情 報 保 護 學 會 誌
第 14 券 第 3 號, 2004. 6

양자 얽힘과 양자 텔레포테이션

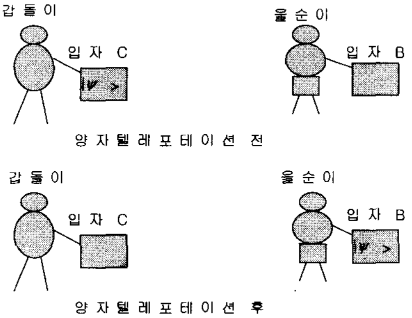
이 해 웅*

요 약

양자텔레포테이션은 다가오는 양자정보시대에 메시지를 전달하는 기본 수단으로서 그 중요성이 부각되고 있다. 본 글에서는 양자텔레포테이션을 수행하기 위해 꼭 필요한 얽힘의 개념을 소개하고 이를 기반으로 양자텔레포테이션의 기본 원리를 설명하며 또 실험적으로 구현하는 방법을 살펴봄으로써, 양자물리의 기본 원리에 입각하여 양자텔레포테이션의 현상에 대한 철저한 이해를 도모하고자 한다.

Ⅰ. 서 론

일반인에게 인식되는 텔레포테이션은 아마도 예전의 TV 영화 스타트렉(Star Trek)이나 영화 플라이(Fly)에서 보듯이 사람 또는 물체가 한 곳에서 사라지고 대신 다른 곳에서 즉각적으로 나타나는 현상일 것이다. 그러나 양자물리에서 말하는 양자텔레포테이션(Quantum Teleportation)[1]은 물체가 실제로 이동하는 것이 아니고 〔그림 1〕에서 보듯이 단지 한 입자의 양자상태 $|\psi\rangle$가 공간상 떨어져 있는 다른 입자에게로 전이되는 현상이다. 입자 C(후의 논의와의 기호 통일을 위해 이 입자를 A라 부르지 않고 C라 부름)는 갑돌이가 가지고 있고 입자 B는 을순이가 가지고 있는데 상태가 전이된 후에도 각각 제자리에 머물러 있으며 움직인 것은 양자상태 $|\psi\rangle$뿐이다.



〔그림 1〕 양자텔레포테이션

양자통신의 관점에서 보면 입자 C로부터 입자 B로의 양자상태의 전이는 입자 C를 가지고 있는 갑돌이로부터 입자 B를 가지고 있는 을순이로의 정보 전달이라고 볼 수 있다. 광통신으로 대변되는 현재의 고전 통신이 두 숫자 0과 1의 비트(Bit)들로 구성된 메시지의 전달이라면 미래의 양자통신의 역할은 두 기본상태 $|0\rangle$과 $|1\rangle$의 선형중첩(Linear Superposition)으로 나타내지는 임의의 양자상태 $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$의 집합(이러한 상태를 갖는 두 준위계를 큐비트(Qubit)라 부른다)으로 구성된 양자메시지의 전달이라고 볼 수 있다. 양자텔레포테이션은 큐비트의 임의의 상태 $|\psi\rangle$를 공간상 떨어진 지점에 효과적으로 전달하는 수단이며 다가오는 양자정보시대에 양자통신의 기본 수단으로 중요성이 부각되는 이유가 여기에 있다.

양자텔레포테이션을 개념적으로 볼 때 갑돌이가 을순이에게로 입자를 보내는 것도 아니고 입자 C는 갑돌이와만 같이 있고 입자 B는 을순이와만 같이 있는데 입자 C의 상태가 고스란히 입자 B로 옮겨가기 위해서는 갑돌이와 을순이를 연결시켜 주는 그 무엇이 있어야 되는 것은 자명한 일이다. 이 연결고리의 역할을 하는 것이 양자얽힘(Quantum Entanglement) 또는 간단히 얽힘(Entanglement)이다. 실제로 양자텔레포테이션을 수행하기 위해서 꼭 필요한 조건은 갑돌이와 을순이가 얽힘상태(Entangled State)에 있는 두 입자를 하나씩 사전에 공유하고 있어야 한다는 것이다. 따라서 이 글에서는 우선 양자텔레포테이

* 한국과학기술원 물리학과 교수 (hwlee@kaist.ac.kr)

션의 필수 조건인 양자얽힘의 기본 이론을 살펴보고자 한다.

II. 얽힘

두 입자(일반적으로 두 계)가 얽힘의 관계에 있다는 것은 간단히 얘기하면 두 입자의 어떤 특성에 상관관계가 있다는 것을 의미한다. 예를 들어 두 광자 A, B가 항상 서로 수직인 편광상태에 있다는 상관관계를 가지고 있으면 이러한 두 광자의 편광상태는

$$|\Psi\rangle_{AB} = \alpha|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B + \beta|\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B \quad (1)$$

로 표시된다($|\alpha|^2+|\beta|^2=1$). (2)의 상태에 있는 두 광자는 만일 광자 A가 수직편광이면 광자 B는 반드시 수평편광이고 광자 A가 수평편광이면 광자 B는 반드시 수직편광이지만, 한 광자, 예를 들어 광자 A가 수직편광으로 측정될지 수평편광으로 측정될지는 알 수 없으며 확률은 각각 $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 이다. 얽힘의 개념은 물론 광자의 편광상태에만 적용되는 것이 아니고 두 핵의 스핀, 두 원자의 상태 등에도 똑같이 적용된다. 일반적으로 두 입자 A, B의 얽힘상태는

$$|\Psi\rangle_{AB} = \alpha|0\rangle_A|1\rangle_B + \beta|1\rangle_A|0\rangle_B \quad (2)$$

또는

$$|\Phi\rangle_{AB} = \alpha|0\rangle_A|0\rangle_B + \beta|1\rangle_A|1\rangle_B \quad (3)$$

