

GHM 기법을 이용한 회전하는 복합재-VEM 박판보의 진동해석# Vibration Analysis of Composite-VEM Thin-walled Rotating Beam Using GHM Methodology

나 성 수[†] · 박 재 용* · 박 철 휴** · 곽 문 규***

Sungsoo Na, Jaeyong Park, Chulhue Park and Moon K. Kwak

(2004년 6월 2일 접수 : 2004년 6월 22일 심사완료)

Key Words : Composite-VEM Thin-walled Beam(복합재-VEM 박판보), Viscoelastic Material(점탄성 재료), GHM Method(GHM 기법), Flapping-lagging Motion(플래핑-래깅 운동), Passive Damping(수동감쇠)

ABSTRACT

This paper concerns the analytical modeling and dynamic analysis of advanced rotating blade structure implemented by a dual approach based on structural tailoring and viscoelastic material technology. Whereas structural tailoring uses the directionality properties of advanced composite materials, the passive material technology exploits the damping capabilities of viscoelastic material (VEM) embedded into the host structure. The main structure is modeled as a composite thin-walled beam incorporating a number of nonclassical features such as transverse shear, anisotropy of constituent materials, and rotary inertia etc. The VEM layer damping treatment is modeled by using the Golla-Hughes-McTavish (GHM) method, which is employed to account for the frequency-dependent characteristics of the VEM. The displayed numerical results provide a comprehensive picture of the synergistic implications of both techniques, namely, the tailoring and damping technology on dynamic response of a thin-walled beam structure exposed to external time-dependent excitation.

기 호 설 명

a_{ij}, b_{ij} : 형상이 고려된 강성계수와 질량계수
 $\bar{a}_n, \bar{\xi}_n, \bar{\omega}_n$: GHM방정식의 매개변수
 b, c : 구조물 단면의 세로, 가로길이
 ∂W_f : 외부힘에 의한 가상일

E_i, G_i : i 방향의 탄성계수와 전단변형계수
 F_w : 1차 외평함수
 $z(s)$: 보조소산좌표
 θ : 복합재의 화이버 각도
 θ_x, θ_y, ϕ : x, y, z 방향의 회전 변위
 L : 구조물의 길이
 M_c, K_c : 복합재의 질량과 강성 행렬
 M_v, K_v : VEM의 질량과 강성 행렬
 v : 푸아송 비
 $na(s)$: 2차 외평함수
 n, s, z : 국소 좌표계
 ρ_b, ρ_v, ρ_c : 각 층의 밀도
 q_u, q_v, q_y, q_x : 일반좌표계

[†] 책임저자 : 정희원, 고려대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : nass@korea.ac.kr

Tel : (02) 3290-3370, Fax : (02) 926-9290

* 고려대학교 대학원 기계공학과

** 정희원, 포항공과대학교 기계공학과

*** 정희원, 동국대학교 기계공학과

본 논문은 2004 춘계학술대회에서 우수발표논문으로 추천되었음.

$\mathbf{R}(x, y, z, t)$: 구조물내의 임의의 위치벡터
 t_b, t_v, t_c : 기저층, VEM층, 구속층의 두께
 R_0 : 허브의 반경
 σ : 테이퍼 비
 u_0, v_0, w_0 : x, y, z 방향의 병진 변위
 u_j, v_j, y_j, x_j : 시험함수
 \bar{V}_0, \bar{U}_0 : 무차원화된 변위
 x, y, z : 전체 좌표계
 Ψ : 매개변수 벡터
 Ω : 허브의 회전속도

1. 서 론

터보엔진의 팬 블레이드의 피로파괴 현상은 비행기의 추락사고에 중요한 원인을 제공하고 있으며 그러한 피로현상은 엔진이나 허브의 조화 고조파와 블레이드의 고유진동수가 일치할 때 발생하고 있다. 또한 비행중 엔진내부로의 조류의 유입은 블레이드의 손상을 가져오며 티타늄과 같은 기존의 블레이드는 충격으로 인해 블레이드 모체부분의 취약을 야기시킴으로써 엔진사고의 결정적인 원인을 제공하고 있다. 터보팬 블레이드의 점성효과를 증가시키는 작업은 현재 미국 항공 우주국과 미국 공군에서 추진중이며 상업용 혹은 군사용항공기에 적용하기 위해 심혈을 기울이고 있다. 이러한 추세에, 보통 회전 블레이드는 가볍고 강성이 뛰어나야 하는 특성 때문에 최근 복합재로 제조될 수 있는 가능성에 대해 연구가 시작되고 있다. 복합재의 뛰어난 특성중의 하나로서 복합재는 이방성 재료이기 때문에 적층각에 따라서 즉 화이버의 방향성에 따라 다른 강성을 나타낸다. 이 논문에서는 원주방향으로 일정한 강성을 가지는 CUS(circumferentially uniform stiffness) 방식의 복합재 제조 방식으로 구성된 복합재 박판보에 점탄성이 삽입되었을 때의 진동 및 동적응답특성 고찰에 대한 연구를 목적으로 한다.

