韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2004. 8. 제 43권, 제 3호, 233-255.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2004, Vol. 43, No. 3, 233-255.

문제설정 수업모형이 문제해결력과 수학 태도에 미치는 효과

이 상 원 (능인고등학교)

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학적 사고의 본질은 문제를 해결하는 활동이라 할 수 있다. 수학교육이 학교교육에서 그 위상이 지대한 이유도 수학이 문제를 해결하는 강력한 도구이기 때문일 것이다. NCTM(1989)은 Standards에서 An Agenda for Action에서 권고안으로 제출한 '문제해결이 학교수학의 초점이 되어야 한다.'는 내용을 지지하면서 수학교육의 일반 목표가 수학적 문제해결이 되어야 함을 강조하고 있다. 우리나라에서도 7차 교육과정에서 더욱 문제해결력의 신장을 강조하고 있다. 1980년대 후반 이후 우리나라 수학교육 연구에서는 문제해결에 대한 영역에 관심이 급증하여 문제해결이 주된 연구의 대상이 되어 오고 있음을 볼 수 있다. 즉, 문제해결과 관련된 영역의 연구는 수학교육 연구의 중요한 위치를 차지하며 이에 대한 많은 논의가 활발하게 전개되고 있다. 이것은 수학적 지식과 능력을 활용하여 생활 주변의 여러 가지 문제를 해결하는 능력의 신장이야말로 수학 교육의 본질적 목표이고 수학과 학습의 근본적인 이유가 되기 때문이다. 이러한 문제해결력의 신장은 문제를 실제로 해결하는 경험에서 비롯된다. 문제를 해결하는 과정에서 기초적인 수학적 지식이나 기능을 보다 확실히 이해할 수 있을 뿐만 아니라, 의사 결정, 비판적 사고, 창의적 사고 등과 같은 고등 정신 기능을 신장할 수 있다. 그리고 단편적 지식의 단순 암기와 단순 적용, 알고리즘의 반복 연습에서 탈피하여 진정한 수학 활동을 경험할 수 있는 것이다(한국교육개발원, 1993).

수학교육에서 문제해결 교육은 수학적인 문제상황을 해결하는데 필요한 다양한 수학적 지식을 비롯하여 해결의 일반적인 방법이나 세부적인 전략 등을 체계적으로 지도하는 것을 기본 목표로 하고 있다. 수학 학습의 중요한 부분을 차지하는 것은 여러 가지의 수학적인 내용이나 개념, 원리, 기술 등의 이해와 습득이라고 할 수 있지만 문제해결은 이와 같은 부분적인 학습의 결과들을 주어진 문제의 상황을 해결하기 위해서 종합하고 적용하는 높은 수준의 수학 활동이라고 할 수 있다.(이상원, 1990)

수학 교육에서의 문제해결에 대한 관심은 1930년대부터 문제해결력 신장에 대한 연구로부터 시작하여, 1960년대에 이르러 소위 새수학(The New Math)시기와 1970년대에 들어서면서 문제해결 지도에 대한 관심이 구체적으로 높아지기 시작하였다. 그리하여 오늘날 우리나라를 비롯한 대부분의 교육 선진국들의 수학 교육이 지향해야 될 방향은 '문제해결의 신장'이라는 목표에 집중되고 있다. 따라서 20세기 후반 미국의 수학 교육에 대한 관심의 흐름은 새수학 이전부터 거론되어 온 문제해결이 주류를 이루었으며, 수학 교육에서의 문제해결에 대한 관심은 단지 미국에서만 국한되는 것이 아니라 이제는 우리나라를 비롯한 세계 각국에서 일반적인 관심의 대상이 되고 있다. 우리나라에서도 제4차-6차 교육과정을 통하여 문제해결 교육을 강조하여 왔고, 제7차 교육과정에서도 꾸준히 문제해결 교육을 강조하고는 있지만 괄목할 만한 성과를 얻지는 못하고 있는 실정이다. 이제 보다 적극적이고 구체적인 수준에서 문제해결력 신장에 대한 연구가 본격화되어야 할 것이다(교육부, 1998). 이상을 종합해 볼 때, 문제해결에 대한 연구의 필요성은 매우 중대하다. 본 연구에서는 문제해결을 위한 반성적 사고의 차원에서 문제설정을 통하여 문제를 좀 더 깊이 이해

---

* 2004년 5월 투고, 2004년 5월 심사 완료
* ZDM분류 : D7
* MSC2000분류: 97D60
* 주제어 : 문제설정

하고 그것을 새로운 각도에서 바라볼 수 있도록 해주며 학생들은 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 습득하고 기능을 익혀, 원문제에 대한 정확한 이해와 태도, 변형문제에 대한 적응력 신장, 자기가 만든 문제에 대한 애착력과 자부심을 갖게 하며, 문제를 수학적인 방법으로 조직하고 해결할 수 있는 문제해결능력을 높이기 위하여 새로운 문제해결 수업모형이 필요하며, 자기 스스로 문제를 설정해 보고 유연하고 다양한 사고 활동을 통하여 문제해결에 대한 자신감, 문제해결에 대한 태도 변화, 더 나아가 문제해결력 능력을 신장하는데 그 목적이 있다.

2. 연구의 과제

본 연구의 목적을 달성하기 위하여 구체적인 연구과제는 다음과 같다.

<연구과제1> 자기 주도적 학습력을 강조하는 제7차 교육과정에 적합한 수학과 문제해결 수업모형을 개발한다.

<연구과제2> 개발된 문제설정 수업모형이 문제해결력에 미치는 효과를 조사하여 본다.

3. 용어의 정의

1) 문제해결 전략 : 여러 학자들에 의해 수학 문제해결 전략은 제시되었다. 특히 한국교육개발원(1989b)에서는 중등학생에게 유용한 문제해결 전략을 총 8가지로 즉, ① 식 만들기, ② 예상과 확인, ③ 그림 그리기, ④표 만들기, ⑤ 규칙성 찾기, ⑥ 단순화하기, ⑦ 거꾸로 풀기, ⑧수형도 그리기로 분류하여 문제해결에 사용된 전략을 분석하고 있다.

2) 행동특성검사지 : 수학적 태도는 수학에 대한 학생들의 태도로, 적성, 태도, 성향, 일반정신, 창의력, 반성능력 등 학생의 행동특성을 알아보는 검사지이다.(송상헌,2002)

3) 문제설정(Problem posing) : 수학적 문제를 보고 새로운 문제로 바꾸어 나가는 활동이고 다른 하나는 문제 꾸미기로서 현실적인 상황을 수학적 문제로 바꾸는 활동, 초등교육과정에서는 수학문제 만들기 용어로 정의하고, 일반적으로 문제설정이라 한다. 즉 상황을 수학적으로 해결하는 활동을 말한다(Silver, 1993).

4. 연구의 제한점

1) 본 연구의 대상자는 연구자가 임의로 설정하였으며, 그 집단의 크기도 크지 않기 때문에 다른 지역의 중등학교 학생들에게 일반화하는 데에는 제한점을 갖는다.

2) 고등학교 2학년 대상으로 하였기 때문에, 본 연구의 결과가 다른 학년에서도 동일하게 나타날 것이라고 보기는 어렵다.

5. 선행연구의 고찰

문제해결을 위한 문제설정에 대한 연구는 국내의 연구는 그렇게 많지 않은 편이다. 국내 문제설정에 관한 선행연구는 다음과 같다.

이석희(1997)는 문제설정 방법이 문제해결력과 창의력에 미치는 효과분석에서 조건 변경이나 결과 변경에 의한 문제설정 방법이 임의 문제설정 방법보다는 학생들의 창의적 사고에 자극을 준다고 할 수 있다. 세 가지 문제설정 방법에 따라 학습한 집단은 문제해결력에 차이가 있는가에서 학습지를 소집단별로 풀게 하였다. 문제해결력을 향상시키는 문제설정 방법으로는 학습 능력 수준이 하위인 집단에서는 임의설정 방법보다는 조건변경이나 결과 변경에 의한 문제설정 방법을 많이 사용할 필요가 있다는 것을 시사해 주고 있다.

문제설정 방법이 학습 능력이 다른 학생들의 문제해결력과 창의력을 향상시키는데 보다 더 효과가 있는지 알아보고 문제설정 방법이 문제해결력을 신장할 수 있다.

임문규(2001)는 제7차 교육과정에 따른 초등학교 1,2 학년 수학 교재의 문제 만들기 내용 분석 및 학생들의 실태조사에서 학생들의 문제 만들기를 통하여 높은 흥미와 관심 및 자신감을 갖고 학생들 스스로 문제 말들기에

대한 가치를 인정하고 교재 개발 및 교수·학습에 대한 개선과 발전을 위한 기초가 된다고 하였다.

본 연구자는 선행연구와 다르게 자기 주도적 학습력을 강조하는 제7차교육과정에 적합한 수학과 문제해결 수업모형을 개발하고, 원문제를 제시하여 이를 해결한 다음 반성적 사고 차원에서 원문제 기본적인 개념과 원리를 바탕으로 새로운 문제를 만들어 보고, 만든 문제를 해결함으로써 창의적인 사고 과정으로 자기 주도적 학습 능력 신장과 수학적 태도 변화를 줄 수 있다는 관점에서 선행연구와 다르다고 하겠다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 문제설정과 문제해결력

오늘날 우리 학생들은 교과서나 참고서 등에 실려 있는 수학 문제를 교재나 교사가 가르쳐 주는 대로 비판 없이 풀고 있으며 또 이것이 수학 학습의 모든 것으로 여기고 있다. 학생 스스로 교과서나 교사가 가르쳐 주는 방법 이외에 달리 풀 수 있는 해법을 찾아보거나 원하는 결과가 나오도록 문제를 학생 스스로 만들어 보고 재구성해 보는 기회나 활동은 전혀 없다고 해도 과언이 아닐 것이다. 또한 거의 모든 문제가 한 가지 답만 그것도 정확하기만 요구하거나, 증명 과정이나 풀이 과정이 논리적으로 완벽하기만 요구하여 개념적, 절차적 지식의 결손이 누적되거나 하여 수학 문제를 논리적으로 푸는 힘이 부족한 많은 학생들은 수학에 대해 흥미를 점점 잃어가고 있는 실정이다.

Lakatos는 학생들의 학습이란 학생들에게 주어진 정의를 논리적으로 증명하는 것이 아니라 그러한 정의를 발견하고 비판하고 개선하는 과정을 통해 교과 지식의 의미 있는 학습과 함께 탐구하는 방법 자체를 학습하는 것이라고 했다(우정호 외 1명, 1993). 또 구성주의자들은 수학 지식은 학습자가 직접 관계와 패턴을 구성해 나가는 활동으로 얻어진다고 하였다(Kieren, 1990). 다시 말해 지식은 이미 만들어진 상태로 학생들에게 전수되는 것이 아니라 학생 자기 자신의 경험 위에 스스로 지식을 만들어 가는 것이라고 했다. 특히 수학적 지식이나 문제해결력은 학생 바깥에서 즉 교사가 가르치는 대로 획득되는 것이 아니라 학생 자신의 기존의 경험 위에서 학생이 직접 수학적 관계를 찾아보고 구성해 보는 활동을 통하여 학생들 나름대로 지식 체계를 이룰 때 얻어지는 것이라고 보았다.

