韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2004. 5. 제 43권, 제 2호, 163-175.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
May. 2004, Vol. 43, No. 2, 163-175.

함수 단원 평가 과제의 실천예시

고 상 숙 (단국대학교)
이 석 현 (단국대학교 대학원)

I. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

우리나라 제 7차 교육과정의 수학교과의 개정 중점 사항은 단계형 수준별 교육과정의 구성, 선택 중심 교육과정의 구성 및 다양한 선택 과목의 설정, 학습내용의 적정화, 교육과정 구성체제의 개선, 교육과정 목표와 내용 진술 방식의 변화, 영역 구분의 변경과 그에 따른 내용의 재조직, 고등 사고능력의 강조, 계산기, 컴퓨터의 활용 권장, 다양한 평가방법의 활용 권장 및 평가 기준의 수준 구분 준거 제시로 요약할 수 있다. 평가에 있어서 학생들의 수학적 성향과 문제해결과정의 평가를 강조하고 있으며, 특히 객관식 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필검사, 관찰, 면담 등 다양한 평가방법의 활용을 권장하고 있다(교육부, 2001).

이러한 개정의 배경에는 미국수학교사협의회(NCTM)의 "학교 수학을 위한 교육과정과 평가 규준"(1989), "학교 수학을 위한 평가 규준"(1995), "학교 수학을 위한 교실 평가의 실제적 안내서"(1999), 등의 내용과 맞물려 있는데, 수학적 소양의 중요성을 반영하여 학생을 위한 수학 목표로서 수학의 가치를 느낄 수 있게 하고, 새로운 문제 상황을 해결하는 능력에 대한 자신감을 갖게 하며, 수학적 문제 해결, 의사소통, 추론 능력, 수학적 연결성 등을 강조하고 있으며, 따라서 학생들에게 수학적 힘을 기르기 위한 교육과정이 되어야하며, 평가 체계도 수학적 힘을 기르는 것에 부합되어야 한다.

NCTM(1999)은 학생들이 수학적 힘을 증진하기 위해서는 수학적 개념과 관계를 이해해야하며, 수학적 기술을 이해하고 능숙하게 사용하고, 추측, 정당화 할 수 있고, 추론을 이끌어 내고, 말하고 쓰고, 여러 가지 문제를 해결해야 하고, 긍정적 태도와 수학적 성향을 발전시켜야한다. 따라서 평가도 이러한 목표에 맞게 실시되어야 한다. 즉, 개념을 자신의 언어로 정의를 내리고 예와 반례를 보이고 문제해결에 다양한 방법을 사용하는지, 기술을 한 가지 혹은 두 가지 이상 사용하고 그 방법을 설명할 수 있는지, 수학적 추측을 정당화하고 예와 반례를 들고, 정리를 어떻게 증명하였는가 설명할 수 있는지 평가한다. 또한 수학이란 무엇이며 수학에 대해서 어떻게 생각하고 있고, 수학수업에서 좋아하는 것과 싫어하는 것은 무엇인가를 평가해야한다고 제시하고 있다.

우리나라에서도 이러한 2000년대의 사회변동 양상을 전망하여 제 7차 교육과정을 실시하게 되었고, 이러한 새로운 교육과정기를 맞이하여 초·중등학교에서 가르치고 배워야 할 내용, 즉 성취기준과 그것의 성취 정도를 판단하기 위한 평가기준을 국가 수준에서 제시하고 있다. 하지만, 지역 여건이나 일선 학교의 모든 상황을 고려하여 개발하기에는 많은 한계가 있다고 말하고 있다(최승현 외 2인, 2002).

본 논문의 목적은 고등학교 1학년(10-나 단계) 함수 단원에 적용하기에 적합한 몇 가지 평가 과제를 제시하고, 그 평가과제에 나타난 학생들의 반응을 평가기준에 따라 채점하고, 그 반응의 공통점과 차이점을 알아보아 현장에서의 수업에 활용코자 한다.

B. 연구문제

1. 함수 단원에 적합한 평가 과제를 개발한다.
2. 평가 과제에 대한 학생들의 반응을 채점 기준에

* 2003년 5월 투고, 2004년 4월 심사 완료.
* ZDM분류 : C74
* MSC2000분류 : 97C40
* 주제어 : 수행평가, 폐쇄형 과제, 준개방형 과제, 개방형 과제, 쓰기와 자기 평가, 이차함수, 평가 실천예시.

따라 채점하고, 반응의 공통점과 차이점을 알아보아 학생의 학습정도를 이해하고 수업의 질을 향상시킴으로써 평가의 목적을 성취하는 방안을 모색한다.

C. 용어의 정의

1. 평가 과제

NCTM(1999)의 분류 중의 일부인 폐쇄형 과제, 준개방형 과제, 개방형 과제, 교사의 관찰, 학생들의 자기평가 등의 5가지를 지칭하며, 학생들에게 제공되는 평가과제는 학습지 형태이다.

2. 평가 기준

유현주(2002)가 제시하는 '계산력', '규칙성 발견', '규칙에 의한 추론'등에 따라 4수준으로 구분하여 1수준은 0점, 2수준은 1점, 3수준은 2점, 4수준은 3점으로 배점을 부여하였다.

Ⅱ. 문헌고찰

A. 평가의 의의

평가의 목적은 각 학생이 어려워하는 부분을 확인하고, 수업 계획에 대한 자료를 수집하고, 평점을 매기고, 프로그램의 질을 평가하는 것(NCTM, 1989)이라고 할 수 있다.

이러한 목적에 부합하는 평가가 되기 위해서는 다음과 같이 변화되어야 할 것을 NCTM(1995)은 제시하고 있다. 평가가 단지 학생들의 고정된 지식과 고립된 기술의 평가에서 학생들의 수학적 힘의 평가로, 다른 학생들과의 성적 비교에서 학생들의 성취를 주어진 평가준거와 비교하는 것으로, 교사와 무관한 평가 체계에서 교사를 도와주고 그들의 정보를 바탕으로 하는 판단에 신뢰를 주는 평가로, 평가의 과정이 비밀스럽고, 배타적이고 고정된 것에서 공개적이고, 참여적, 역동적으로, 학생들의 수학적 지식을 보여주는 한 가지 방법에서 풍부한 수학적 힘을 보여줄 수 있는 다양한 기회제공의 평가로, 평가 자체의 발전에서만이 아니고 무엇을 평가하고 어떻게 평가 할 것인가의 공유된 시각을 개발하는 것으로, 학생들이 배운 것을 거르고 선택하는 평가에서 모든 학생들의 잠재적인 능력을 수립할 수 있는 기회가 나타나는 평가로, 교육과정과 수업에서 분리된 평가에서 통합된 평가로, 제한된 추론과 하나의 자료를 기초로 하는 평가에서 다양한 자료를 가지고 추론하는 평가로, 평가의 대상으로 학생을 보는 것이 아니라 평가 과정에 활동적으로 참여하는 학생으로서의 관찰, 평가를 산발적이고 결정적인 것으로 간주하는 것이 아니라 연속적이고 재귀적으로 보는 것으로, 학습과정에서 평가결과 몇 개만 여기는 것이 아니라 수학 학습 전반을 평가 결과에 책임 있는 것으로 여기는 것으로 변화되어야한다. 그러나 교사에 의한 평가에 대한 대부분의 연구들(예를 들어, Senk et al., 1997; Stables, Tanner, & Parkinson, 1995)은 학생의 수행을 서술하는 과정에 관심을 두기보다는 교사의 형식적 총괄평가의 결과로써 점수를 매기는 것에 대해, 평가, 기록, 보고를 위한 절차에 대한 교사의 해석하는 방식에 대해, 그리고 수업와 평가에 대한 교사들의 근간을 이루는 신념에 주로 관심을 두었다. 또, Saxe, Gearhart, Franke, Howard, and Crockett(1999)의 연구는 미국의 개정된 교육과정과 평가에 대한 반응으로서 교사가 하는 평가의 방식과 기능에 대해 조사하였는데 교사는 학생의 복잡한 수행을 체계적으로 평가하지 못하는 것으로 나타났다.

