

Smagorinsky model 을 이용한 실린더 및 익형 주위의 LES 난류유동해석

박금성^{†*}, 구본국^{**}, 박원규^{*}, 전호환^{**}

부산대학교 대학원 기계공학부^{*}
부산대학교 대학원 조선해양공학과^{**}

Turbulent Flow Analysis around Circular Cylinder and Airfoil by Large Eddy Simulation with Smagorinsky Model

Kum-Sung Park^{†*}, Bon-Kook Ku^{**}, Warn-Gyu Park^{*} and Ho-Han Joun^{**}

School of Mechanical Engineering, Pusan National University^{*}
Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University^{**}

Abstract

As a computer has been continuously progressed to reduce R&D time and cost, the study of the flow physics has been significantly relied on the numerical method. Recently, Large Eddy Simulation(LES) has been widely used in CFD community to accurately capture the turbulent flows. The LES code requires high accuracy in time, as well as in space. Also, it should have strong robustness to ensure the convergence in various complicated flows. The objective of the present work is to develop a base code for LES simulation, having 2nd order accuracy in time and 4th order accuracy in space. To achieve the present objective, the four-step fractional step method was enhanced by adopting compact Pade' scheme. The standard Smagorinsky model was implemented for the first stage of the present code development. The flows over a cylinder and an airfoil were successfully simulated.

※Keywords : LES(대와류모사), Smagorinsky model(스마고린스키 모델), Turbulent flow(난류), Fractional step method(다단계 방법), Compact Pade' scheme(컴팩트 파데 방법)

1. 서론

선박의 총 저항은 조파저항과 점성저항으로 크게 구분할 수 있는데, 예전부터 조파저항(유재훈 등 1996, 김성은 1991)을 감소시키기 위하여 선형 개발에 관한 연구가 활발히 진행되어 왔으며,

접수일: 2003년 9월 5일, 승인일: 2004년 7월 18일

†주저자, E-mail: botoms@pusan.ac.kr

Tel: 051-510-3064

아울러 선박 저항의 대부분을 차지하는 마찰저항의 감소에 대한 연구도 지속적으로 진행되어 왔다. 특히 저속 비대선의 경우, 총 저항의 80~90%가 마찰저항이고, 상선에서 빠른 선종에 해당하는 고속 컨테이너선에서도 60~70%정도가 마찰저항이 차지하고 있어, 마찰저항 감소에 대한 연구가 최근에 활발하게 진행되고 있다. 이러한 마찰저항 감소에 대한 연구에는 리블렛(riblet) (Choi et al. 1993), Compliant wall (Choi et al. 1997), EMTC (Electro Magnetic Turbulence Control) (Davidson 1997), 벽면진동 (Choi et al. 2002), Polymer 방출 (김형태 등 2003)과 같은 연구가 진행되어 왔다. 최근에는 LES(Large Eddy Simulation)를 이용하여 난류구조해석을 이용한 마찰저항감소에 대한 연구 (김덕수 등 2003, Choi 1998)가 진행되어 오고 있는데, 이러한 용도의 LES 코드에서는 기본적으로 시간상에서나 공간상에서 고차의 정확도가 유지되어야 하므로, 본 연구에서는 LES 방법에 의한 유동해석에서 많이 사용되고 있는 2 차 정확도의 Fractional step 방법을 compact Pade' 유한 차분화를 이용하여 공간상에서 4 차의 정확도를 가지는 프로그램을 개발하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해석 기법

2.1 Fractional Step 방법

3 차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 무차원화한 후, 일반 좌표계로 변환하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{E} - \bar{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{F} - \bar{F}_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{G} - \bar{G}_v) = 0 \quad (1)$$

여기서 \bar{q} 유동벡터, $\bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$ 는 압력을 포함 하는 대류항이고, $\bar{E}_v, \bar{F}_v, \bar{G}_v$ 는 점성항을 의미한다.

식(1)을 풀기 위해 Kim/Moin(1985), Choi/Moin(1994) 에 의해 사용된 4 단계 Fractional step 방법을 다음과 같이 적용하였다.

