar{x}}(t) = [\bar{A}(z) + \bar{A}_1(z)] \bar{x}(t) - \bar{A}_1(z) \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{x}}(s) ds + \bar{B}(z) w(t) \quad (27)$$

로 표현할 수 있다.  $V_1(x, t)$ 의 미분을 취하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x, t) &= x^T \{ [\bar{A}(z) + \bar{A}_1(z)]^T P + P [\bar{A}(z) + \bar{A}_1(z)] \} x(t) \\ &\quad - 2x^T(t) P \bar{A}_1(z) \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{x}}(s) ds + 2w^T(t) \bar{B}^T(z) P x(t) \end{aligned} \quad (28)$$

로 나타내어지며 정리1을 적용하면 (28)은

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x, t) &\leq x^T \{ [\bar{A}(z) + \bar{A}_1(z)]^T P + P [\bar{A}(z) + \bar{A}_1(z)] \} x(t) \\ &\quad + \int_{t-\tau}^t \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{\bar{x}}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & R' - P \bar{A}_1 \\ * & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{\bar{x}}(s) \end{bmatrix} ds + 2w^T(t) \bar{B}^T(z) P x(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T \{ \bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \bar{\tau} R + 2R' \} x(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^r 2h_i x^T(t) (P \bar{A}_{ii} - R') x(t-\tau) + \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{x}}^T(s) S \dot{\bar{x}}(s) ds \\ &\quad + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r 2x^T(t) P \bar{B}_{ij}(z) w(t) \end{aligned} \quad (29)$$

을 만족한다. 여기서  $R, R', S$ 는 (17)을 만족해야 한다.  $V_2$ 의 미분을 취한 후

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_k h_l X_{ij}^T S X_{kl}^T \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j X_{ij}^T S X_{ij} \quad (30)$$

을 고려하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x, t) &= \tau [ \bar{A}(z)x(t) + \bar{A}_1(z)x(t-\tau) \\ &\quad + \bar{B}(z)w(t) ]^T S [ \bar{A}(z)x(t) \\ &\quad + \bar{A}_1(z)x(t-\tau) + \bar{B}(z)w(t) ] \\ &\quad - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) S x(s) ds \\ &\leq \bar{\tau} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [ \bar{A}_{ij} x(t) + \bar{A}_{1i} x(t-\tau) \\ &\quad + \bar{B}_{ij} w(t) ]^T S [ \bar{A}_{ij} x(t) + \bar{A}_{1i} x(t-\tau) + \bar{B}_{ij} w(t) ] \\ &\quad - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s) S x(s) ds \end{aligned} \quad (31)$$

로 나타내어진다.  $V_3$ 의 미분을 취하면

$$\dot{V}_3(x, t) = x^T(t) R x(t) - x^T(t-\tau) R x(t-\tau) \quad (32)$$

로 나타내어지기 때문에

$$\begin{aligned} J_a &\leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} (1,1) + \bar{\tau} \bar{A}_{ij}^T S \bar{A}_{ij} & P \bar{A}_{ii} - R' + \bar{\tau} \bar{A}_{ij}^T S \bar{A}_{1i} & P \bar{B}_{ij} + \bar{\tau} \bar{A}_{ij}^T S \bar{B}_{ij} \\ * & -R + \bar{\tau} \bar{A}_{1i} S \bar{A}_{1i} & \bar{\tau} \bar{A}_{1i} S \bar{B}_{ij} \\ * & * & -\gamma^2 I + \bar{\tau} \bar{B}_{ij}^T S \bar{B}_{ij} \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d) \\ w(t) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_k h_l \tau C_{ij} x(t)^T C_{kl} x(t) \end{aligned} \quad (33)$$

이다. Schur 보수[12] 및

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_k h_l (\tau C_{ij} x(t))^T C_{kl} x(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^r h_i h_i x^T(t) C_{ij}^T C_{ij} x(t) \end{aligned} \quad (34)$$

을 고려하면

$$J_a \leq \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) h_i(z(t)) \Omega_{ii} + \sum_{i \neq j}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{ \Omega_{ij} + \Omega_{ji} \} \quad (35)$$

이다. (35)로부터 (15) 및 (16)이 만족되어지면 시스템 (9)은 지수 함수적으로 안정하며 (25)가 만족되어진다. (25)로부터  $V(\zeta, T) > 0$ 이기 때문에

$$\int_0^T \|\bar{e}(t)\|^2 dt - \gamma^2 \int_0^T \|w(t)\|^2 dt \leq 0 \quad (36)$$

이다. 따라서 (15)-(17)이 만족되어지면  $H_\infty$ 성능 (12)가 만족되어짐을 알 수 있다.  $\square$

따름정리1은 정리2의 결과로부터 안정화 및  $H_\infty$ 성능 (12)를 만족하는 제어기 설계방법을 선형 행렬부등식으로 나타낸다.

