韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2004. 8. 제 43권, 제 3호, 217-231.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2004, Vol. 43, No. 3, 217-231.

문제해결 과정에서 메타인지적 활동 안내를 통한 고등학생의 메타인지 능력 활성화 가능성 탐색

이 봉 주 (한국교육과정평가원)

Ⅰ. 서론

메타인지는 인지에 대한 사고, 인지에 대한 반성, 사고에 대한 사고, 인지에 대한 조절 등으로 요약될 수 있다(Garofalo & Lester, 1985). 즉 메타인지는 인지 활동에 대한 지식과 조절을 포함하는 용어이다. 메타인지적 지식은 인간, 전략, 과제 등에 관한 지식을 말하며, 메타인지적 조절은 인지를 통합하는 과정을 말한다. 메타인지적 조절은 인지적 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 전략적 행동과 관계가 있다. 이러한 '메타인지'는 심리학자들뿐만 아니라 수학교육 연구자들 사이에서도 인간의 중요한 인지 활동 기능으로 인식되고 있다.

1980년대 이후, 수학학습과정에서 메타인지적 사고의 역할에 대한 인식과 함께 수학교육에서의 메타인지에 대한 관심은 수학문제해결과 결부되어 더욱 증가하고 있다(Lester, 1985). 이것은 문제해결이라는 상황이 학습자의 메타인지적 활동을 활발하게 이루어질 수 있게 하고, 동시에 성공적인 문제해결을 위해서는 메타인지적 활동이 중요한 역할을 수행한다고 생각하기 때문이다. Silver, Schoenfeld 등의 연구자들은 복잡한 수학 문제를 해결하는 많은 사람들을 주의 깊게 관찰함으로써 문제해결의 성공 또는 실패에 중요한 영향을 미치는 요인은 특성상 메타인지라고 지적하였다(Silver에서 재인용, 1985).

이러한 맥락에서 보면, 수학교육에서 1980년대 이후 계속 강조되어 온 문제해결 교수가 성공하려면 개념과 절차에 관한 지도와 함께 수학적인 행동의 측면도 강조되어야 할 것이다. 즉 교사는 학생이 능동적인 학습자가 될 수 있도록 학생의 메타인지를 발전시켜야 할 것이다.

한편, 메타인지 이론가들은 직접적인 교수를 통하여 메타인지의 수행 기능을 향상시킬 수 있다는 것을 입증하기 위하여 많은 연구를 하고 있다. Flavell(1985)은 이러한 기술들이 학교 교과과정의 주요 부분으로 아동에게 직접 가르쳐질 수 있고, 그리고 가르쳐야만 한다고 언급하였다. Blakey & Spence(1990)도 메타인지 전략은 학습 기능을 향상시킬 수 있고, 메타인지 전략을 독립적으로 사용할 수 있는 능력을 점진적으로 개발할 수 있다고 주장하였다.

메타인지는 자기 분석과 반성에 의해서 발생할 수도 있고 다른 누군가에 의한 직접적인 자극에 의해 발생할 수도 있으므로, 메타인지를 학생에게 직접 혹은 간접적으로 인식시켜야 한다. 학교와 그 외의 생활 경험을 통해서는 학생의 메타인지 발달을 필요한 만큼 빠르게 또는 크게 촉진시키지는 못하므로, 보다 체계적이면서도 현실적으로 향상시킬 수 있는 방법을 검토·연구할 필요가 있다.

따라서 여기에서는 가장 현실적인 방법의 하나인 직접 지도를 통하여 메타인지적 능력을 향상시킬 수 있다는 것을 보여주기 위해 두 명의 고등학생을 대상으로 사례연구를 실시하였다. 즉, 학생이 문제를 해결할 때 메타인지 활동을 직접 안내함으로써 메타인지적 능력을 활성화시키고 내면화시킬 수 있다는 가능성을 탐색해 보고자 한다.

---

* 2003년 9월 투고, 2004년 6월 심사 완료.
* ZDM분류 : C34
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 수학 문제해결 과정, 메타인지적 능력

Ⅱ. 메타인지의 이론적 구조

메타인지의 분류에 관하여 몇 가지 관점이 제안되고 있다. 예를 들면, 이 분야의 선구자인 Flavell(1985)은 "메타인지적 지식"과 "메타인지적 경험"으로 구분하였다. "메타인지적 지식"은 이미 획득된 인지적 사실들과 관련된 일상 지식으로, "메타인지적 경험"은 인지적 사안에 관한 인지적 또는 정의적 경험이라고 설명하였다. 다시, 메타인지적 지식은 세 가지 변인 즉, 인간 변인, 과제 변인, 전략 변인을 가진다고 지적하였다. Brown은 감시, 자기 조절, 실행 제어, 계획, 점검 등과 같은 역동적인 메타인지 측면들을 강조하였다(Derry & Murphy에서 재인용, 1986).

한편, Schoenfeld(1987)의 메타인지에 대한 연구에서는 지적 행동을 사고 과정에 대한 지식, 제어 또는 자기 조절, 신념과 직관의 세 범주로 나누고, 이 세 범주가 서로 연결되어 있지만 별개임을 강조한다. Schoenfeld의 구조에서, 신념 체계는 메타인지적 지식과 메타인지적 기능뿐만 아니라 메타인지에 관련된 중요한 측면으로써 강조된다(Yamaguchi, 1993). 실제로, 신념 체계는 수학 문제 해결 수행에 커다란 영향을 준다.

Galofalo와 Lester(1985)는 메타인지 개념에 대한 이와 같은 불명확성에 대해 다음과 같은 두 가지 이유를 들고 있다. 첫 번째 이유는 메타인지가 독립적이면서도 서로 관련되어 있는 두 가지 측면 즉, 인지 현상에 대한 지식과 신념 그리고 인지 활동에 대한 조절과 제어라는 측면을 포함하고 있기 때문이다. 두 번째 이유는 비록 메타인지를 합의에 의해 기술할 지라도 인지적인 요소로부터 메타인지적인 요소를 구분하는 것이 쉽지 않기 때문이다.

이에 Galofalo와 Lester(1985)가 기술하고 있는 메타인지에 대한 두 가지 측면 즉, 인지에 대한 지식과 인지에 대한 조절을 중심으로 하여 메타인지 개념을 요약·정리하면 다음과 같다.

1. 인지에 대한 지식(메타인지적 지식)

메타인지의 첫 번째 측면인 인지에 대한 지식은 한 개인이 특별한 인지적 과제의 수행과 관련하여 자신의 인지적 능력·과정·자원에 대해 아는 것과 관계가 있다. 여기에서의 "지식"은 실제적이든지 그렇지 않든지 상관없이 신념도 또한 포함하고 있다. Flavell과 Wellman은 인지에 대한 지식을 수행에 영향을 미치는 요인인 인간, 과제, 전략이라는 세 가지 범주로 나누어 분류하고 있다.

첫째, 인간 범주에 포함되어 있는 메타인지적 지식은 그 사람이 인지적인 존재로서 자신과 타인에 대해 믿게 되는 것으로 이루어진다.

둘째, 과제 범주에 대한 지식은 어떤 과제가 다른 과제에 비해 더 어렵게 되는 요인과 조건에 대한 지식뿐만 아니라 그 과제의 목표와 필요 조건에 대한 지식을 포함한다.

셋째, 전략에 대한 메타인지적 지식은 어떤 과제의 수행과 연구를 위한 잠재적인 유효성에 대한 인식과 함께 일반적이고 특별한 인지적 전략에 대한 지식을 습득하는 것을 포함한다. 이 지식에 대한 메타인지적 측면은 그 지식을 언제, 어디에, 어떻게 적용할 것인지 아는 것에 있다.

이러한 Flavell과 Wellman의 인간, 과제, 전략의 범주화는 본래 기억에 대한 메타인지적 지식을 구별하기 위해 고안되었지만, 수학 과제의 수행에 있어서 메타인지의 영향을 논의하는 데 이와 같은 분류를 고려하는 것이 더 타당한 것으로 간주되어 수학교육 연구자들이 받아들였다.