국내에서도 평가에 대한 연구는 꾸준히 이루어져 한국교육과정 평가원(KICE)에서 발표한 "초, 중등학교 교과별 수행평가의 실제"(1999a), "고등학교 수학과 수행평가의 이론과 실제"(1999b), 그리고 "국민공통기본 교육과정 교과별 평가도구 개발 연구I"(2002)과 "국민공통기본 교육과정 교과별 평가도구 개발 연구II"(2003)을 비롯하여 교사가 참여한 연구(예를 들어, 김광중, 2000)들은 있었으나 이들 대부분의 연구가 평가도구를 제시만 하였을 뿐 실제 현장에서 이들 도구를 직접 활용하여 조사한 연구결과를 거의 제시하지 않고 있어 이런 새로운 평가를 통해 교사가 무엇을 개선하고 바꿀 수 있는지를 구체적으로 파악하기 어려웠다.

이상과 같이 평가에 대한 문헌고찰에 의하면 새로운 평가 목적에 걸맞는 교사의 학생에 대한 평가를 다루는 연구가 시대적으로 많이 요구됨에도 불구하고 그리 많지 않았으며 따라서, 우리가 지향하는 평가 목적에 따른 교사의 평가 사례가 수학의 다양한 분야에서 연구되어야하는 필요성을 낳았다.

B. 평가 방법 및 종류

평가의 방법이나 평가의 종류를 나누는 기준은 여러 가지가 있으나 여기서는 NCTM(1999)의 분류를 기준으로 그 종류와 특징을 살펴보면 다음과 같다.

1. 폐쇄형 과제(Closed tasks)

폐쇄형 과제는 학생들이 하나의 적절한 답을 하는지 평가한다. 보통 답을 찾는 적절한 방법은 오직 하나이다. 빈칸 채우기나 단순한 계산 과제들이다. 대부분 참-거짓, 다지 선다형평가는 폐쇄형이다.

폐쇄형 과제는 학생들이 기능 또는 정의나 사실에 대해 배워 수행할 수 있는지 없는지 말해준다. 이러한 평가는 능숙한 기술과 중요한 정보의 기억을 평가하는데 효과적이다. 그러나 문제해결이나 이해에 대한 평가는 제한적이다. 폐쇄형 과제의 하나의 응답으로는 학생들이 어떻게 대답에 이르는가를 설명할 수 없다. 또한, 학생들이 평가에 대해 깊게 생각하는지 단순하게 추측하는지 알 수 없다.

2. 준개방형 과제(Open-middled tasks)

준개방형 과제는 하나의 답을 요구하는 것은 폐쇄형 과제와 같다. 그러나 학생들이 답을 다른 해법으로 제시해도 된다. 준개방형 과제는 학생들이 문제해결과 수학에 대해 어떻게 생각하는지의 평가에 효과적이다. 준개방형 과제는 학생들의 사고가 문제해결과정에서 나타나며, 학생들에게 발전의 기회와 전략사용, 문제해결의 방법들을 풍족하게 준다.

3. 개방형 과제(Open-ended tasks)

개방형 과제는 많은 적절한 답과 답을 얻는 많은 경로를 갖는다. 개방형 과제는 학생들이 답을 설명하도록 하는 것, 비회귀적으로 문제를 푸는 것, 추론하도록 하는 것, 자신의 답을 명료화하게 하는 것, 예측하도록 하는 것을 포함한다.

개방형 과제는 자주 실제적 상황에 기초한 문제를 취하기 때문에 교실 밖에서 수학이 사용되는 것을 학생들이 볼 수 있는 기회가 주어진다. 개방형 과제는 학생들에게 수학사용에 대한 많은 의사 요구와 때로는 추정과 적절한 정보를 포함시키기를 요구한다. 개방형 과제는 학생들이 문제해결에서 의사 결정을 하도록 하는 것과 그들이 배운 수학을 어떻게 사용하는가를 알 수 있는 기회를 제공하며, 학생들에게 창의력과 문제해결을 위한 아이디어 사용의 기회를 준다.

4. 교사의 메모와 체크목록

교사의 메모와 체크목록은 관찰 또는 인터뷰를 통해서 수집된 증거를 기록하기 위해 수업하는 동안 종종 사용되어진다. 이러한 증거는 개인적일 수도 있고 학생그룹 대상일 수도 있다. 비록 메모와 체크목록이 형식적이지 않더라도 그것들은 학생들의 중요한 정보를 제공한다.

교사의 메모와 체크목록은 학생들의 성장, 이해, 경향 등에 대한 정보를 무한히 제공한다. 또한 교사가 다른 활동들을 평가한 같은 방법으로 일일 활동을 평가한 학생들과 교감하게 해주며, 낮게 평가된 학생들에 대한 통찰력을 제공한다.

5. 학생들의 쓰기와 자기 평가

학생들은 수업 동안 반사적으로 쓰기를 요구받게 된다. 교사는 학생들이 주제에 대하여 준비가 됐다면 주제를 찾기 위한 수업 초반에 "도입(quick start)"으로써 쓰기를 사용할 수 있다. 교사는 이해, 관계 그리고 신념을 체크하는 수업 마지막 부분에 "끝맺기(exit slip)"로써 쓰기를 사용할 수 있다.

또한 학생들의 일지쓰기는 기본적인 방법으로 학생들에게 수학에 대해서 쓰기를 요구한다. 대부분의 교사들은 규칙적으로 공책에 적게 하고 복습한 것을 제출하게 한다.

수학수업에서 학생들의 쓰기는 학생들로 하여금 생각을 표현할 수 있는 기회를 제공하며, 수학학습을 증진시키고, 수학수업에서 개개인의 성취에 대하여 생각하게끔 도움을 준다. 교사에게는 학생들의 이해도, 수학적 힘의 성장을 알아내는 기회를 제공하고, 학생들이 무엇을 이해하는지, 문제를 해결하는데 어떤 생각을 하는지를 볼 수 있는 기회를 제공하며, 또한 학생들이 수학과 자신에 대하여 무엇을 생각하는지 알게 하기 때문에 좋은 평가 도구로 사용할 수 있다.