**따름정리 1.** 시간지연을 갖는 시스템 (3)을 고려한다. 선형 행렬 부등식

$$\Phi_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (37)$$

$$\Phi_{ij} + \Phi_{ji} < 0, \quad i < j < r, \quad i=1,2,\dots,r \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ * & X^T + X - S^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (39)$$

을 만족하는 행렬  $X > 0$ ,  $S > 0$ ,  $H$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $Y_i$ ,  $i=1,2,\dots,r$ , 및 상수  $\alpha > 0$ ,  $\gamma > 0$  가 존재하면, 퍼지 제어기 (8)은  $H_\infty$  제어성능 (12)를 만족하는 제어기이다. 여기서

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} (1,1) & A_{d_i}X - L_2 & B_i & (1,4) & (1,5) & X \\ * & -H & 0 & \bar{\tau}XA_{d_i}^T & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & \bar{\tau}B_i^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{\tau}S^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\alpha^{-1}I \end{bmatrix} \quad (40)$$

이며 (1,1), (1,4) 및 (1,5)는

$$\begin{aligned} (1,1) &= A_i X + X A_i^T + B_{u_i} Y_i + Y_i^T B_{u_i}^T + \bar{\tau} L_1 + 2L_2 + H \\ (1,4) &= \bar{\tau} [X A_{d_i}^T + Y_i^T B_{u_i}^T] \\ (1,5) &= [C_i X + D_i Y_i] \end{aligned} \quad (41)$$

이다. 또한 제어기 이득 값은

$$K_i = Y_i Q^{-1}, \quad i=1,2,\dots,r \quad (42)$$

로 구해진다.

(증명) : 정리 2로부터  $P^{-1} = X$ 로 두고 (15), (16)의 앞뒤에  $\text{Diag} \{X \ X \ I \ I\}$ 을 각각 곱하고

$$\begin{aligned} K_i X &= Y_i, \quad i=1,2,\dots,r \\ X R X &= L_1 \\ X R' X &= L_2 \\ X R X &= H \end{aligned} \quad (43)$$

로 두면 (37) 및 (38)이 얻어진다. 또한 정리2의 (17) 앞뒤에  $\text{Diag} \{X, X\}$ 을 곱하면

$$\begin{bmatrix} X R X & X R' X \\ * & X S X \end{bmatrix} \geq 0 \quad (44)$$

이다.  $X^T S X \geq X^T + X - S$ 를 이용한 후 (43)을 이용하면 (39)가 얻어진다. □

따름정리 1의 모든 부등식은 변수에 대해서 선형 행렬 부등식(LMI)으로 나타나 있으므로 LMI Toolbox를 이용하면 모든 변수의 해는 바로 구할 수 있다[13, 14]. 구해진 해로부터 제어기 이득값은 (42)로 나타난다. 따름정리 1의 부등식에는 시간지연항의 크기를 포함하고 있다. 따라서 시간지연항의 크기에 상관없이 시스템을 안정화 시키는 기존의 결과들 보다 더 효과적인 설계방법임을 알 수 있다.

#### IV. 설계 예제

다음과 같은 비선형 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -5.125x_1(t) - 0.5x_1(t-\tau) - 2x_2(t) \\ &\quad - 6.7x_2^3(t) - 0.2x_2(t-\tau) \\ &\quad - 0.67x_2^3(t-d(t)) + 2u(t) + w(t) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= x_1(t) \\ e(t) &= x_1(t) + 0.1u(t) \end{aligned}$$

여기서,  $\tau$ 는 모르는 시간지연이며 시간지연의 상한치  $\bar{\tau} = 1.0$ 이다. 상태변수 값은

$$x_1(t) \in [-1.5 \ 1.5], \quad x_2(t) \in [-1.5 \ 1.5] \quad (46)$$

이다. (45)의 비선형 항은

$$-6.7x_2^3(t) = M_{11} \cdot 0 \cdot x_2(t) - (1 - M_{11}) \cdot 15.075 x_2(t). \quad (47)$$