2. GHM 기법을 이용한 점탄성 재료의 모델링

2.1 GHM 모델링

점탄성 재료는 폴리머, 천연고무, 접착제, 우레탄, 에폭시, 에나멜 등 그 종류는 다양하다. 하지만 그 특

성을 모델링하는 기법은 비슷하게 적용된다. 현재까지 소개된 점탄성 물질 모델기법은 몇가지로 압축되며 맥스웰, 켈빈, 제너, 분수차 미분 모델과 GHM 모델 기법 등이 있다.⁽¹⁾ 여기서 중요한 점탄성 재료의 특성은 온도와 주파수 영역에 따라서 점탄성 재료의 강성이 달라진다는 점이다.⁽²⁾ 본 연구에서 온도는 상온으로 가정하므로 그 영향성을 여기서는 다루지 않을 것이다. 보통 주파수가 높아질수록 점탄성 재료의 강성은 높아진다. 이러한 특성이 잘 나타나는 모델은 GHM모델이다. GHM 기법은 일반적으로 사용되는 유한 요소법 또는 모드가정법과 주파수 영역에 종속적인 점탄성 물질의 물성치 측정치로부터 유도된다. "보조소산좌표(Auxiliary dissipation coordination)" [Fig. 2]라는 개념을 도입하여 점탄성 재료의 주파수 종속적인 강성변화를 상당히 근사하게 표현할 수 있다.

점탄성 물질을 스프링 k 와 소형진동계로 구성된 시스템으로 가정을 한다. 스프링 k 는 점탄성 재료의 자체 강성을 의미하고 소형 진동계는 에너지를 소산하는 역할을 담당한다. 따라서 소형 진동계가 점탄성 재료의 감쇠역할을 담당한다.

2.2 GHM 매개변수를 이용한 적합곡선(curve fitting) 구성

GHM 매개변수를 이용하여 적합곡선을 얻기 위해 식 (1)과 같이 최적화 문제를 위한 벡터를 정의한 후 GHM 모듈러스 함수의 실수부와 허수부사이 차이의 제곱을 최소화 시키는 식 (2)를 구성한다.

$$\Psi = \{\hat{\omega}_1 \cdots \hat{\omega}_k, \xi_1 \cdots \xi_k, \hat{a}_1 \cdots \hat{a}_k\} \quad (1)$$

$$\min C(\Psi) = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \{ [y_1(\Psi; \Omega) - Y_1(\Psi; \Omega)]^2 + [y_2(\Psi; \Omega) - Y_2(\Psi; \Omega)]^2 \} d\Omega \quad (2)$$

여기서

$$y_1(\Psi; \Omega) = \log \operatorname{Re}(E_{GHM}(\Psi; \Omega)), \quad (3)$$

$$Y_1(\Psi; \Omega) = \log \operatorname{Re}(E_{ex}(\Psi; \Omega))$$

$$y_2(\Psi; \Omega) = \log \operatorname{Im}(E_{GHM}(\Psi; \Omega)), \quad (4)$$

$$Y_2(\Psi; \Omega) = \log \operatorname{Im}(E_{ex}(\Psi; \Omega))$$

위의 방법을 통해서 소형진동기의 갯수에 따라서 매개 변수값을 선정해서 Table 1에 나타내었다.

위의 매개변수를 GHM모듈러스 함수에 대입하여 실측값과 비교하여 그래프로 나타내면 Fig. 1과 같다.

Table 1 GHM parameters

1 GHM multiexpansion terms ⁽⁵⁾		
$\hat{\omega}_1 = 10,000$	$\hat{\alpha}_1 = 6$	$\hat{\zeta}_1 = 4$
2 GHM multiexpansion terms		
$\hat{\omega}_1 = 11,000$	$\hat{\alpha}_1 = 5.6$	$\hat{\zeta}_1 = 4.6$
$\hat{\omega}_2 = 300,000$	$\hat{\alpha}_2 = 100.1$	$\hat{\zeta}_2 = 1.1$
3 GHM multiexpansion terms		
$\hat{\omega}_1 = 14,000$	$\hat{\alpha}_1 = 2.3$	$\hat{\zeta}_1 = 9.4$
$\hat{\omega}_2 = 24,000$	$\hat{\alpha}_2 = 0.5$	$\hat{\zeta}_2 = 1.1$
$\hat{\omega}_3 = 20,000$	$\hat{\alpha}_3 = 5.1$	$\hat{\zeta}_3 = 4.0$
4 GHM multiexpansion terms		
$\hat{\omega}_1 = 14,000$	$\hat{\alpha}_1 = 2.3$	$\hat{\zeta}_1 = 9.4$
$\hat{\omega}_2 = 24,000$	$\hat{\alpha}_2 = 0.5$	$\hat{\zeta}_2 = 1.1$
$\hat{\omega}_3 = 30,000$	$\hat{\alpha}_3 = 5.1$	$\hat{\zeta}_3 = 4.0$
$\hat{\omega}_4 = 23,000$	$\hat{\alpha}_4 = 2.1$	$\hat{\zeta}_4 = 2.0$

그래프에서 점으로 표기한 값이 실측값이며 관찰하는 주파수 대역을 1200 rad/sec으로 제한한 후에 적합곡선구성을 한 것이기 때문에 그 이후의 실측값과 곡선과의 값에는 차이가 있다. 진동기를 4개로 확장한 모델이 실측값에 적합곡선을 구성할 때 다른 값에 비해 좀 더 근접한 값을 가짐을 알 수 있다.

