

연속체 절리와 록볼트 요소를 고려한 암반의 점소성 거동에 관한 수치해석

노승환^{1)*}, 이정인²⁾, 이연규³⁾

Numerical Analysis of the Visco-plastic Behavior of Rock Mass Considering Continuum Joints and Rock Bolt Elements

Seung-Hwan Noh, Chung-In Lee and Youn-Kyou Lee

Abstract Rock mass contains discontinuities such as faults and joints, and their mechanical properties and spatial distribution dominate the stability of rock mass. Because the deformation of rock mass occurs discontinuities in many cases. However in the case of poor quality rock mass under high stresses, the deformation along intact rock can also influence the structure's stability. In this study, two dimensional finite element program was developed with a rheological model to analyze the stability of the structure excavated in jointed rock mass. The "equivalent material" approach was used assuming intact rock, joints and rock bolts as visco-plastic materials. The program was verified by analysing an intact rock model, a jointed rock mass model and a reinforced jointed rock mass model. The displacement was examined in each model with changing the intact rock behaviour as elastic and visco-plastic. In the case of poor quality rock mass under high stresses, the assumption of visco-plastic behaviour of intact rock resulted in larger displacement than when assuming elastic behaviour for intact rock. Therefore it is recommended to add intact rock's visco-plastic behaviour to the existing model, which only assumes visco-plastic behaviour of joints and rock bolts.

Keywords Visco-plastic analysis, Equivalent material, Jointed rock mass, Rock bolts

초 록 지하암반의 변형은 단층, 절리 등의 불연속면을 따라 발생하므로 불연속면의 역학적 특성과 공간적인 분포형태는 구조물의 안정성에 큰 영향을 미친다. 한편 연약암반에 높은 응력이 작용하는 경우에는 불연속면뿐만 아니라 무결암에서의 변형이 구조물의 안정성에 영향을 줄 수 있다. 이 연구에서는 암반구조물의 안정성 해석을 위하여 무결암과 절리, 그리고 록볼트를 점소성(visco-plastic) 재료로 가정하고, 연속체 개념을 적용하여 유변학적 모델(Rheological model)에 기초한 2차원 점소성 유한요소 프로그램을 개발하였다. 무결암 모델, 절리암반 모델, 록볼트로 보강된 절리암반 모델의 분석을 통하여 개발된 프로그램을 검증하였고, 각각의 모델에서 무결암의 해석 조건(탄성/점소성)에 따른 변위의 차이를 알아보았다. 연약암반에 높은 응력이 작용할 때, 무결암을 탄성으로 해석한 경우보다 점소성으로 해석한 경우에서 지하구조물의 변위가 더 크게 나타났다. 따라서 연약암반 내 지하구조물의 안정성 해석을 위해서는 절리와 록볼트 뿐만 아니라 무결암에 대해서도 점소성 모델을 적용하는 것이 바람직한 것으로 판단되었다.

핵심어 점소성 해석, 유한요소법, 연속체 개념, 절리암반, 록볼트

1. 서 론

지하암반에 존재하는 수많은 불연속면은 일반적으로

복잡한 분포양상과 역학적 특성을 가지며, 암반과 암반구조물의 안정성에 큰 영향을 미친다. 특히 불연속면을 따라 발생하는 소성변형은 구조물을 파괴에 이르게 하는 직접적인 원인이 된다. 따라서 암반구조물의 거동을 정확히 예측하기 위해서는 불연속면의 존재로 인한 암반거동의 비선형성이 안정성 해석에 반영되어야 한다. 안정성 해석을 위한 모델 중 연속체 모델은 절리의 간격과 록볼트의 설치간격이 전체 해석대상 구조물의 크기에 비해 충분히 좁은 경우에 적용성이 높

¹⁾ LG건설 기술본부 지하공간팀

²⁾ 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수

³⁾ 군산대학교 해양과학대학 해양응용공학부 조교수

*교신저자(Corresponding Author): shnoh@lgenc.co.kr

접수일: 2004년 5월 31일

심사 완료일: 2004년 6월 18일

은 해석모델로서, 무결암, 절리, 록볼트의 물성을 유변학적 모델(rheological model)에 기초하여 결합하고 해석한다. 연속체 모델은 해석 시에 자유도를 크게 줄이고, 절리와 록볼트의 공간적인 분포특성의 변화에 따라 유한요소망을 재구성할 필요가 없다는 장점을 가지고 있어서 많이 활용되고 있다. Pande & Sharma(1983), Olofsson(1985), 이연규(1994) 등은 절리와 무결암의 역학적 성질을 결합시킨 연속체 개념의 절리암반 해석법을 사용하였다.