이러한 메타인지적 지식은 인간, 과제, 전략의 상호작용을 포함하고 있다. 세 변인은 모두 문제를 해결하는 상황에서 서로 상호작용을 한다고 말하는 것이 타당하다. 인간, 과제, 전략 지식의 상호작용은 개인의 활동을 조절하기 위한 결정에 영향을 준다.

2. 인지의 조절(메타인지적 기능)

메타인지의 조절 측면은 인지적 과제를 해결하는 과정에서 나타나는 여러 가지 결정과 전략적 행동과 관계가 있다. 이러한 활동은 문제의 특성을 이해하는 데 필요한 전략의 선택, 활동 절차의 계획, 계획을 실행하기 위한 적절한 전략의 선택, 전략을 수행하는 활동에 대한 모니터링, 전략과 계획의 결과에 대한 평가, 그리고 필요

하면 부적절한 전략과 계획의 수정과 삭제 등을 포함한다. 이러한 메타인지적 기능은 수학적 수행 특히, 문제해결에 있어서 결정적인 요소이다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

이 논문은 교수·학습 활동에서 수학적 문제해결에 중요한 역할을 하는 메타인지적 능력의 활성화 가능성을 탐색하는 데 목적을 두었다. 이를 위해 메타인지적 활동을 안내하는 자료를 제공하는 수학 문제해결 과정에서 나타나는 고등학생의 메타인지적 활동을 관찰하고 분석하였다. 학생의 메타인지적 능력 활성화의 가능성을 검토하기 위해, 그 활성화 경로를 시간 순으로 기술하면서 그 효과를 검증하는 질적 사례연구 방법을 이용하였다.

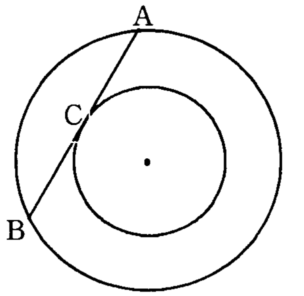
연구 대상은 비정형적인 문제들을 해결하는 데 필요한 수학적 사실과 내용에 대한 별도의 지도와 학습이 필요 없도록 하기 위해서 고등학교 2학년으로 결정하고, 진주의 한 고등학교 학생 두 명(두현, 상수)을 선정하였다. 실험이 학교 일과가 끝난 후에 이루어져야 했으므로, 비형식적 면담을 통하여 자발적으로 참여하겠다는 학생으로 구성되었다.

실험 수업은 13차례 동안 이루어졌다. 실험을 시작하기 전에 수학 문제를 해결하는 방법, 수학 문제해결에 대한 학생의 경험과 태도, 자신의 수학적 능력에 대한 자신감의 정도를 질문지를 통한 구조화된 면담을 이용하여 조사하였다. 활동을 시작하기 전에 문제해결 전략과 메타인지에 대하여 간략하게 설명하였다. 문제해결 과정에서 학생의 활동에 대해 연구자가 직접 보고 들은 것들을 순서대로 있는 그대로 관찰하여 기술하고, 학생이 직접 수행한 활동 과정에 대한 결과물을 수집하였다. 학생으로 하여금 어떤 문제를 해결한 후에 해결 과정에서 가진 자신들의 느낌, 생각, 태도, 행동 등을 기억하여 기록하도록 하였다. 활동을 모두 마친 후에 수학 문제해결 과정에서 생긴 변화와 자신의 문제해결 태도에서 생긴 변화를 면담을 통하여 조사하였다.

두 명의 학생은 모두 26개의 문제를 해결하였다. 그 중에서 다음 문제를 해결하는 과정에서 나타난 메타인지적 능력을 중심으로 결과를 분석하였다.

<문제>

1. 두 개의 동심원 사이에 잔디를 심으려고 한다. 그림과 같이 현 AB가 내부의 원에 접하고 현 AB의 길이가 50m라고 한다. 잔디를 심을 부분의 넓이는?



2. 어느 농구 선수가 지난 경기에서 총 35회의 슛을 던져서 30득점을 하였다. 이 경기에서 이 선수의 득점 성공률은 2점 슛이 40%, 3점 슛이 30%, 자유투가 90%이었다. 이 선수가 2점 슛을 3점 슛보다 5회 더 던졌다고 할 때, 3점 슛으로는 몇 득점을 하였는가?

3. 8×8 바둑판에는 서로 다른 직사각형이 모두 몇 개가 있는가? 단, 위치와 크기가 다른 직사각형은 서로 다른 사각형으로 간주한다. 예를 들면, 2×1 직사각형과 1×2 직사각형은 서로 다르다.

매 차례 학생에게 문제해결에 필요한 메타인지적 활동을 직접 인식할 수 있도록 하기 위해 메타인지적 활동 안내 자료<표 Ⅲ-1>를 읽고 난 후에 문제를 풀도록 지시하였다. 이 안내 자료는 Fortunato 등(1991)이 Schoenfeld, Corno와 Mandinach의 논문에 기초하여 만든 메타인지 질문을 기반으로 수정하여 작성하였다. 안내 자료에서 문제해결과 직접적으로 관련된 메타인지적 활동을 네 부분으로 분류하여 구성하였다. 학생에게 제공하는 문제는 공통수학의 내용을 주로 하여 선정하였고, 한 차시 당 개인차에 따라 문제 수를 달리하여 해결하도록 하였다. 문제해결 시간은 특별히 제한하지 않았고, 해결의 종료에 대해서도 학생의 의지에 맡겼으며, 지우개를 사용하지 않도록 지시하였다.

<표 III-1> 메타인지적 활동 안내 자료

문제이해	Ⅰ. 문제를 풀기 시작하기 전에 1. 문제를 한 번 이상 읽는다. 2. 문제가 무엇을 요구하는지를 생각해 본다. 3. 자신의 말로 문제를 설명해 본다. 4. 이러한 문제를 풀어본 적이 있는지를 생각해 본다. 5. 문제를 푸는 데 필요한 정보에 대하여 생각해 본다. 6. 필요 없는 정보가 있는지를 생각해 본다.
풀이계획	Ⅱ. 문제를 해결하기 위한 전략 1. 그림을 그린다. 2. 추측하고 점검한다. 3. 표를 만들어 이용한다. 4. 문제에 필요한 연산을 선택한다. 5. 규칙을 발견한다. 6. 구체물을 이용한다. 7. 단순화한다. 8. 문제의 순서대로 해 본다. 9. 방정식을 세운다. 10. 거꾸로 풀어본다.
계획실행	Ⅲ. 문제를 푸는 도중에 1. 문제를 푸는 중에 모든 단계를 생각해 본다. 2. 한 단계를 마칠 때마다 문제로 되돌아가 본다. 3. 중단하고 이미 실시한 단계를 다시 생각해 본다. 4. 문제를 풀면서 단계별로 자신의 활동을 점검해 본다.
점검활동	Ⅳ. 문제를 다 풀고 난 후에 1. 풀이 절차가 정확하게 이루어졌는지를 확인해 본다. 2. 계산이 맞는지를 알아보기 위해 점검해 본다. 3. 처음부터 다시 자신의 활동을 점검해 본다. 4. 답이 옳은지를 확인하기 위해 문제를 다시 본다. 5. 문제를 푸는 또 다른 방법을 생각해 본다. 6. 중요한 정보를 기록한다.

Ⅳ. 결과 분석

이 장에서는 문제해결 과정에서 메타인지적 활동 안내 자료를 제공함으로써 고등학생의 메타인지적 능력을 활성화시킬 수 있다는 가능성을 탐색하기 위하여 두 명의 학생 개개인이 수행한 문제해결 활동과 사고의 변화를 시간 순으로 기술하고 분석하였다.