2.3 GHM 모델링에 의한 운동방정식 유도

실험자료를 통해서 3 k개의 미정계수를 설정하면 GHM기법의 점탄성 재료에 대한 물성치는 모두 얻어지는 셈이다.

GHM기법하에서 점탄성 물질에 대한 선형 응력-변형률 관계는 다음과 같이 표현된다.⁽⁴⁾

$$\sigma(t) = E(t)\epsilon(0) + \int_0^t E(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \epsilon(\tau) d\tau \quad (5)$$

여기서 ϵ 는 "0"보다 작은 시간에서는 "0"을 갖는다고 가정한다. $E(t)$ 는 점탄성 재료의 계수함수(modulus function)로 정의된다. 위 식을 라플라스 변환시켜서 쓰면 다음과 같다.

$$\sigma(s) = sE(s)\epsilon(s) \quad (6)$$

$$E(s) = E^\infty(1+h(s)) = E^\infty \left(1 + \sum_{n=1}^k \frac{\hat{\alpha}_n s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s}{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} \right) \quad (7)$$

여기서 E^∞ 는 $E(t)$ 의 평형값(the equilibrium value of the modulus)이다. $\hat{\omega}_n, \hat{\zeta}_n, \hat{\alpha}_n$ 는 점탄성의 강성 계수추정치를 curve fitting하여 얻을 수 있다. 전체 운동방정식을 감쇠까지 기술하여 라플라스 영역에서 표현하면 다음과 같다.⁽⁵⁾

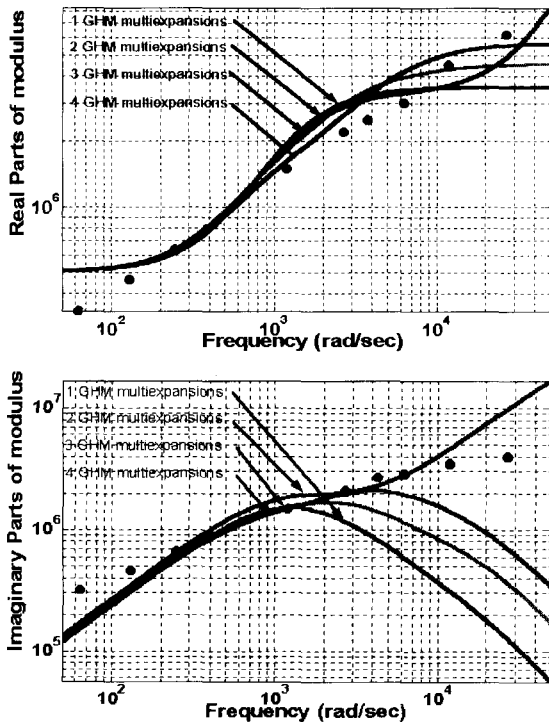


Fig. 1 The final optimized curve fitting plot

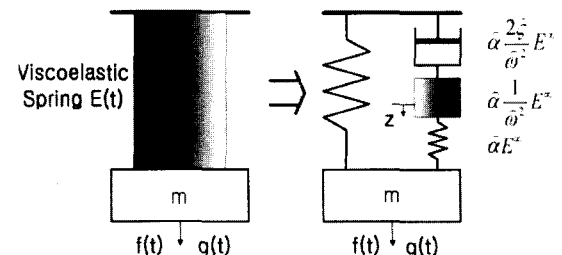


Fig. 2 The "mini-oscillator" mechanical analogy

$$M_v s^2 x(s) + E^{\infty} \left(1 + \sum_{n=1}^k \hat{\alpha}_n \frac{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s}{s^2 + 2\hat{\zeta}_n \hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} \right) K(s) x(s) = F(s) \quad (8)$$

보조소산좌표를 도입하면 다음식과 같다.

$$z(s) = \frac{\hat{\omega}^2}{s^2 + 2\hat{\zeta}\hat{\omega}s + \hat{\omega}^2} x(s) \quad (9)$$

식(8)와 식(9)를 연립하여 다시 정리하고 소형진 동기를 하나로 가정하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} M_v & 0 \\ 0 & \frac{\hat{\alpha} E^{\infty}}{\hat{\omega}^2} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\hat{\alpha}\hat{\zeta} E^{\infty}}{\hat{\omega}} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1+\hat{\alpha})E^{\infty}K & -\hat{\alpha}E^{\infty}K \\ -\hat{\alpha}E^{\infty}K & \hat{\alpha}E^{\infty}K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3. 복합재-VEM 박판보