로 나타낸다. (수학적으로 보면 두 입자 A, B의 파동함수가 입자 A의 파동함수와 입자 B의 파동함수의 곱으로 나타낼 수 없을 때 두 입자는 얽힘상태에 있다.) 여기서 두 상태 $|0\rangle$과 $|1\rangle$은 어느 두 입자의 어떤 물리량이 얽힘의 관계에 있느냐에 따라 정해지는 두 독립된 상태이다. 두 광자의 편광상태가 얽힘의 관계에 있으면 식 (1)에서와 같이 수직편광과 수평편광상태, 즉 $|\updownarrow\rangle, |\leftrightarrow\rangle$이 되며, 경우에 따라서 스핀의 방향을 나타내는 상태, $|up\rangle, |down\rangle$일 수도 있고 또는 원자의 두 상태, $|upperstate\rangle, |lowerstate\rangle$일 수도 있다. 또 식 (2)의 얽힘상태 $|\Psi\rangle$는 두 입자의 물리량이 반상관관계(Anticorrelation)에 있음을 의미하고 식 (3)의 얽힘상태 $|\Phi\rangle$는 상관관계(Correlation)에 있음을 의미하는데 두 경우 모두 얽힘의 관계에 있다고 한다.

Box 1. 양자물리의 기본 원리

(a) 선형중첩과 확률

양자물리에서는 고려 대상의 계에 관한 모든 정보는 그 계의 파동함수(Wave Function)에 들어 있다. 계의 파동함수는 일반적으로 기술하고자 하는 그 계의 물리량을 나타내는 연산자(Operator)의 고유함수(Eigenfunction)들의 선형중첩(Linear Superposition)으로 주어진다. 이때 각 고유함수의 앞에 붙는 상수(Expansion Coefficient)의 물리적 의미는 그 계의 상태를 측정할 때 그 고유상태에 있는 것으로 발견될 확률이 그 상수의 절대제곱으로 주어진다는 것이다.

예를 들어 기술하고자 하는 계가 한 개의 광자이고 기술하고자 하는 물리량이 그 광자의 편광상태인 경우를 생각하자. 광자의 임의의 편광상태를 기술하는 파동함수 $|\phi\rangle$는 수직편광상태 $|\updownarrow\rangle$와 수평편광상태 $|\leftrightarrow\rangle$ 의 선형중첩

$$|\phi\rangle = \alpha|\updownarrow\rangle + \beta|\leftrightarrow\rangle \quad (a1)$$

로 주어진다. 이때 계수 α와 β는 $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$을 만족시킨다. 이제 이 광자를 수직편광은 투과시키고 수평편광은 반사시키는 편광분할기(Polarizing Beam Splitter)에 입사시킨다면 어떤 일이 일어날까? 광자는 쪼개어 질 수 없으므로 투과하거나 반사하거나 둘 중의 하나가 일어나며 어느 것이 일어날지는 사전에 알 수 없다. 그러나 각각이 일어날 확률은 정해져 있다. 즉 투과할 확률은 $|\alpha|^2$이고 반사할 확률은 $|\beta|^2$이 된다.

(b) 측정과 파동함수 붕괴

위에서 본바와 같이 파동함수가 둘 이상의 고유함수의 선형중첩으로 나타내지는 상태에 있는 계에 대하여 어느 고유상태에 있는지를 알기위해 측정(Measurement)을 한다면 그 결과는 미리 확실히 예측할 수 없지만 (각 고유상태에 대응되는 확률만 알므로) 측정 결과가 어느 하나의 고유상태를 줄 것만은 확실하다. 이러한 측정 결과가 나오면 이 계의 상태는 더 이상 고유함수들의 선형중첩으로 표현되는 상태가 아니고 측정 결과로 나온 그 고유상태가 된다. 양자역학에서는 이 현상을 측정에 의

한 파동함수의 붕괴(Wave Function Collapse) 라고 부른다.

예를 들어 다시 위 (a1)의 식으로 표시되는 편광상태에 있는 광자를 생각하자. 이 광자를 편광분할기에 입사시켰더니 투과되어 나온 것으로 관측이 되었다고 하자. 그러면 그 측정 후의 광자의 편광상태는 $|\updownarrow\rangle$이 된다. 이러한 상태의 변화를 양자역학에서는 측정의 행위에 의해서 (a1)의 상태가 $|\updownarrow\rangle$의 상태로 붕괴했다고 설명한다.

측정에 의한 파동함수의 붕괴는 양자역학에 대한 코펜하겐 해석(Copenhagen Interpretation)의 핵심이 되는 개념으로 1935년 발표된 아인슈타인 등의 EPR논문을 시작으로 많은 물리적, 철학적 논쟁을 불러 일으켰다. 이 개념은 특히 얽힘상태에 있는 두 계에 적용될 때 중요한 의미를 갖게 되며 양자텔레포테이션의 물리적 해석의 근간이 된다.

