

최소자승법을 이용한 해저고정형 선배열 센서의 3차원 배열형상 추정기법 연구

A Study on Three Dimensional Array Shape Calibration of the Bottom Mounted Array by Iterative Least Squares

최재용*, 손권*
(Jae-Yong Choi*, Kweon Son*)

*국방과학연구소

(접수일자: 2004년 5월 7일; 수정일자: 2004년 6월 11일; 채택일자: 2004년 6월 16일)

본 논문에서는, 미지 위치의 원거리 능동음원을 이용하여 해저고정형 선배열 센서에 대한 3차원 배열형상추정 기법을 제안하였다. 본 연구는 센서에 도달하는 음파가 평면파라는 가정 하에 기준센서와 나머지 센서간의 음파도달 시간지연, 센서위치 및 입사각과의 선형방정식의 해를 반복적 최소자승법에 의해 구함으로써 센서위치 추정이 가능하다. 제안된 기법의 타당성을 검증하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션과 실제 해상실험을 수행하였으며, 이론적 분석을 통하여 음원 위치 분포에 따른 성능 및 시간지연 오차에 따른 센서위치 추정 성능을 분석하였다.

핵심용어: 배열형상추정, 반복적 최소자승법, 평면파, 시간지연

주요분류: 수중음향 분야 (5.7)

This paper proposes an algorithm that estimates three dimensional array shape calibration about the bottom-mounted sensor array, under the assumption that the active sources are in the far-field with unknown positions. Under some assumptions, we calculate the sensor positions via an algebraic solutions of a least squares problem that the linear equations are related to the sensor positions and directions of arrival. We give examples of algorithm performance from both computer simulations and sea test. We also illustrate the performance of sensor positions estimation as a function of time delay estimation variance and the distribution of the localizing sources.

Keywords: Array Shape Calibration, Iterative Least Squares, PlaneWave, Time Delay

ASK subject classification: Underwater acoustics (5.7)

I. 서론

수중 또는 수상으로 기동하는 표적 위치 탐지는 표적에서 방사되는 소음을 수동 선배열 센서에서 수신하여 신호처리 함으로서 표적의 방위와 거리를 산출할 수 있다. 이와 같이 수동 선배열 센서에 의한 소음원 위치 추측은 레이더, 소나, 지진학, 해양학 등 광범위하게 적용되고 있으며, 학문적으로 많은 연구가 이루어지고 있다. EM (Eigenstructure Method)에 기반을 둔 MUSIC과

같은 고분해능 방위각 추정기법은 센서의 정확한 위치를 알고 있다고 가정하고 이를 이용하여 방위각을 추정한다. 그러나 센서위치 오차가 발생할 경우 이러한 기법의 방위각 추정 성능은 현저히 저하된다[1]. 배열신호처리에 있어서 센서 위치에 대한 정확한 정보가 없다면 적용 빔형성시의 배열 이득 손실이나 기존 빔형성시 부엽준위(Sidelobe Level)가 상당히 커질 수 있다[2]. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위하여 배열형상 추정에 대한 여러 기법들이 연구되었다[3-5]. 이러한 기법들은 EM과 ML (Maximum Likelihood)을 바탕으로 연구된 2차원 배열형상 추정 기법들이며, 해저고정형 선배열 센서에 대해 기준음원의 위치를 정확히 알고 있다는 가정 하에

책임저자: 최재용 (cjy680@add.re.kr)
경남 진해시 현동 19번지
국방과학연구소
(전화: 055-540-6834; 팩스: 055-542-3737)

음원과 센서 간의 정확한 시간동기에 의한 음파도달 시간지연을 이용하여 3차원 센서위치 추정 기법이 연구되기도 하였다[6].

본 논문에서는 해저고정형 선배열 센서에 대하여 반복적 최소자승법에 기초한 3차원 배열형상추정 기법을 제안한다. 이러한 방법은 기존의 [5]와 유사하지만 최소자승법의 해를 통하여 센서위치를 추정한다. 본 논문에서의 가정은 센서 간격이 물리적으로 제한되어 있다고 보며, 미지 위치의 원거리 능동음원을 이용함으로써 음파전달특성에서 센서에 도달하는 음파는 평면파로 가정한다. 제안된 기법은 선배열 센서의 첫 번째 센서를 기준센서로 설정하여 음원으로부터 기준센서에 입사되는 고각과 방위각을 이용한 음파도달 지연거리 추정치와 측정치 사이에 최소자승 최적화를 수행함으로써 기준센서에 대한 다른 모든 센서의 위치를 추정한다.