1. 두현

1) 사전면담 결과

두현이는 사전 질문지에 대한 응답에서 수학 문제 해결자로서의 자신을 '수학적 지식은 많이 알고 있으나 응용력이 부족하다.'라고 표현하였다. 수학 문제를 해결하는 태도는 '모르는 문제나 안 풀리는 문제가 있으면 끝까지 풀어 보려고 노력하지만 그래도 안 풀리면 선생님께 질문을 한다. 또한 문제 풀이 도중 사칙연산 때문에 틀리는 것으로 보아 무척 덤벙대는 것 같다.'라고 진술하였다.

문제해결 활동에 대한 사전면담 결과를 바탕으로 두현이에게 부족한 메타인지적 능력을 분석해 보면 다음과 같다.

첫째, 두현이는 문제를 이해하는 단계에서 메타인지적 감시 능력이 부족함을 알 수 있었다. 둘째, '수학적 지식을 많이 알고 있지만 응용력이 부족하다.'라는 대답을 통해 볼 때 메타인지적 전략이 부족하다는 것을 알 수 있었다. 셋째, 계획하는 메타인지적 기술의 부족을 엿볼 수 있었다. 이러한 문제점은 1차시의 비형식적 대화에서 '문제에 직면하면 무조건 풀어 나가고 본다.'라는 대답을 통해서도 확인할 수 있었다. 넷째, '문제 풀이 도중 사칙연산 과정에서 틀리는 경우가 많다.'라는 응답에서는 점검하는 메타인지적 기술이 부족하다는 것을 알 수 있었다. 다섯째, 인내와 끈기를 가지고 수학 공부를 하고 학교 수학 평가에서 성적은 좋으면서도, 자신감의 부족을 보여주었다.

2) 5월 12일 (자기 보고서)

두현이는 5월 11일에 메타인지에 대한 설명을 들었고, 메타인지적 활동 안내 자료에 제시된 순서에 주의하면서 두 문제를 해결하였다. 그 다음 날 자신의 보고서에 다음과 같이 기록하였다.

> … . 먼저, 문제를 확인 후 무엇을 요구하는지를 생각하고 필요한 정보에 관하여 생각하였는데 아무리 생각해도 필요한 정보가 떠오르지 않았다. 그래서 우선 그림을 그려보고 어떠한 규칙이 있을 거라는 추측을 하였다.
> … . 다음으로 구체물을 이용하여 다이어리의 달력을 본 후 나의 추측이 맞았음을 확인하였다.

…. 문제 풀이가 끝난 후 답이 옳은지를 점검하려고 하였는데 어떻게 점검을 해야할 지를 도무지 알 수가 없었다.

이렇게 구체물을 이용한 것과 규칙을 발견한 것은 성공적이었지만, 가장 취약한 점검 단계에 허를 보인 것 같다. ….

두현이의 자기 보고서 내용을 메타인지적 측면에서 분석해 보면 다음과 같다. 첫째, '문제를 확인 후 무엇을 요구하는지를 생각하고 필요한 정보에 관하여 생각하였는데 아무리 생각해도 필요한 정보가 떠오르지 않았다.'라는 진술에서 과제에 대한 메타인지적 지식의 부족으로 필요한 정보를 빠르게 찾아내지 못하였다는 사실을 알 수 있다. 둘째, '우선 그림을 그려보고 어떠한 규칙이 있을 거라는 추측을 하였다.'라는 진술에서 추측하여 규칙을 발견하고 점검하는 메타인지적 지식을 엿볼 수 있다. 셋째, '문제 풀이가 끝난 후 답이 옳은지를 점검하려고 하였는데 어떻게 점검을 해야 할지를 도무지 알 수가 없었다.'라는 진술에서는 점검에 대한 인식이 보여지지만 점검하는 방법에 대한 메타인지적 지식이 부족함을 알 수 있다.

그러나 이 발췌문은 두현이가 문제해결 과정에서 자신의 메타인지적 활동을 인식하고 반성하기 시작했다는 것을 보여준다. 구체물 이용과 규칙 발견이라는 문제해결 전략에 대한 인식과 적용의 성공으로 전략에 대한 메타인지적 지식이 증가했음을 추측할 수 있다. 그리고 문제를 이해하는 단계에서 자신의 문제 이해에 대한 메타인지적 감시의 중요성과 풀이 단계에서 자신의 풀이에 대한 점검의 중요성을 인식하였음을 알 수 있다.

3) 5월 15일 (자기 보고서)

두현이는 보고서에서 자신의 문제해결 태도에 대해서 반성하였다. 또한 연구자에게 다른 일반 학생의 문제해결 태도에 대한 정보도 제공해 주었다. 그 내용은 다음과 같다.

… 성격은 차분한데 수학 문제만 풀면 왜 이리 덤벙대는지 모르겠다. 나의 경우, 문제 풀이에서 좀더 깊게 생각하는 능력이 상당히 약한 것 같다. 문제를 풀 때, 문제 풀이 단계가 있으며 나로서도 그것을 인식할 수 있다. 그러나 단계가 끝날 때마다 일단 중단하고 전 단계를 다시 점검하는 행동은 나뿐만 아니라 일반 아이들이 가장 약한 부분이 아닌가 생각한다.

보고서의 마지막 문장 '그러나 단계가 끝날 때마다 일단 중단하고 전 단계를 다시 점검하는 행동은 나뿐만 아니라 일반 아이들이 가장 약한 부분이 아닌가 생각한다.'에서 두현이 외에도 많은 고등학생이 자신의 문제해결 과정을 점검하고 반성하는 메타인지적 조절 능력이 부족하다는 것을 알 수 있다. 그러나 두현이는 문제해결 과정에서 점검의 중요성을 인식하지만 잘 이행하지 않는 자신에 대해 반성하였다. 이러한 자기 반성에서 두현이의 메타인지적 능력이 발달할 수 있는 가능성을 발견할 수 있다.

4) 5월 25일 (자기 보고서)

주어진 그림에서 잔디 심을 부분의 넓이를 구하는 문제를 풀었다. 문제를 다 해결한 후, 연구자가 문제의 목표를 먼저 확인하라는 조언을 하였다. 이 날 이후 두현이는 이러한 연구자의 조언을 자신의 문제해결 과정에 충실하게 활용하였다. 잔디 심을 부분의 넓이를 구하는 문제 풀이에 대해서 두현이는 다음과 같이 진술하였다.

오늘 수학 문제에서 중요한 사실을 알게 된 것 같다. …. 처음에는 방정식을 구하여 푸는 방법을 생각했다. 그래서 여러 가지 공식을 끌어와 여러 가지 방정식을 구한 결과 그 방정식이 똑 같음을 확인하였다. …. 주어진 조건 하나에 어떠한 성질을 끌어와 풀어도 세워지는 방정식은 하나라는 중요한 사실을 얻을 수 있었다. 이 문제의 해답의 열쇠는, 큰 원에서 작은 원을 뺀 넓이를 구하는 것이 이 문제의 목표임을 알고 그것을 식으로 나타내는 것이었다. 그러나 이러한 과정이 극히 쉬우면서도 이 부분이 취약한 것 같다.

오늘 자각의 내용은 이렇다.

⇒ 문제가 궁극적으로 요구하는 것을 식으로 나타내본다.

보고서의 '문제가 궁극적으로 요구하는 것을 식으로 나타내본다.'라는 진술에서 목표를 향한 메타인지적 계획의 중요성과 동시에 문제 표상의 중요성을 인식하였음을 알 수 있다. 이 문제는 유형은 다르지만 목표를 향한 메타인지적 계획이 필요하다는 공통점 때문에 문제를 한

번 더 되돌아보고 반성하였다. 두현이가 보여준 이러한 태도, 즉 하나의 관련된 문제에서 다른 문제로의 올바른 전략의 전이는 메타인지적 능력의 한 특징이므로, 메타인지적 능력이 향상되고 있음은 명백하다.

두현이는 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경의 문제해결 과정에 참여한 지 약 2주일 후에 자신이 문제 해결자로서 향상되었다고 느꼈다. 같은 날 보고서에 그러한 변화에 대해서 다음과 같이 진술하였다.