양자역학의 관점에서 강조할 점은 얽힘상태에 있는 두 계에도 Box 1에서 별도로 설명한 양자물리의 기본원리가 똑같이 적용된다는 점이다. 식 (1)의 얽힘상태에 있는 두 광자를 예를 들어 설명해 보자. 두 광자의 편광상태를 기술하는 상태함수는 두 기본상태 $|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$와 $|\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B$의 선형중첩으로 주어진다.(물론 다른 기본상태 $|\updownarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B$와 $|\leftrightarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$도 있을 수 있지만 현재 고려하고 있는 얽힘상태의 경우는 이들 기본상태에 해당하는 상수는 0이 된다.) 이제 두 광자 각각이 수직편광인지 수평편광인지를 알아내기 위해 측정을 한다고 하자. 이 측정은 두 광자 A, B를 차례로 편광분할기에 입사시키고 각각 투과되어 나오는지 반사되어 나오는지를 보면 된다. 측정 결과는 둘 중의 하나이다. 광자 A는 수직편광, 광자 B는 수평편광으로 나오든가(확률$=|\alpha|^2$) 또는 광자 A는 수평편광, 광자 B는 수직편광으로 나올 수 있다(확률$=|\beta|^2$). 둘 중의 어느 것이 나오건 그 결과가 나온 순간 두 광자의 상태함수는 (1)의 상태에서 $|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$ 또는 $|\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B$로 붕괴하게 된다. 여기서 흥미로운 것은 얽힘상태의 특성으로 인해 사실은 두 광자의 편광을 모두 측정할 필요가 없다는 사실이다. 광자 A의 편광만을 측정해도 특정한 상관관계로 인해 광자 B의 편광은 자연적으로 결정이 된다. 예를 들어 광자 A의 편광을 측정해서 수직편광의 결과가 나왔다고 하자. 그러면 광자 B의 편광상태는 측정하지 않아도 수평편광이 분명하고 따라서 광자 A만의 측정결과가 나오는 순간 두 광자의 상태함수는 $|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$로 붕괴하게 되는 것이다. 이것은 두 광자 A, B가 아무리 멀리 떨어져 있어도 사실이며 바로 이점이 아인슈타인 등이 유명한 EPR논문[2]에서 제기한 문제의 발단이 되는 것은 잘 알려진 사실이다. 아인슈타인이 제기한 의문의 요지는 '어떻게 한 장소에서 행한 측정이 멀리 떨어진 다른 장소에 위치한 다른 입자의 상태에 즉각적인 영향을 미칠 수가 있는가' 이었으며 이를 발단으로 양자역학의 해석에 대한 많은 물리적, 철학적 논쟁이 뒤따랐는데 이는 본 논문의 주제가 아니므로 여기서는 취급하지 않도록 하겠다.

다시 얽힘의 문제로 돌아가서 식 (2), (3)에서 특히 $\alpha=\pm\beta=\frac{1}{\sqrt{2}}$일 때 얽힘의 정도가 최대가 되는 최대얽힘상태 (Maximally Entangled State)

$$|\Psi^{\pm}\rangle_{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|1\rangle_B\pm|1\rangle_A|0\rangle_B) \quad (4)$$

$$|\Phi^{\pm}\rangle_{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B\pm|1\rangle_A|1\rangle_B) \quad (5)$$

가 되는데, 이 네 상태를 보통 벨상태(Bell States)라 부르며 양자텔레포테이션에서 중요한 역할을 하므로 다음에서 좀더 상세히 살펴보도록 한다.

III. 벨 상태

두 큐비트 A, B의 가장 일반적인 상태는 $|0\rangle_A|1\rangle_B$, $|1\rangle_A|0\rangle_B$, $|0\rangle_A|0\rangle_B$, $|1\rangle_A|1\rangle_B$의 선형중첩으로 나타낼 수 있다. 즉

$$\begin{aligned}|\psi\rangle_{AB}=&\ \alpha|0\rangle_A|1\rangle_B+\beta|1\rangle_A|0\rangle_B\\&+\gamma|0\rangle_A|0\rangle_B+\delta|1\rangle_A|1\rangle_B\end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $|\alpha|^2+|\beta|^2+|\gamma|^2+|\delta|^2=1$이고 $|\alpha|^2, |\beta|^2, |\gamma|^2, |\delta|^2$은 두 큐비트의 상태가 각각 $|0\rangle_A|1\rangle_B$, $|1\rangle_A|0\rangle_B$, $|0\rangle_A|0\rangle_B$, $|1\rangle_A|1\rangle_B$로 측정될 확률이다. 그러나 $|\psi\rangle_{AB}$를 반드시 (6)의 식으로 표시할 필요는 없으며 서로 직교하는(Orthogonal) 선형 독립(Linearly Independent)인 다른 네 기본 상태의 선형중첩으로 표시하더라도 아무 잘못이 없다. 예를 들어 식 (4)와 (5)의 네 벨상태의 선형중첩으로 표시하면

$$|\phi\rangle_{AB}=A|\Psi^{+}\rangle_{AB}+B|\Psi^{-}\rangle_{AB} + C|\Phi^{+}\rangle_{AB}+D|\Phi^{-}\rangle_{AB} \tag{7}$$

이 된다. 식 (6)과 (7)을 비교하면 두 쌍의 네 상수들이 $A=\frac{\alpha+\beta}{\sqrt{2}}$ 등의 관계식을 만족시킴을 쉽게 알 수 있다. 식 (7)은 식 (6)과 수학적으로 동일하며 두 큐비트 A, B가 얽힘의 관계에 있지 않더라도 식 (7)과 같이 표시하는 데에는 아무런 잘못이 없다.

중요한 것은 수학적 관계가 아니고 물리적 해석이며, 식 (7)에도 양자역학의 기본 원리가 그대로 적용된다는 점이다. 즉 두 큐비트의 상태를 측정할 때 그 상태가 네 벨상태 중의 어느 것인지를 알아내는 측정을 수행한다면 $|\Psi^{+}\rangle_{AB}, |\Psi^{-}\rangle_{AB}, |\Phi^{+}\rangle_{AB}, |\Phi^{-}\rangle_{AB}$로 측정될 확률이 각각 $|A|^2, |B|^2, |C|^2, |D|^2$ 이며 측정 결과가 나오면 그 결과에 대응하는 벨상태로 붕괴한다는 점이다. 이렇게 벨상태를 구별하는 측정을 벨상태 측정(Bell-State Measurement)이라 한다. 벨상태 측정을 실제로 수행하는 방법을 찾아내는 것이 경우에 따라서는 쉽지 않을 수 있으나 적어도 원리적으로는 벨상태 측정을 못할 이유는 없다.