로 표현할 수 있다. (47)로부터 퍼지 집합의 멤버십 함수는

$$M_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2(t)^2}{2.25} \quad (48)$$

$$M_{12}(x_2(t)) = \frac{x_2(t)^2}{2.25}.$$

이다. (48)의 퍼지 집합을 이용하여 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 나타내면

**Plant Rule 1 :** IF  $x_2(t)$  is  $M_{11}$  THEN

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_1 x(t) + A_{d_1} x(t-d(t)) + B_{u_1}(t) u(t) + B_1 w(t) \\ e(t) &= C_1 x(t) + D_1 u(t), \end{aligned} \quad (49)$$

**Plant Rule 2 :** IF  $x_2(t)$  is  $M_{12}$  THEN

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_2 x(t) + A_{d_2} x(t-d(t)) + B_{u_2} u(t) + B_2 w(t) \\ e(t) &= C_2 x(t) + D_2 u(t) \end{aligned} \quad (50)$$

이다. 여기서  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ 이며

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -5.125 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, & A_{d_1} &= \begin{bmatrix} -0.5 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -5.125 & -17.075 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, & A_{d_2} &= \begin{bmatrix} -0.5 & -1.71 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (51)$$

$$C_1 = C_2 = [1 \ 0], \quad D_1 = D_2 = 0.1$$

$$B_{u_1} = B_{u_2} = [2 \ 0]^T, \quad B_1 = B_2 = [1 \ 0]^T$$

이다.  $\bar{\tau} = 1.0$ 로 두고 따름정리 1을 이용하여 제어기를 설계하면  $\gamma = 27.83$ 이며 제어기 이득 값은

$$K_1 = [1.0952 \ 0.0582], \quad (52)$$

$$K_2 = [1.1507 \ 7.8544]$$

이다. 시간지연을 갖는 비선형 시스템의 컴퓨터 시뮬레이션 결과는 그림 1에 나타나 있다.

시간지연 퍼지 시스템의 지연 종속 퍼지  $H_\infty$ 제어기 설계

이며, 상태의 초기값은

$$[x_1^T(t) \ x_2^T(t)]^T = [1 \ -1]^T, \quad t=0 \quad (54)$$

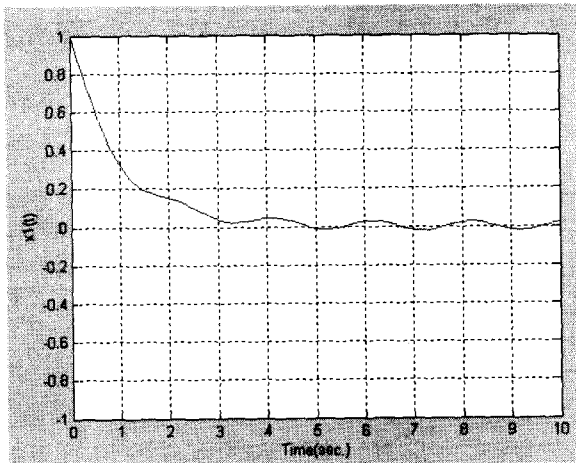
이다. 설계되어진 퍼지 제어기는 페루프시스템을 안정화 할 뿐만 아니라 외란 감쇠 효과를 가짐을 알 수 있다.

## V. 결 론

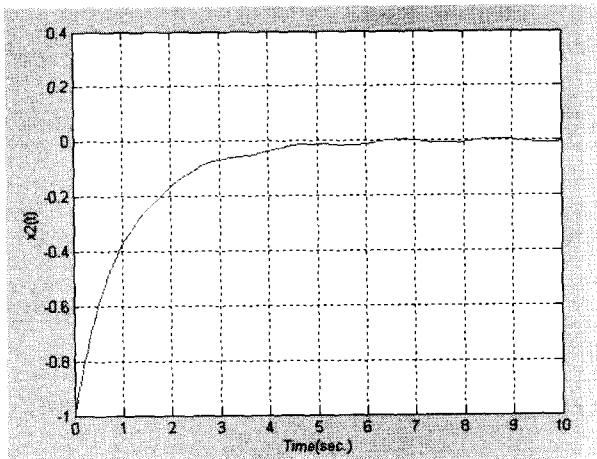
본 논문에서는 시간지연을 갖는 비선형 시스템에 대한 지연 종속 퍼지  $H_\infty$ 제어기를 설계하였다. 지연 종속 리아프노프 함수를 이용하여 페루프 시스템의 안정성과  $H_\infty$ 성능을 고려하였으며, 제어기가 존재할 충분조건을 선형 행렬 부등식으로 나타내었다. 제안한 방법의 타당성을 시뮬레이션 예제를 통하여 나타내었다. 지연종속 제어기는 제어기 존재 조건을 나타내는 선형 행렬 부등식에 시간지연항의 크기를 포함하고 있으므로 시간지연항의 크기에 상관없이 시스템을 안정화 시키는 지연 독립적인 필터 보다 더 효과적인 설계방법이다.