최근 수학 교육에서는 문제해결 능력을 기르기 위한 많은 연구와 노력 중 문제해결 교수 학습을 개선하고 그것을 발전시키기 위하여 문제설정에 대한 논의가 많이 일어나고 있다. Polya가 제시한 문제해결 절차의 마지막 단계인 검토 및 반성 단계에서도 문제설정 활동이 가능하다. 뿐만 아니라 문제를 이해하고 파악하기 위해서는 여러 가지 입장에서 보고 여러 측면으로부터 그 문제를 살펴보아야 하며 계획을 세우고 실행하는 단계에서도 새로운 문제를 구성할 수 있어야 문제해결을 쉽게 하며, 또한 문제를 다 풀고 난 뒤에도 원문제와 관련이 있는 여러 문제를 만들어 풀어 보아야 그 문제의 의미와 이해를 심화하게 되어 문제해결력이 향상된다고 본다. 또 Kilpatrick(1987)은 문제의 형식화(formulation)는 학교 수학 교육 과정의 중요한 부분으로 학생들 스스로 수학 문제를 발견하고 만들어 보는 경험이 모든 학생을 위한 교육의 일부분이 되어야 한다고 말하고 있다.

Brown & Walter(1990)는 학생들이 문제를 받아들이기만 하는 소극적인 자세가 아니라 그들이 그들 학습에 직접 참여하여 활동하는 적극적인 자세를 가져야 한다고 했으며 문제해결 과정에서도 문제설정이 필요하며 문제를 해결하고 난 다음에도 의문을 가져 새로운 문제를 만들어 분석을 다시 해야 한 단계 발전된 확산된 사고를 할 수 있다고 하면서 문제설정이 수학 활동에서 중요한 활동이라고 했다. 특히 Brown과 Walter는 문제설정에 대해 첫째, 주어진 조건을 그대로 두고 묻는 물음을 달리함으로써 학생들의 사고를 촉진시키는 것이고 둘째, 주어진 조건을 바꾸어 그 조건에 맞는 물음을 묻는 것으로 두 가지 견해를 말하고 있다. 나아가 문제설정 방법으로는 주어진 문제에서 묻는 물음에 부합하는 조건을 재구성해 보는 문제설정 방법과 주어진 조건을 바꾸어 물음을 만드는 문제설정 방법과 또 순수한 문제 상황에서 문제를 구성하는 방법 등 세 가지를 들을 수 있다.

Brown과 Walter이 주장한 세 가지 방법은 사고 과정에서 많은 차이가 있을 것이고 또한 학생들의 학습 효과에 미치는 영향도 학생마다 다를 것이다. 문제설정을 통

한 학습이 문제해결력이나 수학 성취도를 향상시킬 수 있다는 연구는 있으나 모든 학생들에게 일률적으로 똑같은 문제설정 방법을 적용하기보다는 학생 능력에 맞는 문제설정 방법을 택하여 달리 지도할 필요가 있을 것이다. 이에 위에서 제시한 세 가지 방법 중 어떤 문제설정 방법이 어떤 능력의 학생들에게 보다 더 학습 효과를 가져 올 수 있는지 이를 실제적으로 뒷받침할 수 있는 연구가 필요하다. 한편 문제설정은 창의적인 활동의 한 특성으로 오랫동안 고려되어 오고 있다. 새로운 문제를 제기하거나 문제를 새로운 다른 풀이를 생각해 내거나 문제를 새로운 각도에서 바라볼 수 있기 위해서는 창의적인 상상이 필요하다고 했으며 이를 통해 실제로 과학 발전이 이루어진다고 했다(Leung, 1993). 창의력을 향상시키는 교육 프로그램에는 많은 경우 창의적인 문제해결을 위해 문제의 속성을 파악하고 이 속성을 바꾸어 새로운 문제를 만들거나 문제의 조건을 다르게 변경함으로써 새롭고 다른 면으로 볼 수 있게 하는 단계를 포함하고 있다. Guilford(1971)의 창의력과 관련이 많은 확산적 사고를 촉진하는 질문에서, 문제설정과 비슷한 사고 활동이 일어난다고 할 수 있다. 또 브레인스토밍시에 학생들이 아무런 아이디어도 내지 못할 때 학생의 사고를 확장할 수 있도록 틀을 제공할 수도 있다. 즉 문제에서 주어진 조건이나 상태를 바꾸어 제공함으로써 학생들이 생각의 방향을 다시 잡게 해줄 수 있다. 이때 사고의 방향을 변경하거나 사고의 확산을 위해 문제설정 활동이 일어난다고 할 수 있다(1993, 임선하). 또한 Osborn(1953)의 창의적 문제해결 방법 중 문제해결책을 찾는 질문 중에서도, 신세호(1981)의 창의력을 북돋우는 질문 목록 중에서도 문제설정이 중요한 수단으로 여기고 있다. 이는 창의적으로 문제를 해결할 경우에도 문제설정 활동이 자주 일어나며 또 창의력 발달에도 이 문제설정이 필요하다는 것을 의미한다고 할 수 있다.

2. 문제설정의 관점

문제해결력을 향상시키기 위해 문제설정 방법을 적용할 때는 학생들의 학습능력 수준에 따라 수준별 지도가 필요하다. 학습 능력 수준이 상대적으로 떨어지는 하위집단은 문제 상황으로부터 임의로 문제를 설정하는 방법보다는 학생들에게 문제설정하는 방법을 자세히 제시, 안내해주는 조건 변경이나 결과 변경에 의한 문제설정 방법이 보다 바람직할 것이다. 또한 상위집단은 조건 변경에 의한 방법이나 임의 문제설정 방법보다는 결과 변경에 의한 문제설정 방법이 더 바람직하다. 임문규(1992)는 수학교육에서 문제 만들기와 문제해결의 관련에 관한 연구에서 학생들은 문제 만들기를 통하여 높은 흥미와 관심을 나타내고 이와 같은 문제설정의 학습을 통하여 학생을 스스로 문제 만들기에 대한 가치를 인정하고 교재개발 및 교수·학습방법에 대한 개선과 발전을 위한 기초가 된다고 하였다. 학생들의 발산적 생산에 의한 창조적 사고력의 육성이 가능함을 시사해 주고 있다.

문제설정은 수학적 활동과 지적 탐구에서 중요하다. 이것은 교육 과정의 목표에 도달하기 위한 수단으로서 그리고 하나의 목표 그 자체로서 수학 교육에서 관심을 받고 있는데 여기서는 우선 수학 교육에 있어서 문제설정의 역할과 위치를 볼 수 있는 몇 가지 관점들을 Silver(1993)의 견해를 근거로 하여 검토해 보려 한다.

1) 문제설정을 창조적 활동의 일면, 또는 특별한 수학적 능력으로 본다.

2) 문제설정을 탐구지향(inquiry-oriented) 교수의 한 특징으로 본다.

3) 문제설정을 수학적 활동의 독특한 특징으로 본다.

4) 문제설정을 학생들의 문제해결력을 개선시키는 수단으로 본다.

5) 문제설정을 학생들에게 수학적 이해를 주는 수단으로 본다.

6) 문제설정을 학생의 수학에 대한 성향을 개선하는 수단으로 본다.

3. 수학 문제 만들기 교수·학습에 관한 이론

수학교육에서 문제해결을 강조한 역사는 오래 전부터이며 오늘날에도 변함없이 학교 교육 현장에서 실천되고 있다. 그런데 문제가 없이는 문제해결을 할 수 없는 것이므로 이 두 관계는 동전의 양면과 같다. 그러므로 문제를 발견하거나 문제를 만들 수 있는 능력은 문제해결과 동등하게 또는 그 이상으로 강조되어야 한다는 의미에서 수학교육에서 문제 만들기 교수·학습의 필요성이 대두되게 된 것이다.

학생들은 주어진 문제를 푸는 것만으로 끝나는 것이 아니라, 학생들 스스로 적극적으로 문제를 발견한다든지 만듦으로써, 성취감과 함께 자신감을 얻게 되어, 수학에 대한 관심이 높아질 수 있다. 또한 수학의 개념과 구조에 대한 더 깊은 이해와 파악이 가능하며, 자기 스스로 주체적인 수학화를 행하여 갈 것으로 생각되기 때문이다.

주어진 상황 또는 문제로부터 사물을 바꾼다든지 숫자를 변경한다든지 하여 원래의 문제와 유사한 문제, 또는 완전히 새로운 문제를 만들려고 하는 연구를 함으로써 유연하고 다양한 사고활동을 통하여 창의력이 육성될 수 있다고 생각된다. 이러한 고차원적인 수학교육의 의의를 통합적으로 달성하는 보다 발전적인 면에서 문제 만들기 교수·학습을 강조할 수 있다.

이와 같이 문제 만들기 교수·학습은 학생들의 사고활동의 훈련을 위해 좋은 지도 방법이며, 학생들이 만든 문제를 보면 그 학생의 수학에 대한 능력이 확실히 드러나므로 평가에 그대로 적용할 수 있을 것이다.

미국의 수학교육학자 Kilpatrick(1987)은 '기존의 수이 계산기에 의하여 해결된다면, 지금부터의 수학교육의 방향은 계산기가 할 수 없는 문제의 생성과 문제 만들기에 중점을 두어야 하지 않을까?' 하고 지적하였다.

특히 문제 만들기 교수·학습은, 장래에 수학 교사가 될 사람에게는 필수적으로 문제 만들기의 능력을 갖게 할 필요가 있다고 생각된다. S.I. Brown과 M.I. Walter 등도 문제 만들기의 이론 및 실천에서 수학교사가 될 사람에게 있어서도 문제 만들기 능력을 키우는 것을 하나의 의의로 들고 있다.

일찍이 일본에서는 명치시대부터 작문지도라고 하여 오늘날의 문제 만들기 교수·학습의 중요성을 인식하고, 산술교육에서 작문지도는 창조성, 자주학습, 수리화 등을 강조하여 문제 만들기를 지도하였다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구대상

대구광역시 수성구에 있는 K고 비교반 2개 반, 실험반 2반 132명과, N고 비교반 2개반, 실험2반 133명을 대상으로 하였다. 본 연구의 학생 대상을 도표로 그려보면 다음과 같다.

<표 III-1> 연구 대상자 (단위:명)

실험 학교	연구주제	집단 분류	학 급	인원수	계
K고	일반적 수업	실 험 반	2	66	198명
	Polya 수업모형		2	66	
	문제설정 수업모형		2	66	
N고	일반적 수업	비 교 반	2	66	200명
	Polya 수업모형		2	67	
	문제설정 수업모형		2	67	

2. 연구설계

<연구과제1> 국·내외 수업모형을 바탕으로 새로운 문제설정 수업모형을 개발한다.

<연구과제2> 문제설정 수업모형이 문제해결력에 미치는 결과를 조사하기위하여 행동 특성 검사지와 문제설정에 관한 견해를 보기 위해 설문지를 조사하였다.

3. 연구절차

본 연구는 다음과 같은 절차에 따라 진행하였다.

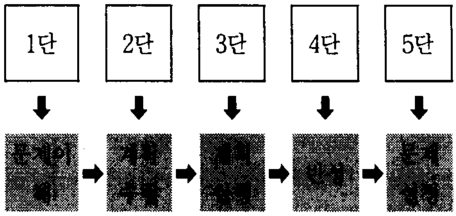
1) <연구과제1>의 연구절차

문제설정 수업모형을 연구하기 위해서 국·내외 수업모형을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 국내 수업모형은 한국교육개발원 수업모형, 강문봉의 수업모형을 참조하였다.