구체적인 예로서 두 광자의 편광상태인 경우, 즉 $|0\rangle, |1\rangle$이 $|\updownarrow\rangle, |\leftrightarrow\rangle$인 경우를 생각해 보자. 네 기본 상태 $|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$, $|\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B$, $|\updownarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B$, $|\leftrightarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B$ 중의 어느 것인지를 찾아내는 측정 방법은 물론 매우 간단하다. 두 편광기를 A, B에 각각 사용하면 되고 결과에 따라 네 상태중의 하나로 붕괴한다. 그러면 벨상태를 구별하는 측정은 어떻게 할까? 네 벨상태

$$|\Psi^{\pm}\rangle_{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B \pm |\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B) \tag{8}$$

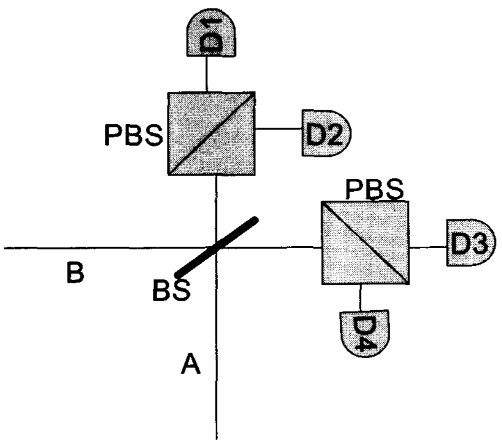
$$|\Phi^{\pm}\rangle_{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\updownarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B \pm |\leftrightarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B) \tag{9}$$

중 적어도 두 벨상태를 구별하는 선형광학 벨상태 측정 방법은 [그림 2]에 그려져 있다. 이 방법은 하나의 광분할기(Beam Splitter), 두 개의 편광분할기(Polarizing Beam Splitter), 네 개의 광검출기(Detector)를 사용한다. 광분할기는 50/50 광분할기이고 편광분할기는 입사한 광자의 편광이 수직이냐 수평이냐에 따라 광자를 투과시키던가 반사시킨다. 광자 A를 광분할기의 한 입력포트(Input Port)로, 광자 B를 또 다른 하나의 입력포트로 입사시키면 두 광자의 편광상태가 어떤 벨상태인지에 따라 다른 측정결과가 나오는 것을 쉽게 계산할 수 있다. 계산 과정은 생략하고 결과만 쓰면 [표 1]과 같다.

[표 1] 편광 상태에 따른 측정 결과

두 광자의 편광상태	측정결과
$\|\Psi^{+}\rangle_{AB}$	$D1, D2$ 또는 $D3, D4$ 에 각각 1개의 광자
$\|\Psi^{-}\rangle_{AB}$	$D1, D4$ 또는 $D2, D3$ 에 각각 1개의 광자
$\|\Phi^{+}\rangle_{AB}$	$D1, D2, D3, D4$ 중 하나에 2개의 광자
$\|\Phi^{-}\rangle_{AB}$	

이 표에 근거한 벨상태 측정 방법은 다음과 같다. 우선 광분할기에서 나오는 두 광자가 같은 출력포트(Output Port)로 나오는지 다른 출력포트로 나오는지를 관측한다. 다른 출력포트로 나오면 입사 시 두 광자 A, B의 편광상태는 $|\Psi^{-}\rangle_{AB}$ 이다. 같은 출력포트로 나오면 $|\Psi^{+}\rangle_{AB}, |\Phi^{+}\rangle_{AB}, |\Phi^{-}\rangle_{AB}$ 의 셋 중 하나이다. 이 경우에는 두 광자의 편광이 같은지 아닌지를 관측한다. 다르면 $|\Psi^{+}\rangle_{AB}$이다. 같으면 $|\Phi^{+}\rangle_{AB}$ 이던가 또는 $|\Phi^{-}\rangle_{AB}$ 인데 현재의 선형광학 방식으로는 더 이상의 구별은 불가능하다. 즉 [그림 2]의 방법은 두 광자의 네 벨상태 중 두 상태를 구별하게 해주는 벨상태 측정을 수행해 준다.



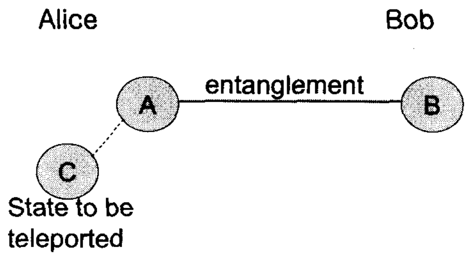
[그림 2] 벨상태 측정 실험 장치

Ⅳ. 양자텔레포테이션 1

이제 갑돌이가 공간상 떨어져 있는 을순이에게 임의의 큐비트상태를 전달하는 양자텔레포테이션의 방법을 논의해 보자. 이를 위해 우선 갑돌이와 을순이는 최대얽힘상태에 있는 두 입자 A, B를 생성시켜 하나씩 가지고 있어야 한다. 갑돌이는 A를, 을순이는 B를 가지고 있는다고 하자. 두 입자 A, B의 얽힘상태는 식 (4)과 (5)의 네 벨상태 중 어느 것이라도 상관없지만 구체적 논의를 위해 $|\Psi^-\rangle_{AB}$인 경우를 생각하겠다. 갑돌이는 또 하나의 입자 C를 가지고 있으며 이 입자는 임의의 모르는 상태 $|\phi\rangle_C = a|0\rangle_C + b|1\rangle_C$ (a, b는 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$을 만족시키는 것 외에는 모르는 상수임)에 있고 바로 이 상태를 갑돌이가 을순이에게 보내고자 한다. 텔레포테이션을 수행하기 전의 상황은 〔그림 3〕에 요약되어 있다. 갑돌이는 두 입자 A와 C를 가지고 있으며 을순이는 입자 B를 가지고 있다. 이들이 성취하고자 하는 것은 이들의 유일한 연결고리인 A, B 사이의 얽힘을 이용하여 입자 C의 상태를 입자 B로 전이시키고자 하는 것이다. 양자텔레포테이션의 과정을 가장 쉽게 이해하는 방법은 아마도 세 입자 A, B, C의 상태함수로부터 출발하여 Box 1에 설명한 양자물리의 기본원리를 적용하여 이해하는 방법일 것이다. 아래에 설명을 하도록 한다.