서론에 이어 II장에서는 반복적 최소자승법에 의한 3차원 배열형상추정 기법을 제안하고, III장에서 모의 시뮬레이션 및 해상실험을 수행하고 그 결과를 고찰한다. IV장에서는 제안된 기법의 이론적 성능 분석을 수행하여 결과를 제시하였다.

II. 반복적 최소자승법에 의한 3차원 배열형상추정

그림 1과 같이 선배열의 첫번째 센서를 기준센서로 설정하여, 음원 k 번째 방향에서 기준센서와 i 번 센서 사이의 음파도달 지연 거리 d_{ki} 를 식 (1)과 같이 정의한다.

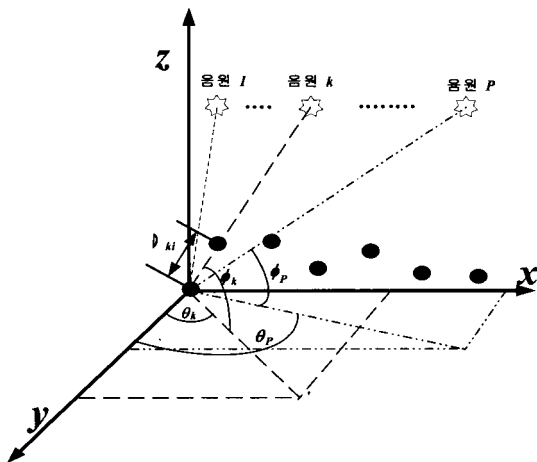


그림 1. 선배열 센서에 대한 음파도달 입사각 및 지연거리
Fig. 1. Arrival angle and the distance in the direction of source.

$$d_{ki} = \mathbf{s}_k^T \mathbf{r}_i \quad (1)$$

여기서 \mathbf{s}_k 는 k 번째 음원의 방향벡터이고, \mathbf{r}_i 는 i 번 센서의 위치벡터이다. 가정으로 음원은 원거리에 존재하여 센서에 입사되는 음파는 평면파로 고려한다. 그러면 음원 입사각과 센서위치를 고려하여 식 (1)은 식 (2)와 같이 설정할 수 있다.

$$d_{ki} = x_i \sin(\theta_k) \cos(\phi_k) + y_i \cos(\theta_k) \cos(\phi_k) + z_i \sin(\phi_k) \quad (2)$$

여기서 θ_k 는 음원 $x-y$ 평면에서 양의 y 축과 이루는 각을 의미하여, ϕ_k 는 $x-y$ 평면으로 입사되는 수직각을 나타낸다. 그러면 N 개의 센서와 P 개의 음원이 주어지면, 다음과 같은 선형방정식을 설정할 수 있다.

$$\mathbf{D} = \Phi \mathbf{A} \quad (3)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1(N-1)} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{P1} & d_{P2} & \dots & d_{P(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1) \cos(\phi_1) & \cos(\theta_1) \cos(\phi_1) & \sin(\phi_1) \\ \sin(\theta_2) \cos(\phi_2) & \cos(\theta_2) \cos(\phi_2) & \sin(\phi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin(\theta_P) \cos(\phi_P) & \cos(\theta_P) \cos(\phi_P) & \sin(\phi_P) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{N-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_{N-1} \\ z_1 & z_2 & \dots & z_{N-1} \end{bmatrix}$$

식 (3)에서 \mathbf{D} 의 측정값을 \mathbf{D}_i 로 정의하며, 이 값을 이용하여 다음과 같은 제한된 최소자승 방정식을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}_i} & \quad \|\Phi \mathbf{A}_i - \mathbf{D}_i\|_2^2 \\ \text{subject to} & \quad \|\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_{i-1}\|_2 \leq l_i \quad (4) \\ & \quad \mathbf{A}_0: (0 \ 0 \ 0), \text{ 기준센서 위치} \end{aligned}$$

여기서 i 는 i 번째 열을 나타내고, l_i 는 i 와 $i-1$ 번 센서 사이의 물리적 거리를 나타낸다. 그러면 식 (4)의 해는 Lagrange multipliers와 SVD(Singular Value

Decomposition)를 통하여 구할 수 있다. 다음은 식 (4)에서 얻어진 해를 이용하여 식 (5)와 같이 음원의 입사각을 다시 추정한다.