C. 학생들의 수행분석

NCTM(1995)는 학생들을 점수 매기기하는 데에 5단계 척도를 변형한 4단계(high, med, low, not shown)척도를 예시로 들고 있으며, 또한 NCTM (1999)은 학생들의 과제를 평가하는 기준을 5단계, 또는 3단계의 두 가

지를 제시하고 있다.

유현주(2002)는 총괄적 채점법과 분석적 채점법을 보완하여 '계산력', '규칙성발견', '규칙에 의한 추론'등의 3개의 평가기준에 따라 학생들을 4개의 수준으로 구분하고 있다.

1수준	·계산에 서툴고, 규칙성도 찾지 못한 경우
2수준	·계산은 대체로 바르게 하였으나, 규칙성을 찾지 못한 경우
3수준	·계산을 대체로 바르게 하고, 규칙성을 찾고, 자신이 찾은 규칙성으로 바르게 답을 구한 경우 ·앞과 동일하되, 규칙을 이용해 답을 구하는 과정에서 계산상의 오류를 보인 경우
4수준	·계산을 바르게 하고, 문제의 구조로 규칙성을 찾고, 자신이 찾은 규칙성으로 바르게 답을 구한 경우

Ⅲ. 연구 방법

A. 연구대상

경기도 광명시 지역의 K고등학교 1학년 8반 32명을 그 연구대상으로 한다. 광명시 지역이 비평준화 지역이라 실험 대상이 된 학생들은 중학교에서 상위 30%이내의 학생들이며, 서울 근교의 특성상 생활수준은 다소 떨어진다고 할 수 있다. 32명의 학생 중에 25명의 학생들은 수학을 싫어하지 않으며, 수업에 적극적으로 참여하려는 성향을 지니고 있다.

B. 연구 절차

1. 학습지 구안

함수 단원 중 1, 2단원에 적용시기에 따라 선수학습인 일차함수와 부등식의 영역의 개념의 확인을 목적으로 하는 학습지(1)와 함수 전반에 적용할 수 있는 학습지(2), 이차함수의 활용에 적용할 수 있는 학습지(3) 등의 세 영역으로 나누었으며, 그 내용은 표 1과 같다. 또한 학습지의 활동은 개인별 활동과 조별 활동을 병행할 수 있는 것으로 구성하였으며, 폐쇄형 과제, 준개방형 과제, 개방형 과제, 자기 평가 형식 등을 적용할 수 있도록 본 연구자가 구안하였다(부록 참고).

본 연구의 나이 맞추기 학습지에서는 일차함수의 그래프와 산포도, 부등식의 관계를 잘 파악하고 있는지를 알아보는 것이다. 기존의 평가 자료들은 산포도를 통계에서 따로 배우고 평가하는 것으로 인식되었으나, 본 연구에서는 학생들로 하여금 일차함수와 연결하여 정확한 용어로 수학적인 설명을 가능하게 하기 위함이다. 이를 통해 교사는 학생들의 설명에서 공통점과 차이점을 발견하고, 통계자료를 함수와 연결하여 정확한 수학적 용어로 설명을 할 수 있도록 보충지도를 할 수 있다.

일반적으로 이차함수의 최대값과 최소값은 9단계에서부터 배운다. 9단계에서는 정의역이 실수 전체의 집합일 때, 10단계에서는 실수의 부분집합인 구간으로 주어진 경우에 최대값과 최소값을 구한다. 정의역이 구간으로 주어진 경우에 꼭지점이 이 구간에 포함되어 있으면 그 점에서 최대값이나 최소값을 갖게 된다. 그렇지 않다면 꼭지점에 가까울수록 혹은 멀수록 최대값이나 최소값을 갖게 된다. 이러한 이차함수의 특징 및 개념을 잘 알고 있는 학생이라면 정의역이 하나의 구간으로 주어지든 몇 개의 이산량으로 주어지든 최대값(혹은 최소값)을 구할 수 있어야한다. 하지만 기존의 평가자료들은 매우 형식적이다. 학생들은 함수의 그래프를 이해하고 함수값의 관찰을 통하여 최대값과 최소값을 구하는 과정을 거치는 것이 아니라 꼭지점과 구간의 양 끝 값을 대입하여 가장 큰 값을 최대값으로 가장 작은 값을 최소값으로 택하는 식으로 단순한 규칙을 따르도록 조장하는 면이 있다. 따라서, 이차함수의 최대값과 최소값에 대한 개념이 제대로 습득되었는지를 보다 새로운 평가 과제를 사용하여 알아볼 필요가 있어 꽃밭의 울타리 (1)과 (2)가 준비되었다.

또한, 함수에 대해 10가지 이상 쓰기 학습지는 학생들이 자기가 이해한 것을 꼭 수학적인 언어가 아니더라도 자신의 언어로 표현하게 하는 과정을 통해, 학생의 오류를 쉽게 파악하고 수정할 수 있는 기회를 다시 가지게 되어 수학에 대해 자신감과 자부심을 느낄 수 있으며 교사는 이를 극복할 수 있게 지도할 수 있다.

<표 1> 학습지의 구성

<table>
<tr><th colspan="3">교육과정 내용</th><th colspan="2">학습지 구성</th></tr>
<tr><td rowspan="2">선수학습</td><td>8-가</td><td>∘일차함수의 뜻, 그래프의 성질
∘일차함수의 활용</td><td rowspan="2">(1) 선수학습 확인을 위한 학습지</td><td rowspan="4">(3) 함수 전반에 적용할 학습지</td></tr>
<tr><td>10-가, 나</td><td>∘산포도
∘부등식의 영역</td></tr>
<tr><td rowspan="2">10-나
Ⅲ. 함수</td><td>1. 함수</td><td>1. 함수의 뜻과 그래프
2. 합성함수
3. 역함수</td><td></td></tr>
<tr><td>2. 이차함수의 활용</td><td>1. 이차함수의 최대·최소</td><td>(2) 이차함수의 활용에 적용할 학습지</td></tr>
</table>

2. 그룹짓기

연구 대상이 된 학생들에게 조별 과제가 주어졌을 때는 제비를 뽑아서 짝을 정하고, 다시 앉는 자리에 따라 4명씩의 그룹으로 활동을 하였기 때문에, 그룹짓기에 어떤 연구자의 의도나 학생들의 친밀도는 고려되지 않았다.

3. 연구분석

학생들의 반응을 학습지별로 조사하였으며, 유현주(2002)가 제시하는 '계산력', '규칙성 발견', '규칙에 의한 추론'등에 따라 4수준으로 구분하는 틀을 제시하고, 1수준은 0점, 2수준은 1점, 3수준은 2점, 4수준은 3점을 부여하여 각 수준별로 백분율을 제시하였다. 또한 그 평가 결과를 바탕으로 일정 비교 분석법을 사용하여 학생들의 반응의 공통점과 차이점을 찾아내어 재분류하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 선수학습 확인을 위한 학습지

1) 나이 맞추기

가. 목적 : ∘ $y=x$의 그래프 근방에 있는 점이 의미하는 바를 이해할 수 있다.