세 입자 A, B, C의 상태함수는 $|\phi\rangle_{ABC} = |\Psi^-\rangle_{AB}(a|0\rangle_C + b|1\rangle_C)$이다. 이 상태를 풀어쓰면

$$|\phi\rangle_{ABC} = \frac{a}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_B + \frac{b}{\sqrt{2}}|0\rangle_A|1\rangle_C|1\rangle_B - \frac{a}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|0\rangle_C|0\rangle_B - \frac{b}{\sqrt{2}}|1\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_B \quad (10)$$



〔그림 3〕 양자텔레포테이션을 수행하기 전의 상황 : A와 B를 잇는 실선은 얽힘을 나타내고 A와 C를 잇는 점선은 벨 상태 측정의 대상이 됨을 의미한다.

이 된다. 이 식의 물리적 의미는 명백하다. 갑돌이가 입자 A와 C의 상태가 각각 $|0\rangle$ 인지 $|1\rangle$인지를 구별하는 측정을 수행한다고 하자. 그러면 $\frac{|a|^2}{2}$의 확률로 $|0\rangle_A|0\rangle_C$, $\frac{|b|^2}{2}$의 확률로 $|0\rangle_A|1\rangle_C$, $\frac{|a|^2}{2}$의 확률로 $|1\rangle_A|0\rangle_C$, $\frac{|b|^2}{2}$의 확률로 $|1\rangle_A|1\rangle_C$의 결과가 나올 것이다. 측정 결과와 함께 물론 상태함수의 붕괴도 일어난다. 예를 들어 측정 결과가 $|0\rangle_A|0\rangle_C$라면 세 입자 A, B, C의 상태는 식 (10)에서 $|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_B$ 로 붕괴한다. 여기서 유의할 점은 입자 A와 B가 얽힘의 관계에 있기 때문에 갑돌이가 입자 A와 C의 상태만 측정하고 을순이는 입자 B의 상태를 측정하지 않았는데도 갑돌이의 측정 결과에 따라 을순이의 입자 B의 상태도 결정되는 사실이다. 얽힘이 주는 이러한 특성이 양자역학의 해석에 논쟁을 불러 일으켰다는 것은 이미 언급한 바이다.

양자텔레포테이션의 이해를 위해서 중요한 것은 식 (10)이 상태함수 $|\Psi\rangle_{ABC}$를 풀어쓰는 유일한 방법이 아니라는 점이다. 이미 언급하였듯이 두 입자 A, C의 임의의 상태는 네 벨상태의 선형중첩으로도 나타낼 수 있다. 따라서 $|\Psi\rangle_{ABC}$를 $|\Psi^+\rangle_{AC}$, $|\Psi^-\rangle_{AC}$, $|\Phi^+\rangle_{AC}$ $|\Phi^-\rangle_{AC}$를 기반으로 다음과 같이 전개할 수도 있다.

$$\begin{aligned}|\phi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2}\{&|\Psi^-\rangle_{AC}(a|0\rangle_B + b|1\rangle_B)\\ &+|\Psi^+\rangle_{AC}(-a|0\rangle_B + b|1\rangle_B)\\ &+|\Phi^-\rangle_{AC}(b|0\rangle_B + a|1\rangle_B)\\ &+|\Phi^+\rangle_{AC}(-b|0\rangle_B + a|1\rangle_B)\}\end{aligned} \quad (11)$$

실제로 식 (10)과 식 (11)이 같다는 것은 쉽게 증명할 수 있다. 식 (11)이 양자텔레포테이션의 가장 핵심이 되는 식이다. 이 식에 양자물리의 기본 원리를 적용하면 양자텔레포테이션은 자연스런 귀결로 나타나기 때문이다. 갑돌이가 두 입자 A, C를 대상으로 어느 벨상태에 있는지를 구별하는 벨상태 측정을 수행한다고 하자. 식 (11)에서 볼 수 있듯이 갑돌이는 각각 1/4의 확률로 $|\Psi^+\rangle_{AC}$, $|\Psi^-\rangle_{AC}$, $|\Phi^+\rangle_{AC}$, $|\Phi^-\rangle_{AC}$의 결과를 얻는다. 또한 각각의 결과와 더불어 그에 대응하는 상태로의 붕괴가 일어난다. 만일 $|\Psi^-\rangle_{AC}$의 결과를 얻었다면 식 (11)에서 볼 수 있듯이 을순

이의 입자 B의 상태는 $a|0\rangle_B + b|1\rangle_B$가 되는데 이것은 갑돌이가 가지고 있던 입자 C의 원래 상태와 같으므로 결국 입자 C의 상태가 입자 B의 상태로 전이된 것이고 텔레포테이션이 일어난 것이다. 갑돌이의 벨상태 측정 결과가 $|\Psi^-\rangle_{AC}$가 아니고 다른 벨상태일 때에는 을순이의 입자 B의 상태는 입자 C의 원래 상태와는 다르게 된다. 그러나 이 경우에도 입자 C의 원래 상태와 같도록 변환시키는 것이 가능하다. 수학적으로 보면 이 때 필요한 변환은 파울리의 스핀행렬(Pauli Spin Matrix)을 적용하여 〔표 2〕와 같이 수행할 수 있다.