3.1 기본 가정과 동역학적 모델링

테이퍼된 복합재 박판보는 일정한 각속도로 회전하 는 허브에 지지되어 있다. [Fig. 3]

박판보의 지배방정식을 유도할 때 다음 가정을 사 용하였다.⁽⁶⁾ (1) 원래 단면의 형상은 보의 변형 후에 도 항상 보존된다. 이 가정은, 단면 자체의 변형이 축 방향의 변위(strain)에 비해서 상대적으로 무시할 수 있기 때문에 가능하다. (2) 복합재의 감쇠는 고려하

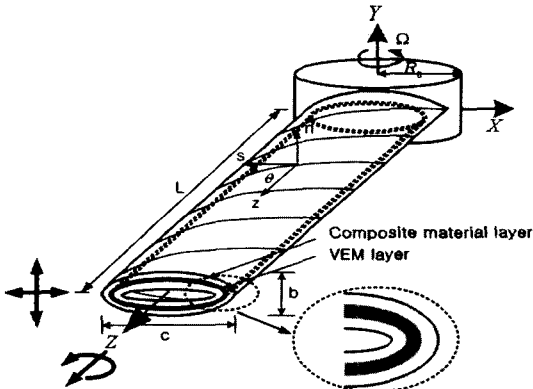


Fig. 3 Geometric configuration of composite-VEM thin-walled rotating beam

지 않으며, 구조물이 지지된 허브의 회전에 의한 코리올리 가속도와 원심 가속도를 고려하였다. 그리고 (3) 전단변형효과가 도입되었다. 본 연구에서는 종방향 및 횡방향연성운동(flapping-lagging coupled motion)과 축방향 및 비틀림연성운동(extension twist coupled motion)으로 양분되는 특수한 구조물인 CUS (circumferentially uniform system)에 대해서 고찰하였다. 이 구조물은 중간층에 점탄성 물질이 삽입된 층으로 샌드위치 보이론을 도입해야 한다.⁽⁷⁾ 먼저 복합재층의 전단 변형이 존재하고 점탄성층에서도 전단 변형이 존재하기 때문에 이에 대한 관계식을 구해야 한다.[Fig. 4] 횡방향 하중이 가해졌을 때 구조물층의 형상을 표현하면 다음과 같다.

각 변위변수의 함수로 표현된 각 층의 변위벡터는 다음과 같다.^(6, 12)

$$u_i(x, y, z, t) = u_{0,i} - y\phi(z, t) \quad (11)$$

$$v_i(x, y, z, t) = v_{0,i} + x\phi(z, t) \quad (12)$$

$$w_i(x, y, z, t) = w_0(z, t) + \theta_x(z, t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] + \theta_y(z, t)[x(s) + n \frac{dy}{ds}] - \phi'(z, t)[F_w(s) + na(s)] \quad (13)$$

$$\theta_{x,i}(z, t) = \gamma_{y_x,i}(z, t) - v'_{0,i}(z, t) \quad (14)$$

$$\theta_{y,i}(z, t) = \gamma_{x_y,i}(z, t) + u'_{0,i}(z, t) \quad (i = b, v, c) \quad (15)$$

여기서 u_0, v_0, w_0 는 각각 x, y, z 축 방향의 병진운동을 나타내며, θ_x, θ_y, ϕ 축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한 $F_w(s)$ 와 $na(s)$ 는 각각 1차 와평함수와 2차 와평함수를 나타낸다. 그리고 b, v, c 는 각각

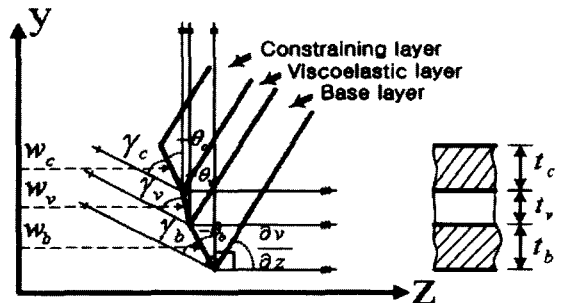


Fig. 4 Geometry and deformation of a beam with Composite-VEM-Composite layers

기저(base)층, 점탄성(VEM)층, 구속층을 의미한다. 여기서 각 층마다 자유도가 6개가 되어 3층이므로 총 18개의 자유도가 생겨난다. 하지만 3층의 자유도가 종속적으로 관련되어 있으므로 6개의 독립자유도로 표현이 가능하다. 복합재는 적층각에 따라 강성이 변하므로 다음과 같은 관계식이 필요하다.^(8, 9)

$$E_i = \frac{E_1}{m^4 + \left(\frac{E_1}{G_{12}} - 2\nu_{12}\right)n^2 m^2 + \frac{E_1}{E_2} n^4} \quad (16)$$

$$G_i = \frac{G_{12}}{n^4 + m^4 + 2\left(2\frac{G_{12}}{E_1}(1+2\nu_{12}) + 2\frac{G_{12}}{E_2} - 1\right)n^2 m^2} \quad (17)$$