둘째, 국외 Rudnik(1987)의 문제해결, 교수·학습모형 Dewey(1952)의 문제 해결 전략, Schoenfeld(1980)의 문제해결 , Polya의 문제해결 수업 모형을 참조하였다.

본 연구자는 앞에서 제시된 여러 가지 수업 모형을 부정하고 싶지는 않다. 하지만 시대가 변함에 따라 모든 것이 변화하듯이 교육과정에 수업모형도 변화할 필요가 있다고 본다. 그래서 자기 주도적 학습을 강조하는 제7차 교육과정에 알맞은 수학과 문제해결 수업 모형을 구안할 필요가 있다고 본다. 이런 관점에서 학생들의 자기 주도적 학습을 위해서는 <문제 설정 학습>이 문제해결력을 신장하는 바람직한 방법가운데 하나가 될 수 있다고 생각한다. 4단계까지는 Polya의 문제해결전략을 적용하고 Dewey의 반성적 사고 차원에서 5단계는 학생들이 스스로 문제를 만들어 보고, 만든 문제를 해결하고 더 차원 높은 문제를 만들어 보고 이를 해결하게 한다. 문제 설정은 문제 해결 교수학습의 단순화를 지양하고, 문제 해결과의 직접적인 관련과 수학 교수 학습의 다양화를 위해, 그리고 학생들 의 유연하면서도 확산적인 사고력의 육성 및 학생 자신의 주체적인 자주학습을 위해, 수학에 대한 흥미와 관심을 고취시켜 수학교육의 개선과 발전을 기대할 수 있는 방법이다. 그 가운데 특히 소집단 토의 학습을 통한 문제설정 수업모형은, 학생이 자발적으로 활동에 참여하여 논리적이고 생산적인 학습태도를 기르게 되며, 이런 태도를 지속적으로 발전시켜 주고 문제를 찾아 탐구하고, 추측하고, 토론하여 반성하는 경험을 통해 도전적으로 문제를 해결하게 함으로써 모험성과 자신감을 얻게 된다는 것을 보여주고 있다. 이것을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



2) <연구과제2>에 대한 연구절차

(1) 실험대상 선정은 대구시내 일반계 고등학교의 K고와 N고의 2학년 남자 각각 2개 반을 각 실험집단으로 선정하고 K고와 N고의 각각 남자 고등학교 2개 반을 비교집단을 실험대상으로 선정하였다.

(2) 학생들의 선행지식을 알아보기 위하여 4月 모의고사 실시 결과를 조사하였다. 또한 1학년 때 한국심리교육연구소에 실시한 학습능력검사를 실시하여 연구에 필요한 기초자료를 조사하였다.

(3) 연구대상 학교의 교사에게 연구목적, 연구내용을 안내하고 실험 일정을 협의하였다. 구체적 내용을 살펴보면 다음과 같다. 실험 기간은 28주 동안 걸쳐 실시하였다.

사전·사후 검사의 실시 등의 절차가 필요하면 Polya의 문제해결전략, 문제설정, 이론적 배경 교육을 설명하고 수업방법, 일정 협의를 하고 실험 대상 학급의 담임교사의 긴밀한 협조가 필요하기 때문에 본 연구자는 본 연구의 목적과 의의, 방법에 관하여 담임교사, 담당 수학교사에게 자세히 설명하고 실험일정에 대해 협의하였다. 본 연구가 순조롭게 이루어질 수 있도록 최대한의 협조를 구하였다.

(4) 실험 일정이 협의된 후 본격적으로 실험을 진행하였다. 28주 동안 실험처지 도중 본 연구자는 교육환경을 파악하고 연구의 미비점 발견 시 이를 즉시 해결하였으며, 본 연구가 원활히 진행될 수 있도록 긴밀한 점검을 하였다.

(5) 사전검사 결과와 사후검사 결과를 통계적 분석을 실시하였다.

① 실험학교의 일반수업, Polya, 문제설정수업의 동질성을 확인하기 위해 세 집단의 사전검사인 ANOVA 기법을 통해 분석하였다.

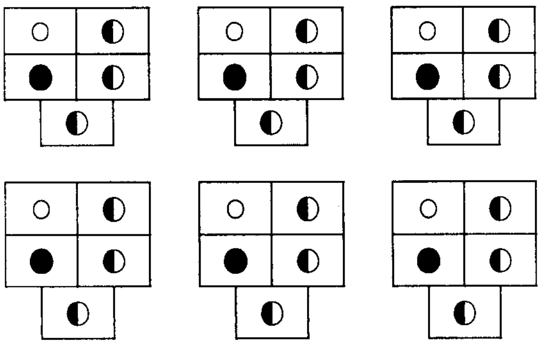
② Polya의 수업모형의 효과를 확인하기 위해 실험학교의 비교반과 실험1반의 사후검사 결과를 t검증을 통해 분석하였다.
③ 실험학교의 Polya과 문제설정수업의 효과를 분석하기 위해 비교반, 실험1반, 실험2반의 사후검사 결과를 ANOVA 기법을 통해 분석하였다.

(6) 실험 학교 학생의 수학에 대한 생각, 태도, 지적, 정의적, 창의적 특성 등이 어떻게 변화하였는지 알아보기 위하여 사후 행동특성 검사지를 조사하여 통계분석 하였다.

3) 문제설정 수업의 연구방법

실험반과 비교반의 같은 시간과 조건을 부여하여 다른 요인에 의한 오차를 배제시킨다.

(1) 선행지식 검사 결과로 한 학급 당 6~7개의 소집단으로 구성하였고, 이때 소집단은 5~6명의 이질집단으로 구성하였다. 구체적 좌석배치도는 다음과 같다.



● : 상위학생 ◐ : 중위학생 ○ : 하위학생

(2) 3月 문제설정방법에 대하여 구체적으로 예를 들어 쉽게 학생들에게 설정 방법에 대하여 설명하였다.
(3) 문제설정에 대한 별도의 노트를 준비하여 매 시간마다 학습과제를 제시하였다.
(4) 문제설정의 과정, 문제설정 동기 및 착상 등을 알아보기 위해 소집단 별로 발표하였다.
(5) 문제설정 수업은 연습문제, 보통문제, 발전문제, 심화문제 중심으로 문제설정 수업이 이루어 졌다.
(6) 문제설정에 관한 학생들의 반응을 알아보기 위하여 문제설정 초기, 문제설정 중, 문제설정 후의 학생들의 반응을 조사하였다.
(7) 문제설정 수업은 조건 변경방법, 결과 변경방법, 임의 선정방법으로 하였다.
(8) 수학에 대한 태도를 알아보기 위하여 사후 행동 특성 검사를 실시하였다.
(9) 실험처지에 대한 결과를 알아보기 위하여 t검증을 실시하였다.
(10) 실험초기·후의 문제설정의 견해 및 관점을 알아보기 위하여 설문지를 조사하였다.
(11) 문제설정은 문장제에 대하여 원문제를 주고 이를 이용해 문제를 만들고 이를 다시 해결하도록 하였다.
(12) 문제설정은 문장제가 아닌 문제도 문제설정 수업을 실시하였다.

5. 검사도구

본 연구에서 사용된 검사 도구는
첫째, 문제설정에 관한 견해를 알아보기 설문지, 수학적 태도의 변화를 알아보기 위한 행동특성검사지를 사용하였다.
둘째, 집단의 수준을 알아보기 위하여 집단 지능검사 A형을 사용하였다.

1) 문제설정에 관한 견해에 대한 설문지

임문규(2001)는 제7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교재의 문제 만들기 내용 분석 및 학생들의 실태조사에서 수학문제를 만들어 본 경험으로부터 느낀 점을 알아보기 위하여 사용한 설문지를 재인용하였다.

2) 행동 특성 검사지

자신의 수학에 대한 적성, 태도, 성향, 일반정신, 창의력, 반성, 창의적 특성 등이 실제로 어떻게 변화하였는지

를 알아보기 위하여 사후 검사를 실시하여 수학적 행동특성의 변화를 알아보는 검사지이다. 작성된 질문 내용은 영재학생의 행동특성을 알아보기 위하여 작성된 검사지이긴 하나 본 연구자가 문장을 재수정하여 신뢰도 분석과 요인분석을 실시하였다. 이 검사지는 학생의 행동특성을 알아보기 위한 검사지이다.

3) 행동 특성 검사에 대한 요인분석, 신뢰도 분석

<표Ⅲ-2> 행동 특성검사의 요인분석과 신뢰도분석

구분		중학교(400명)				고등학교(400명)			
		요인분석		신뢰도분석		요인분석		신뢰도분석	
요인	문항수	고유치	누적변량	크론바하알파계수	문항제거시 α값 상승문항	고유치	누적변량	크론바하알파계수	문항제거시 α값 상승문항
적성	3	1.854	61.809	.6915	없음	1.937	64.556	.7159	없음
태도	7	3.031	43.304	.8374	없음	3.021	43.161	.7783	없음
성향	6	2.748	45.804	.7742	없음	2.606	43.438	.7382	없음
일반	4	2.135	53.381	.7625	없음	1.941	48.513	.6431	없음
창의력	7	3.566	50.942	.7065	없음	3.509	50.133	.8313	없음
반성	4	2.094	52.358	.6915	없음	2.017	50.427	.6701	없음
전체	33	4개 요인	69.560	.9230	없음	6개 요인	64.275	.9102	없음

<표Ⅲ-3> 행동특성 검사의 하위요인 분류 및 각 요인들의 문항

구분				문항번호	문항수	중학교 3학년(400명)	고등학교 1-2학년(400명)	전체(800명)
정의적인 태도와 성향	적성	수학적 적성	타인의 평판	1	3	.6915	.7159	.6988
			남다른 특별한 소질	25				
			타고난 소질과 적성	28				
	태도	수학적 흥미와 호기심, 애착	강한 흥미와 애착	2	7	.8374	.7783	.7764
			호기심있는 질문	3				
			탐구심	26				
		도전적인 자신감	새로운 문제에 대한 자신감	4				
			수학적 의사소통에 대한 자신감	5				
			어렵고 복잡한 것에 대한 도전	27				
			자기가 확신하는 것에 대한 신념과 고집	24				
	성향	열린마음과 민감성	개방성	18	6	.7749	.7228	.7571
			민감성	19				
		과제 집착성	수학적 과제에 대한 끈질긴 집착성	21·				
			애매모호함에 대한 참을성	21				
		보다 우아한 해법을 찾으려는 경향성	보다 나은 다른 풀이 방법에 대한 모색	22				
			일반적인 해를 찾으려는 경향	23				
인지적인 사고 기능	일반정신능력	기억력과 집중력	수학적 기억력	6	4	.7625	.6431	.6888
			수학적 과제에 대한 집중력	7				
		의사소통 능력	언어적 표현력	10				
			수학적 언어(용어, 기호, 수식 등의 문장) 사용능력	11				
	창의력	전체적인 관계를 파악하는 통찰력	전체와 핵심, 관계를 파악함	12	7	.8419	.8313	.8418
			수학적 직관과 통찰력	13				
		창의력	사고의 전환능력	14				
			풀이 방법의 독창력	15				
			추측과 상상력	29				
			창조력	30				
			다양한 풀이전략의 사용	31				
			문장제 문제해결능력	32				
			수학 문제해결책에 대한 반응	33				
	반성능력	적용, 비판, 일반화하는 등의 반성 능력	타 교과 및 일상생활에 대한 응용/적용력	16	4	.6915	.6701	.6928
			오류에 대한 비판 능력	17				
			일반적인 풀이를 찾고 일반화시키는 능력	8				
			메타인지적 반성 능력	9				
전체		6개요인, 33문항				.9230	.9102	.9412

6. 문제설정에 대한 반응

어떤 문제를 완전히 이해하고 해결하기 위해서는 다양한 방향으로 많은 문제를 풀어 보아야 한다. 원문제와 유사한 문제를 만들어 보기도 하고, 내용 및 방향을 바꾸어 보기도 하고 조건을 다르게 해 보기도 하여 다양한 문제를 접해 보아야 한다. 또한 자기가 만든 문제를 해결하려고 하는 학습자의 자세가 올바르게 인식하기 때문에 문제를 해결할려고 하는 과제 집착력이 한층 더 뛰어나기 마련이다.