〔표 2〕 측정결과에 따른 유니테리 변환

갑돌이의 벨상태 측정 결과	을순이의 입자 B의 상태	을순이가 수행해야 하는 유니테리 변환
$\|\Psi^-\rangle_{AC}$	$a\|0\rangle_B + b\|1\rangle_B$	I
$\|\Psi^+\rangle_{AC}$	$-a\|0\rangle_B + b\|1\rangle_B$	σ_z
$\|\Phi^-\rangle_{AC}$	$b\|0\rangle_B + a\|1\rangle_B$	σ_x
$\|\Phi^+\rangle_{AC}$	$-b\|0\rangle_B + a\|1\rangle_B$	$\sigma_z\sigma_x$

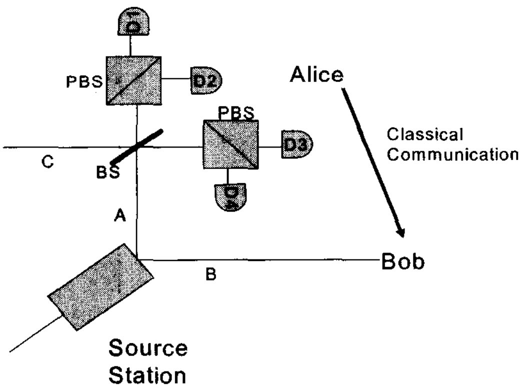
〔표 2〕의 변환들은 수학적으로 보면 유니테리 변환(Unitary Transformation)에 속하는데 큐비트의 기본 상태 $|0\rangle$과 $|1\rangle$이 무엇인지에 따라 실제의 방법은 다르지만 일반적으로 구현이 가능한 변환이다. 예를 들어 $|0\rangle$과 $|1\rangle$이 광자의 편광상태 $|\updownarrow\rangle$와 $|\leftrightarrow\rangle$인 경우를 생각하자. 이미 언급한 바와같이 두 광자 A, C의 벨상태 측정을 선형광학의 방법만을 써서 수행하면 네 벨상태 중 $|\Psi^-\rangle_{AC}$와 $|\Psi^+\rangle_{AC}$의 구별이 가능하다. 만일 갑돌이의 벨측정 결과가 $|\Psi^-\rangle_{AC}$이면 을순이는 아무 변환을 수행할 필요없이 (또는 동일연산(Identity Operation) I을 수행한다고 말하기도 함) 텔레포테이션이 성공하고, $|\Psi^+\rangle_{AC}$이면 $-a|\updownarrow\rangle_B + b|\leftrightarrow\rangle_B$를 $a|\updownarrow\rangle_B + b|\leftrightarrow\rangle_B$로 변환시키는 σ_z의 연산을 해야 되는데 이것은 반파장 위상지연기(Half-Wave Plate)를 수직 또는 수평편광에 적용시켜 어렵지 않게 수행할 수 있다.

V. 양자텔레포테이션 2

지금까지의 논의를 종합하여 갑돌이가 공간상 떨어져 있는 을순이에게 양자상태를 전달하는 양자텔레포테이션의 방법을 요약하면 다음과 같다.

(1) 갑돌이와 을순이는 얽힘상태에 있는 입자쌍 A, B를 하나씩 나누어 갖는다. 갑돌이가 입자 A, 을순이가 입자 B를 가졌다고 하자.
(2) 갑돌이는 전달하고자 하는 상태에 있는 또 다른 입자 C와 이미 가지고 있는 입자 A를 대상으로 벨상태 측정을 수행한다.
(3) 갑돌이는 벨상태 측정의 결과를 고전통신의 방법(예 : 전화, 팩스)으로 을순이에게 알려준다.
(4) 을순이는 갑돌이에게서 전해들은 측정결과에 따라 알맞은 유니테리 변환을 입자 B에 가한다.

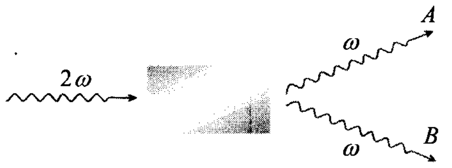
위의 방법을 전달하고자 하는 상태가 광자의 임의의 편광상태 $|\phi\rangle_C = a|\updownarrow\rangle_C + b|\leftrightarrow\rangle_C$인 경우에 적용하여 실제의 실험 구도를 그리면 〔그림 4〕와 같다. 각 단계를 살펴보도록 하자.



〔그림 4〕 양자텔레포테이션 실험 장치

(1) 최대얽힘상태

$|\Psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B - |\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B)$에 있는 광자쌍 A, B를 생성시켜 A는 갑돌이에게, B는 을순이에게 보낸다. 이러한 광자쌍은 한 개의 광자를 입사시켜 두 개의 광자를 발생시키는 매개하향변환(Parametric Downconversion)이란 비선형광학 과정을 이용하고 제2유형의 위상정합(Type II Phase Matching) 방법을 채택하여 어렵지 않게 생성시킬 수 있다〔그림 5 참조〕.



$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\updownarrow\rangle_A|\leftrightarrow\rangle_B - |\leftrightarrow\rangle_A|\updownarrow\rangle_B\right)$$

〔그림 5〕 매개하향변환을 이용한 최대 얽힘 상태의 광자쌍 발생

(2) 갑돌이는 모르는 임의의 편광상태 $|\phi\rangle_C = a|\updownarrow\rangle_C + b|\leftrightarrow\rangle_C$에 있는 광자 C와 광자 A를 대상으로 벨측정을 한다. 광자쌍에 대한 벨측정 방법은 이미 III에서 설명한 바 있다. 선형광학의 방법으로는 네 개의 벨상태 중 $|\Psi^-\rangle_{AC}$와 $|\Psi^+\rangle_{AC}$의 두 상태를 구별할 수 있다.

(3) 갑돌이는 벨상태 측정의 결과를 고전통신의 방법으로 을순이에게 알려준다.

(4) 을순이는 갑돌이의 측정 결과가 $|\Psi^-\rangle_{AC}$이면 입자 B의 상태가 $|\phi\rangle_B = a|\updownarrow\rangle_B + b|\leftrightarrow\rangle_B$이고 텔레포테이션이 성공되었음을 안다. 측정 결과가 $|\Psi^+\rangle_{AC}$이면 광자 B의 수직 또는 수평편광 방향에 반파장 위상지연기를 작용시켜 텔레포테이션을 성취시킨다. 측정 결과가 $|\Phi^+\rangle_{AC}$ 또는 $|\Phi^-\rangle_{AC}$이면 둘 중의 어느 것인지가 구별이 불가능하므로 텔레포테이션은 실패한 것이고 다시 시도해야 한다. 선형방법으로 벨상태 측정을 하는 경우 양자텔레포테이션의 성공확률은 갑돌이의 벨상태 측정에서 $|\Psi^-\rangle_{AC}$와 $|\Psi^+\rangle_{AC}$가 측정될 확률과 같고 따라서 50%이다.