제 1 단계: 식(1)의 운동량 방정식을 *단계에 대해 푼다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} (\bar{q}^* - \bar{q}^{n+m}) + \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{E}^{n+m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{F}^{n+m} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \bar{G}^{n+m} \\ = \frac{\partial}{\partial \xi} \bar{E}_v^{n+m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \bar{F}_v^{n+m} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \bar{G}_v^{n+m} \end{aligned} \quad (2)$$

제 2 단계: **단계에 대해서 보정속도 관계식을 푼다.

$$\frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = \nabla p^n \quad (3)$$

3 단계: n+1 단계의 압력에 대한 Poisson 방정식을 푼다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla u^{**}}{\Delta t} \quad (4)$$

4 단계: n+1 단계의 속도값을 구한다.

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^{**}}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} \quad (5)$$

식(2)에서 n 은 시간 레벨을 의미하며, m=0 일 때 외재적 방법이 되며, m=1 일 때 내재적 방법이 된다. 본 연구에서는 m=0 인 외재적 방법을 채택하였다. 압력에 대한 Poisson 방정식인 식(4)에서 (x,y,z)직교 좌표계에서는 일반적으로 HSMAC (Harlow/Welch 1965) 방법을 이용해서 풀지만, 이것을 일반 좌표계에서 그대로 적용하면 수렴성과 정확도가 떨어지므로 본 연구에서는 ADI 방법을 이용하여 풀었다. 그리고, 식(2)-(5)과정을 계산할 때 각 단계 영역에 대한 각 미분항을 공간상에서 4 차의 정확도로 해석하기 위해 compact Pade' 유한 차분화를 적용하였다.

2.2 Compact Pade' 유한 차분화

수치해석의 공간상의 정확도를 높이기 위해 Lele(1992)가 제안한 4 차/6 차 정확도의 compact Pade' 유한 차분화를 식(2)-(5)계산에 적용하였는데, 임의의 함수 f 에 대한 일차미분 f' 을 compact Pade' 유한 차분화에 의해 얻어진 값이라고 하면, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\alpha f'_{j-1} + f'_j + \alpha f'_{j+1} = a \frac{f_{j+1} - f_{j-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{j+2} - f_{j-2}}{4\Delta x} \quad (6)$$

여기서 $\alpha=1/4$, $a=3/2$, $b=0$ 이면 4 차 정확도를 가지며 $\alpha=1/3$, $a=14/9$, $b=1/9$ 이면 6 차 정확도를 가지게 된다. 식(6)에서 보는 바와 같이 함수 f 에 대한 일차미분 f' 을 구할 때 3 개의 격자점만을 사용해서 3-대각행렬을 풀어 4 차/6 차 정확도의 차분화가 간단하게 이루어짐을 알 수 있다. 같은 방법으로, 2 차 편미분항에 대해서는 f'' 을 다음과 같이 나타낸다.

$$\beta f''_{j-1} + f''_j + \beta f''_{j+1} = c \frac{f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}}{\Delta x^2} + d \frac{f_{j+2} - 2f_j + f_{j-2}}{4\Delta x^2} \quad (7)$$

여기서 $\beta=1/10$, $c=6/5$, $d=0$ 으로 택하면 4 차 정확도가 되며 $\beta=2/11$, $c=12/11$, $d=3/11$ 를 택하면 6 차 정확도가 된다. 본 연구에서는 compact Pade' 유한 차분화 중의 4 차 정확도에 대한 것을 적용하였다. 그리고 compact Pade' 유한 차분화를 적용할 때 경계에서 발생할 수 있는 수치적 오차가 유동장 계산의 내부영역으로 전파되어 가지 않고, 전체적으로 안정적인 수치적 정확도가 유지되도록 하기 위해 특별한 처리가 필요한데, Shang(1999)에 의한 경계에서의 편축차분화와 low pass filter 를 도입하였다. Low pass filter 는 부적당한 고 진동해의 Fourier 성분을 제거하는 것이 목적이며 다음과 같다.

$$\beta U_{i-1} + U_i + \beta U_{i+1} = \sum_{n=0,1,2,\dots,N} a_n (u_{i+n} + u_{i-n}) / 2 \quad (8)$$

여기서 U 와 u 는 각각 filtering 된 변수와 그렇지 않은 값을 의미하고 β 는 $-0.5 < \beta < 0.5$ 에서 정해진다. 계수 a_n 값들은 Table. 1 과 같이 주어진다.