∘ $y>x$ 와 $y<x$ 의 의미를 해석할 수 있다.

나. 수학적 개념 : 함수, 함수의 그래프, 그래프 위의 점, 부등식의 영역, 산포도

다. 과제 형태 : 폐쇄형 과제

라. 그룹짓기 : 4명이 한 조(총 8개 조)로 된 조별 활동 후 학급 전체 활동

마. 진행 방법 : ∘각자가 주어진 사람들의 나이를 어림해본다.

∘선생님이 실제 나이를 불러주고, 조별로 학습지를 작성해본다.

∘조별로 작성된 내용을 학급 전체에 발표한다.

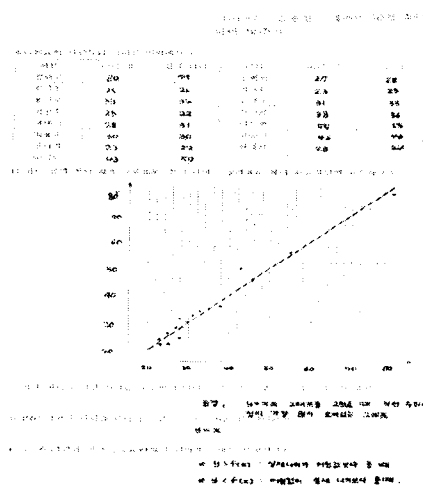
바. 평가기준 및 취득점수 백분율

<표 2>

1수준 (0점)	2수준 (1점)	3수준 (2점)	4수준 (3점)
·물음1의 표의 어림값만 작성한 경우	·물음1의 그래프 위에 표의 점을 잘 표시하고, 물음3에 정확한 답을 한 경우	·물음2에 추론 근거를 제시한 경우	·물음4에 정확하게 답한 경우
0%	0%	0%	100%

사. 학생들의 반응

모든 학생들이 다음과 <그림1>과 같은 학습지를 작성하였다.



<그림 1 >

물음2의 가장 어림을 잘한 사람을 판단하는 방법으로 $y=x$의 그래프에 점들이 많이 모여있으면 된다는 것을 32명(100%)의 학생들이 언급하고 있다. 10-가 단계에서 배운 산포도와 10-나단계의 점과 직선사이의 거리를 직접적으로 언급하는 조는 하나도 없었으나, 모든 학생들이 산포도에 관한 개념은 어느 정도 지니고 있음을 알 수 있었다. 조별 발표가 끝난 다음에 연구자의 이런 연관성에 대한 설명으로 '아~하 그렇구나'하는 반응을 보였다.

2. 이차함수의 활용에 적용할 학습지

1) 꽃밭의 울타리(1),(2)

가. 목적 : 이차함수의 정의역이 구간이 아닌 이산적인 양으로 주어진 경우의 최대값을 구할 수 있다.

나. 수학적 개념 : 이차함수의 최대값, 이차함수의 꼭지점

다. 과제 형태 : 폐쇄형 과제, 준개방형 과제

라. 그룹 짓기 : 계산기를 사용한 2인 1조(총 16개조)의 조별활동

마. 진행 방법 : ◦2명이 1조가 되어 주어진 학습지를 작성한다.

◦첫째 시간에 꽃밭의 울타리(1)의 학습지를 작성한 다음, 둘째 시간에 학습지(2)를 작성하도록 한다.

바. 평가기준 및 취득점수 백분율- 꽃밭의 울타리(1)

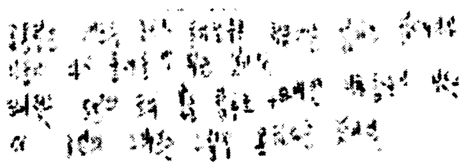
<표 3-1>

1수준 (0점)	2수준 (1점)	3수준 (2점)	4수준 (3점)
· 물음1~4까지의 계산이 2개 이하로 맞은 경우	· 물음1~4까지의 계산을 3개 이상 정확하게 계산한 경우	· 물음5의 (1), (2)를 정확하게 구하였으나, (3)에 꼭지점과의 관계를 언급하지 않은 경우	· 물음5(3)에 꼭지점과의 관계를 정확하게 서술한 경우
0%	0%	56%	44%

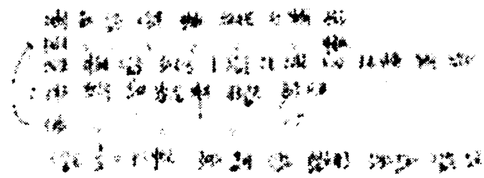
사. 학생들의 반응

(1) 꽃밭의 울타리(1)

0점이나 1점을 받은 조는 전혀 없었으며, 2점을 받은 조는 9개 조(56%)였다. 이들은 이차함수에서 꼭지점의 x값을 갖지 못하는 경우는 그 꼭지점에 가장 가까운 값에서 최대값이 된다는 것을 유추하지 못했는데, '어떤 공통점을 찾아야 하는가'를 계속해서 연구자에게 질문했다.

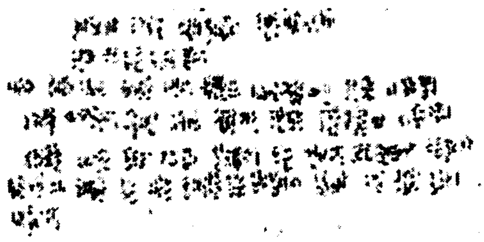


<그림 2-1>

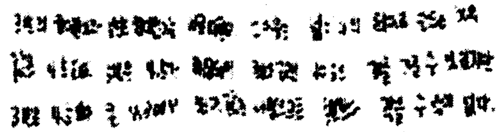


<그림 2-2>

2점을 받은 9개 조 중에서 7개 조는 두 종류의 울타리의 최대값을 단순 비교하였으며, 2개조는 <그림2-1>과 <그림 2-2>와 같이 틀린 비교를 하였다. <그림 2-1>은 공통점을 찾기는 하였으나, 문제에서 의도한 이차함수의 최대값과는 거리가 먼 것이었고, <그림 2-2>에서는 3번의 표와 4번의 표의 값들이 나타내는 도형을 직선으로 설명하는 오류를 범하고 있다.



<그림 2-3>



<그림 2-4>

반면, 7개의 조는 <그림 2-3>, <그림 2-4>와 같이 이차함수에서 값이 꼭지점에 가까울수록 함수값이 최대

값이 된다는 최대값과 꼭지점과의 관계를 잘 파악하고 있었다.