문제설정은 학생들의 사고가 다양하게 전개됨에 따라 여러 가지 문제를 만들 수 있고 이에 따라 문제해결 방향도 다양할 것이다. 구체적인 수업진행 방향은 다음과 같다.

(1) 적용 전 반응

문장제가 아닌 문항과 문장제 문항의 정답률은 상당한 차이가 있는 것을 확인할 수 있다. 대부분의 학생들은 문장제 문항은 문장제가 아닌 문항에 비해 상대적으로 시간에 쫓겨 저항감과 기피증을 느끼며 한가지 문장제 문제에 대한 이해도가 낮아 식을 세우는데 많은 어려움을 겪고 있음을 알 수 있다. 또한 문장제 문항은 여러 영역에 걸친 통합적인 문제이기에 수학의 전 영역에 대한 기초학력 결손이 발생하면 응용력이 뒤떨어져서 문제해결에 많은 곤란을 겪게 된다. 학생들은 여전히 만든 문제에 대한 흥미와 관심이 없었다. 또한 문장제 문제는 저학년부터 문제를 해결하는데 지도교사의 세심한 학습지도가 부족하여 문제를 해결하는데 문제의 이해도가 낮거나 긴 문장을 이해하는데 많은 어려움을 느끼고 있었다. 문제설정 초기 학생들의 반응은 다음과 같다.

첫째, 문제설정 초기 학생들은 문제설정에 익숙치 않아서인지 막막한 분위기였다.

둘째, 조건이나 숫자를 바꾸는 일이 쉽지 않았으며, 답이 문제와 모순되거나 문제가 해결되지 않은 경우가 많았다.

셋째, 문제를 설정하는 데에는 많은 시간이 들었으며, 많은 시행 착오를 겪기도 하였다.

넷째, 구체적 해결전략을 제시하지 않고 있다.

(2) 적용 중 반응

수업활동 중 문제설정에 대한 구체적인 반응은 다음과 같다.

① 종전의 일제학습의 단점을 극복하기 위해서 소집단 토의학습을 통하여 학생 스스로 토론식 수업을 전개하면서 기본적인 개념 원리를 완전히 이해할 수 있도록 하고 이해가 잘 되지 않으며 조장이 개인으로 지도해 주며 토론 과정에서 이해가 되지 않은 내용들은 지도교사가 순회하면서 적절한 설명을 제공하여 종전의 획일적인 수업방식을 탈피한다.

② 실험반을 소집단 그룹으로 5조 6~7명 그룹으로 나뉘고, 그 그룹별 우수학생 한명(조장)을 배치하였다. 이 조장이 조의 대표가 되어 토의학습 내용을 진행하면서 조원들이 잘 모르는 내용을 그들의 이해에 도움이 되도록 하였다.

③ 과제에 대한 정보를 바탕으로 교사와 각 그룹 전체가 토론에 임하면서 해결 가능한 형식으로 과제를 재 진술하며 제시된 과제 정의에 맞는 아이디어를 발견한다. 그룹별 학습활동이 자유스러운 가운데 문제해결에 대한 활발한 정보교환이 이루어지도록 유도하여 학생들이 가능한 한 많은 아이디어를 생성할 수 있도록 하고 모든 아이디어가 발견될 때까지 판단을 보류하여 문제해결에 대한 탐구 노력하는 학습태도가 길러지도록 한다.

④ 아이디어 발견과정에서는 발표된 의견이나 오답도 일단 수용하고 오답을 활용하여 더 나은 방향으로 문제를 해결토록 한다.

⑤ 많은 학생들이 설정한 문제의 오류 및 장단점을 지적해준다.

⑥ 학생들의 다양한 아이디어 장·단점, 다른 사람의 견해, 자료를 유용한 아이디어로 전환시켜 문제를 해결하기 위한 최선의 해결력 신장요소를 선정한다. 이를 바탕으로 각 그룹별로 문제해결전략을 계획 실행한다.

⑦ 각 그룹별로 해결전략 및 문제설정한 문제 풀이를 OHP를 이용하여 발표토록 하여 잘못된 풀이에 대해서는 질의 응답하는 가운데 오류 원인을 스스로 발견하여 처치하도록 하는 등 반성이 이루어지도록 한다.

⑧ 교사는 학생들이 해결책을 계획 수립하는 데 도움이 되는 연습문제들을 선정구안하여 다양한 질의 응답에 대한 객관적 준거 적용을 통하여 반성하도록 하고 각 해결전략을 비교검토하면서 정리·반성한다.

⑨ 수업 중 소집단 토의학습을 통하여 다양한 풀이방법을 제시함으로서 학생들이 문제설정에 대한 관심과 흥미를 가지게 한다.

⑩ 수업 중 철두철미하게 문제설정형 수업모형 5단계를 강조하면서 수업을 진행하였다. 구체적 문제해결전략 과정의 수업모형은 다음과 같다.

⑪ 학생들의 문제설정에 대한 자신감과 흥미를 더욱 더 고취시키기 위해 학습지로 학습과제를 제시하였다. 문제설정 중 학생들의 반응을 종합하면 다음과 같다.

첫째, 문제 이해도가 조금 높아지고, 문제의 이해도의 시간 소요가 단축된다.

둘째, 응용력이 점차 향상되었고, 조금씩 문제를 설정하는데 감이 잡힌다.

셋째, 문제설정을 하는데 점점 흥미를 가졌고, 약간의 자신감이 생겼다.

넷째, 어떻게 바꾸며 답이 어떻게 나올지 대충 감이 잡혔고, 문제를 설정하는 문항수가 점차 증가하였다.

다섯째, 문제를 설정하면서 문제가 자연스럽게 해결되었고, 조건이 하나만 바뀌어도 문제의 답이 없거나 의도와는 전혀 다르게 답이 나왔다.

(3) 적용 후 반응

문제설정수업 후 학생들의 구체적인 반응은 다음과 같다.

① 처음에는 문장제 문제에 대하여 조급함을 느꼈고, 월별 문항 평가시 두려움을 많이 느꼈다. 그러나 일정한 시간이 흘러가며 문제설정수업모형에 맞춰 각 단계에 맞게 문제를 이해하고 식을 세울려고 노력했다. 또한 정확한 계산을 하려는 의지가 보였다.

② 소집단 토의학습을 통하여 다양한 풀이방법을 제시하면서 문장제 문제에 대하여 이해도 및 흥미도가 높아졌으며 문장제 문제에 대한 자신감을 많이 가졌다. 또한 당황하지 않고 차분하게 문제를 설정하고 문제해결의 식을 세우는 습관이 생겼다.

③ 어려운 문장제는 쉽게 토의하지 않고 혼자서 문제를 해결하려는 과제집착력 및 문제해결력이 이전보다 돋보였다.

④ 10월 문장제 문제의 문항 평가시 과감하게 문제를 풀려고자 하는 자신감이 한층 더 돋보였다.

⑤ 다른 조와 비교하여 자기의 풀이법의 차이점을 비교분석할려고 하였고, 또한 다른 조의 좋은 풀이법을 수용하려는 노력이 고조되었다.

⑥ 학생들이 더욱 더 좋은 문제를 만들려고 하였다.

⑦ 문제설정의 영향으로 문장제가 아닌 문제도 조건과·결과 임의변경의 문제를 만들려하는 노력이 한층 더 고조되었다.

⑧ 문제에 대한 기피증을 느끼지 않고 과감하게 문제를 해결하려고 하였다.

⑨ 각종 참고서에 나오는 문제의 오류를 발견하고 이를 올바르게 고쳐 문제를 해결하려는 의욕이 고조되었다.

⑩ 처음에는 발표하는데 대한 두려움이 많았지만 시간이 흐를수록 이에 대한 두려움은 점차 감소되었다.

⑪ 어떤 문제를 해결 한 후 학생들은 posing을 외치며 더욱 더 재미있는 문제설정을 원했다. 보다 좋은 문제를 설정하면서 자연스럽게 박수가 나오기도 하였다.

문제설정 후의 학생들의 반응을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 문제설정하는 것에 한층 더 흥미가 있었고, 어려운 문제를 접하면 힘들기도 하지만 포기하지 않고 끊임없이 도전하고 싶다.

둘째, 문제설정에 흥미를 느끼고 학생들은 교사의 수업의도를 이해하였고, 다양한 문제를 만들어 풀 수 있었다.

셋째, 자신감이 한층 더 고조되었고, 시간이 보다 단축되었다.

넷째, 문제를 자유 자재로 바꾸기가 쉬웠고, 문제를 해결하는 데 많은 도움이 되었다.

다섯째, 친구들이 만들어 놓은 잘못된 문제도 스스로 발견할 수 있다.

Ⅳ. 자료 수집 및 분석

1. 통계분석을 위한 월별 성적분포

1) <연구과제2> 에 대한 통계분석을 위한 월별 성적분포는 다음과 같다.

조사 대상자의 반별 성적 분포는 다음과 같다.