연속체 모델을 이용하여 지하 구조물의 안정성을 해석한 기존의 연구들은 절리보다 무결암의 강도가 훨씬 크다는 사실과 수치해석 상의 편의로 인하여 유변학적 모델로 결합된 요소 중 절리와 록볼트 두 가지 요소에서만 점소성 해석을 하였고, 무결암에 대한 점소성 해석은 배제하였다. 그러나 암반의 물리적인 특성과 주위 응력조건에 상대적 관계에 따라서 무결암도 지하 구조물의 안정성에 큰 영향을 줄 수 있다. 특히 연약암반에 높은 응력이 작용하는 경우에는 무결암에서도 큰 소성 변형이 발생할 수 있다. 따라서 현저암반의 거동을 보다 정확하게 모사하기 위해서는 무결암에 대한 소성 해석이 요구되나 현재까지 절리와 록볼트 이외에 무결암까지 소성 해석을 고려한 연구는 미진한 실정이다.

이 연구에서는 암반구조물의 안정성 해석을 위하여 Hinton & Owen(1979,1980), Pande et al(1990)의 이론과 Sharma & Pande(1988), 이연규(1994) 등의 연구에 기초하여 무결암의 점소성 거동까지 고려할 수 있는 수치해석 모델을 개발하였다. 간단한 해석모델을 선정하여 이 연구에서 개발된 프로그램의 신뢰성을 검증하였고, 기존의 Sharma & Pande(1988), 조태진과 이정인(1992; 1993)에 의해 해석된 결과들과 비교하여, 무결암의 탄성거동 가정과 점소성 거동 가정이 해석결과에 미치는 영향을 확인하였다.

2. 절리암반과 록볼트의 모델링

2.1 무결암의 모델링

Mohr-Coulomb 기준식은 간편성 때문에 실제 공학적으로 광범위하게 이용된다. 이 기준식에서는 파괴면에서의 전단응력(τ)의 크기가 아래의 식과 같은 경우에 파괴가 발생한다고 가정한다.

$$|\tau| = \sigma_n \tan \phi_0 + c_0 \quad (1)$$

여기서, σ_n 은 파괴면에서의 수직응력이고, ϕ_0 와 c_0 는 무결암의 내부마찰각(internal friction angle)과 점착

강도(cohesion)이다. 또 항복함수(F)는 다음과 같이 표현된다.

$$F = |\tau| - \sigma_n \tan \phi_0 - c_0 = 0 \quad (2)$$

Mohr circles의 기하학적인 형태로부터 항복함수(F)는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$F = \sigma_1(1 - \sin \phi_0) - \sigma_3(1 + \sin \phi_0) - 2c_0 \cos \phi_0 = 0 \quad (3)$$

또한 3차원에서 주응력을 계산하는 것은 쉽지 않기 때문에, 다음과 같은 응력 불변량 개념이 도입된다.

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (4)$$

$$J_2 = 1/6[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] \quad (5)$$

$$\theta = 1/3 \sin^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sigma^3} \right) \quad (6)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x - J_1/3 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - J_1/3 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - J_1/3 \end{vmatrix} \quad (7)$$

식 (4), 식 (5), 식 (6), 식 (7)을 이용하여 식 (3)을 변형하면, 다음과 같다.

$$F = (J_2)^{1/2} \left(\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \phi_0}{\sqrt{3}} \right) - \frac{1}{3} J_1 \sin \phi_0 - c_0 \cos \phi_0 = 0 \quad (8)$$

응력불변량의 형태로 항복기준식을 표현할 때, 유동벡터(flow vector, \mathbf{a})는 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$\mathbf{a}^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad (9)$$

여기서, $\sigma^T = \{ \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy} \}$ 이다. 식 (6)을 σ 에 대해서 미분하면,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = \frac{-\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \left[\frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma} - \frac{3J_3}{(J_2)^2} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} \right] \quad (10)$$

식 (9), 식 (10)을 이용하여 유동벡터(\mathbf{a})를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{a} = C_1 \mathbf{a}_1 + C_2 \mathbf{a}_2 + C_3 \mathbf{a}_3 \quad (11)$$