> 수학 문제를 푸는 데 있어 크나큰 변화를 말하고자 한다. … . 처음 이러한 시도를 한 날엔 답지 없이 문제를 해결할 수 있을까하는 막연한 걱정이 앞서고 계속 답지에 손이 갔다. 그러기를 이틀, 수열의 점화식 연습 문제를 모두 내 손으로 풀어내었다는 자부심이 생겨 이제 반도막 풀이가 아닌 것을 보니 기뻤다.

메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경의 문제해결 과정에 참여한 지 2주일만에, 두현이는 자신의 문제해결 행동에 나타난 변화를 스스로 인식하였다. 여기에서 메타인지적 활동 안내 자료를 활용한 문제해결 경험을 통하여 메타인지적 능력이 향상되고 있음을 짐작할 수 있다. 이러한 사실에서 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경의 문제해결 과정은 학생으로 하여금 자신들의 메타인지적 능력을 스스로 반성하게 하여 메타인지적 능력을 개발하고 활성화시켜 나간다는 것을 알 수 있다.

5) 6월 2일 (자기 보고서)

두현이는 방정식 세우기 전략에 대한 자신의 메타인지적 지식이 향상되었음을 느끼고, 이것에 대하여 다음과 같이 진술하였다.

> 전과 같은 경우, 방정식의 가장 큰 문제점은 미지수를 무엇으로 두느냐에 관한 것이었다. 다시 말해서, 방정식 풀이 계획의 가장 기초 공사격인 단계가 미지수 세우기인데 이전에는 미지수를 세우는 것이 서툴러 엉뚱한 방향으로 풀이가 되는 경우가 다반사였다. 그러나 문제 요구 상황에 발 맞추어서 미지수 세우기의 크나큰 장벽이 허물어진 것이 아닌가 하는 점을 느낀다.

이 보고서에서 다음과 같은 두 가지 사실을 추측할 수 있다. '방정식 풀이 계획의 가장 기초 공사격인 단계가 미지수 세우기인데 이전에는 미지수를 세우는 것이 서툴러 엉뚱한 방향으로 풀이가 되는 경우가 다반사였다.'라는 진술에서 해결 과정에 대한 메타인지적 감시가 부족하였다. 그러나 '문제 요구 상황에 발 맞추어서 미지수 세우기의 크나큰 장벽이 허물어진 것이 아닌가 하는 점을 느낀다.'라는 진술에서는 두현이가 문제를 이해하고 주어진 조건을 부호화하는 데 필요한 과제와 절차에 대한 메타인지적 지식 및 이해 감시에 대한 메타인지적 기술을 모두 향상시켰음을 보여준다.

6) 6월 7일 (자기 보고서)

두현이는 또 다시 수학 문제를 해결하는 데 있어서 자신에게 생긴 변화를 다음과 같이 보고하였다.

> 수학 문제를 풀 때의 변화를 말하려고 한다. 눈에 띄게 변화된 부분은 필요한 정보를 찾는 것이 빨라졌다는 것이다. … . 전에 문제를 대했을 때에는 문제가 요구하는 것이 무엇인지를 이해하기 위해선 상당히 생각하고 사고하는 것을 요구하였는데 문제 이해력이 빨라지다 보니 상당한 시간 절약을 할 수 있게 되었다. 그리고 이런 이해를 바탕으로 그에 관한 정리나 성질들을 필요에 따라 끌어올 수 있게 되었다. 다시 말해서 문제 이해력 향상이 그에 적용된 공식을 빨리 끌어올 수 있게 한 원동력 구실을 하지 않았나 생각해 본다.

보고서 내용 중에서 '눈에 띄게 변화된 부분은 필요한 정보를 찾는 것이 빨라지고 이러한 정보를 바탕으로 그것에 관한 정리나 성질들을 필요에 따라 끌어올 수 있게 되었다.'라는 진술을 통해, 두현이가 과제에 대한 메타인지적 지식을 스스로 획득하였음을 알 수 있다. 즉, 두현이는 문제를 해결하는 데 필요한 정보와 필요하지 않은 정보를 빠르게 구별해 내게 되었다. 그리고 이러한 메타인지적 지식을 획득함으로써 문제해결의 원동력이 되는 다른 지식을 찾아내어 활용하는 메타인지적 지식과 메타인지적 감시 능력이 향상되었음을 스스로 인식하였다.

7) 8월 1일 (자기 보고서)

두현이가 문제를 푸는 데 있어서 자신의 변화에 대해서 보고한 내용은 다음과 같다.

> 문제를 풀기 전에 전과 비교하여 달라진 점을 간략하게 정리하고자 한다.
> 첫째, 문제를 여러 번 읽어본다는 것이다. … 그리고 다 푼 후 꼭 한 번 문제를 살펴보는 과정이 되풀이 된 후 처음에서 조금 힘들었지만 관례가 된 후부터는 이런 조건들을 찾아낼 수 있었다.
> 둘째, 문제와 개념을 연결시킨 점이다. 이전에는 문제를 대할 때 엉클어진 지식을 이용하여 문제를 푸는 경우가 대부분이었지만 지금은 한 문제 한 문제 어떤 개념을 묻고 있는지를 파악해 개념 정리와 동시에 응용력, 유형 정리의 일석삼조의 효과를 누릴 수 있게 되었다.

첫 번째 변화에서 자신의 문제점을 인식하고 있었다는 것은 자신에 대한 메타인지적 지식을 이미 소유하고 있었음을 보여준다. 여기에서 메타인지적 활동 안내 자료가 두현이에게 자신의 문제점을 점검하고 수정할 수 있는 기회를 제공했음을 알 수 있다. 또한 문제를 다 푼 후에 문제를 살펴보는 메타인지적 과정이 자동화되었다는 증거를 제공한다고 할 수 있다.

두 번째 변화에서 알 수 있는 사실은 문제를 부호화한 후에 문제에서 발견되는 주어진 조건, 주어진 조건 사이의 관계, 목표에 대한 내적 표상 또는 정신적 도해를 만들어 내는 데 필요한 메타인지적 능력 즉, 과제에 대한 메타인지적 지식과 그러한 과정에서 필요한 감시와 제어 능력이 향상되었다는 증거를 제공한다고 할 수 있다.

8) 8월 3일 (자기 보고서)

두현이가 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경의 문제해결 과정에 참여한 마지막 날이었다. 마지막 세 문제를 빠른 시간 내에 성공적으로 해결하였다. 두현이는 이 날 보고서에 다음과 같이 기술하였다.

> 이번 수학 문제해결과 관련해 느낀 점을 몇 자 적어본다.
> 그 동안에 수학이라는 학문은 나에게 있어 귀찮은 학문 측에 속하는 것이었다. 유형을 일일이 파악하여 외우는 식의 공부를 계속해왔기 때문이었다. 그런데 이번 수학 문제를 해결하면서 이런 나의 인식은 상당히 변화를 이룬 것 같다. ….
> 특히 점검은 그 동안 수학을 공부하면서 전혀 사용되지 않고 있었던 부분이었는데 이번 학습을 통하여 그 유용성을 인지하였고, 감으로 무질서하게 시작하던 계획 부분들이 목표와 추측을 통하여 어느 정도 체계를 이루게 되었다.
> 이번 수학 문제해결 공부를 통하여 가장 크게 배운 건 수학 문제를 푸는 방법이었는데 이러한 학습을 체화시킨다면 전쟁에서의 좋은 창과 방패를 얻게 되는 것이 아닌가 생각한다.

보고서 내용 중 '이런 문제는 이렇게 푼다'는 식의 틀에 박힌 생각에서 벗어나 다양하게 생각해 보고 따지는 등의 진짜 수학다운 수학을 하고 있다는 두회이의 진술에서 수학적 사고력의 향상을 엿볼 수 있다. 여기에서 메타인지적 능력은 수학적 사고력에 영향을 준다는 사실을 추측해 볼 수 있다.