여기서 $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$, $\theta =$ 적층각
각 층의 전단변형률은 서로 다음과 같은 관계가 있다.

$$\gamma_i = \frac{\tau}{G_i} = \frac{V}{G_i b (E_b I_b + E_v I_v + E_v I_v)} \int_A E_i y dA \quad (18)$$

$$\gamma_b : \gamma_v : \gamma_c = P_b : P_v : P_c \quad (19)$$

여기서 P_b, P_v, P_c 는 식(18)의 각층의 값을 대입한 값이다. 그리고 길이방향으로는 각층의 값이 다음과 같은 관계가 성립한다.^(10, 11)

$$w_v = w_b - \frac{t_b}{2} \gamma_{yz,b}(z;t) + \frac{t_v}{2} \theta_{x,v} - \frac{t_b}{2} \gamma_{xz,b}(z;t) + \frac{t_v}{2} \theta_{y,v} \quad (20)$$

$$w_c = w_b - \frac{t_b}{2} \gamma_{yz,b}(z;t) - \frac{t_c}{2} \gamma_{yz,c}(z;t) + t_v \theta_{x,v} - \frac{t_b}{2} \gamma_{xz,b}(z;t) - \frac{t_c}{2} \gamma_{xz,c}(z;t) + t_v \theta_{y,v} \quad (21)$$

그리고 $v_{0,b} = v_{0,v} = v_{0,c}$ 이고 $u_{0,b} = u_{0,v} = u_{0,c}$ 라고 가정한다. 그러면 자유도는 위에서 말한 것과 같이 기저층의 자유도로서 점탄성층과 구속층의 자유도가 종속적으로 표현이 가능하다.

변형된 구조물의 어느 한 점 $M(x, y, z)$ 의 위치벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽¹²⁾

$$\mathbf{R}(x, y, z, t) = (x+u)\mathbf{i} + (y+v)\mathbf{j} + (z+w)\mathbf{k} + \mathbf{R}_0 \quad (22)$$

회전속도가 일정하다고 가정하면 점의 속도와 가속도는 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{R}} = [\dot{u} - \Omega(y+v)]\mathbf{i} + [\dot{v} + \Omega(x+u)]\mathbf{j} + \dot{w}\mathbf{k} \quad (23)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} = [\ddot{u} - 2\Omega\dot{v} - (x+u)\Omega^2]\mathbf{i} + [\ddot{v} + 2\Omega\dot{u} - (y+v)\Omega^2]\mathbf{j} + \ddot{w}\mathbf{k} \quad (24)$$

본 구조물의 경우에 운동에너지 κ 와 포텐셜 에너지는 다음과 같이 각각 표현된다.

$$K_i = \frac{1}{2} \int_V \rho_i (\dot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}}) d\tau \quad (25)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{i,j} \epsilon_{i,j} d\tau = \frac{1}{2} \int_0^L \oint_C \int_{h_1} [\sigma_{i,z} \epsilon_{i,z} + \sigma_{i,sc} \gamma_{i,sc} + \sigma_{i,rc} \gamma_{i,rc}] dndsdz \quad (26)$$

($i = b, v, c$, $d\tau = dndsdz$)

가상일은 외부에서 가해진 힘에 의해 구성된다.

$$\delta W_f = \int_0^L f(z, t) \delta v(z, t) dz \quad (27)$$

3.2 구조물의 운동방정식과 경계조건

식 (25)~(27)을 확장된 헤밀턴 원리(the extended Hamilton's principle) 식 (28)에 적용하면 종방향 및 횡방향 연성 운동방정식과 그와 연관된 경계조건식을 유도할 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta U + \delta W) dt = 0$$

$$\delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = 0 \text{ at } t = t_1, t_2 \quad (28)$$

종방향 및 횡방향 연성 운동방정식은 다음과 같다.⁽¹⁴⁾

$$\delta u_0 : a_{44}(u_0'' + \theta_y') + a_{43}\theta_x'' + b_1\Omega^2[R(z)u_0']' - 2b_1\Omega\dot{w}_0 + b_1\Omega^2 u_0 - b_1\ddot{u} = 0 \quad (29)$$

$$\delta v_0 : a_{35}(v_0'' + \theta_x') + a_{52}\theta_y'' + b_2\Omega^2[R(z)v_0'] - b_2\ddot{v} = P_m \quad (30)$$

$$\delta\theta_y : a_{22}\theta_y'' + a_{25}(v_0'' + \theta_x') - a_{43}\theta_x' - a_{44}(u_0' + \theta_y) - (b_3 + b_{15})(\ddot{\theta}_y - \Omega^2\theta_y) = 0 \quad (31)$$

$$\delta\theta_x : a_{33}\theta_x'' + a_{34}(u_0'' + \theta_y') - a_{52}\theta_y' - a_{55}(v_0' + \theta_x) - (b_4 + b_{14})(\ddot{\theta}_x - \Omega^2\theta_x) = 0 \quad (32)$$

그에 따른 경계조건은 아래와 같다.