여기서,

$$a_1^T = \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} = [1, 1, 1, 0, 0, 0] \quad (12)$$

$$a_2^T = \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} = \frac{1}{2(J_2)^{1/2}}$$

$$[\sigma_x', \sigma_y', \sigma_z', 2\tau_{yz}, 2\tau_{zx}, 2\tau_{xy}] \quad (13)$$

$$a_3^T = \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \quad (14)$$

$$= \begin{bmatrix} (\sigma_y' \sigma_z' - \tau_{yz}^2 + \frac{J_2}{3}), & (\sigma_x' \sigma_z' - \tau_{xz}^2 + \frac{J_2}{3}), \\ (\sigma_x' \sigma_y' - \tau_{xy}^2 + \frac{J_2}{3}), & 2(\tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma_x' \tau_{yz}), \\ 2(\tau_{xy} \tau_{yz} - \sigma_y' \tau_{xz}), & 2(\tau_{yz} \tau_{xz} - \sigma_z' \tau_{xy}) \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial J_1} \quad (15)$$

$$C_2 = \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} - \frac{\tan 3\theta}{(J_2)^{1/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (16)$$

$$C_3 = \frac{-\sqrt{3}}{2\cos 3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (17)$$

식 (11)부터 식 (17)까지 정리된 것처럼 항복평면을 정의하기 위해서 C_1, C_2, C_3 값을 계산하면 된다.

2.2 절리의 모델링

Mohr-Coulomb 모델을 사용하는 경우 절리의 탄소성 및 점소성 해석에 대한 항복함수로 다음과 같은 식이 사용된다.

$$F_1 = |\tau| - \sigma_n \tan \phi - c = 0 \quad (18)$$

여기서, $|\tau|$ 는 절리면의 전단응력 절댓값, σ_n 은 절리면의 수직응력이고, ϕ, c 는 절리면의 마찰각과 점착 강도를 나타낸다. 절리의 전단거동에서 발생하는 점소성 변형률은 non-associated flow rule을 이용하여 계산해야 정확한 결과를 얻을 수 있다. 이에 필요한 Mohr-Coulomb 조건식 형태의 포텐셜 함수는 절리에 대한 실험결과로 정의된 팽창각(ψ)을 도입하여 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$Q_1 = |\tau| - \sigma_n \tan \Psi + const. = 0 \quad (19)$$

또한, 절리가 인장력에 대한 저항력이 없음을 반영하기 위해, 절리면에 수직한 방향으로의 인장강도가 0이라는 'no-tension' cut-off가 추가되어야 한다. 이러한 no-tension criterion에서는 associated flow rule이 적용된다.

$$F_2 = (-\sigma_n) = 0 \quad (20)$$

만약 절리의 벌어짐이 발생한다면 점소성 포텐셜함수로 식 (19)가 이용되기도 하지만 식 (19)와 식 (20)의 교점에서 발생하는 특이점에 대한 수치해석상의 난점을 해소하기 위하여 식 (21)로 표현되는 타원형태의 함수가 이용되기도 한다.

$$Q_2 = \sqrt{\alpha \tau^2 + \sigma_n^2} \quad (21)$$

여기서, α 는 상수이다. Fig. 1에서 항복함수 F_1, F_2 와 점소성 포텐셜함수 Q_1, Q_2 를 함께 도시하였다.

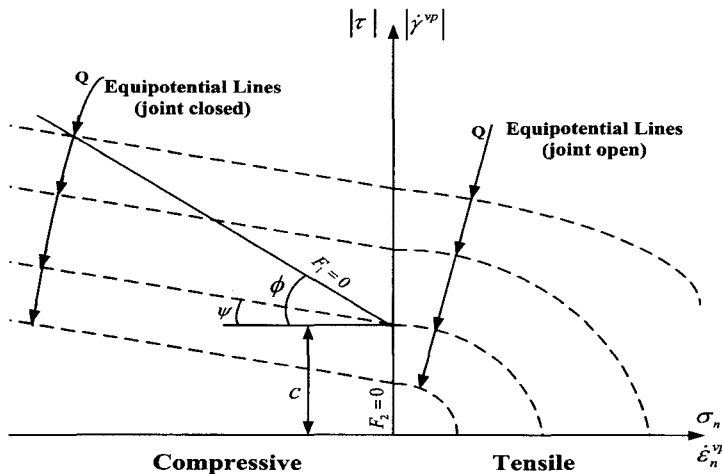


Fig. 1. Yield function and plastic potential function for a joint set (after Sharma & Pande, 1988)

2.3 록볼트의 모델링

이 연구에서는 록볼트의 모델링을 위하여 연속체적 접근방법을 사용하였다. 점소성 거동 모델을 구성할 수 있는 연속체 모델은 Pande & Sharma(1983), 이연규 (1994) 등에 의해 연구되었다.