$$\min_{\theta_k, \phi_k} \left\| \mathbf{A}^T (\mathbf{D}^T)_k - (\mathbf{D}^T)_k \right\|_2^2$$

for $k = 1, 2, \dots, P$ (5)

식 (5)는 θ_k, ϕ_k 의 비선형 방정식에 대한 해를 구하여 새로운 입사각이 추정되면, 이를 식 (4)에 대입하여 새로운 센서위치를 계산한다. 즉, 다음의 식 (6)과 같이 정의된 수렴 조건이 만족될 때 까지 식 (4)와 (5)를 반복적으로 수행하여 최종적인 센서위치를 계산한다.

$$\left\| \mathbf{D} - \mathbf{D}(m-1)\mathbf{A}(m-1) \right\|_2 - \left\| \mathbf{D} - \mathbf{D}(m)\mathbf{A}(m) \right\|_2 < \epsilon$$
 (6)

여기서 ϵ 은 아주 작은 양의 값이다.

III. 실험 및 고찰

3.1. 모의 시뮬레이션

배열형상추정을 위한 모의 시뮬레이션은 센서간격을 2.5m로 설정하여 센서 개수를 8개로 그림 2와 같이 배치하였다. 그리고 음원은 $[0^\circ, 180^\circ]$ 범위에서 30개의 음원을 사용하였다. 시뮬레이션을 위하여 그림 2는 방위각 오차가 평균이 0이고 표준편차가 5° 인 가우시안 분포로 설정하여 수행한 결과로서 실제 센서위치에 대하여 추정된 센서위치가 약 0.4%의 RMS 오차를 가진다. 그림에

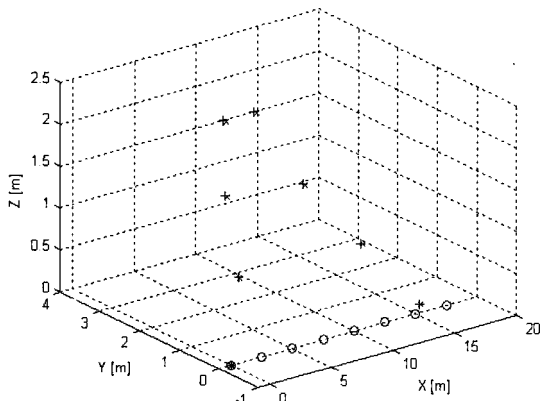


그림 2. 입사각 오차에 대한 형상추정 결과
Fig. 2. The result of simulation to arrival angle error.

서 (o)는 명목상 센서위치이고 (*)는 실제 센서위치이다. 그리고 (+)는 제안된 기법에 의한 추정된 결과이다.

그림 3은 그림 2의 조건 외에 d_{kz} 값이 평균이 0이고 명목상 센서간격의 1%를 표준편차로 설정하여 수행한 결과이다. 그림 3은 실제 센서위치에 대하여 추정된 센서위치가 약 1%의 RMS 오차를 가진다.

3.2. 해상실험 1

제안된 기법을 검증하기 위하여 실제 해상실험을 수행하고자 배열센서 구조를 그림 4와 같이 고정된 틀을 만들어 센서를 부착하여 해저 바닥에 설치하였다.

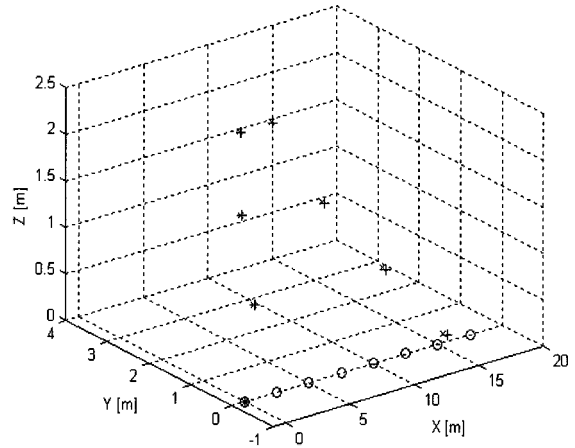


그림 3. 시간지연 및 입사각 오차에 대한 형상추정 결과
Fig. 3. The result of simulation to arrival angle error and time delay error.

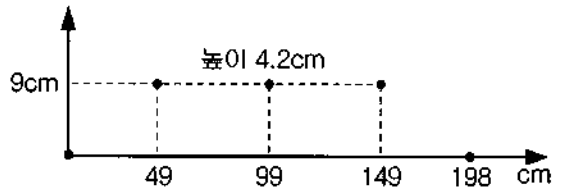


그림 4. 센서 설치 구조
Fig. 4. Sensors structure for sea test.