$z=0$ 에서 $u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0$ 이고
 $z=L$ 에서

$$\delta u_0 : a_{44}(u_0'' + \theta_y') + a_{43}\theta_x'' = 0 \quad (33)$$

$$\delta v_0 : a_{55}(v_0'' + \theta_x') + a_{52}\theta_y'' = 0 \quad (34)$$

$$\delta\theta_y : a_{22}\theta_y'' + a_{25}(v_0'' + \theta_x') = 0 \quad (35)$$

$$\delta\theta_x : a_{33}\theta_x'' + a_{34}(u_0'' + \theta_y') = 0 \quad (36)$$

여기서 a_{ij} 는 복합재-VEM보의 강성계수를 나타내며, b_i 는 질량계수를 나타낸다.^(6, 12)

고유치 문제의 해를 구하기 위해 변위변수를 다음과 같이 표현한다.

$$u_0(z;t) = u_j(z)q_u(t), \quad v_0(z;t) = v_j(z)q_v(t) \\ \theta_y(z;t) = y_j(z)q_y(t), \quad \theta_x(z;t) = x_j(z)q_x(t) \quad (37)$$

여기서 u_j, v_j, y_j, x_j 은 시험함수 q_u, q_v, q_y, q_x 는 일반좌표계이다. 위에서처럼 표현된 변위변수를 원래 운동 방정식에 대입해서 이산화된 운동방정식을 유도할 수 있다.⁽¹³⁾

$$[M]\ddot{q}(t) + [K]q(t) \\ = [M_c + M_v]\ddot{q}(t) + [K_c + K_v]q(t) = F(t) \quad (38)$$

여기서 아래첨자 c 는 복합재를 의미하고 v 는 VEM을 의미한다. 이렇게 구성된 M, K 행렬을 가지고 GHM 기법을 적용하여 기저층, VEM층 그리고 구속층 등 3층이 통합된 전체 시스템의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_c + M_v & 0 \\ 0 & \frac{\bar{\alpha}E^{\infty}}{\bar{w}^2}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\bar{\alpha}\zeta E^{\infty}}{\bar{w}}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_c + (1+\bar{\alpha})E^{\infty}K_v & -\bar{\alpha}E^{\infty}K_v \\ -\bar{\alpha}E^{\infty}I & \bar{\alpha}E^{\infty}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

4. 수치적 해석결과

Table 2와 3은 각각 복합재와 점탄성 재료의 물성치를 나타내고 있다. Table 4의 GHM 매개변수는 소형 진동기가 하나라고 가정했을 때 주어진 값이며 그림 4~8까지의 결과에 사용되었다. 수치해석에 적용된 외력은 스텝 분포외력이며 크기는 $P_m = 875N/m$ 이다.

Table 5는 실측값과 GHM 모듈러스 함수로 구성된 운동방정식으로 구한 구조물의 1~3차 모드의 고유 진동수와 감쇠비를 각각 나타낸 것이다. 실측값과 GHM 기법으로 모델링한 값이 1~3차 모드까지 모두 매우 근사하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. Fig.

Table 2 Composite material properties (Graphite/Epoxy)⁽¹²⁾

L	2,032 m	G_{12}	3.103E9 N/m ²
$b = t_c$	(4.953E-3)/2 m	$G_{23} = G_{31}$	2.551E9 N/m ²
R	0,254 m	$u_2 = u_3 = u_{31}$	0.25
E_1	2.068E11 N/m ²	ρ	1528.227 kg/m ³
$E_2 = E_3$	5.171E9 N/m ²		

Table 3 Viscoelastic material properties (ISD-112)⁽⁵⁾

L	2,032 m	G	5E5 N/m ²
t_v	2.477E-4 m (5 %)	ρ	1,250 kg/m ³
E	1.4E6 N/m ²	ν	0.4

Table 4 GHM parameters⁽⁵⁾

$\bar{\alpha}$	6
$\bar{\zeta}$	4
\bar{w}	10,000

Table 5 The natural frequencies and damping ratios for the composite-VEM blade using 1~4 mini-oscillators

ISD-112		VEM thickness				mini-oscillators
1 st Mode	Natural frequency (rad/s)	160	160	160	160	160
	Damping ratio (%)	0.820	0.620	0.700	0.660	0.619
2 nd Mode	Natural frequency (rad/s)	226	227	227	227	227
	Damping ratio (%)	1.85	1.96	2.22	2.07	1.94
3 rd Mode	Natural frequency (rad/s)	597	601	601	602	601
	Damping ratio (%)	2.98	3.77	4.32	3.68	3.45

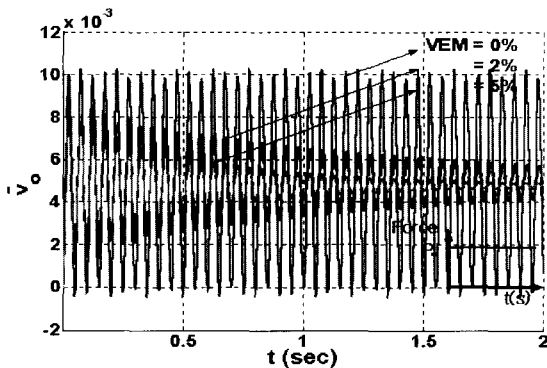


Fig. 5 Nondimensional transverse deflections of the blade tip subjected to step loading for various VEM thickness ($\Omega=100$ rad/sec, $\sigma=1$, $\theta=45^\circ$)