Table 1 Coefficient of spatial filter formula

Coefficient	Fourth order
a_0	$\frac{3(2\beta-1)}{8} + 1$
a_1	$\frac{(2\beta-1)}{2} + 1$
a_2	$\frac{(2\beta-1)}{8}$
a_3	0
a_4	0

2.3 표준 Smagorinsky 난류모델

LES 방법은 지배방정식에 공간적인 평균화를 행하고, 유동장을 격자로 해상할 수 있는 성분(GS, Grid Scale)과 그 이하의 작은 성분(SGS, Subgrid Scale)으로 분리하여, 전자는 직접 수치적으로 계산하고 후자는 전산 모델화를 이용하여 해석하는 방법이다. 격자로 해상되지 않는 스케일의 에디(eddy)에 대해서 Sub-Grid Scale(SGS)모델을 도입하는데, 본 연구에서는 여러 SGS 모델 중에서 다음의 표준 Smagorinsky(1963) 모델을 사용하였다.

$$\overline{u_i u_i} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u_k u_k} = -2\nu_t \overline{S_{ij}}$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 (\overline{2S_{ij} S_{ij}})^{\frac{1}{2}}$$

여기서 C_s 는 Smagorinsky 상수이고 Δ 는 SGS length scale 이 된다. 또한 Smagorinsky 모델을 그대로 벽면까지 적용하면 점성저층에서 과도한 점성이 생기는 등의 문제가 발생하므로 SGS의 길이 스케일 Δ 에 다음의 van Driest 형의 벽면 감쇠계수를 다음과 같이 곱하였다.

$$f = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \quad (10)$$

여기서

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} ; \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} ; \quad A^+ = 25 \quad (11)$$

3. 결과 및 고찰

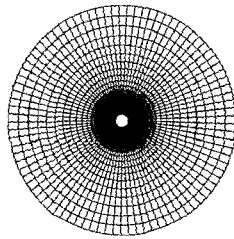


Fig. 1 Computational grid of cylinder

Fig.1 은 실린더 주위 격자로써 $101 \times 85 \times 18$ 개의 격자점으로 구성되어 있으며, 레이놀즈 수는 3,900 일때 계산을 수행하였다. Fig.2는 실린더 표면주위의 압력계수를 시간평균한 값으로써 Ong/Wallace(1994)의 실험결과와 비교한 것인데, 비교적 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig.3 은 실린더 후류의 일정한 위치인 $x/D=1.54$ 와 $x/D=2.02$ 위치에서 u/U_0 값의 시간평균에 대한 분포를 나타낸 것이다. Fig.4 는 실린더 후류의 $x/D=1.54$ 인 위치에서 실험적(Mittal, 1994)으로 측정된 레이놀즈 응력 성분과 Hansen/Long(2002), Hansen/Forsythe(2003)에 의한 계산 결과들과 비교한 것이다. 이들 두 그림에서 $\langle \rangle$ 는 변동성분의 공간적 평균을 의미한다. 이 그림에서 볼 수 있듯이, 본 계산결과가 실험치 및 타 계산결과와 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 하지만, Fig.4(c)의 계산 결과들은 서로

비교적 일치하나 공통적으로 실험치와는 다소 차이가 나고 있다. 이것은 계산에서는 실린더 축방향으로 주기조건을 사용하는데 비해, 실험에서는 실제적으로 주기조건이 만족되지 않기 때문으로 여겨지며 또한 Smagorinsky 모델에서는 모든 방향으로