점검이 그 동안 수학을 공부하면서 전혀 사용되지 않고 있었던 부분이었는데 그 유용성을 인지하였고, 감으로 무질서하게 시작하던 계획 부분들이 목표와 추측을 통하여 어느 정도 체계를 이루게 되었다는 진술에서는, 두현이가 메타인지적 활동을 안내 받는 문제해결 과정을 통하여 점검하는 메타인지적 기술과 계획하는 메타인지적 기술을 개발하였다는 것을 알 수 있다.

여기에서 체화시킨다는 표현은 내면화 또는 자동화시킨다는 표현과 동일하다고 여겨진다. 두현이는 문제해결에 있어서 메타인지의 중요성과 필요성을 인식하고 자동화시키기 위해 연습하고 노력한다는 것을 보여준다. 이 보고서는 두현이의 메타인지적 능력이 향상되었다는 증거를 제공해 준다.

9) 사후면담 결과

메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경에서의 문제해결 과정을 모두 마치고 나서 사후면담을 실시하였다. 두현이가 특별히 많은 변화를 느낀 내용은 다음과 같다. '전에는 조금 읽었지만 지금은 될 수 있는 한 여러 번 읽어본다.'라고 답하였다. '전에는 핵심을 찾으려고 노력하여도 못 찾는 경우가 허다하였으나 지금은 핵심 파악과 정보 도출 능력이 향상된 것 같다.'라고 응답하였다. '점검의 필요성은 내가 가장 인식하는 분야이다.

실수가 많은 나에게 그것에 대한 자각은 당연한 것인지도 모른다. 가장 변화가 큰 부분이다.'라고 응답하였다.

종합적으로 두현이는 수학 문제 해결자로서 자신에게 또는 자신의 태도에 생긴 변화에 대해 다음과 같이 진술하였다. 물론 그 내용은 자기 보고서와 동일하며 그것을 요약하였다고 볼 수 있다.

> 수학을 처음 접해 문제를 대할 때 처음부터 끝까지 이렇게 해야 한다는 체계를 갖춘 것이 이 문제해결의 가장 변화된 부분이다. ….
> 처음, 완전히 유형 외우기 식의 수학 공부를 통하여 문제를 보자마자 '이 문제는 이렇게 푼다'는 식의 생각 없는 수학을 진행해 오던 것이 나의 수학 공부 방법이었는데 추측과 방향설정을 통하여 보다 수학다운 수학을 가능하게 되었다.
> 중간, 변화가 확실히 눈에 띄는 것은 아니지만 보다 체계적인 과정을 이끌어갈 수 있게 되어서 중간 과정의 실수가 현저하게 줄었다.
> 끝, '점검'을 통하여 실수를 하나하나 잡아낼 수가 있었고, 문을 확실히 걸어 잠글 수 있는 열쇠를 얻게 되었다.

2. 상수

1) 사전면담 결과

상수는 수학 문제 해결자로서 자신을 '부족한 면이 많고, 창의적이지는 않지만 신중하다. 그리고 방어적인 입장이어서 빠른 방법보다는 내가 하던 방법을 위주로 한다.'라고 설명하였다. 문제해결에 대한 경험에 대해서는 '주로 풀지 못하는 문제는 끝까지 잡고 있다. 풀 때, 책과 같은 것을 찾아보지는 않는 편이다. 답이 나오지 않을 경우 끼워 맞추질 못하고 포기한다. 답에 눈이 자주 간다.'라고 답하였다. 수학 문제를 해결하는 태도에 대해서는 '답지가 옆에 있어야 문제를 푼다. 잡자마자 생각을 잘 하지 않는다. 손부터 대고 푸는 스타일이다. 혹시 계산 도중에 틀렸을까하는 마음에 검산을 자주 한다.'라고 하였다.

상수의 문제해결 활동에 대한 사전면담 결과를 바탕으로 변화가 필요한 메타인지적 능력을 분석해 보면 다음과 같다.

첫째, '문제지와 답지를 옆에 두고 문제를 풀고, 무작정 손부터 댄다.'라는 대답을 통해, 상수는 전략에 대한 메타인지적 지식과 계획하는 메타인지적 기술이 부족하다는 것을 알 수 있었다. 둘째, 목표를 설정하고, 그 목표를 향하는 메타인지적 기술의 부족함도 드러내었다. 셋째, '문제를 해결한 후에는 풀이 절차의 정확성을 점검하지 않는다.'라는 대답을 통해 볼 때, 문제해결 과정을 점검하는 메타인지적 기술이 부족하다는 것도 알 수 있었다. 하지만 자신의 계산 중간 과정에 대해서는 검산을 자주 한다고 밝혔다.

2) 5월 28일 (자기 보고서)

2차시를 마치면서 상수는 "화학 문제를 푸는 데 문제해결 단계를 이용하였더니 문제가 잘 풀렸어요."라고 하였다. 이것은 상수가 메타인지를 인식하기 시작하였고 다른 교과목의 문제에도 문제해결에 필수적인 메타인지적 능력을 전이하려고 시도하였음을 의미한다. 수학 문제해결을 통해 메타인지적 능력을 활성화시킴으로써 다른 교과목뿐만 아니라 실생활에서도 문제 해결력을 신장시킬 수 있음을 암시한다고 볼 수 있다.

상수는 이 문제를 해결한 후 느낀 점을 자기 보고서에 다음과 같이 진술하였다.

> 알게 된 점: 처음 풀었던 문제 형식에 빠져서 고정 관념을 버리지 못했다. 그림 그리기도 풀이 과정이고 수학이라는 것을 알게 되었다. 그리고 간단화할 수 있는 부분을 찾아보자.
> 평가: 아직까지 문제 풀이 4단계를 인식하지 못하는 것 같다. 옛날 문제 풀던 방식을 따르는 것 같아서 씁쓸하다. 나를 평가할 때, 문제 인식은 좋은 것 같다. 하지만 방법 찾기나 중간 과정에서 되돌아보는 것은 미흡한 것 같다. 다음엔 방법 찾기와 돌아보기를 해야할 것 같다.

보고서의 내용 중 '3번에서 그림 그리기도 풀이 과정이고 수학이라는 것을 알게 되었다. 그리고 간단화할 수 있는 부분을 찾아보자.'라는 진술에서 상수가 전략에 대한 메타인지적 지식을 획득하였음을 알 수 있다. '방법 찾기나 중간 과정에서 되돌아보는 것은 미흡한 것 같다. 다음엔 방법 찾기와 돌아보기를 해야할 것 같다.'라는 진술에서는 문제해결 과정을 감시하는 메타인지적 기술의 부족을 반성하고 있음을 볼 수 있다.

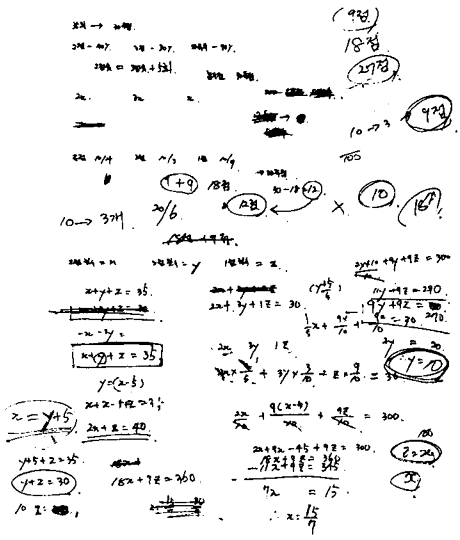
상수는 메타인지적 활동 안내 자료에 따른 문제해결

과정을 통하여 자신에 대해서 반성하고 평가해 보는 기회를 가짐으로써, 자신의 장점과 단점을 인식하고 장점에 대해서 자신감을 갖게 되고 단점을 보완하는 방법을 찾고 노력하게 되었다. 이것은 상수의 메타인지적 능력이 활성화되고 있다는 증거임이 분명하다. 따라서 학생으로 하여금 의식적으로 자신의 문제해결 과정을 반성해 보고 평가해 보게 하는 과정 자체도 메타인지를 의식함으로써 메타인지적 활동을 활성화시키는 하나의 방법이 될 수 있다고 생각된다.