VI. 고전텔레포테이션

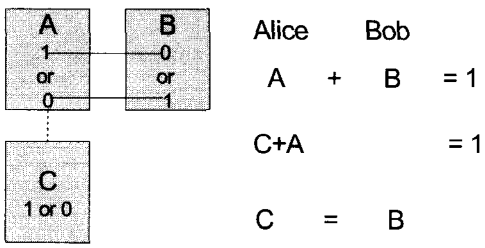
양자텔레포테이션의 이해를 돕기 위해서 고전 세계에서 양자텔레포테이션에 가장 가까운 다음과 같은 과정을 생각해 보자〔그림 6 참조〕.

(1) 카드 두장 A, B가 있는데 한 장에는 1의 숫자가 또 다른 한 장에는 0의 숫자가 써져있으나 숫자는 볼 수 없다. 갑돌이가 두 카드 중 하나(A)를 집어 가지고 가고 을순이는 남은 카드(B)를 갖는다. 갑돌이와 을순이는 모두 자기의 카드에 무슨 숫자가 있는지를 볼 수가 없다.

(2) 갑돌이는 또 한 장의 카드 C를 가지고 있다. 이 카드에 적힌 숫자는 0 또는 1인데 어느 숫자인지 볼 수 없다. 갑돌이는 그러나 두 카드 A, C에 적힌 두 숫자의 합은 측정할 수 있다. 측정 결과는 0, 1 또는 2일 것이고 1이 될 확률은 50%이다.

(3) 갑돌이는 측정 결과를 을순이에게 알려준다.

(4) 측정 결과가 1이면 을순이는 자기가 가지고 있는 카드 B의 숫자가 무엇인지는 모르지만 적어도 갑돌이가 가지고 있는 카드 C의 숫자와 같은 것만은 확실히 알 수 있다.



〔그림 6〕 고전 텔레포테이션

(1)에서 두 카드는 카드 A의 숫자가 1이면 카드 B의 숫자는 반드시 0이고 카드 A의 숫자가 1이면 카드 B의 숫자는 반드시 0인, 즉 A+B=1의 분명한 상관관계를 갖는다. (4)에서 갑돌이의 측정결과가 1이라는 것은 두 카드 A와 C의 숫자의 합이 1, 즉 A+C=1이라는 의미이다. A+B=1이고 A+C=1이면 B=C가 되는 것은 자명한 일이고 따라서 을순이의 카드 B의 숫자는 갑돌이의 카드 C의 숫자와 같다. 이 카드의 문제와 양자텔레포테이션과의 유사성을 보도록 하자. 두 카드의 A+B=1의 상관관계는 양자텔레포테이션에서 두 입자가 $|\Psi^-\rangle_{AB}$ (또는 $|\Psi^+\rangle_{AB}$)의 얽힘관계에 있는 것과 유사하다. 카드 A의 숫자가 0이면 카드 B의 숫자가 1인 것과 같이 입자 A의 상태가 $|0\rangle$이면 입자 B의 상태는 $|1\rangle$이다. 카드 A와 C의 숫자의 합이 카드 A와 B의 숫자의 합과 같을 때 을순이의 카드 B의 숫자가 갑돌이의 카드 C의 숫자와 같은 것은 입자 A와 C를 대상으로 한 벨상태 측정의 결과가 원래 입자 A와 B의 얽힘상태인 $|\Psi^-\rangle$가 될 때 입자 B의 상태가 입자 C의 원래의 상태와 같게 되

는 것과 유사하다.

그러나 양자텔레포테이션은 두 카드의 문제와 분명히 다른 점들이 있다. 예를 들어 두 카드의 문제에서는 갑돌이의 측정 결과가 1이면 카드 B와 카드 C의 숫자를 언제 비교하더라도 같게 나오겠지만, 양자텔레포테이션에서는 벨상태 측정의 결과로 텔레포테이션이 성공되는 순간 양자상태 붕괴의 영향으로 입자 B의 벨측정 후의 상태가 입자 C의 벨측정 전의 상태와 같아지는 것이다. 벨상태 측정후의 입자 C의 상태는 더 이상 벨상태 측정 전의 상태가 아니다. 즉 벨상태 측정으로 인해 측정 전의 입자 C의 상태가 입자 C에서는 사라지고 대신 공간상 떨어져 있는 입자 B에 나타나는 것이다. 이것이 바로 이 과정을 양자텔레포테이션이라고 부르는 이유이다. 만일 입자 C의 상태가 그대로 있었다면 아마도 양자복사 또는 양자팩스라고 부르는 것이 더 타당했을 것이다. 이것은 양자역학의 복사불가원리(No Cloning Theorem)로도 이해할 수 있다. 복사불가원리에 의하면 모르는 양자상태를 완전히 복사하는 것은 불가능하다. 만일 입자 C의 상태가 그대로 있고 입자 B에도 나타났다면 이것은 복사불가원리에도 위배된다.

VII. 양자텔레포테이션에 대한 추가 논의

서론에서 언급하였듯이 일반이 인식하는 텔레포테이션의 특징은 사람 또는 물체의 공간적 이동이라는 것과 또 그 이동이 즉각적이라는 것이다. 이에 반해 양자텔레포테이션은 물체가 직접 이동하는 것이 아니고 물체의 상태만이 한 입자에서 공간에 떨어져 있는 다른 입자로 전이되는 것임을 알았다. 그러면 양자텔레포테이션은 즉각적인가? 답은 아니다 이다. 양자텔레포테이션의 과정을 살펴보면 갑돌이가 그의 벨상태 측정 결과를 을순이에게 고전통신의 방법으로 알려주는 것이 꼭 필요하다. 벨상태 측정의 네 가능한 결과 중 어느 결과가 나왔는지를 알아야 을순이가 이에 대응하는 유니테리 변환을 수행하여 텔레포테이션이 완수되기 때문이다. 즉 양자 상태의 전달, 다시 말하면 정보의 전달이 즉각적으로 되는 것이 아니고 고전통신의 속도 즉 빛의 속도에 제한을 받는다. 인과율(Causality)이 위배되는 것도 아니고 상대성이론에 위배되는 초광속(Superluminal)의 정보 전달도 아니다.