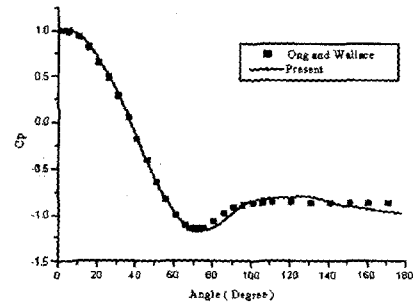
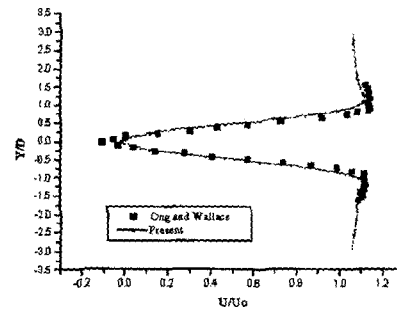
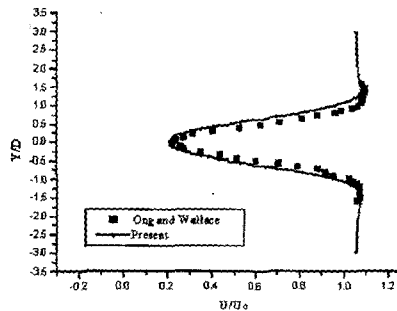


Fig. 2 Pressure coefficient on the cylinder surface



(a) $x/D=1.54$

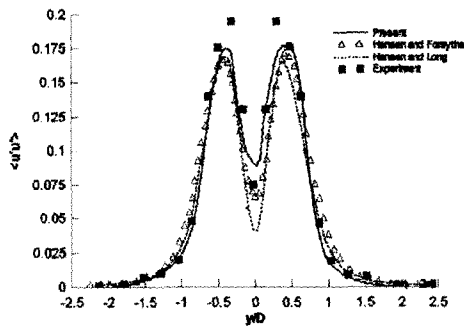


(b) $x/D=2.02$

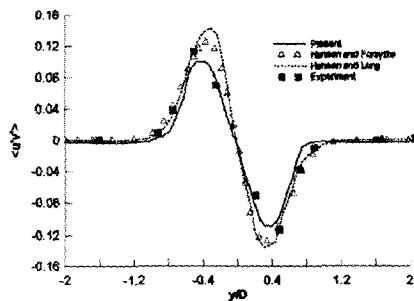
Fig. 3 Comparison of the time-averaged with u/U_0 experiment

같은 크기의 SGS 모델계수를 사용하나, 실제 유동에서는 그렇지 않기 때문에 사료된다. 이러한 단점을 보완하기 위해서는 각 방향으로 다른 모델계수를 자동적으로 계산하는 dynamic 모델의 사용이 적합하다고 여겨지며 본 연구에서도 현재의 base 코드가 완성되고 나면 dynamic 모델의 적용을 향후 연구목적으로 하고 있다.

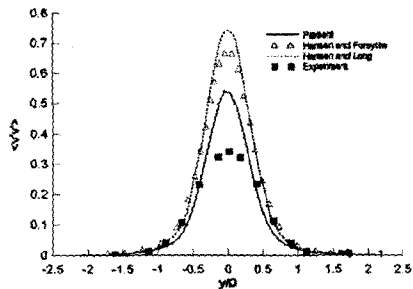
Fig.5(a)에서는 순간적인 특정시간에서의 와도를 보여주고 있는데, 두개의 전단 경계층이 실린더로부터 박리되면서 Karman vortex 를 생성시키고 있음을 볼 수 있다. 그리고 Fig.5(b)에서는 와류가 실린더 축방향으로 동일한 2 차원 와류가 아니고 축방향으로 2 차적인(secondary) 와류의 roll-up 현상이 나타나는 3 차원적인 와류의 생성을 확인할 수 있다.