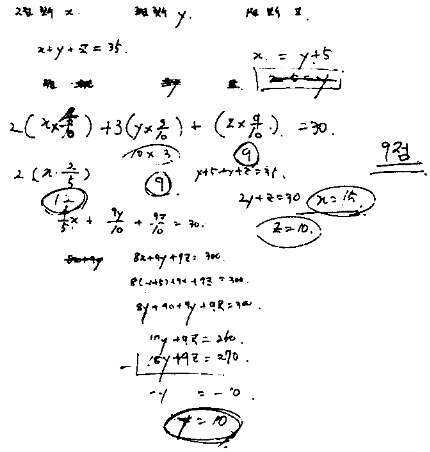
3) 5월 31일 (관찰 일지 / 자기 보고서)

상수는 이 날 두 문제를 풀었다. 연구자가 기록한 다음 관찰 일지에서 상수가 안내 자료를 직접 확인함으로써 메타인지적 활동을 인식하고 문제해결 과정에서 메타인지 기능을 활용하고 있음을 알 수 있다.

> 먼저 한 문제를 다 푼 후에 메타인지적 활동 안내 자료를 다시 읽고 확인하였다. 상수는 "요즈음 문제를 풀 때 생각을 많이 하게 되었어요. 이 과정을 시작하고 나서 저의 사고가 더욱 활성화됨을 느껴요."라고 하였다.
> 그 다음 농구 득점 문제를 해결하였다. 먼저 추측을 통하여 12점이라고 답하였다. 잠시 후 추측을 점검하고 득점률에 어긋난다고 말하면서 문제를 다시 읽었다. 방정식 세우기 전략으로 바꾸어 방정식 $2x+3y+z=30$을 세우고 풀어나갔는데 점검 과정에서 풀이 과정의 오류를 확인하고 다시 수정하여 연립방정식을 풀었다. ($x=\frac{15}{7}$가 정수가 아니어서 문제의 조건에 맞지 않음에도 불구하고 잘못되었음을 곧바로 인식하지 않고 z값까지 분수로 구해 내었다.)
> 메타인지적 활동 안내 자료를 두 번 쳐다보고는 자신의 메타인지적 활동을 확인한 후에 자신이 구한 답이 잘못되었다는 것을 깨닫고, 답에 줄을 긋고 처음부터 다시 연립방정식을 풀기 시작하였다. 3개가 3득점 슛임을 구하여 9점이라고 답하였다. 확인하는 과정에서 9점, 18점, 27점이라고 기록한 후에 잠시 생각을 하였다. 연구자가 새로운 방정식을 세우지 않느냐고 물었더니, 상수는 방정식을 정확하게 세웠다는 확신을 가지고 있다고 답하였다. 해답을 구하였다<그림 Ⅳ-2>.



<그림 Ⅳ-1> 상수의 문제해결 활동(1-1)



<그림 Ⅳ-2> 상수의 문제해결 활동(1-2)

이 날 상수는 자기 보고서에서 연구자가 직접 관찰하지 못했던 자신의 생각을 잘 진술하였다. 그 내용은 다음과 같다.

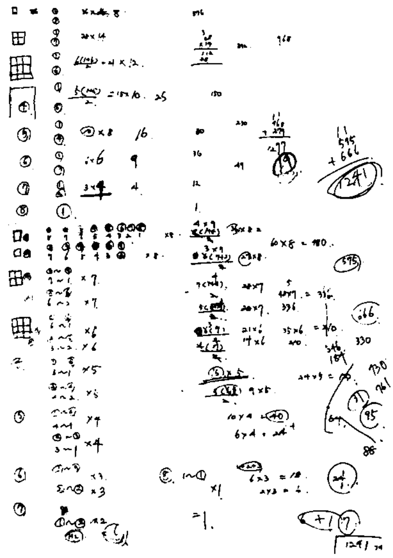
…. 처음 식은 실패. 다시 문제를 읽고 두 번째 식을 세웠다. 어이없게 답은 나왔지만 검산 과정에서 틀려서 다시 식을 세웠다. 아마 풀이 도중 되돌아가서 확인하는 버릇이 들지 않아 확인 과정을 놓쳐서일 것이다. 세 번째 식은 확인도 중간 중간에 하며 신중히 한 결과 답도 맞았고 풀이 과정도 정확했으며 자신 있었다.

상수는 직접 문제를 해결해 가면서 점차 자신의 전략 선택을 반성하는 과정을 통하여, 전략에 대한 메타인지적 지식을 획득해 나가고 있음을 알 수 있다. 또한 문제를 잘 이해하고 풀이 전략을 잘 세우는 것만으로는 완벽한 문제해결에 도달하지 못한다는 사실을 깨달았고, 문제를 해결하는 도중에도 자신을 감시하고 제어해야한다는 메타인지적 기술의 중요성에 대해서도 인식하였다. 이상에서 상수 스스로 메타인지적 활동의 필요성을 인식하고 접근해 감으로써 자신의 수학 문제해결에도 자신감을 얻어가고 있음을 알 수 있다.

4) 6월 14일 (관찰 일지)

다음 관찰 일지에서 상수는 처음 계획했던 전략으로 해결할 수 없음을 깨닫고 곧장 전략을 바꾸어 수정하는 메타인지적 감시와 제어 능력을 보여주고 있다. 사전면담 결과에서 알 수 있듯이 상수는 이 과정에 참여하기 전에는 문제에 대해 생각을 잘 하지 않고 푸는 것을 포기해 버리는 경향이 있었다. 이를 통해 볼 때, 이 사례는 상수의 메타인지적 능력이 활성화되었다는 증거를 제공한다고 할 수 있다.

시작하기 전에 연구자가 메타인지적 활동 안내 자료가 이제 필요 없느냐고 물었다. 상수는 "아직까지는 필요해요."라고 하면서 문제를 풀기 전에 메타인지적 활동 안내 자료를 천천히 읽어 나갔다. 그리고 나서 8×8 바둑판에서 서로 다른 직사각형의 개수를 구하는 문제를 풀었다. 처음에는 일일이 세는 전략을 이용하다가 갑자기 피식 웃었다. 연구자가 왜 그러냐고 물었더니 "이렇게 하면 끝이 없을 것 같아요."라고 하면서 다시 생각하였다. (좀 더 체계적으로 생각하여 규칙을 발견하려고 노력한다.)



<그림 Ⅳ-3> 상수의 문제해결 활동(2)

5) 6월 21일 (자기 보고서)

두 문제를 해결하였다. 상수는 이 날의 자기 보고서에 자신이 느끼는 점을 다음과 같이 기록하였다.

지도 선생님과 함께 한 지도 한 달이 되었다. 한 달 동안 함께 하며 '메타인지 능력'이라는 것을 익혔는데 확실히 몸에 익지는 않았지만 어느 정도 익숙해진 것 같다.
내가 이것을 하면서 알게 된 점, 얻게 된 점을 정리해 보면 다음과 같다.
1. 문제를 꼼꼼하게 보고 내 스스로가 문제를 다시 써 보는 것
2. 문제를 머리 속에서 영상화시키기
3. 깊이 생각하고 목적 찾기
4. 제어 능력
5. 추리 능력
6. 답 확인 후 실수 줄이기
7. 식과 미지수 맞추기
8. (경우에 따라) 식을 우선으로 세우기
9. 모르는 영역 공부하기
10. 차분하게 생각하기
등등이 있다. ….