5~9에서 외력은 스텝 형태의 힘으로 y축방향으로 분포되어 가해지고 있다고 가정하였다. 점탄성 재료 층은 복합재 전체에 걸쳐서 삽입되어 있다고 가정한다.[Fig. 3]

Fig. 5와 6은 VEM층의 두께를 증가시키에 따라서 블레이드 끝단에서의 플랩동적응답을 시간과 주파수 영역에서 각각 보여 주고 있다. 본 연구결과의 VEM의 두께 범위에서 VEM의 두께가 증가함에 따라 고유진동수와 댐핑특성이 증가하고 따라서 감쇠특성이

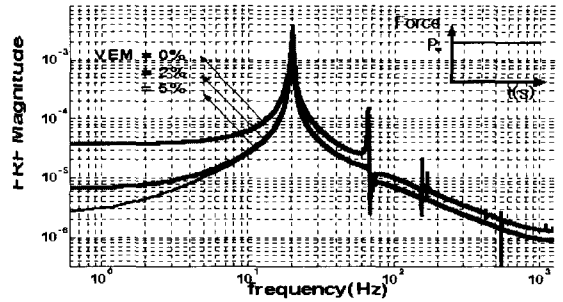


Fig. 6 FFT diagram of blade tip displacement exposed to step loading for various VEM thickness

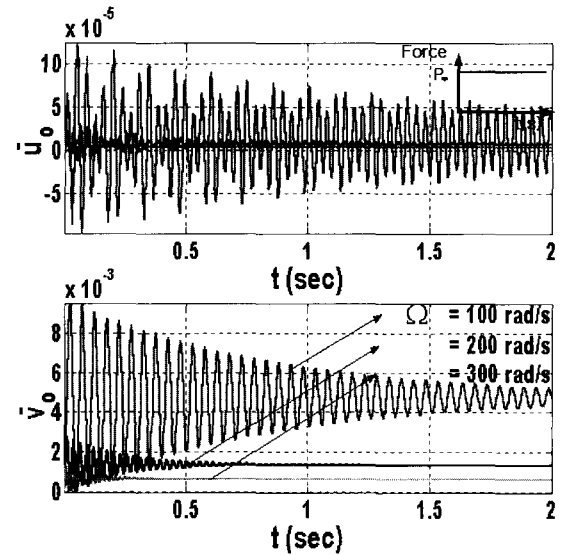


Fig. 7 Nondimensional dynamic response of blade tip subjected to step loading for different rotating speeds

증가함을 확인할 수 있다. 단, VEM의 두께에 따라서 항상 감쇠특성이 비례해서 증가하지는 않으며 온도에 따라 감쇠특성도 변한다.⁽²⁾

Fig. 7에서는 다른 조건들은 특정값으로 고정시키고 회전속도만 변화시킬 때 회전속도가 증가할수록 강성이 증가하고 따라서 고유진동수도 증가하며 감쇠비도 커짐을 알 수 있다. 또한 회전속도의 증가에 따라 블레이드 끝단의 동적응답도 현저히 줄어들고 있다. 화이버의 적층각이 45도 일 때 연성특성에 의해서 래깅방향의 동적응답도 나타나며 일반적인 특성은 플랩방향의 동적응답과 같다.

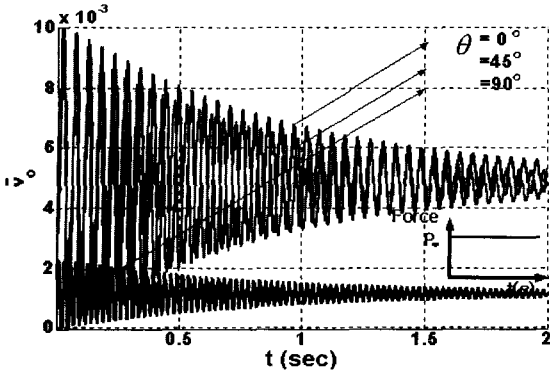


Fig. 8 The influence of ply angles on dynamic response of blade tip exposed to step loading with 5% VEM thickness and $\Omega=100$ rad/s

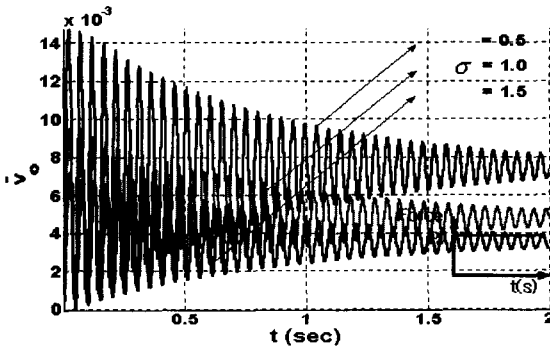


Fig. 9 The effect of taper ratios to dynamic response of blade tip subjected to step loading with 5% VEM thickness, $\theta=45^\circ$ and $\Omega=100$ rad/s

Fig. 8에서는 스텝 외력이 작용할 경우 화이버의 적층각에 따른 블레이드의 끝단에서의 플랩변위응답을 나타내었다.