(a) $\langle u'u' \rangle$ component



(b) $\langle u'v' \rangle$ component



(c) $\langle v'v' \rangle$ component

Fig. 4 Reynolds stresses at $x/D=1.54$ plane



(a) Contour line (2-D View)

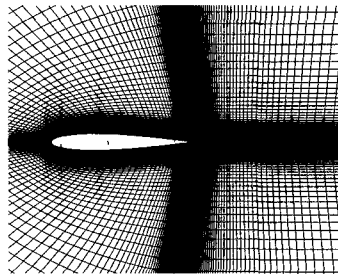


(b) Isosurface(3-D View)

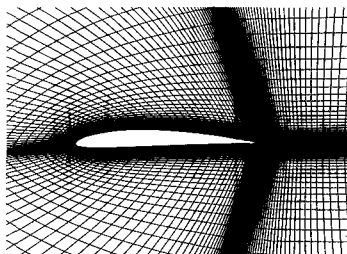
Fig. 5 Instantaneous vorticity of circular cylinder at $Re=3,900$

다음으로 LES 방법에 의한 유동해석을 3 차원 익형에 대해 적용시켜 보기로 하였다. Fig.6 은 NACA 0012 익형과 NACA 4412 익형을 위한 격자 생성이며, 격자점은 $251 \times 90 \times 10$ 개와 $247 \times 70 \times 14$ 개를 각각 갖고 있다. Fig.7 은 NACA 0012 익형에 대하여 레이놀즈수가 2.8×10^6 이고 받음각이 6° 일때 유동해석 결과로서, Fig.7(a)에서 실험값(Rhie/chow 1983)과 매우 일치 하고 있음을 알 수 있으며, (b)는 일시적인 시간의 압력분포를 나타내고 있다. Fig.7(c)에서는 익형 후미에서 유동 박리에 의한 소규모의 와류를 확인할 수 있다. Fig.8 은 NACA 0012 익형의 받음각이 25° 일때의

결과로써 광범위한 유동박리와 이에 의한 와류의 생성, 성장, 그리고 후류로 떨어져 이송되어 가는 현상을 볼 수 있다. Fig.9 는 NACA 4412 익형이 레이놀즈수가 1.4×10^9 이고 받음각이 16° 일때의 계산결과를 보여주고 있으며 Fig.9(a)에서 실험치 (Eyi et al. 1993)와 잘 일치하는 압력분포를 보여 주고 있다. 그리고 Fig.9(c)에서 익형후미에서 상당한 크기의 유동박리에 의한 와류를 확인할 수 있다.