'2. 문제를 머리 속에서 영상화시키기'는 상수 스스로 문제 표상의 중요성을 인식하였다고 볼 수 있다. '3. 깊

이 생각하고 목적 찾기'에서는 문제의 목표를 설정하는 메타인지적 능력의 향상을, '6. 답 확인 및 실수 줄이기'에서는 점검하는 메타인지적 기술의 향상을, '7. 식과 미지수 찾기'에서는 전략에 대한 메타인지적 지식의 발달을, '9. 모르는 영역 공부하기'에서는 문제해결에 필요한 정보를 확인하는 메타인지적 지식의 발달을, '10. 차분하게 생각하기'는 문제해결 태도의 변화를 보여준다. 상수는 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경의 문제해결 과정에 참여한 지 한 달 후에 스스로 자신의 변화를 조금씩 인식해 나가기 시작하였다.

6) 질문지를 통한 사후면담 결과

메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경에서의 문제해결 과정을 모두 마치고 나서 사후면담을 실시하였다. 상수가 특별히 많은 변화를 느낀 내용은 다음과 같다. '예전에 머리 속으로 생각해 두거나 여기저기 흩어서 식을 세웠는데 이것을 하면서 그림, 도표, 다이어그램을 애용하게 되었다.'라고 답하였다. '문제를 읽고 이해하는 과정에서 답이 무엇이다라고 예상되는 경우가 많아졌다. 이건 확실히 커다란 변화라고 생각한다.'라고 응답하였다. '목표를 세우는 게 당연하다. 이 과정에 참여하기 전에는 무작정 풀었지만 이것을 하면서 목표의 중요성을 깨닫고, 이제는 문제를 풀 때, 목표 세우기는 당연하다고 생각한다.'라고 하였다.

종합적으로 상수는 수학 문제 해결자로서 자신에게 또는 자신의 태도에 생긴 변화에 대해 다음과 같이 진술하였다.

→ 우선 자신감이 생긴 것 같다.
예전에 어려워해서 풀지 못했던 유형의 문제를 이것을 통해 풀어 봤는데 차근차근 살펴가며 푸니까 풀어졌다. ….
→ 계산이 정확해졌다.
문제를 정확히 이해하고 계산 과정에서 살피고 마지막엔 답도 검산하니까 계산이 정확해졌다. 특히 ….
→ 사고가 발달하고 생각이 넓어졌다.
어떤 한 문제를 시간을 두고 따져 보고 생각해 보니까 사고가 발달하고 생각이 넓어졌다는 느낌이 든다. 그래서 다른 과목의 문제를 ….
→ 몸에 익혔다.
위에 말한 것들이 꼭 하려고 의식하지 않아도 자동적으로 된다. 한 마디로 자동화·습관화되었다.

3. 활동 전·후의 메타인지적 능력 변화 비교

두현이와 상수, 두 학생에 대하여 직접 메타인지적 활동을 안내하는 문제해결 과정에 참여하기 전과 참여한 후의 메타인지적 능력의 변화 상태를 비교하여 정리하면 <표 2>, <표 3>, <표 4>, <표 5>와 같다.

<표 2> 활성화된 두현이의 메타인지적 능력

활동 전(사전면담)	활동 후(사후면담)	활성화된 메타인지적 능력
◦문제가 잘 이해되지 않을 때, 다시 읽어보려고 노력한다(3). ◦문제를 풀 때, 문제에 대하여 이해가 잘 안 되는 내용이 있는지 없는지를 살펴보려고 노력한다(2). ◦문제를 읽어 나가다가 잘 모르는 것이 있으면, 교과서 등의 참고 자료에서 찾아보려고 노력한다(2).	◦전에는 조금 읽었지만 지금은 될 수 있는 한 여러 번 읽어 본다. ◦전에는 핵심을 찾으려고 노력을 하였으나 못 찾는 경우가 허다하였으나 지금은 핵심 파악과 정보 도출 능력이 향상된 것 같다.	문제 이해 단계에서 메타인지적 감시 능력
◦수학적 지식을 많이 알고 있지만 응용력이 부족하다.	◦완전히 유형 외우기식의 수학 공부를 통하여 문제를 보자마자 … 생각 없는 수학을 진행해 오던 것이 나의 수학 공부 방법이었는데 추측과 방향 설정을 통하여 보다 수학다운 수학이 가능하게 되었다.	전략에 대한 메타인지적 지식

※괄호 안의 숫자는 5단계 중에서 학생 자신이 해당된다고 표시한 단계임(숫자가 클수록 메타인지적 능력이 더 뛰어남).

<표 2> 활성화된 두현이의 메타인지적 능력(계속)

활동 전(사전면담)	활동 후(사후면담)	활성화된 메타인지적 능력
◦문제를 풀 때는 먼저 목표를 세우고, 그 목표에 따라 문제를 어떤 방법으로 풀어 나갈 것인지를 결정한다(1). ◦문제에 직면하면 무조건 풀어 나가고 본다.	◦수학을 처음 접해 문제를 대할 때 처음부터 끝까지 이렇게 해야 한다는 체계를 갖춘 것이 이 문제해결의 가장 변화된 부분이다. 전에는 막연하게 시작하여 막연하게 진행하고 허술하게 뒷마무리를 하였으나 이제는 다르다.	문제해결을 계획하는 메타인지적 기술
◦문제 풀이 단계에서 각 단계를 마칠 때마다 문제를 되돌아 본다(1). ◦문제 풀이 절차가 정확한가를 알아보기 위해 점검해 본다(2). ◦문제 풀이 도중 사칙 연산 과정에서 틀리는 경우가 많다.	◦점검의 필요성은 내가 가장 인식하는 분야이다. 실수가 많은 나에게 그것에 대한 자각은 당연한 것인지도 모른다. 가장 변화가 큰 부분이다. ◦점검을 통하여 실수를 하나하나 잡아낼 수가 있었고, 문을 확실히 걸어 잠글 수 있는 열쇠를 얻게 되었다.	감시/점검/수정하는 메타인지적 기술
◦수학 능력에 대한 자신감의 정도로 10단계 중에서 7단계를 선택함.	◦수학 문제를 푸는 데 자신감이 생겼고, 일단 자신감이 생기니까 문제가 좀더 쉽게 느껴지고 잘 풀린다(6월 22일 비형식적 면담). ◦… 수학다운 수학을 가능하게 되었다. ◦… 문을 확실히 걸어 잠글 수 있는 열쇠를 얻게 되었다.	수학적 능력에 대한 자신감

※괄호 안의 숫자는 5단계 중에서 학생 자신이 해당된다고 표시한 단계임(숫자가 클수록 메타인지적 능력이 더 뛰어남).

<표 2>에서 두현이가 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경에서의 문제해결 연습을 통하여 문제해결에 필수이지만 자신에게는 부족한 여러 가지 메타인지적 능력을 스스로 인식하고 활성화시켰음을 알 수 있다. 또한 이러한 메타인지적 능력을 활성화시킴으로써 문제 해결력에 대한 자신감을 증가시켰고 뛰어난 문제해결자가 되었음을 알 수 있다. 이 밖에도 두현이는 본 활동을 진행하면서 작성한 보고서를 통하여 메타인지적 활동의 발달이 자신에게 미치는 효과와 그 활동에 대한 자각을 직·간접적으로 언급하였다.

<표 3> 활성화된 상수의 메타인지적 능력

활동 전(사전면담)	활동 후(사후면담)	활성화된 메타인지적 능력
◦내가 하던 방법을 위주로 한다. ◦답지가 옆에 있어야 문제를 푼다. ◦답이 나오지 않을 경우 끼워 맞추질 못하고 포기한다. ◦문제에 대한 답을 추측해 보고 점검해 본다(1).	◦예전에 머리 속으로 생각해 두거나 여기저기 흩어서 식을 세웠는데 이것을 하면서 그림, 도표, 다이어그램을 애용하게 되었다. ◦답을 추측해 보고 점검해 보는 것은 확실히 커다란 변화라고 생각한다. 문제를 읽고 이해하는 과정에서 답이 무엇이다라고 예상되는 경우가 많아졌다.	전략에 대한 메타인지적 지식
◦문제를 풀 때는 먼저 목표를 세우고, 그 목표에 따라 문제를 어떤 방법으로 풀어 나갈 것인지를 결정한다(1). ◦생각을 잘 하지 않는다. 손부터 대고 푸는 스타일이다.	◦목표를 세우는 게 당연하다. 이 과정에 참여하기 전에는 무작정 풀었지만 이것을 하면서 목표의 중요성을 깨닫고, 이제는 문제를 풀 때, 목표 세우기는 당연하다고 생각한다.	목표를 설정하는 메타인지적 기술

※괄호 안의 숫자는 5단계 중에서 학생 자신이 해당된다고 표시한 단계임(숫자가 클수록 메타인지적 능력이 더 뛰어남).