<표 Ⅳ-1> 월별 성적분포

집단분류	수업모형 \ 월별		3월	4월	6월	8월	9월	10월	11월
비교반 (398)	일반 수업 (132)	①	46.7	46.7	45.9	46.2	45.3	46.2	46.9
		②	33.6	26.9	38.5	25.8	31.6	32.3	34.1
		편차	13.1	19.8	7.4	20.4	13.7	13.9	12.8
	Polya 수업 (133)	①	46.5	47.9	46.8	45.7	46.1	46.9	49.9
		②	33.1	30.2	38.7	30.1	33.9	37.1	39.9
		편차	13.4	17.7	8.1	15.6	12.2	9.8	10.0
	문제설정 수업수업 (133)	①	45.9	47.7	48.1	49.7	46.7	50.9	55.7
		②	33.8	31.7	40.2	34.8	37.2	40.01	45.5
		편차	12.1	16.0	7.9	14.9	9.5	10.89	10.2
실험반 (398)	일반 수업 (132)	①	45.9	46.7	45.8	44.9	46.2	46.5	47.2
		②	33.1	27.2	37.6	26.5	32.1	33.1	35.1
		편차	12.8	19.5	8.2	18.4	14.1	13.4	12.1
	Polya 수업 (133)	①	46.5	48.1	47.2	46.2	47.5	47.0	49.9
		②	34.5	32.5	39.7	35.3	38.2	39.0	46.2
		편차	12	15.6	7.5	10.9	9.3	8.0	3.7
	문제설정 수업수업 (133)	①	45.9	46.9	49.1	48.5	47.8	50.3	56.2
		②	33.9	33.9	41.3	38.7	38.9	43.9	49.3
		편차	12	14.3	6.8	13.5	9.9	11.4	14.9

ⅰ) 단 ( )은 30문항 중에서 문장제 아닌 문항수.
ⅱ) ①은 문장제 아닌 문제의 정답률.
ⅲ) ②은 문장제 문제의 정답률

(1) 실험반의 성적분포는 3월이후부터는 실험반의 성적의 편차가 적어지다는 것은 난이도에 따라 차이가 있겠지만 종합적으로 볼 때, 성적이 향상됨을 알 수 있다.
(2) 비교반과 실험반의 일반문항의 정답률을 보면 일반수업모형은 성적분포의 변화가 없지만, 문제설정수업은 월별 성적이 점차 향상됨을 알 수 있다.
비교반과 실험반의 문장제 정답률의 편차가 크지 않는 이유는 문장제의 해결은 저학년부터 수학적 기본 정의와 기초가 필요한 것이며, 이를 쉽게 해결하기가 그렇게 쉽지 않다는 것이다. 그래서 문장제 해결전략은 교사의 세심한 관심과 구체적 해결전략이 적실히 필요하다고 생각되어진다.
(3) 문장제가 아닌 문항에서 월별 성적이 점차 향상됨을 알 수 있다.

2. 사전, 사후 성적분포 통계분석

1) 사전 성적분포 통계분석

비교반, Polya, 문제설정수업모형 반의 동질성을 확인하기 위해 t 검증을 시행하였다. 유의확률은 0.502로 세 집단간의 유의미한 차이는 발견되지 않았다. 즉 3월의 비교반과 실험반의 차이는 동질집단임을 알 수 있다.

(1) 기술 통계량 (종속변수 : K고 비교반)

<표 Ⅳ-2> 기술 통계량

반모형	평균	표준편차	N
일반적 수업	45.47	13.95	132
Polya 수업모형	44.95	16.48	133
문제설정수업모형	48.02	14.51	133
합계	45.82	15.01	398

(2) 개체간 효과검정

<표 Ⅳ-3> 개체간 효과검증

소스	제곱의 합	자유도	평균제곱	F	유의확률
모형	311.2	2	155.6	0.690	0.502

2) 사후 성적분포 통계분석

일반 수업 모형과 Polya 수업 모형의 비교반과 실험반의 결과를 비교하기 위해 t검증을 한 결과 Polya 모형을 실시한 실험 1반의 평균이 비교반에 비해 높았으며, 10% 신뢰구간에서 유의미한 결과를 나타냈다.

즉 일반적 수업보다 Polya 수업모형이 문제해결력 신장에 매우 효과가 있다고 본다.

집단 통계량과 평균의 동일성에 대한 t를 검정하면 다음과 같다.

(1) 집단 통계량

<표 IV-4> 집단 통계량

수업모형 \ 내용	N	평균	표준편차	평균 표준편차
일반적 수업	132	45.98	13.93	1.21
Polya 수업모형	133	49.00	13.84	1.19

(2) 평균의 동일성에 대한 t-검증

<표 IV-5> t-검증

	t	자유도	유의확률	평균차	표준편차	95% 신뢰구간
등분산이 가정됨	-1.780	266	0.076	-3.02	1.70	-6.37
등분산이 가정되지 않음	-1.780	265.67	0.076	-3.02	1.70	-6.37

3. 문제설정연구 통계분석

일반수업과 문제설정형에 대한 두 수업모형에 대한 결과로 일반수업 보다 문제설정형의 실험반 평균이 비교반에 비해 높았으며, 유의 확률 F= 0.008로 세 집단은 5% 신뢰구간에서 유의미한 차이를 보였다. 구체적 기술 통계량 및 개채간 효과검증은 다음과 같다.

(1) 기술 통계량

<표 IV-6> 기술 통계량

	평균	표준편차	N
일반수업	45.98	13.93	132
Polya	49.00	13.86	133
문제설정수업	51.27	13.82	133
합계	48.78	14.01	398

(2) 개체 간 효과검증

<표 IV-7> t-검증

소스	제곱의 합	자유도	평균제곱	F	유의확률
모형	1888.08	2	944.04	4.90	0.008

4. 행동특성검사에 대한 사후 태도 검사

비교반과 실험반에 대한 수학적 태도 검사를 실시하였다. 33개의 문항을 같은 유형의 문제를 분류하기 위하여 구형성 검정 결과 변수들간의 상관관계를 알아보기 위해 KMO와 Bartlett를 실시하였다. 구형 성 검정 결과 변수들 간의 상관성을 나타내는 KMO측도는 0.96으로서 변수들의 상관성이 매우 높으며 유의 확률은 0.000으로서 변수들 간의 상관계수가 모두 0이라는 가설을 기각하므로 요인분석을 할 수 있다. 구체적 KMO와 Bartlett의 검정은 다음과 같다.

<표 IV-8> KMO와 Bartlett의 검정

내용	비율
Kaiser-Meyer-Olkim측도	0.965
Bartlett 검사 카이제곱	9455.503
자유도	660
유의확률	0.000

행동특성 검사지의 38개 항목 중에서 크게 6개의 주성분을 나누었다. 이 결과 적성, 태도, 성향, 일반정신능력, 창의력 6주성분은 반성능력으로 설명된 총 분산표는 회전하여 고유값이 1이상이 된 요인이 5개 있음을 보여준다. 6개의 요인으로 전체 변이의 60.398%를 설명하는 것으로 나타났다. 이에 따라 33개 항목의 설문은 6개 요인들로 이에 따를 총분산과 회전된 요인행렬은 다음과 같다.

<표 IV-9> 설명된 총분산

구분		초기 고유값	분산	누적	추출 제곱합 적재값	분산	누적	회전 제곱 합 적재 값	분산	누적
정의적인 태도와 성향	요인	전체	% 분산	% 누적	전체	% 분산	% 누적	전체	% 분산	% 누적
	적성	18.960	51.244	51.244	1.323	50.210	50.210	6.580	4.907	60.39
	태도	1.654	4.469	55.714	1.293	3.495	53.705	5.740	15.514	33.29
	성향	1.555	4.201	59.915	1.155	3.121	56.826	4.372	11.815	45.11
인지적 사고기능	일반 정신 능력	1.166	3.151	63.066	1.725	1.959	58.758	3.840	10.378	55.49
	창의력	1.029	2.781	65.847	18.578	1.613	60.398	1.815	17.785	17.78
	반성 능력	.876	2.368	68.215	1.252	1.5725 3.928	53.928	4.472	10.712	45.12

회전된 요인 행렬에 나타난 비율상 인지적 사고기능인 창의력이 모든 변인에 대해 높은 값을 유지하므로 전체적인 성격이 강하다고 볼 수 있다. 창의력이 높은 것은 문제에 대한 응집이 강하며, 문제설정수업모형이 문제해결력 신장에 매우 효과가 있다고 볼 수 있다.

위의 표본집단의 성적에 대한 성적분포를 t-검증에 의하여 분석해 보면

첫째, 각 군의 분산이 같은지 다른지 증명해보면 동분상에 관한 검증의 p-value로써 p가 0.0176이므로 유의수준 5%(0.05)에 비해 작으므로 두 군의 분산이 다르다 할 수 있다. 이 경우 두 군의 평균값에 대한 검증은 p-value 역시 $\alpha=0.05$보다 작으므로 두 군간의 평균의 차이가 있음을 알 수 있다. 특히 평균(실험반) - 평균(비교반) = 2.2166 이므로 실험반의 평균이 비교반의 평균보다 크다고 할 수 있다. 이런 결과로 실험반이 비교반보다 성적이 향상되었음을 알 수 있다.

<표 IV-1>에서 비교반과 실험반의 평균을 비교해 보면 비교반보다 실험반이 평균이 더 높음을 알 수 있다. 이런 결과로 실험반이 비교반보다 성적이 향상되었음을 알 수 있다.

5. 문제설정에 대한 설문지 분석

문제설정에 대한 견해를 알아보기 위해 실험처치를 시작하는 4월에 문제설정이 문제해결력에 대한 견해 및 관점과 11월의 문제해결력에 대한 견해 및 관점을 비교하여 문제설정이 문제해결력 신장에 어떤 영향을 미치는가에 대하여 비교 분석 하였다. 문제설정에 대한 설문지 분석은 다음과 같다.

1) 문제설정에 대한 흥미도는?

<표 IV-10> 문제설정 흥미도

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	매우 흥미 있었다	12	9.02%	34	25.56%	+16.54%
②	흥미 있었다	15	11.27%	56	42.11%	+30.84%
③	보통이다	72	54.13%	30	22.56%	-31.57%
④	흥미 없었다	34	25.58%	13	9.77%	-15.81%

이 항목은 문제 만들기에 대한 학생들의 흥미의 정도를 직접적으로 물어 본 문항으로 문제 만들기에 전반적으로 많은 흥미를 나타내고 있으며, 전체적으로 실험처치 전에는 20.2%였지만 실험처치 후 약 70%의 학생이 문제 만들기를 재미있어 하고 있음을 알 수 있다.

2) 새로운 문제설정에 대한 욕구는?

<표 IV-11> 문제설정에 대한 욕구

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	매우 만들어 보고 싶다	12	9.02%	43	32.33%	+23.31%
②	만들어 보고싶다	15	11.28%	37	27.82%	+16.54%
③	모르겠다	63	47.37%	40	30.08%	-17.29%
④	관심이 전혀 없다	43	32.33%	13	9.77%	-22.56%

이 항목은 문제 만들기에 대한 학생들의 의욕의 정도를 묻는 설문으로 4월에는 20.3%가 10월에는 60.2%로 문제 만들기를 계속 하고 싶어하는 의욕을 나타내고 있다. 나머지 30%정도의 학생이 문제 만들기에 흥미를 느낄 수 있도록 여러 가지 교수·학습 방안의 연구가 필요하다고 생각된다. 30%는 하위집단으로 학습 부진아 관점에서 특별한 지도가 필요하다고 본다.

3) 수학 문제설정에 대한 어려움은?

<표 IV-12> 문제설정에 대한 난이도

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	매우 쉬웠다	9	6.77%	29	21.80%	+15.03%
②	쉬웠다	11	8.27%	43	32.33%	+24.06%
③	그저 그랬다	64	48.12%	51	38.35%	-9.77%
④	어려웠다	49	36.84%	10	7.52%	-29.32%

이 항목은 조사자의 생각은 '어려웠다' 가 많이 나올 것으로 예상하였는데 4월의 14.9%에서 10월의 54.1%로 39.2%가 증가되었다 문제를 많이 만들어 볼수록 문제설정이 크게 어려움이 없었고, 시간이 지날수록 더욱 더 좋은 문제를 많이 만들려고 노력하였다.

4) 문제설정에 대한 사고는?