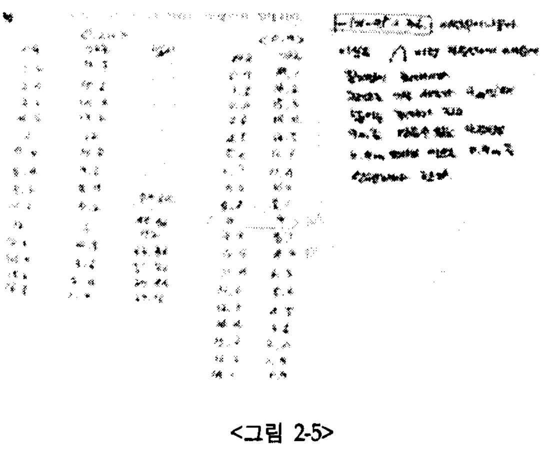
(2) 꽃밭의 울타리(2)

◦ 평가기준 및 취득점수 백분율

<표 3-2>

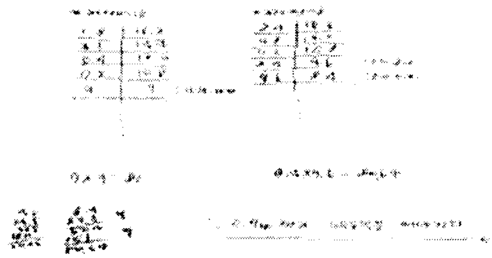
1수준 (0점)	2수준 (1점)	3수준 (2점)	4수준 (3점)
· 물음1에 대해서도 계산이 정확하지 않은 경우	· 물음1을 정확하게 계산을 하거나 식을 정확하게 구하여 올바른 결론을 낸 경우	· 물음2에 대해 울타리와 넓이의 관계식을 정확하게 구한 경우 · 물음2를 직접 계산한 결과로 설명한 경우	· 물음2에 대해 이차함수의 꼭지점과 최대값과의 관계를 바르게 추론한 경우
0%	37.5%	31.3%	31.3%

◦학습지(2)는 학습지(1)을 통해 알게 된 사실을 다른 상황에 확장하는 것이다. 학습지(1)은 직접 계산을 통해 차이점이 왜 생기는지를 유추해보고, 그 유추에 따라 학습지(2)의 내용은 직접 계산하지 않고 결론을 찾을 수 있도록 구성하였다. 물음1은 학습지(1)과 같이 두 울타리 중 하나는 꼭지점에 해당하는 x값을 취할 수 있으나, 물음2는 꼭지점의 x좌표 값을 갖지 못한다. 물음1은 학습지(1)의 물음5(3)을 제대로 해결할 수 있었다면 충분히 해결이 가능하다. 그러나, 이차함수의 최대값에 대한 정확한 개념을 지니고 있지 않다면 물음2의 올바른 추론을 할 수 없다.

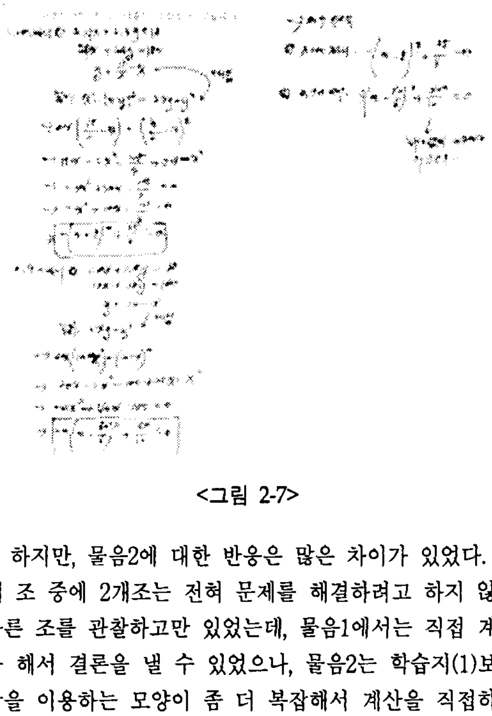


<그림 2-5>

물음 1에 대해 <그림 2-5>와 같이 16개의 모든 조가 계산기를 사용하여 직접 계산을 하거나, 대수적인 방법으로 옳은 결론을 내었다. 여기에서 직접 계산을 한 조는 물음2에 대해서도 직접 계산을 통해 결론을 이끌었다 <그림 2-6>.



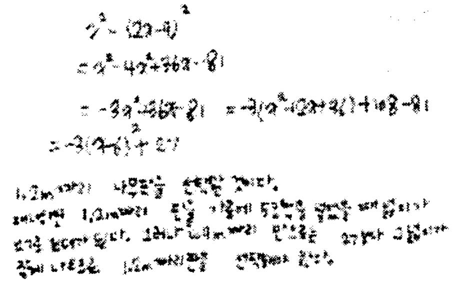
<그림 2-6>



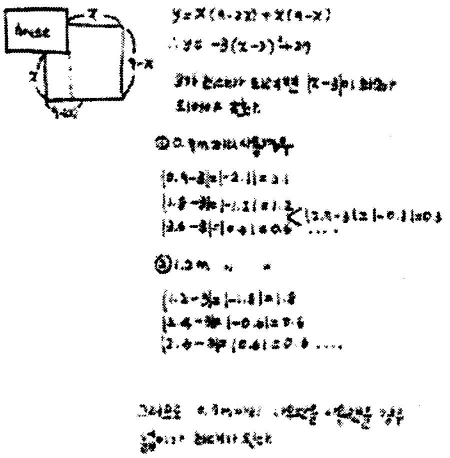
<그림 2-7>

하지만, 물음2에 대한 반응은 많은 차이가 있었다. 16개 조 중에 2개조는 전혀 문제를 해결하려고 하지 않고 다른 조를 관찰하고만 있었는데, 물음1에서는 직접 계산을 해서 결론을 낼 수 있었으나, 물음2는 학습지(1)보다 담을 이용하는 모양이 좀 더 복잡해서 계산을 직접하는데 어려움을 겪고 있었으며, 계산하는데 어려움을 식을 세워 해결하려고 시도를 하다가 어려움에 부딪쳐서 다른 조를 관찰하기만 하고 다른 활동은 하지 않았다. <그림 2-6>과 같이 계산을 하기는 하였으나 넓이를 정확하게

계산한 것이 아니거나, <그림2-7>과 같이 잘못된 식을 세우기도 했으며, 2개조는 결론에 이르지 못하고 학습지 활동을 중단하여, 총 6개조가 1점을 받았다.



<그림 2-8>



<그림 2-9>

직접 계산을 하여 결론을 낸 조가 4조였고, <그림 2-8>과 같이 식은 제대로 세웠으나 잘못된 결론을 내린 조도 1개 있었으며, 이들은 모두 2점을 받았다.

<그림 2-9>와 같이 이차함수의 꼭지점과 거리를 이용하여 추론을 정확하게 한 조는 5개 조였으며, 이들은 모두 3점을 받았다. 학교에서는 이차함수의 최대값은 구간으로 주어지는 경우만을 다루고 있다. 하지만, 이차함수의 최대값과 꼭지점의 개념을 제대로 인지하고 있는 학생이라면, 이산값으로 주어지는 경우에도 충분히 해결을 할 수가 있다. 이것은 이차함수의 꼭지점과 최대·최소값의 관계를 충분히 인지하고 있지 않다는 것을 나타낸다.

3. 함수 전반애 적용할 학습지

1) 함수에 대해 아는 것 10개 이상 쓰기

가. 목적 : 함수의 개념 및 용어에 관한 모든 것을 확인한다.