다른 조건들은 특정값으로 고정시키고 적층각도만 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 로 변화시키면 그에 따라 굽힘강성이 커지므로 플랩동적응답폭은 작아지고 있다. 반면에 래깅 응답의 경우는 본 결과에서는 생략하였지만 화이버 적층각이 0° 와 90° 에서 연성특성이 소멸되므로 응답이 나타나지 않으며 45° 의 경우만 래깅동적응답이 나타나고 있다.

Fig. 9에서는 다른 조건들은 특정값으로 고정시키고 테이퍼비의 변화만 주었을 때 테이퍼비가 커짐에 따라서 고유진동수가 커지며 그에 따른 작아진 동적응답변위를 확인할 수 있었다.

5. 결과 및 토의

본 연구는 복합재 구조물의 테일러링 기법과 점탄성 재료의 수동감쇠특성에 대한 모델링을 통해서 회전하는 복합재-VEM 박판보 구조물의 진동특성과 동적응답을 예측하였다. 복합재 구조물의 테일러링 기법은 화이버 적층각의 방향성을 고려하였으며, 수동감쇠기법은 복합재 구조물 내에 삽입된 점탄성 재료의 감쇠특성이 적용되었다. 복합재는 전단특성, 이방성특성, 코리올리 가속도, 회전 관성 등 다양한 특성이 고려되었다. VEM층의 감쇠특성은 주파수특성을 잘 표현하는 GHM기법이 적용되었으며 복합재-VEM로 구성된 박판 블레이드 구조물에서 GHM 기법으로 표현된 점탄성 물질의 감쇠능력에 대한 시간에 관한 동적응답특성의 연구결과를 통해 펜블레이드 구조물의 감쇠특성을 점탄성재료의 삽입을 통해서 성공적으로 얻을 수 있음을 수치적 해석을 통해서 확인하였다.

후기

Sungsoo Na acknowledges the support of the work by the Basic Research Program of the Korea Science and Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0.

참고 문헌

- (1) McTavish, D. J. and Hughes, P. C. 1992, AIAA-92-2380, pp. 1753~1763. Finite Element Modeling of Linear Viscoelastic Structures: the GHM method.
- (2) Ahid D. David I. G. Jones and John P. Henderson, 1985, "Vibration damping," A Wiley-Interscience publication.
- (3) Park, C. H. and Inman, D. J. 1999, "Model Reduction of Viscoelastic Finite Element Models", Journal of Sound and Vibration, Vol. 219, No. 4, pp. 619~637.
- (4) Lakes, Roderic S, 1999, "Viscoelastic solids," CRC Press LLC.

- (5) Shi, Y. M. and Li, Z. F. 2001, "The Modelling and Vibration Control of Beams With Active Constrained Layer Damping", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 245, No. 5, pp. 785 ~ 800.
- (6) Oh, S. Y., Song, O. and Librescu, L., 2003, "Effect of Pretwist and Presetting on Coupled Bending Vibrations of Rotating Thin-walled Composite Beams" *International Journal of Solids and Structures* 40, pp. 1203~1224.
- (7) Mead D. J. and Markus S., 1969, "The Force Vibration of a Three Layer Damped Sandwich Beam with Arbitray Boundary Conditions" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 10, pp. 163~175.
- (8) Ready, J. N., 1997, "Mechanics of Laminated Composite Plates, Theory and Analysis." CRC Press LLC.
- (9) Hyer, M. W., 1997, "Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials," WCB McGraw-Hill.
- (10) Daniel J. Inman, 1996, "Engineering Vibration," Englewood Cliffs, N. J. : Prentice Hall.
- (11) Margaretha J Lam, Daniel J Inman, and William R Saunders, 2000, "Hybrid Damping Models Using the Golla-Hughes-McTavish Method with Internally Balanced Model Reduction and Output Feedback" *Smart Mater. Stuct.* 9, pp. 362~371.
- (12) Na, S. and Librescu, L., 2000, "Optimal vibration Control of Thin-walled Anisotropic Cantilevers Exposed to Blast Loadings," *Journal of Guidance, Control and Dynamics* Vol. 23, No. 3.
- (13) Park, C. H. and Kim, W. C., 1998, "Vibration Analysis of Three Layer Sandwich Beam," *Journal of KSNVE*, Vol. 8, No. 1, pp. 157~170.
- (14) 나성수, 임성남, 2004, "초기 비틀림각을 갖는 비균일 박판보 블레이드의 진동제어," 한국소음진동공학회논문집, 제 14 권, 제 6 호, pp. 486 ~ 494.