<표 IV-13> 문제설정에 대한 사고

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	매우 많이 생각했다	9	6.77%	32	24.06%	+17.29%
②	많이 생각했다	13	9.77%	39	29.32%	+19.55%
③	조금 생각했다	72	54.14%	43	32.33%	-21.81%
④	많이 생각하지 않았다	39	29.32%	19	14.29%	-15.03%

이 문항은 문제 만들기에서 사고의 양을 알아보기 위한 것으로, 사고의 정도의 차이는 있지만, 문제 만들기에서 많은 사고활동이 있었음을 알 수 있는데, 많이 생각했다고 답한 학생이 전체적으로 16.4%에서 53.3%로 36.9%가 증가되었다. 조금 생각했다고 답한 학생이 54.14%에서 32.33%로 21%가 감소되어 학생들이 문제를 만들 때 많은 사고 활동을 하였음을 알 수 있다. ④ 많이 생각하지 않았다를 선택한 학생이 전체적으로 29.3%에서 14.2%로 15.1%가 감소되었다.

5) 문제설정이 문제해결력에 대한 장점은?

<표 IV-14> 문제설정이 문제해결력에 미치는 영향

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	많은 도움이 된다	11	5.26%	31	23.31%	+18.05%
②	도움이 된다	11	8.27%	50	37.59%	+29.32%
③	잘 모르겠다	72	54.14%	30	22.56%	-31.58%
④	도움이 되지 않는다	43	32.33%	22	16.54%	-15.79%

이 문항은 수학 문제 만들기에 대한 가치에 관하여 자세한 이유는 묻지 않았지만, 문제 만들기에 대한 학생들의 피상적인 가치 인식의 정도를 알아보기 위한 것이다. 위의 표에 나타난 바와 같이 4월의 13.4%에서 60.8%로 47.4%가 증가되어 전반적으로 대다수의 학생들이 스스로 수학 문제 만들기에 대한 가치를 인정하고 있음을 보여주고 있다.

이와 같이 초등학교와 같이 중학교에서는 학생들 스스로도 수학 문제 만들기의 가치를 인정하고 있으므로 앞으로의 수학 교수·학습 및 교재 구성에 있어서 많은 참고가 되어야 한다고 생각한다.

6) 문제를 푸는 것과 문제를 만드는 것 중에 어느 쪽이 더 재미있었습니까?

<표 IV-15> 문제해결과 문제설정과의 관계

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	문제 풀기	5	3.76%	27	20.30%	+16.54%
②	문제 만들기	21	15.79%	52	39.10%	+23.31%
③	잘 모르겠다	49	36.84%	28	21.05%	-15.79%
④	둘다 재미 없었다	58	43.61%	26	19.55%	-24.06%

이 문항은 학생들의 수학 문제 만들기와 문제해결과의 관련성에 대한 인식의 정도를 알아보기 위한 것이다. 그 두 가지의 관련에 관한 정확한 이유를 물어보는 것도 필요하다고 생각된다. 전체적으로 학생들 스스로가 수학 문제 만들기와 문제해결 사이에 관련이 있는 것으로 인식하고 있음을 보이고 있다. 또한 전반적으로 중·상위 학생들이 문제설정에 한층 더 흥미가 있었다고 생각된다.

7) 문제설정과 문제해결력과의 관계는?

<표 IV-16> 문제설정과 문제해결력과의 관계

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	구체적인 전략을 세웠다	13	9.77%	87	50.38%	+40.61%
②	구체적인 전략을 세우지 않았다	78	58.65%	29	21.80%	-36.85%
③	잘 모르겠다	42	31.58%	37	27.82%	-3.76%

문제설정은 원문제를 완전히 이해하여야만 문제설정이 되고 다양한 문제설정이 나오고 이에 대한 해결 방법도 다양하다고 본다. 문제설정과 문제 문제해결전략과의 관계에서 4월의 9.7%에서 10월의 50.3%로 40%로 증가하였다. 이는 문제설정을 구체적인 문제해결전략을 세우는데 매우 많은 영향을 미친다고 본다.

8) 문제설정이 과제집착력과의 관계는?

<표 IV-17> 문제설정 후 과제집착력

	내용	4월 (133)	비율	10월 (133)	비율	증감
①	매우 향상되었다	6	4.51%	37	27.82%	+23.31%
②	향상되었다	12	9.02%	37	27.82%	+18.80%
③	잘 모르겠다	69	51.88%	39	29.32%	-22.56%
④	향상되지 않았다	46	34.59%	20	15.04%	-19.55%

문제설정 후 문제를 해결하려고 하는 과제 집착력에서 ① 매우 향상되었다, ② 향상되었다 가 실험전 13.53%에서 55.64%로 42.11%가 증가하였다.

V. 결론 및 논의

20C 후반 미국을 중심으로 수학교육에서 문제해결에 대한 관심이 급증하고 이에 대한 활발한 연구가 진행되고 있다. 이에 우리 수학교육계에서도 1980년대 후반 문제해결에 대한 관심이 고조되고 이에 대한 연구가 활발하게 이루어져 오고 있다. 수학교육에서 문제해결 교육과 문제해결 관련 연구가 아주 중요시되고 있다. 중등학교 수학 교육에 있어서 문제해결에 대한 관심은 전세계적으로 점차 높아지고 있다. 문제해결 교육을 통하여 기초적인 수학적 지식이나 기능을 보다 확실히 이해할 수 있을 뿐만 아니라 의사 결정능력, 비판적 사고, 창의적 사고 등과 같은 고등정신 기능을 신장할 수 있다.

이에 대한 종합적이고 반성적인 연구의 일환으로 본 연구가 이루어졌고 이를 통해 일선현장에서 수업질 개선의 차원에서 문제해결 교육과 문제해결 관련 연구에 대한 바람직한 방향모색과 문제를 수학적인 방법으로 조직하고 해결할 수 있는 문제해결능력을 높이며 유연하고 다양한 사고 활동을 통하여 다음과 같은 결론을 얻게 된다. 그 결론은 다음과 같다. 문제설정 수업은 전통적인 수업 활동과는 큰 차이가 있다.

문제설정과 문제해결의 이론적 고찰을 바탕으로 수학 문제와 실세계적 상황으로부터 문제설정을 해보는 구체

적인 수업의 실제를 생각해 보았다. 초등현장에서는 수학 문제 만들기 내용을 교육과정에 제시하고 또 현장에서 문제 만들기 수업활동을 하고 있지만 중등에서는 교육환경 여건상 수업 현장에 적용해 본 연구는 거의 없다. 문제설정은 문제해결력을 신장하고 수업의 질을 개선하는 관점에서 매우 중요하다고 하겠다.

이런 점에서 문제설정 수업에 대한 구체적인 연구 결과를 제시하면 다음과 같다.

첫째, 국·내외 문제해결에 대한 수업모형을 바탕으로 자기주도적 학습력에 적합한 문제설정 수업모형을 개발하였다.

둘째, 문제설정 수업은 개별적이고 창의적인 사고과정을 발전시켜 자주성, 독창성, 유창성을 길러주고 학생들은 자신들의 사고를 비판적으로 사고하는 태도를 길러주었다.

셋째, 문제설정 수업은 구체적인 전략을 갖고 문제를 해결하려는 습관을 길러주었고 공동으로 협력하고, 아이디어를 같이 나누며 타인의 의견을 듣고 그것을 이해 하는 태도를 길러주었다.

넷째, 문제설정 수업은 일반수업과 Polya의 가장 문제해결 수업모형을 비교할 때 문제해결력 신장에 가장 적합한 문제해결 수업 모형이라 할 수 있고, 일반수업, Polya의 수업모형, 문제설정 수업모형 중에서 문제설정 수업모형이 수학에 대한 생각, 태도, 지적, 정의적 특성에 가장 큰 변화를 주었다.

다섯째, 많은 활동을 통해 학생이 자발적으로 활동에 참여하여 논리적이고 생산적인 학습태도를 기르게 되며, 이런 태도를 지속적으로 발전시켜 준다.

여섯째, 문제를 찾아 탐구하고 추측하고 검사하고 토론하고 반성하는 경험을 통해 도전적으로 문제를 해결하게 됨으로 학생들은 모험성과 자신감을 얻게 된다.

일곱째, 각자의 능력에 따른 개별학습과 동시에 집단학습이 이루어질 수 있다. 집단 활동을 통해 협동심을 장려하여 사회적 문제해결에 참여할 수 있는 능력과 태도를 기를 수 있으며, 교사가 수업을 개별화 할 수 있어 학생들의 다양한 욕구, 흥미, 능력을 조절 할 수 있다.

여덟째, 원문제가 평범한 문제일지라도 각자가 문제설정 활동을 하는 과정에서 원문제에서 못보던 새로운 사실이나 이미 배운 사실과의 관련, 더욱이 스스로 "알아 냈다!"라는 것만으로도 크게 감동하고 귀중한 경험을 얻을 수 있다.

아홉째, 학생들은 공동으로 협력하고, 아이디어를 같이 나누며 타인의 의견을 듣고 그것을 이해하는 태도를 기를 수 있다.

열째, 학생 자신이 수학자가 되어 수학적 발견을 함으로써 학생들은 수학이 창조적인 인간 활동이라는 것을 배우게 된다. 이상을 종합해 볼 때 수학적 사고활동이 가장 폭넓게 일어날 수 있는 영역이 바로 문제해결영역이다.

따라서 수학교육에서 문제해결력의 개발이 중요한 위치를 차지하는 것은 당연하다. 그러나, 우리 현실은 수업시간의 상당한 부분이 문제를 푸는데 투여되고 있지만, 대부분의 학생들은 문제를 풀고난 후의 성취감이나 기쁨을 느끼기 보다는 쫓기듯이 많은 문제들을 풀어가고 있으며, 어려운 문제에 부딪쳤을 때는 교사의 풀이나 자습서 등에 쉽게 의존하는 현상을 보이고 있다. 이는 배워야할 내용이 너무 많고, 시간도 부족하기 때문에, 또는 다른 여러 가지 이유 때문인 데 학생들은 그 자신이 수학하는 경험을 하기보다는 다른 사람들이 생각하여 정리해 놓은 것을 수동적으로 재생산하면서 시간의 대부분을 보내고 있는 것이다.

새로운 지식의 습득이 학생들 스스로 구성하는 것을 의미하는 것이라면 수학교육은 달라져야 한다. 학생들이 생각하고 스스로 문제를 풀 수 있는 기회가 보다 많이 제공되어야 한다. 따라서 우리 수학교사들은 수학을 하는 경험을 학생들에게 제공해줄 필요가 있다. 또한 문제의 뜻을 이해하고 다이어그램을 그리고, 패턴을 찾는 기회를 제공하고 학생 자신들도 생각할 수 있다는 것, 그리고 생각한 것을 실행해 보고, 성공과 실패를 반성함으로써 자신들의 문제해결 능력이 향상될 수 있다는 것을 깨닫도록 해 주어야 한다. 즉, 문제해결 전략에 대한 수업이 구체적이고 체계적으로 이루어져야 한다. 어떤 문제에 어떠한 전략이 사용되는지를 분명히 해야하고, 그러나 전략을 선택하는 이유도 가능하다면 밝히며, 전략을 실행하는 과정도 명백히 해야 한다.

문제해결전략에 대한 적극적인 지도가 문제해결력 성취에 효과가 있다는 믿음을 가지고 현장에 적합한 문제해결지도, 문제해결을 통한 학생 중심의 수학교육 방법

의 체계적이고도 구체적인 현장연구가 지속적으로 이루어질 필요가 있으며, 문제설정 수업은 영재학생들의 확산적 사고와 창의성에 매우 도움이 될 것이며, 13개 시·도교육청 영재학생의 교수학습 자료개발의 실라버스에도 문제설정이 매우 중요한 이론으로 활용되고 있다.