나. 평가 개념 : 함수, 역함수, 정의역, 치역, 최대값(또는 최소값), 일차함수, 이차함수, 상수함수, 다항함수, 합성함수, 함수의 연산, 함수값, 일대일대응, 그 밖에 함수에 관한 모든 것

다. 과제 형태 : 자기 평가(또는 일지)

라. 그룹 짓기 : 개별 활동과 학급 전체 활동

마. 진행 방법 : ∘각자 함수에 관한 아는 것을 모두 적는다.

∘학급 전체에서 자신이 쓴 것을 발표하고, 틀린 것은 학급의 다른 학생들이 지적해준다.

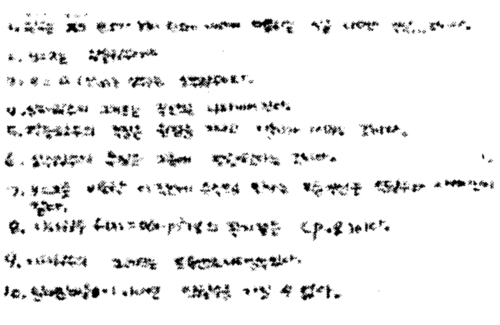
∘다른 사람들과 자신이 작성한 내용을 비교하고 생각할 시간을 제공한다.

바. 평가기준 및 취득점수 백분율

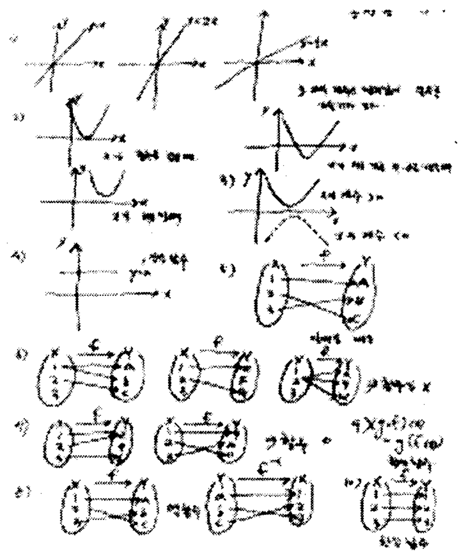
<표 5>

1수준(0점)	2수준(1점)	3수준(2점)	4수준(3점)
·정확한 개념을 제시한 것이 2개 이하인 경우	·정확한 개념을 3개에서 5개까지 제시한 경우	·정확한 개념을 6개에서 8개 제시한 경우	· 정확한 개념을 9개 이상 제시한 경우
0%	18.8%	37.5%	43.8%

사. 학생들의 반응

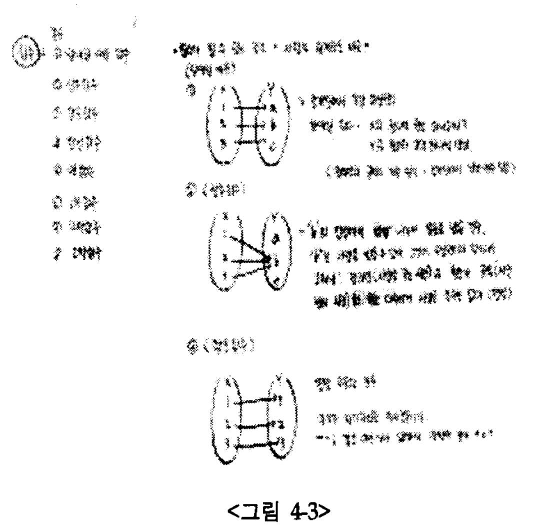


<그림 4-1>



<그림 4-2>

가장 대비되는 두 학생은 알고 있는 것을 모두 글로 써만 표현한 학생(그림 4-1)과 거의 그림으로 표현한 학생(그림 4-2)이다. 32명의 학생 중에 3개 미만의 그림이나 그래프를 그린 학생은 3명(9.4%)이었으며, 8개 이상의 그림이나 그래프를 제시한 학생은 8명(25%)였다. <그림 4-1>의 경우는 모두 맞는 개념을 지니고 있다. 따라서 이 학생은 3점을 받았다. <그림 4-2>에서는 1과 3을 부정확한 표현을 하고 있어서 2점을 받았다.



<그림 4-3>

<그림 4-3>와 같이 함수 관계를 사랑의 관계로 재미있게 표현을 한 학생이 있었는데, 학생들에게 가장 인기 있는 설명이었다. 하지만, 다른 개념에 대해서는 거의 용어만을 적어놓고 있다. 따라서 이 학생에 대한 평가는 일단 보류되었으며, 자신이 적어놓은 용어에 대한 부연설명을 하는 면담을 통해 정확한 평가를 할 수 있었다. 이 학생은 자신이 적어놓은 용어에 대해서 거의 모두 정확하게 표현하여 2점을 받았다.

V. 결 론

수학적 힘을 기르는 것이 수학 교육의 목표 중 하나라면, 가장 먼저 학생들은 수학적 개념과 관계를 이해하는 것뿐만 아니라, 추론하고, 말하고 쓰고, 여러 가지 문제를 해결해야 하는 등의 많은 활동을 요구받고 있다. 이러한 경험을 학생들이 할 수 있도록 교사는 끊임없이 과제를 개발하고 학생들을 평가하여 자신의 수업에 반영하여야 한다. 본 연구는 연구자가 학생들에게 보다 다양한 경험을 제공하고 그 결과를 수업에 활용하기 위해 설계되었다.

본 연구는 교과서 위주의 수업에서 벗어나 되도록 조별활동을 병행할 수 있는 과제들을 제시하여 다양한 형태의 과제를 접할 기회를 학생들에게 제공하려고 하였고 이러한 활동들을 하면서 학생들은 두 양상을 보였다. 평상시에 수학적 개념이 부족하다고 생각되는 학생들 중 2~3명은 주제에 따라서 '이런 것을 뭐하러 해? 골 아퍼'라는 반응을 보였다. 하지만, 이런 학생들도 수학적인 개념을 많이 요구하지 않는 과제에 대해서는 즐겁게 참여하는 모습을 보였다. 30명 가까이 되는 대부분의 학생들은 '재밌다', 늘 이런 것만 했으면 좋겠다'라는 얘기들을 하는 것으로보아 학생들의 수학에 대한 태도가 향상되어 가는 것을 알 수 있었다.

본 연구에서 학생들의 선수학습에 대한 반응의 공통점으로 학생들은 일차함수의 특징을 이해하고 있었고 산포도의 개념을 어느 정도는 지니고 있었으나, 산포도라는 직접적인 용어의 사용은 하지 못했다.

꽃밭의 울타리(1),(2) 학습지는 이차함수의 최대값과 최소값에 대한 개념을 올바로 지니고 있는지를 알아보기 위해 기존의 틀이 아닌, 정의역이 실수의 부분집합 중에

서도 이산량으로 주어진 경우 함수값과 꼭지점과의 관계를 이해하고 있는가를 알아본 것이다. 이 관계를 서로 관련지어 생각하지 못하는 학생들이 3분의 2정도가 되었는데 이 학생들은 함수의 그래프에서 x값의 변화에 대한 y값의 변화에 대한 개념에 대한 이해가 부족한 것이다. 따라서 후속조치로 다음 수업에서는 이차함수의 최대값과 최소값에 대한 관찰을 공학도구를 이용하여 관찰하는 수업을 진행함으로써 이차함수의 개념을 또 다른 방법으로 학생들에게 제시하게 되었다.