양자텔레포테이션은 큐비트 상태의 형태를 갖는 정보의 전달 과정이라고 볼 수 있다. 그러면 한 큐비트 상태의 정보를 전달하기 위해 무엇이 필요한가? 우선 갑돌이의 벨상태 측정 결과가 고전 채널을 통해 갑돌이에서 을순이로 전달되어야 한다. 네 개의 가능한 결과 중 하나를 알려주기 때문에 두 개의 고전 비트(Classical Bit)가 필요하다. 거기에 덧붙여서 갑돌이와 을순이가 사전에 공유해야 하는 얽힘이 필요하다. 보통 최대얽힘상태의 얽힘의 양을 한 개의 e-비트(ebit)로 정의한다. 따라서 양자텔레포테이션을 위해 필요한 최소의 자원은 두 개의 고전 비트와 한 개의 e-비트이다.

VIII. 양자텔레포테이션의 과거와 미래

양자텔레포테이션의 발전 상황을 간단히 알아보도록 하자. 양자텔레포테이션의 아이디어는 1993년 미국 IBM의 Bennett박사와 그의 5명의 공동연구자들이 Physical Review Letters에 발표한 논문[3]에서 최초로 제안되었다. 약 4년 후에 이태리의 DeMartini 그룹[4]과 오스트리아의 Zeilinger그룹[5]이 광자의 편광상태의 양자텔레포테이션을 실험적으로 수행하는데 최초로 성공하였다. 이러한 최초의 이론과 실험들이 두 기본상태로 구성되는 큐비트의 상태의 텔레포테이션을 다룬데 이어서 Vaidman[6], 그리고 Braunstein과 Kimble[7]은 연속변수로 기술되는 양자상태의 텔레포테이션을 고려했고, 이를 기반으로 미국 Caltech의 Kimble그룹[8]은 1998년에 빛의 간섭성상태(Coherent State)의 양자텔레포테이션 실험에 성공하였다.

양자텔레포테이션의 실험적 구현이 쉽지 않은 이유는 우선 이상적으로는 단일광자를 다루어야 하는데 단일광자를 발생시키는 광원, 또 벨상태 측정에서 요구되는 단일광자를 높은 효율로 측정할 수 있는 검출기가 있어야 된다는 점이고, 또한 얽힘을 그대로 유지시키면서 장거리에 걸쳐 분배시키는 것이 현실적으로 어렵다는 점이다. 이러한 어려움 속에서 스위스의 Gisin그룹[9]은 최근 광섬유의 길이로 2km 떨어진 두 지점 사이에서의 양자텔레포테이션을 성공시켰다.

최근의 주목할 만한 발전 중 하나는 두 광자의 얽힘 뿐 아니라 두 원자의 얽힘, 더 나아가 두 원자 앙상블(Atomic Ensemble)사이의 얽힘을 생성시킬 수 있는 것을 보인 것이다[10]. 지금까지는 사실상 텔레포테이션이 광자의 상태에 국한되어 있었지만 앞으로는 원자, 원자 앙상블, 궁극적으로는 거시세계의 물체의 상태의 양자텔레포테이션이 이루어질 수 있을지 두고 볼 일이다. 나아가서 양자텔레포테이션이 양자통신의

수단으로 널리 쓰이게 될지, 그렇게 되는 양자정보의 시대가 언제 우리에게 다가올지 기대를 가지고 지켜볼 만 하겠다.

참 고 문 헌

〔1〕 양자텔레포테이션에 관한 간단한 소개 글은 IBM의 홈페이지 http://www.research.ibm.com/quantuminfo/teleportation/index.html에서 찾아볼 수 있다. 또한 A. Zeilinger가 Scientific American 의 2000년 4월호 32쪽에 발표한 글이 있고 본 저자가 물리학과 첨단기술 2001년 5월호 9쪽에 발표한 글도 있다. 책으로는 D. Bouwmeester et al.의 The Physics of Quanrum Information(Springer, 2000)이 좋은 참고서이다.

〔2〕 A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935).

〔3〕 C. H. Bennett, et al., Phys. Rev. Lett. 70, 1895 (1993).

〔4〕 D. Boschi, et al., Phys. Rev. Lett. 80, 1121 (1998).

〔5〕 D. Bouwmeester, et al., Nature (London) 390, 575 (1997).

〔6〕 L. Vaidman, Phys. Rev. A 49, 1473 (1994).

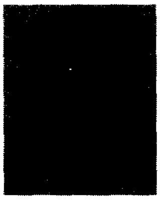
〔7〕 S. L. Braunstein and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 80, 869 (1998).

〔8〕 A. Furusawa, et al., Science 282, 706 (1998).

〔9〕 I. Marcikic, et al., Nature (London) 421, 509 (2003).

〔10〕 B. Julsgaard, et al., Nature (London) 413, 400 (2001).

〈著 者 紹 介〉



이 해 웅 (Hai-Woong Lee)

1970 : 서울대학교 물리학과 학사
1977 : 미국 University of Pittsburgh 물리학과 Ph.D.
1977~1978 : 미국 University of Rochester 연구원
1979~1980 : 미국 University of Arizona 연구원
1980~1981 : 미국 University of New Mexico 연구원
1981~1989 : 미국 Oakland University 조교수/부교수
1989~현재 : 한국과학기술원 물리학과 교수