참 고 문 헌

강문봉 (2002). 수업모형의 이론과 실제, 학문출판(주), pp.523-533.

강문봉·우정호 (1993). Lakatos의 수리철학의 교육적 연구, 대한수학교육회논문집, 제3권 제2호, pp.1-16.

교육부 (1998). 제7차 교육과정. 교육부

고시제 (1997-15호), 대학교과서 주식회사.

송상헌 (2002). 수학 영재아들을 위한 행동특성검사지의 개발과 활용에 관한 연구, 대한수학교육학회 논문집, 학교수학 2권 2호.

신세호 (1998). 지력과 정의의 교육, 서울: 배영사.

우정호 (1986). 어떻게 문제를 풀 것인가, 서울 : 천재교육.

우정호 (1993). 교육적 연구에 대한 수학교육 논문집, 제3권 제2호, pp. 1-16.

이상원 (1990). 초등학교의 효율적인 문장제 지도방안, 영남대학교 석사학위 논문.

이상원 (1999). Polya 문제해결 전략을 이용한 문장제 지도 방안, 한국수학교육학회 시리즈 E.

이석희 (1997). 문제설정 방법이 문제해결력과 창의력에 미치는 효과분석, 한국교원대 석사학위논문.

임선하 (1993). 창의성의 초대, 서울:교보문고.

임문규 (1992). 수학교육에서 문제설정과 문제해결에 관한 연구, 수학교육논문집, 대한수학교육학회, p.13-22.

임문규 (2001). 초등 수학과 교수·학습 모형 및 자료 개발, 한국교육대학교 부설 수학교과 공동 연구소.

한국교육개발원 (1993). 수학과 문제해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구, 연구보고 RR85-9.

한국교육개발원 (1985), 한국심리검사연구소, 학습능력 검사.

한국교육개발원 (1987). 수학과 문제 해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구, 연구보고 RR.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*, Philadelphia, PA: Franklim Institute.

Dewey (1952). J., How we think, D.C. Heath and Co.

Guilford, J. P. (1971). *The analysis of Intelligence.* New York: McGraw-Hill

Kieren (1990). *Children's mathematics for children,* In L.Steffe(Ed.), *Transforming early childhood education,* Hillsdale : Lawrence Erlbaum Press.

Kilpatrick (1987). J. Problem formulating : *Where do good problem come from?* In A. H. Scheonfeld (Ed.), *cognitive Science and mathematics Education*(pp.123-147), Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Krulik, S (1987).,& Rudnick, J. A., *Problem Solving : a handbook for Inc, teacher,2nd ed.* ma. Allyn and Bacon, Inc.

Leng, S. S. (1993). Mathematical Problem Solving : *the Influence of task formats, mathematic knowledge, and creative thinking, proceedings of the Seventeenth International Conference for the Psychology of athematics Education,* Vol,III, 33-40.

NCTM (1989). *Curriculm and evaluation standards for school mathematics Reston,* VA: Author, p49.

Osborn, A. (1953). Applied Imagination. New York : Scribner's

Polya (1957). *How to Solve it,* 2nd ed. N. Y. : Doubleday & Company, Inc.

Schoenfeld(1980), A. H., "Teaching Problem Solving Skills," The American Mathematical Monthly, Vol. 87, No. 10, 798-805.

Silver, E. A.(1985). *Research on teaching mathematical problem solving : some underrepresented themes and needed directions,* In E. A. silver(Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 56-58, 65, 269-261.

[부록1] 수학 행동특성 검사지(학생용)

소속: ( )고등학교 ( )학년 ( )반	검사일시: 년 월 일
이름: (남, 여)	수험번호:

- 각 질문에 대한 기준 -

번호	문항	전혀, 결코 그렇지 않다		그렇지 않은 편이다		그저 그렇거나 보통이다		대체로 그런 편이다		항상, 매우 그렇다	
1	다른 사람들은 내가 수학을 매우 잘한다고 말한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	나는 수학 과목에 대한 강한 흥미와 애착이 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	나는 호기심을 가지고 엉뚱하거나 기발한 질문을 직접 하곤 한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	나는 처음 보는 수학문제를 대하더라도 두렵지 않다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	수학 문제나 내용에 대한 의견이나 주장을 다른 사람에게 말하는 것이 어렵지 않다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	내가 직접 풀어 본 수학 문제 중에 중요한 내용은 대부분 정확하게 기억해 낸다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	나는 수학 문제를 푸는 동안에는 대단히 집중하는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	나는 주어진 문제에 대한 일반화된 공식이나 원리까지도 찾아낸다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	문제를 풀고 있는 나 자신을 스스로 다시 돌아보며 틀린 것은 고치고 더 발전시켜 나가는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	내가 설명할 때 친구들은 내가 말하는 뜻을 잘 알아듣는다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	나는 내가 표현하고자 하는 아이디어를 수학적으로 깔끔하고 정확하게 잘 나타낼 수 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12	나는 수학 문제나 내용의 중요한 핵심 내용이나 전체적인 관계를 잘 파악한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	어려운 수학 문제를 풀다가 갑자기 어떤 기발한 생각을 떠올리는 경우가 많다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	나는 어떤 문제에 대해 전혀 다른 방법으로 다시 풀어 보라고 하면 이전의 풀이법에 매이지 않고 쉽게 생각을 바꿀 수 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	나의 수학 문제 풀이 방법은 내 또래의 친구들보다 독특하고 색다르다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	나는 내가 알고 있는 수학적 원리나 내용을 다른 교과서나 일상생활 내용과 잘 연결시켜 생각하곤 한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	나는 교과서나 참고서에 나와 있는 내용이나 풀이법을 보면서 틀린 곳이나 고쳐야 할 부분이 있다고 자주 지적해 내는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	나는 전혀 새로운 수학 내용을 경험해 보고 싶다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	나는 일상생활 속에서 일어나는 수학적 상황이나 새로운 문제에 대해서도 민감한 반응을 보인다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	내가 잘 이해하지 못하는 수학 문제에 대해서는 다른 사람에게 묻거나 책을 보고서라도 반드시 해결해 내고야 만다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	예측하는 수학 문제의 결과가 애매할 때는 어설픈 답을 내기 전에, 보다 기발하고 완벽한 답을 얻을 때까지 더 기다리며 참을 수 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22	나는 같은 종류의 수학 문제를 풀 때도 더 좋은 다른 풀이법을 찾아보려고 한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	나는 수학 문제를 풀 때 요구하는 바로 그 구체적인 한가지 답보다는 주로 일반적인 해법을 생각해 보려고 한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24	나는 내가 발견한 새로운 수학적 아이디어나 결과가 옳다고 확신할 때는 다른 사람들의 반론에 대해 끝까지 토론해서 이겨낼 수 있다는 고집과 소신이 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	나는 수학에 있어 남다른 특별한 소질이 있는 것 같다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26	남이 가르쳐 주는 것을 이해하는 것보다 내 스스로 생각하고 발견하는 것을 더 좋아하는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6.	7	8	9
27	나는 복잡하게 꼬인 어려운 문제에 도전하는 것을 좋아하는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28	부모님은 내게 어릴 때부터 타고난 수학적 소질이나 적성이 있었다고 한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
29	나는 새로운 수학적인 내용을 추측하고 상상하는 편이다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	나는 문제의 주어진 조건이나 상황을 바꾸어서 내가 직접 문제를 만들어 내는 경우도 있다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
31	나는 주어진 문제 상황을 해결하는 데 필요한 갖가지 문제 풀이 방법들을 적절히 잘 사용할 줄 안다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
32	나는 수식으로 된 문제보다 문장제 문제를 더 좋아한다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
33	나는 항시 수학문제를 풀 때 문제해결 전략을 적용하여 문제를 푼다.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

[부록2] 문제설정 견해 설문지

(　　)고등학교　2학년 (　)반　성명: (　　　　　)

이 설문지는 수학 문제설정의 체험을 통하여 문제 설전에 대한 견해를 알아보기 위한 설문지입니다.
학생들이 스스로 느낀 그대로 솔직하게 설문에 임해 주시길 바랍니다.

1. 문제설정에 대한 흥미도는?
① 매우 흥미 있었다　② 흥미 있었다　③ 보통이다　④ 흥미가 없었다

2. 보다 새로운 문제를 더 많이 만들어 보고 싶습니까?
① 매우 만들어 보고 싶다　② 그냥 만들어 보고 싶다
③ 모르겠다　④ 관심이 전혀 없다

3. 문제를 문제설정하는 것이 어려웠습니까?
① 매우 쉬웠다　② 쉬웠다　③ 그저 그렇다
④ 어려웠다

4. 수학 문제를 만들 때 여러 가지로 많이 생각했습니까?
① 매우 많이 생각했다　② 많이 생각했다
③ 조금 생각했다　④ 생각하지 않았다

5. 수학 문제를 만드는 것은 수학 문제해결에 도움이 된다고 생각합니까?
① 많은 도움이 된다　② 도움이 된다
③ 잘 모르겠다　④ 도움이 되지 않는다

6. 수학 문제를 푸는 것과 문제를 설정하는 것이 어느 쪽이 더 재미있었습니까?
① 문제풀기　② 문제설정　③ 잘 모르겠다
④ 둘 다 재미 없었다

7. 문제설정과 문제해결 전략과의 관계는?
① 구체적인 전략을 세웠다
② 구체적인 전략을 세우지 않았다　③ 잘 모르겠다

8. 문제설정이 문제를 끝까지 해결하려는 집착력이 있었습니까?
① 매우 향상되었다　② 향상되었다
③ 잘 모르겠다　④ 향상되지 않았다

[부록3] 문제설정 수업의 구체적 교안

1. 문장제에 대한 문제설정 수업 실제

다음 문제를 풀고, 이 문제를 바탕으로 문제를 설정하고 설정된 문제를 풀어라.

【원문제】
1. 목욕탕에 세 개의 수도꼭지 P, Q, R로 물을 채우려고 한다. 세 개를 모두 틀어 물을 채우면 1시간, P와 R을 틀어 채우려면 1.5시간, Q와 R을 틀어 채우면 2시간 걸린다. P와 Q를 틀어 채울 때 걸리는 시간은?

【문제설정 문제】 A조
목욕탕에 세 개의 수도꼭지 P, Q, R로 물을 채우려고 한다. 세 개를 모두 틀어 물을 채우면 7시간, P와 R을 틀어 채우려면 2시간, Q 와 R을 틀어 채우면 1.5시간 걸린다. P와 Q를 채울 때 걸리는 시간은?
【풀이】
세 수도꼭지를 각각 틀었을 때 한 시간당 채우는 양을 $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}, \frac{1}{r}$라 할 때,

$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=1$,　$(\frac{1}{p}+\frac{1}{r})\times 2=1$,

$(\frac{1}{q}+\frac{1}{r})\times 1.5=1$　세 식의 연립방정식을 푼다.