또 함수에 대한 전반적인 개념을 표현하는 데서 나타나는 차이점은 대부분의 학생들이 그림과 글을 혼합하여 표현하고자 하였으나 소수의 학생은 그림을 그리는 것을 아주 꺼리는 반응을 보였다. 이는 개념의 이해도와 관련이 있다기보다는 그 동안의 학습과정에서 그림으로 표현해보는 기회가 거의 주어진 적이 없어 나타나는 현상으로 사료되었다. 학생들이 자기가 이해한 것을 꼭 수학적인 언어가 아니더라도 자신의 언어로 표현하게 하는 과정을 통해, 스스로 자부심을 느낄 수 있으며, 많은 학생들이 오류를 지닌 부분을 쉽게 파악하여 다음 수업에는 그러한 오류를 극복할 수 있는 방안을 모색하여 지도할 수 있다.

이러한 학생들 반응의 공통점과 차이점을 통해 교사는 학생 개개인의 함수의 이해도를 알 수 있었는데 즉, 무엇보다 학생들이 선호하는 개념이 무엇인지, 교과영역과 비교하여 학생들이 언급하지 않은 내용이 무엇인지 파악할 수 있어, 다음의 평가에서는 선호하지 않으나 중요한 개념과 언급하지 않은 개념 등에 대한 평가를 준비할 수 있다. 교사는 이처럼 평가를 교사 자신의 수업의 질을 향상시키는데 활용할 수 있어야 하며 다음 수업을 준비하는 중요한 자료를 얻게 된다. 또한, 학생들은 평가를 통해 긍정적인 자아개념을 형성할 수 있어야 한다. 학생이 얼마나 모르는가를 알려고 하는 것보단 평가를 수업의 일부분이 되게 하여 평가를 통해서도 자신을 돌아보게 하고 수학적 개념화의 과정에서 극복해야하는 것을 더욱 자세히 찾아낼 수 있게 도울 수 있다.

실제로 모든 수학 수업 시간에 이렇게는 진행한다는 것은 쉽지 않을 거라 생각한다. 때로는 개념 정립을 위해 설명식 수업을 해야만 하는 경우도 있고, 조별 활동보다는 개별 활동이 훨씬 효과적인 개념도 있다. 하지만 어떤 형태의 과제이든, 목적이 분명한 과제가 적절한 시기에 학생들에게 주어진다면, 특정 영역의 과제 속에서도 학생들이 어떤 것을 제대로 이해하고 있고, 어떤 점을 잘못 이해하고 있는지를 알 수 있다.

결론적으로 수업과 마찬가지로 평가를 통해서 학생들에게 다양한 경험이 제공되어야하며, 그것이 학생들에게는 자신의 학습수준을 이해하고, 보완하는 계기가 되며 성공적인 경험은 수학에 대한 긍정적인 성향을 갖게 한다는 것을 본 연구는 시사하고 있다. 또한, 교사에게는 이러한 평가방법은 학생 수준을 이해하는 정보를 제공할 뿐만 아니라 이런 정보를 통해 교사가 다음 수업을 준비하는 데에 많은 도움을 줄 수 있음을 의미한다. 따라서 앞으로도 교사에게 뿐만 아니라, 학생에게도 자신에 대한 옳은 판단을 할 수 있어 평가의 주된 목적을 성취할 수 있는 좋은 연구가 끊임없이 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부(2001). 고등학교 교육과정 해설. 서울: 교육부.

김광중(2000). 중학교 수학 수행평가에 관한 연구. 조선대학교 석사학위 논문.

유현주(2002). 수학적 힘의 신장을 위한 수행평가 과제개발 및 적용에 관한 연구. 대한수학교육학회지 학교수학, 4(3), pp.513-537.

최봉대, 강옥기, 황석근, 이재돈, 김영욱, 전무근, 홍진철(2002). 수학 10-나. 서울:(주)중앙교육진흥연구소.

최승현, 황혜정, 신항균(2002). 수학과 성취기준과 평가기준 및 예시 평가도구 개발 연구-국민공통교육기간을 중심으로-. 대학수학교육학회지 수학교육학연구, 12(1), pp.145-162.

한국교육과정 평가원 (1999a). 초, 중등학교 교과별 수행평가의 실제, 수행평가 현장 정착을 위한 세미나 자료집. 제 ORM 99-3-1호.

__________ (1999b). 고등학교 수학과 수행평가의 이론과 실제, 연구보고서, 제 RRE99-1-3호.

__________ (2002). 국민공통기본 교육과정 교과별 평가도구 개발 연구I, 연구보고서, 제 RRE 2002-7호.

__________ (2003). 국민공통기본 교육과정 교

과별 평가도구 개발 연구II, 연구보고서, 제 RRE 2003-4-1호.

National Council of Teachers Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.

________________ (1995). *Assessment Standards For School Mathematics*. Reston, VA: The Author.

________________ (1998). *Activities for Active Learning and Teaching*. Reston, VA: The Author.

________________ (1999). *Mathematics Assessment: A Practical Handbook*. Reston, VA: The Author.

Saxe, G. B.; Gearhart, M.; Franke, M. L.; Howard, S., & Crockett, M. (1999). Teachers' shifting assessment practices in the context of educational reform in matheamtics, *Teaching and Teacher Education* 15, pp.85-105.

Senk, S. L., Beckmann, C.B., & Thompson, D. R.(1997). Assessment and grading in high school mathematics classrooms, *Journal for Research in Mathematics Education* 28, pp.187-215.

Stables, A.; Tanner, H., & Parkinson, J. (1995). Teacher assessment at Key stage 3: A case study of teachers' responses to imposed curricular change, *Welsh Journal of Education* 4(2), pp.69-80.

Exemplary Mathematics Assessment Tasks in Quadratic Functions

Choi-Koh, Sangsook

Dept. of Mathematics Education, Dankook University, Seoul 140-714, Korea

E-mail : sangch@dankook.ac.kr

Lee, Seukhyun

Dept. of Mathematics Education, Dankook University, Seoul 140-714, Korea

We believe new assessment strategies and practices need to be developed that will enable teachers and others to assess students' performance in a manner that reflect the 7th Korean curriculum reform vision for school mathematics. This research was conducted to develop the assessment tasks based on the current literatures such as National Council of Teachers of Mathematics (1999) and Korea Institute of Curriculum & Evaluation(KICE, 2002, 2003) in quadratic functions of the secondary school and to find the effect of these tasks by classifying students' responses. The research instrument were composed of three criteria, the previous knowledge, the application of quadratic functions, and the general properties in functions. The research data were collected from 32 high school students in a suburb of Seoul and sorted by their similarities and differences in mathematical understanding. Through the research, we could know more than ever before about how the students learned mathematics and about how to improve teachers' mathematical instruction.