## Reference

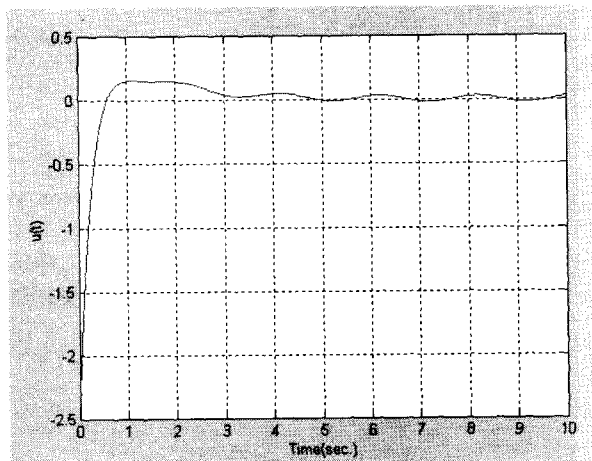
- [1] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability,  $H_\infty$  control theory, and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 1-13, Feb. 1996.
- [2] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, Feb. 1996.
- [3] X. J. Ma, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, pp. 41-51, Feb. 1998.
- [4] Z. Han and G. Feng, "State feedback  $H_\infty$  controller design of fuzzy dynamic systems using LMI techniques," in Proc. *FUZZ-IEEE, Anchorage, AK, May 1988*, pp. 538-544.
- [5] K. R. Lee, E. T. Jeung and H. B. Park, "Robust fuzzy  $H_\infty$  control for uncertain nonlinear systems via state feedback : an LMI approach," *Fuzzy Sets and Syst.*, vol. 120, no. 1, pp. 123-134, 2001..
- [6] B. S. Chen, C. S. Tseng, and H. J. Uang, "Robustness design of nonlinear dynamic systems via fuzzy linear control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 7, pp. 571-585, Oct. 1999.
- [7] Y. Y. Cao and P. M. Frank, "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 200-211, April. 2000.
- [8] K. R. Lee, J. H. Kim, E. T. Jeung and H. B. Park, "Output feedback robust  $H_\infty$  control of uncertain



(a) 상태변수  $x_1(t)$  시간응답



(b) 상태변수  $x_2(t)$  시간응답



(c) 제어입력  $u(t)$  시간응답

그림 1. 시간지연을 갖는 비선형 시스템의 시뮬레이션 결과  
Fig. 1. The simulation results of nonlinear system with time delay

컴퓨터 시뮬레이션에 사용된 외부 외란신호는

$$w(t) = 0.1 \cdot \cos(\pi t) \quad (53)$$

fuzzy dynamic systems with time-varying delay," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 6, pp. 657-664, Decem. 2000.

- [9] X. Li and C. E. de Souza, "Delay-dependent robust stability and stabilization of uncertain linear delay systems : a linear matrix inequality approach," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 42, no. 8, pp. 1144-1148, August. 1997.
- [10] Y. S. Moon, P. Park, W. H. Kwon and Y. S. Lee, "Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems," *Int. J. Control.*, vol. 74, no. 14, pp. 1447-1455, 2001.
- [11] M. Vidysagar, *Nonlinear Systems Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [12] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, 1994.
- [13] Y. Nesterov and A. Nemirovski, *Interior Point Polynomial Methods in Convex Programming: Theory and Applications*, SIAM, Philadelphia, 1994.
- [14] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox: For Use with MATLAB*, The Math Works Inc., 1995.

## 저 자 소 개



**이갑래 (Kap Rai Lee)**

1987년 : 경북대학교 전자공학과 공학사  
1990년 : 동대학원 전자공학과 공학석사  
1999년 : 동대학원 전자공학과 공학박사  
1990년-1995년 : 국방과학연구소 연구원.  
1997년-2001년 : 두원공과대학 조교수  
2001년-현재 : 평택대학교 정보과학부 조교수.

관심분야 : 퍼지 및  $H_\infty$  제어, 필드버스 네트워크, 임베디드 시스템

Phone : 031-659-8285

Fax : 031-691-8285

E-mail : krlee@ptuniv.ac.kr