$p=3, q=2, r=6$

이때, 구하는 식을 t로 두면 $(\frac{1}{p}+\frac{1}{q})\times t=1$

$\because t=\frac{6}{5}$

답: 1시간 12분

【문제설정 문제】 B조

어떤 일을 B와 C가 함께 하면 A가 혼자서 하는데 걸리는 시간 a의 $\frac{1}{q}$배의 시간이 걸리고, A와 C가 함께 하면 B가 혼자서 하는데 걸리는 시간 b의 $\frac{1}{q}$배의 시간이 걸린다고 한다. 또한, A와 b가 함께 C가 혼자서 하는데 걸리는 시간 c의 $\frac{1}{r}$배의 시간이 걸린다고 할 때, $\frac{1}{p+1}+\frac{1}{q+1}+\frac{1}{r+1}$의 값은?

【풀이】

A, B, C세 사람이 혼자서 한 시간 동안에 하는 일의 양을 각각 x, y, z라 하면,

문제의 뜻에서

$$ax=\frac{a}{p}(y+z),\ by=\frac{b}{q},\ cz=\frac{c}{r}(x+y)$$

$p=\frac{y+z}{x}, q=\frac{z+x}{y}, r=\frac{x+y}{z}$ 이다.

$$p+1=\frac{y+z}{x}+1=\frac{x+y+z}{x}$$

$$q+1=\frac{z+x}{y}+1=\frac{x+y+z}{y}$$

$$r+1=\frac{x+y}{z}+1=\frac{x+y+z}{z}$$

이므로

$$\frac{1}{p+1}=\frac{x}{x+y+z},\ \frac{1}{q+1}=\frac{y}{x+y+z},\ \frac{1}{r+1}=\frac{z}{x+y+z}$$

답 :

$$\frac{1}{p+1}+\frac{1}{q+1}+\frac{1}{r+1}=1$$

【문제설정 문제】 C조

어떤 목장에서 9마리의 소를 놓아두면 소들은 4 일 간에 목장의 풀을 다 먹어 치운다. 또, 8말의 경우에는 6일 간에 다 먹어 치운다고 한다. 풀은 매일 같은 양씩 자란다고 하고 소가 하루에 먹는 풀의 양은 어느 소나 같다고 할 때, 이 목장에서는 풀이 없어지는 일없이 최고 몇 마리의 소를 기를 수 있는가?

【풀이】

풀의 전체 양을 S, 하루에 1마리가 먹는 풀의 양을 a, 하루에 자라는 풀의 양을 P, 또 x마리가 b일 동안 먹을 수 있다고 하면

$S+4P-4\times 9a=0\cdots\cdots$㉠

$S+6P-6\times 8a=0\cdots\cdots$㉡

$S+bp-abx>0\cdots\cdots$㉢

이 성립한다. ㉠, ㉡에서

$P=6a, S=12a$

㉢에서 $12a+6ab-abx>0$

$(x-6)b<12, x-6<\frac{12}{b}$

여기서 $b\to\infty$일 때 $\frac{12}{b}\to 0$이므로

$x-6\leq 0\ \ \therefore x\leq 6$

답: 6마리

【문제설정 문제】 D조

A, B, C, D 네 사람이 있다. A, B, C 세 사람이 일할 때 20분, A, C, D 세 사람이 일할 때 15분이 걸리고, B, C, D 세 사람이 일할 때 $\frac{40}{3}$분이 걸리고, A, B, D 세 사람이 일할 때 $\frac{120}{7}$분이 걸린다. A, B, C, D 네 사람 모두 일할 때 걸리는 시간은?

【풀이】

전체 일의 양:1

A가 1분에 하는 일: a

B가 1분에 하는 일: b

C가 1분에 하는 일: c

D가 1분에 하는 일: d 라고 할 때

$1=(a+b+c)\times 20\cdots$①

$a+b+c=\frac{1}{20}\cdots$⑤

$1=(a+c+d)\times\frac{40}{3}\cdots$②

$a+c+d=\frac{3}{40}\cdots$⑥

$1=(a+b+d)\times\frac{120}{7}\cdots③$ $a+b+d=\frac{7}{120}\cdots⑦$

$1=(a+d+c)\times15\cdots④$ $a+d+c=\frac{1}{15}\cdots⑧$

$1=(a+b+c+d)12$ $(⑤+⑥+⑦+⑧)\div3=$

12

답: 12

【문제설정 문제】 E조

목욕탕에 세 개의 수도꼭지 P, Q, R로 물을 채우려고 한다. 세 개를 모두 틀어 물을 채우면 1
시간, P와 Q를 틀어 채우면 2시간, Q와 R을 틀어 채우면 3시간이 걸린다. 이 때, P와 Q를 틀어 목욕탕에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은?

【풀이】

P가 1시간당 채우는 물의 양:p
Q가 1시간당 채우는 물의 양:q
R이 1시간당 채우는 물의 양:r

$\therefore T=(p+q+r)\times1=(p+r)\times2=(q+r)\times3$

$\Rightarrow p+q+r=T\cdots①,$ $p+r=\frac{T}{2}\cdots②,$

$q+r=\frac{T}{3}\cdots③$

$①-②: q=\frac{T}{2},\ ①-③: p=\frac{2}{3}T$

$\therefore p+q=\frac{7}{6}T$

⇒p와 Q를 털어 채우는 데 걸리는 시간을 x라 하면,

$(p+q)\times x=T,\ \frac{7}{6}x=T,\ x=\frac{6}{7}$

답: $\frac{6}{7}$ 시간

【문제설정 문제】 F조

목욕탕에 P, Q, R, S 네 개의 수도꼭지가 있다. 네 개를 모두 틀어 물을 채우면 1시간, P, Q, R 세 개를 틀어 채우면 1.2시간, Q, R, S 세 개를 틀어 채우면 1.5시간, P, R, S 세 개를 틀어 채우면 1.25시간이 걸린다. P, Q, S 세 개를 1.3시간 동안 틀어 채우면 목욕탕의 몇 %만큼 물이 차겠는가?

【풀이】

각각의 수도꼭지를 틀었을 때 한 시간 동안 채워지는 물의 양

$$\Rightarrow\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=1\cdots①$$

목욕탕의 부피 : 1

i)P,Q,R

$(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r})\times\frac{6}{5}=1,\quad \frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=\frac{6}{5}$

→①에 대입

$\frac{5}{6}+\frac{1}{s}=1,\ \therefore s=6$

ii)Q,R,S

$(\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s})\times\frac{3}{2}=1,\quad \frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=\frac{2}{3}$

→①에 대입

$\frac{1}{p}+\frac{2}{3}=1,\ \therefore p=3$

iii)P,R,S

$(\frac{1}{p}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s})\times\frac{5}{4}=1,\quad \frac{1}{p}+\frac{1}{r}+\frac{1}{s}=\frac{4}{5}$

→①에 대입

$\frac{1}{q}+\frac{4}{5}=1,\ \therefore q=5$

$(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{s})\times\frac{13}{10}=(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6})\times\frac{13}{10}$

$=(\frac{10}{30}+\frac{6}{30}+\frac{3}{50})\times\frac{13}{10}$

$=\frac{27}{30}\times\frac{13}{10}=\frac{91}{100}$ 답: 91%

2. 문장제가 아닌 문제의 문제설정 수업의 실제

다음 원문제를 풀고, 이에 관련된 문제를 설정하고 설정한 문제를 풀어라.

> **【원문제】** 1. $\log x$의 지표가 5이고, 그 가수와 $\log\sqrt{x}$의 가수의 합은 1이라고 한다. 이때, $\log\sqrt{x}$의 지표와 가수를 구하여라.

【풀이】 $5 \le \log x < 6$

$$\log x + \log\sqrt{x} = \text{정수} = \frac{3}{2}\log x$$

$$\frac{15}{2} \le \frac{3}{2}\log x < 9$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}\log x = 8$$

$$\log x = \frac{16}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}\log x = \frac{8}{3}$$

답: 가수: $\frac{2}{3}$ 지표 : 2

【문제설정문제】 A조

$\log x$, $\log y$의 지표는 각각 1, 2이며, 가수는 같다. $x+y=143$일 때 양수 x, y의 값은?

【풀이】 $\log y - \log x = 1 \ \rightarrow \ \log y = \log 10x$

$y = 10x$

$x + y = x + 10x = 11x = 143$

답: $x = 13$, $y = 130$

【문제설정문제】 B조

$\log x$의 지표가 3이고, 그 가수와 $\log x^2$의 가수의 합이 1이라고 할 때, $\log\sqrt{x}$의 지표와 가수를 구하여라.

【풀이】 $\log x$의 가수를 α라 하면

$\log x = 3 + \alpha \ (0 \le \alpha < 1)$이고,

$\log x^2 = 2\log x = 2(3+\alpha) = 6 + 2\alpha$에서

$\log x^2$의 가수는 $0 \le \alpha < \frac{1}{2}$일 때 2α

$\frac{1}{2} \le \alpha < 1$일 때 $2\alpha - 1$

$\log x$의 가수와 $\log x^2$의 가수의 합이 1이므로

$0 \le \alpha < \frac{1}{2}$일 때 $\alpha = 2\alpha \quad \therefore \alpha = 0$

$\frac{1}{2} \le \alpha < 1$일 때 $\alpha = 2\alpha - 1$

$\therefore \alpha = 1$(x) $(\because \frac{1}{2} \le \alpha < 1)$

$\therefore \alpha = 0$

$$\log\sqrt{x} = \frac{1}{2}\log x = \frac{1}{2}(3+\alpha) = 1 + \frac{1}{2}$$

답: 지표 $=1$, 가수 $= \frac{1}{2}$

【문제설정문제】 C조

$10 < x < 100$에서 $\log x$의 가수와 $\log x^3$의 가수가 같을 때, x의 값을 구하여라.

【풀이】 $\log x^3 - \log x = 2\log x = (\text{정수})$

$1 < \log x < 2, \quad 2 < 2\log x < 4$

$2\log x = 3, \quad \log x = \frac{3}{2}$ 답 : $x = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$

【문제설정문제】 D조

$\log x$의 지표가 3, 그 가수와 $\log\sqrt{\frac{1}{x}}$의 가수의 합은 $\frac{2}{3}$라고 한다.

이 때 $\log\sqrt{\frac{1}{x}}$의 가수를 구하여라.

【풀이】 $\log x = 3 + \alpha \ (0 \le \alpha < 1)$

$$\log\sqrt{\frac{1}{x}} = -\frac{1}{2}\log x = -\frac{1}{2}(3+\alpha)$$

$$= -1 - \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} = -2 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \quad \left(0 < 1 - \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \le \frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore \alpha + 1 - \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3} \qquad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

답: $\frac{1}{3}$

The effect of the Problem Posing Teaching Model on Problem Solving and Learning Attitude

Lee, Sang Won
Department of Mathematics Education
Neungin high school, Jisandong, 800, Suseung-gu, Daegu, Korea
E-mail : lswpma@hanmail.net

Problem solving in math education is of great importance. The interest on problem solving in math education is growing all over the world. Problem solving ability is important throughout the fourth-sixth national curriculum in Korea and this is also necessary in the seventh national curriculum. The writer has implemented a proper model for problem posing and this is also necessary in the seventh national curriculum that emphasizes self-leading for improvement in the classroom. This model has advantages to cultivate a good habit of students who tries to solve the problems with concrete strategies, to take part in the problem solving activity and to change their mathematical attitude.

* ZDM Classification : D7
* 2004 Mathematics Classification : 97D60
* Key Word : Problem Posing