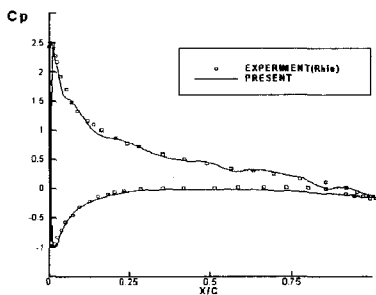


(a) NACA 0012

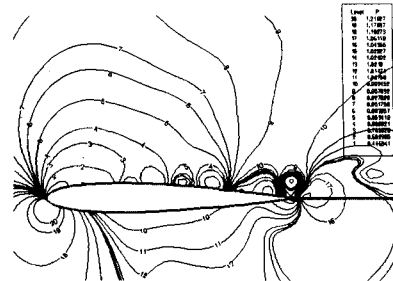


(b) NACA 4412

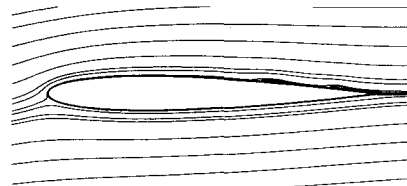
Fig. 6 Computational grid of airfoils



(a) Surface pressure distribution

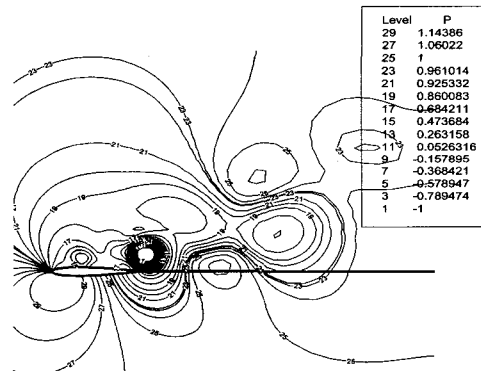


(b) Pressure contours

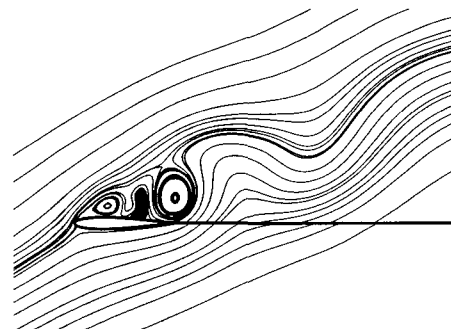


(c) Streamlines

Fig. 7 NACA 0012 airfoil at $\alpha = 6^\circ$ and $Re = 2.8 \times 10^6$

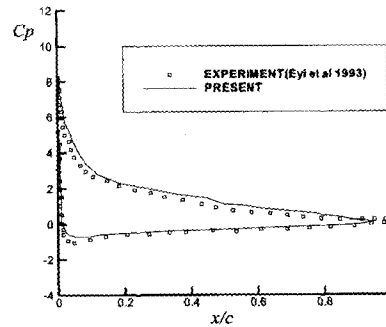


(a) Pressure contours

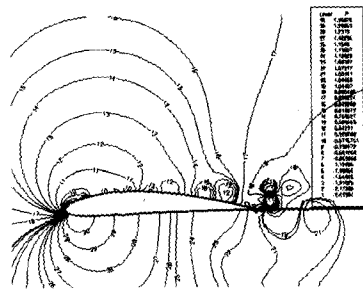


(b) Streamlines

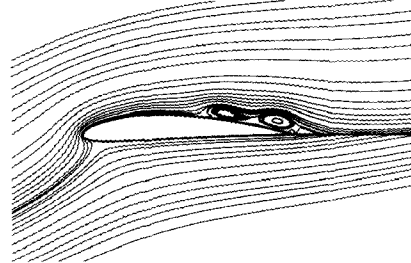
Fig. 8 NACA 0012 airfoil at $\alpha = 25^\circ$ and $Re = 3.45 \times 10^6$



(a) Surface pressure distribution



(b) Pressure contours



(c) Streamlines

Fig. 9 NACA 4412 airfoil at $\alpha = 16^\circ$ and $Re = 1.4 \times 10^6$

4. 결론

Smagorinsky 모델을 이용하여 실린더와 익형 주위의 LES 난류유동을 해석하였다. 유동해석 코드는 4 단계 Fractional step 방법을 사용함으로써 시간영역에서는 2 차의 정확도를 가지게 하였으며 기존의 fractional step 방법이 공간상에서도 2 차의 정확도를 가지고 있는 것을 더욱 정확한 4 차의 정확도를 가지게 하기 위해 compact Pade' 차분화를 이용하였다. 코드 검증을 위해 $Re=3,900$ 인 원형 실린더 주위의 유동을 해석하였는데, 본

계산결과에 의한 난류성분들이 실험치와 타 연구자의 계산결과와 잘 일치함을 밝힐 수 있었다. 또한, 실린더 후류의 Karman vortex 의 생성을 확인할 수 있었으며 이 와류가 흐름 축방향으로 roll-up 되면서 2 차적인 와류가 생성됨을 보였다. 마지막으로 NACA 0012 익형과 NACA 4412 익형의 경우에 대해서 유동해석하였는데 시간 평균된 표면 압력분포가 실험과 잘 일치함을 알 수 있었고, 작은 받음각에서도 익형의 후미에서는 국부적인 유동박리에 의한 매우 작은 와류들이 생성, 성장되면서 후류로 이송되는 현상을 볼 수 있었고 매우 큰 받음각에서는 대규모 유동박리를 확인할 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단의 첨단 조선공학 연구 센터의 지원으로 수행되었다.