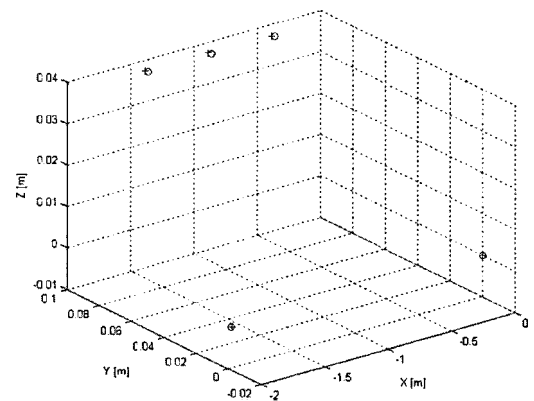


그림 5. 해상실험 결과
Fig. 5. The result of sea test.

해저에 설치된 센서에 대해 CW 음원을 송신하여 5개의 센서에서 측정된 데이터를 획득하였으며, 음원 송신 회수는 23번이다. 획득된 데이터는 높은 신호대 잡음비를 가지며, 센서 간의 상관관계를 통하여 \mathbf{D} 를 계산하였다. 또한 시험장소의 SVP 자료를 획득하여 입사각에 대한 초기 설정값을 도출하였다. 그림 5는 획득된 데이터를 이용한 센서위치 추정 결과이다. (o)는 실제 센서 위치이고 (+)는 추정된 센서위치이다.

그림 5에서 실제 위치와 추정된 위치사이의 RMS 오차는 약 1.7%이다.

3.3. 해상실험 2

본 해상실험에서는 60개의 센서를 가지는 선배열 센서를 해저 바닥에 매설하여 배열형상을 추정한 실험이다. 센서 길이는 175.5m이고, 센서 설치시 양 끝단에 강한 인력을 가하여 배열이 직선이 되도록 하여 매설하였다. 그러므로 선배열 센서의 형상에 대한 정확한 기준이 없지만 제안된 기법을 이용하여 매설된 센서의 위치를 추정하였다. 음원은 CW를 이용하여 약 60번 이상의 음원을 송신하였다.

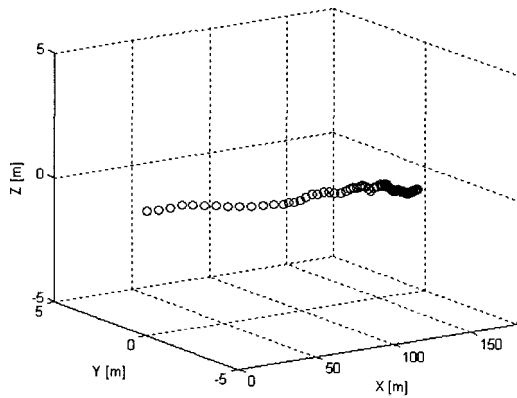


그림 6. 매설된 센서의 3차원 추정결과
Fig. 6. Three dimensional array estimation of the buried array sensors.

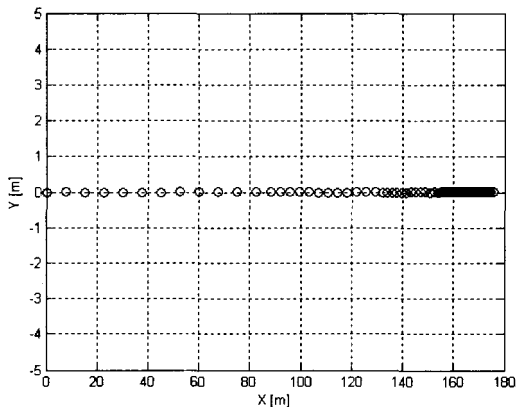


그림 7. 매설된 센서의 수평 단면도
Fig. 7. A horizontal section of the buried array sensors.

그림 6은 매설된 선배열 센서의 3차원 추정 결과이다. 그림 7과 8은 3차원 추정결과와 수평, 수직 단면도로 수평면은 거의 직선으로 나타나며, 수직면은 굴곡을 가지는 형태로 60번째 센서는 첫 번째 센서보다 약 0.84m 더 깊이 놓여있다. 그림 6에서 60번 센서의 추정된 x, y, z 위치는 175.47m, 0.0008m, 0.84m로서 x축의 위치는 배열 길이와 거의 동일하게 추정되었다.