<표 3> 활성화된 상수의 메타인지적 능력(계속)

활동 전(사전면담)	활동 후(사후면담)	활성화된 메타인지적 능력
◦문제 풀이 절차가 정확한가를 알아보기 위해 점검해 본다(2). ◦문제를 해결한 후에는 풀이 절차의 정확성을 점검하지 않는다.	◦문제를 정확히 이해하고 계산 과정에서 살피고 마지막엔 답도 검산하니까 계산이 정확해졌다. 특히 표를 만드는 경우나 조직화하는 경우에는 풀 때 알아보기도 좋고 검산할 때도 편리하다.	점검하는 메타인지적 기술
◦부족한 면이 많고, 창의적이지는 않지만 신중하다. ◦잠자마자 생각을 잘 하지 않는다. ◦답에 눈이 자주 간다. ◦답지가 옆에 있어야 문제를 푼다.	◦우선 자신감이 생긴 것 같다. 예전에 어려워해서 풀지 못했던 유형의 문제를 이것을 통해 풀어 봤는데 차근차근 살펴가며 푸니까 풀어졌다. 그 때에 나 자신에게 놀랐고 내가 어려워하던 문제에 자신감이 생겼다. ◦사고가 발달하고 생각이 넓어졌다. 어떤 한 문제를 시간을 두고 따져 보고 생각해 보니까 사고가 발달하고 생각이 넓어졌다는 느낌이 든다. 그래서 다른 과목의 문제를 풀 때도 차분하게 생각을 하는 버릇이 생겼다.	수학적 능력에 대한 자신감과 사고력
	◦몸에 익혔다. 위에 말한 것이 꼭 하려고 의식하지 않아도 자동적으로 된다. 한 마디로 자동화·습관화되었다.	메타인지적 과정의 자동화

※괄호 안의 숫자는 5단계 중에서 학생 자신이 해당된다고 표시한 단계임(숫자가 클수록 메타인지적 능력이 더 뛰어남).

<표 3>에서 상수가 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 지필 환경에서의 문제해결 연습을 통하여 문제해결에는 반드시 필요하지만 자신에게는 부족한 여러 가지 메타인지적 능력을 스스로 인식하고 능동적으로 활성화시켰음을 알 수 있다. 또한 이러한 메타인지적 능력을 활성화시킴으로써 문제 해결력에 대한 자신감을 증가시켰고 사고력을 신장시켰음을 알 수 있다. 더 나아가 상수는 어떤 메타인지적 과정이 자동화되었다고 진술하였다.

V. 결론

이 논문은 수학교육의 중심 목표인 학생의 문제 해결력에 중요한 영향을 미치는 메타인지적 능력의 활성화에 대한 가능성을 탐색하였다. 문제해결 맥락 안에서 연습을 통하여 학생의 메타인지적 능력을 활성화시킴으로써 정형화된 문제뿐만 아니라 비정형화된 문제, 탐구형 문제, 실생활에서 부딪히는 문제를 해결하는 데에도 도움을 주고자 하였다.

메타인지적 활동을 안내하는 자료를 제공하는 지필 환경의 수학 문제해결 과정에 참여한 두 명의 고등학생은 자신들에게 부족한 메타인지적 능력을 스스로 인식하고 반성함으로써 자발적으로 활성화시켰다. 또한 문제 해결력에 대한 자신감을 더욱 증가시켰고, 수학 문제해결을 즐기는 뛰어난 문제 해결자가 되었다. 학생은 메타인지적 활동 안내 자료를 제공하는 문제해결 과정에서 메타인지적 활동의 발달이 자신에게 미치는 효과와 그 활동에 대한 자각을 직·간접적으로 언급하면서, 향상된 메타인지적 과정이 내면화될 수 있다는 가능성을 제공하였다.

이 두 사례를 통하여 고등학생은 효과적인 메타인지적 교수가 뒷받침되면 메타인지적 전략과 기술을 습득하고 활용하는 것을 배울 수 있음을 알 수 있다. 이것은 학생이 문제해결에 필요한 메타인지적 활동을 안내 받음으로써, 전혀 인식하지 못하고 있었거나 또는 자신에게 부족했던 메타인지적 능력을 스스로 진단하고 향상시킬 뿐만 아니라, 원래 뛰어났던 메타인지적 측면에 대해서도 한번 더 반성하여 더욱 향상시킨다는 사실에서 알 수 있다.

학생에게 메타인지를 인식시키고 메타인지를 활용하도록 유도하는 메타인지 활용 수업은 교사들에게도 학생에게도 유용하고 유의미하며, 적절한 환경만 제공해 주면 쉽게 전이되고 자동화되어 내면화되는 효율적인 방안이라고 할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

Blakey, E. & Spence, S. (1990). *Developing metacognition*. Washington, DC: Office of peducational research and improvement, 4. (ERIC Document Reproduction service No. ED 327 218).

Derry, S. J. & Murphy, D. A. (1986). Designing system that train learning ability: From theory to math skills. *Journal of learning disabilities*, Vol. 25, No. 4, 1-39.

Flavell, J. H. (1985). *Cognitive development* (2nd ed). NJ: Prentice-Hall, Inc.

Fortunato, I.; Hecht, D.; Tittle, C. K., & Alvarez, L. (1991, December). Metacogition and problem solving. *Arithmetic Teacher*, pp. 38-40.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176.

Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Silver, E. A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: some underrepresented themes and needed directions. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 247-266). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yamaguchi, T. (1993). A Study of metacognition in mathematical problem solving: The rolls of metacognition on solving a construction problem. In I. Hirabayasaki, N. Nohda, K. Shigematsu, & F. Lin (Eds.), *Proceedings of the seventeenth international conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 278-285). Tsukuba Ibaraki, Japan: Tsukuba University, July 18-23.

A case study on activating of high school student's metacognitive abilities in mathematical problem solving process using guidance material for metacognitive activities

Lee, Bong Ju
Korea Institute of Curriculum & Evaluation (KICE)
25-1 Samcheong-dong, Jongno-gu, Seouul 110-230, Republic of Korea
yibongju@kice.re.kr

The purpose of this paper is to investigate a new method for activating the metacognitive abilities that play a key role in the Mathematical Problem Solving Process (MPSP). The proposed research question is as follows: Can the MPSP activate metacognitive abilities of high school students in the pencil-and-paper environment using guidance material for metacognitive activities?

To solve this question, two case studies have been carried out. Two students for the study were selected via informal interview. They voluntarily took part in 13 experimental lectures. The activating paths of their metacognitive abilities in the MPSP were chronically described and analyzed. All the activating processes of the students focusing on the aspects of metacognitive behaviors were analyzed by means of interview, observation, self-report, and activity data.

The two high school students participating in the MPSP voluntarily recognized and reflected their deficiencies in metacognitive abilities, and therefore maximized their own performance. They made quite significant progress in the course of activating their metacognitive abilities through voluntary participation and gained greater confidence in the MPSP. Hence they have become good problem solvers. They expressed not only the factors influencing their behavior but also their self-awareness during the metacognitive activities. In the long run, this experiment will increase possibilities for the internalization of the metacognitive process.

* ZDM classification : C343
* 2000 Mathematics Classification : 97C30
* key word : Mathematical Pproblem S olving P rocess, Metacognitive Abilites