* ZDM Classification : C74

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C40

* Key Words : Performance assessment, Closed tasks, Open-middled tasks, Open-ended tasks, Writing and self-assessment, Quadratic functions, Practical exemplification for assessment.

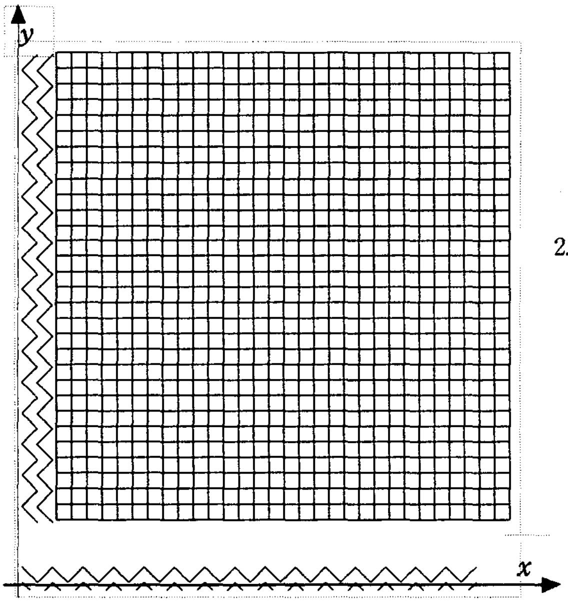
<부록-학습지>

나이 맞추기

※아래표의 사람들의 나이를 어림해보자.

이름	어림 값	실제나이	이름	어림 값	실제나이
김대중		77	우희진		28
김남일		26	이재은		23
홍명보		34	김혜수		33
이천수		22	차인표		36
서태지		31	이문열		55
배용준		30	고승덕		46
장나라		22	안재모		24
문성근		50			

1) 위의 표의 실제 나이를 x좌표로, 어림값을 y좌표로 하여 좌표평면에 표시해보자.



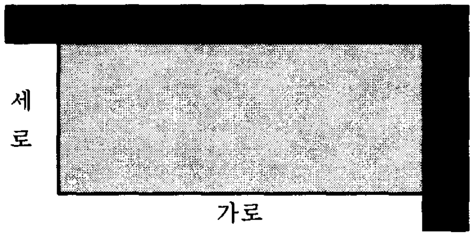
2) 가장 어림을 잘한 사람은 누구인지 어떠한 방법으로 찾을 수 있는가 설명해보자.

3) 100%정확한 어림을 나타내는 함수식 $y=f(x)$를 찾아보자.

4) $y>f(x)$와 $y<f(x)$가 의미하는 바는 무엇인가?

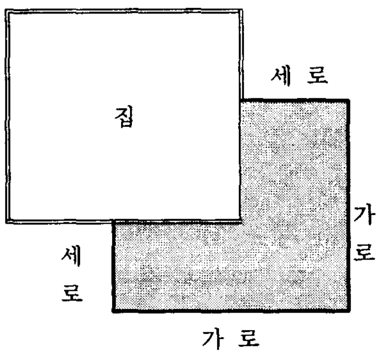
꽃밭의 넓이가 최대인 울타리는?(2)

1. 민이는 다음 그림과 같이 담을 두 변으로 하는 직사각형 모양의 꽃밭을 만들어, 꽃을 되도록 많이 심을 수 있게 꽃밭의 울타리를 만들려고 한다. 상점에는 길이가 1.2 m짜리 나무판과 0.9 m짜리 나무판을 판매하고 있다. 민이는 두 가지 중 한 가지만을 정하여 총 길이가 18 m가 되도록 구입하려고 한다(단, 두께와 잇는 부분의 길이는 무시하고, 나무판을 자를 수는 없다.



꽃밭의 넓이를 최대로 하기 위해 어떤 나무판을 선택하겠는가? 또 그 이유는 무엇인지 설명하여 보자.

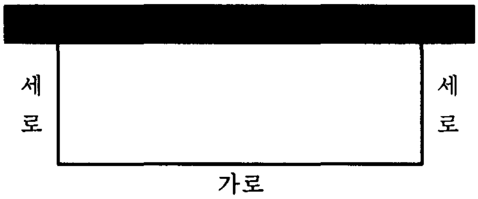
2. 이번에는 민이가 다음 그림과 같이 집의 모서리에 꽃밭을 만들려고 한다.(단, '가로', '세로'라고 쓰여 있는 변의 길이는 서로 같다.)



꽃밭의 넓이를 최대로 하기 위해 어떤 나무판을 선택하겠는가? 또 그 이유는 무엇인지 설명하여 보자.

꽃밭의 넓이가 최대인 울타리는?(1)

※ 민이는 다음 그림과 같이 집 뒤에 담을 한 변으로 하는 직사각형 모양의 꽃밭에 꽃을 되도록 많이 심을 수 있게 꽃밭의 울타리를 만들려고 한다. 상점에는 길이가 1.2 m짜리 나무판과 0.9 m짜리 나무판을 판매하고 있다. 민이는 두 가지 중 한 가지만을 정하여 총 길이가 18 m가 되도록 구입하려고 한다(단, 두께와 잇는 부분의 길이는 무시하고, 나무판을 자를 수는 없다).



1. (1) 민이는 1.2 m짜리 나무판을 최대 몇 개 살 수 있는가?
   (2) 민이는 0.9 m짜리 나무판을 최대 몇 개 살 수 있는가?
2. (1) 세로를 1.2 m짜리 나무판 한 개로 한다면, 가로의 길이는 얼마인가?
   (2) 이 꽃밭의 넓이는 얼마인가?
3. 나무판을 모두 1.2 m짜리로 구입한다고 할 때, 다음의 빈칸을 채워보자.

세로(m)	가로(m)	넓이(m^2)
1.2		
2.4		
3.6		
4.8		
6.0		
7.2		
8.4		

   (1) 세로의 길이로 8.4 m가 최대인 이유는 무엇인가?
   (2) 가장 넓은 넓이는 얼마인가?
   (3) 이 때의 세로와 가로의 길이는 얼마인가?
   (4) 이 때, 세로와 가로에는 각각 몇 개씩의 나무판이 있는가?

4. 나무판을 모두 0.9 m짜리로 구입할 때, 다음의 빈칸을 채워보자.

세로(m)	가로(m)	넓이(m^2)
0.9		
1.8		

   (1) 가장 넓은 넓이는 얼마인가?
   (2) 세로와 가로의 길이가 얼마일 때, 꽃밭의 넓이가 최대가 되는가?
   (3) 세로와 가로에는 각각 몇 개씩의 나무판이 있는가?
   (4) 민이는 꽃밭의 넓이를 보다 넓게 하기 위해서, 0.9 m짜리 나무판과 1.2 m 나무판 중 어떤 것을 구입해야하는가?

5. (1) 세로의 길이를 x, 꽃밭의 넓이를 y라고 할 때, y를 x로 나타내어 보자.
   (2) y가 최대가 되게 하는 x값은 얼마인가?
   (3) 위의 3번의 표와 4번의 표의 꽃밭의 넓이가 최대일 때의 세로의 길이와 (2)의 x값을 비교하여 공통점과 차이점을 이야기해 보자.