IV. 오차 분석

실제적으로 측정된 데이터로부터 얻어진 \mathbf{D} 값은 잡음 성분이 포함되어 있어 다음과 같은 선형모델로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{D} = \Phi \mathbf{A} + \mathbf{N} \tag{7}$$

여기서 \mathbf{N} 은 잡음행렬이다. 입사각 행렬 Φ 가 주어지고 식 (7)에 대한 센서위치 \mathbf{A} 의 각 열에 대한 최소자승 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다[7].

$$\hat{\mathbf{a}} = \Phi^* \mathbf{d} \tag{8}$$

여기서 $\Phi^* = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ 이고 \mathbf{d} 는 최소자승 해에 해당하는 \mathbf{D} 의 열벡터이다. 만약 \mathbf{N} 의 열벡터 \mathbf{n} 이 평균이 0이고 분산이 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ 인 가우시안 분포를 가지면, 식 (8)의 최소자승 해 $\hat{\mathbf{a}}$ 는 비편향 (Unbiased) 되어 다음과 같은 Error Covariance 행렬 \mathbf{C} 를 가진다[8].

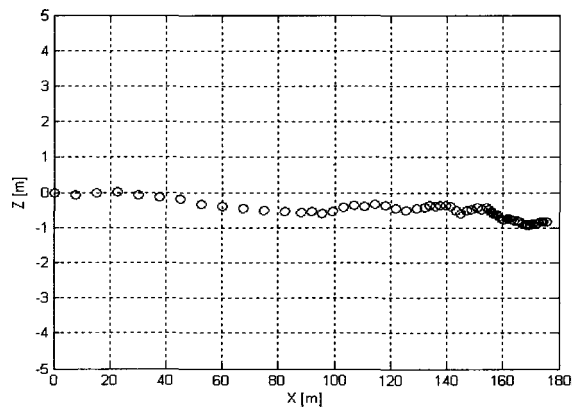


그림 8. 매설된 센서의 수직 단면도
Fig. 8. A vertical section of the buried array sensors.

$$C = E[(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})^T] = \text{cov}(\hat{\mathbf{a}})$$

$$\text{cov}(\hat{\mathbf{a}}) = \sigma_n^2 (\Phi^T \Phi)^{-1} \quad (9)$$

식 (9)에서 센서위치 오차분산 ($\sigma_{xyz}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2$)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma_{xyz}^2 = \sigma_n^2 \sigma_\phi^2 \quad (10)$$

여기서 σ_ϕ^2 는 다음과 같이 나타낼 수 있다[8].

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{\text{trace}[(\Phi^T \Phi)^{-1}]} \text{trace}[(\Phi^T \Phi)] \quad (11)$$

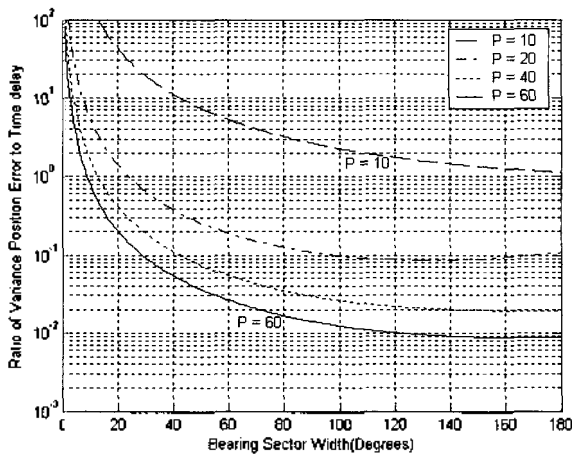


그림 9 음원 방위 범위에 대한 시간지연 오차와 센서위치 오차의 비
Fig. 9. Ratio of variance in estimated sensor positions to d_k variance as a function of source bearing sector width.