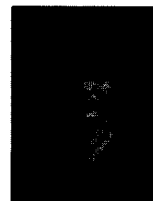
참 고 문 헌

- 김덕수, 김형태, 김우전, 2003, " 미소기포 주입에 의한 마찰저항 감소에 대한 연구, " 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 3 호, pp. 1-8.
- 김성은, 1991, " 최소 조파 저항성을 갖는 최적 선수형상에 관한 연구, " 대한조선학회 논문집, 제 28 권, 제 2 호, pp. 28-39.
- 김형태, 김덕수, 김우전, 2003, " 폴리머 수용액 주입에 의한 난류마찰저항 감소에 대한 실험 연구, " 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 3 호, pp. 9-15.
- 유재훈, 김영기, 류재문, 1996, " 복합 지지형 고속선의 조파 저항 계산, " 대한조선학회 논문집, 제 33 권, 제 1 호, pp. 1-8.
- Choi, H., Moin, P. and Kim, J., 1993, " Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets, " J. Fluid. Mech. Vol. 255, pp. 503-539.
- Choi, H., Moin, P. and Kim, J., 1994, " Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows, " J. Fluid Mech., Vol. 262, pp. 75-110.

- Choi, H. and Moin, P., 1994, " Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow," J. Comp. Phys., Vol. 113, pp. 1-4.
- Choi, K.S., 2002, " Near-wall structure of turbulent boundary layer with spanwise-wall oscillation," Phys. Fluids., Vol. 14, No. 7. pp.2530-2542
- Choi, K.S. and Graham, M., 1998, " Drag reduction of turbulent pipe flows by circular-wall oscillation," Phys. Fluids, Vol. 10, No. 1, pp. 7-9.
- Choi, K.S., Yang, X., Clayton, B.R., Glover, E.J., Attar, M., Semenov, B.N. and Kulik, V.M., 1997, " Turbulant drag reduction using compliant surfaces," Proc. R. Soc. Lond. A, Vol. 453, pp. 2229-2240.
- Davidson P.A., 1997, " The role of angular momentum in the magnetic damping of turbulence," J. Fluid Mech., Vol. 336, pp.123-150.
- Eyi, S., Hager, J.O. and Lee, K.D., 1993, " Airfoil design using the Navier-Stokes equations," AIAA Paper 93-0648, Reno, NV.
- Hansen, R.P. and Forsythe, J.R., 2003, " Large and detached eddy simulations of a circular cylinder using unstructured grids," AIAA Paper 2003-0775, Reno, Nevada.
- Hansen, R.P. and Long, L.N., 2002, " Large-eddy simulation of a circular cylinder on unstructured grids," AIAA 2002-0982, Reno, Nevada.
- Harlow, F.H. and Welch, J.E., 1965, " Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface," Phys. Fluids, Vol. 8, pp. 2182-2189.
- Kim, J. and Moin, P., 1985, " Application of a fractional step method in incompressible Navier-Stokes equation," J. Comp. Phys., Vol. 59, pp. 308-323.
- Lele, S.K., 1992, " Compact finite difference schemes with spectral-like resolution," J. Comp. Phys., Vol. 103, pp. 16-42.
- Mittal, R., 1994, Large-eddy simulation of flow past a circular cylinder, Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University.
- Ong, L. and Wallace, J., 1994, " The velocity field of the turbulent very near wake of a circular cylinder," Exp. Fluids, Vol. 20, pp. 441-453.
- Rhie, C.M. and Chow, W.L., 1983, " Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," AIAA, Vol. 21, No. 11. pp.1527-1532
- Shang, J.S., 1999, " High-order compact-difference schemes for time-dependent Maxwell equations," J. Comp. Phys., Vol. 153, pp. 312-333.
- Smagorinsky, J., 1963, " General circulation experiments with the primitive equations," Monthly Weather Review, Vol. 91, pp. 91-164.



< 박금성 >



< 구본국 >



< 박원규 >



< 전호환 >