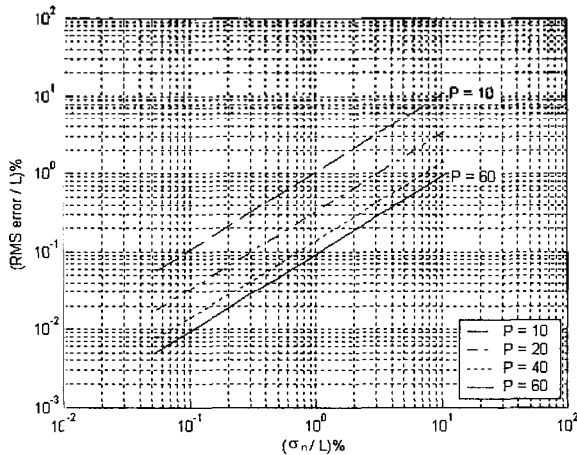


그림 10. 시간지연 d_k 의 오차 표준편차에 대한 센서위치의 RMS 오차
Fig. 10. RMS error in array sensor position estimates vs. standard deviation of error in d_k estimates, σ_n .

$$\text{trace}[(\Phi^T \Phi)] = P \quad (12)$$

$$\det(\Phi^T \Phi) = \sum_{j=1}^{P-2} \sum_{i=j+1}^{P-1} \sum_{k=i+1}^P [\sin(\theta_j - \theta_i) \cos(\phi_j) \cos(\phi_i) \sin(\phi_k) + \sin(\theta_j - \theta_k) \cos(\phi_j) \cos(\phi_k) \sin(\phi_i) + \sin(\theta_k - \theta_i) \cos(\phi_k) \cos(\phi_i) \sin(\phi_j)]^2 \quad (13)$$

그림 9는 식 (13)에서 음원 개수와 측정 방위 범위에 대한 센서위치 오차를 분석하였다. 음원의 개수 증가 및 방위 범위가 넓어질수록 센서위치 오차가 감소함을 보여 준다.

그림 10은 시간지연 오차의 표준편차에 대한 센서위치의 RMS 오차를 보여준다. 그림 10에서 L 은 물리적인 센서간격을 나타낸다.

그리고 식 (10)에서 입사각 σ_ϕ^2 의 영향은 제안된 기법에서 측정된 시간지연 D 에 따라 입사각 추정이 최적화됨으로 시간지연 오차에 의한 센서위치 오차에 비해 무시할 수 있는 수준이다.

V. 결론

본 연구는 평면파 음파도달 가정 하에 미지 위치의 능동음원을 사용하여 3차원 배열형상 추정 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 기준센서와 나머지 센서들 간의 음파도달 지연거리에 대한 선형방정식의 해를 반복적 최소자승 최적화를 통하여 구함으로써 센서위치를 추정하였다. 그리고 제안된 기법의 성능을 검증하기 위해 모의 시뮬레이션과 해상실험을 통하여 유효성을 확인하였으며, 매설된 선배열 센서에 대한 배열형상추정 결과 추정된 센서간격 및 길이는 실제 물리적인 수치와 거의 동일하게 추정되었다. 또한 이론적인 분석을 통하여 시간지연 오차 및 음원 방위 범위에 대한 센서위치 오차를 분석하였다.

참고 문헌

1. A. Swindlehurst and T. Kailath, "A performance Analysis of Subspace-based Methods in the Presence of Model Errors-Part I: The MUSIC algorithm," IEEE Trans. Signal

Processing, 40, 1758-1774, Jul. 1992.

2. H. Cox, "Resolving Power and Sensitivity to Mismatch of Optimum Array Processors," J. Acoust. Soc. Amer., 54(3), 771-785, 1973.
3. S. Gazor, S. Affes, and Y. Grenier, "WideBand Robust Adaptive Beamforming via Target Tracking," Proc. of the 7th IEEE SP Workshop on SSAP, Quebec city, Canada, 141-145, Jun. 1994.
4. Y. Rockah and P. Schultheiss, "Array Shape Calibration using Sources in Unknown Locations," IEEE Trans. ASSP, 35(3), 286-299, 1987.
5. A. J. Weiss and B. Friedlander, "Array Shape Calibration Using Sources in Unknown Locations-A Maximum Likelihood Approach," IEEE Trans. on ASSP, ASSP-37, 12, 1958-1966, Dec. 1989.
6. 박규태, 류창수, 김인익, 류준하, 이군경, "기준음원을 이용한 해저고정형 선배열센서 위치추정기법," 한국음향학회 하계학술발표대회, 20(1), 585-588, 2001.
7. G. Golub and C. Van Loan, Matrix Computation, 2nd, Ed., Johns Hopkins University Press, 1989.
8. L. L. Scharf, Statistical Signal Processing-Detection, Estimation, and Time Series Analysis, Addison-Wesley, 1991.

저자 약력

• 최재용(Jae-Yong Choi)

한국음향학회지 제17권 제8호 참조

• 손권(Kweon Son)

한국음향학회지 제18권 제8호 참조