연속체 개념에서의 볼트효과에 대한 분석은 유변학적 모델에 기초한 연속체 절리암반의 점소성 해석 알고리즘에 포함되어 수행될 수 있다. 록볼트의 재질은 강철 임을 고려하여 항복함수로 Von-Mises 항복함수를 이용하고 associated flow rule을 적용하여 탄성-완전소성체로 가정하여 점소성 해석을 할 수 있다.

$$F = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2} - \sigma_y = 0 \tag{22}$$

여기서, σ_b 는 록볼트의 축방향응력, τ_b 는 록볼트의 축방향 전단응력, σ_y 는 록볼트의 항복강도를 나타낸다.

3. 연속체적 접근법을 이용한 점소성 모델

본 연구에서는 연속체 모델 해석을 위하여 절리군과 록볼트군이 평면이고, 연속적이며, 일정한 간격을 가지고 있다고 가정하였다. 절리들이 절리 간격에 의해 나누어질 때 평면 절리에서 변형률로 해석될 수 있는 상대적인 변위를 허용하였고, 록볼트는 절리암반에 병행하여 변형하는 특성을 갖는 전면 접착형 볼트를 고려하였다. 또 모델 안의 각각의 구성요소들을 다루기 위해 전체좌표계(global co-ordinate)를 사용하였다. 따라서 각각의 구성요소마다 변환행렬을 이용하여 국부좌표계에서 전체좌표계로의 적절한 변환이 필요하다.

3.1 록볼트가 설치된 절리암반의 점소성 모델

록볼트에 의해 보강된 절리암반의 유변학적 모델은 Fig. 2에 나타나 있다. 직렬로 연결된 무결암과 절리군의 단위들에서 나타나는 응력은 동일하며, 이 단위들에서 발생하는 변형률의 합은 병렬로 연결된 록볼트 단위들에서 발생한 변형률과 동일하다. 또 전체 모델에 작용하는 하중은 평행한 각 열의 부피비로 분담되어 각 열에 작용한다. 본 연구에서는 무결암, 절리군과 록볼트 모두 점소성 변형을 하는 것으로 가정하였다.

임의의 시간단계에서 무결암에서 발생한 총 변형률증분($\Delta\epsilon_I$)은 점소성 변형률증분($\Delta\epsilon_I^e$)과 탄성 변형률증분($\Delta\epsilon_I^p$)의 합으로 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta\epsilon_I = \Delta\epsilon_I^e + \Delta\epsilon_I^p \tag{23}$$

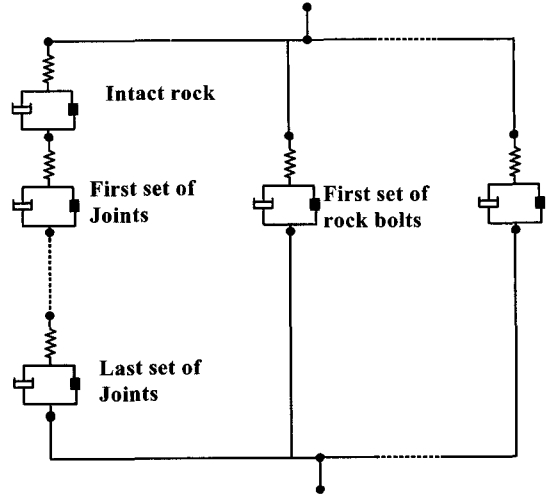


Fig. 2. Rheological model of reinforced jointed rock mass

또한 임의의 시간단계에서 j번째 절리군에서 발생한 총 변형률증분($\Delta\epsilon_j$) 역시 점소성 변형률증분($\Delta\epsilon_j^e$)과 탄성 변형률증분($\Delta\epsilon_j^p$)의 합으로 다음과 같이 표시된다.

$$\Delta\epsilon_j = \Delta\epsilon_j^e + \Delta\epsilon_j^p \tag{24}$$

따라서 무결암과 절리군으로 이루어진 절리암반의 변형률증분($\Delta\epsilon_{R.M}$)은 무결암의 변형률증분($\Delta\epsilon_I$)과 각 절리군에서 발생한 변형률 증분($\Delta\epsilon_j$)의 합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta\epsilon_{R.M} = \Delta\epsilon_I + \sum_{j=1}^N \Delta\epsilon_j \tag{25}$$

여기서 N은 절리군의 개수이다. 모델에 작용하는 응력증분($\Delta\sigma$)은 절리암반과 각 록볼트군의 부피비에 의하여 분담되므로 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\Delta\sigma = (1 - \sum_{b=1}^M P_b) \cdot \Delta\sigma_{R.M} + \sum_{b=1}^M P_b \cdot \Delta\sigma_b \tag{26}$$

여기서, P_b 는 b번째 록볼트군의 부피비이고, M은 볼트군의 개수이다.

절리암반과 b번째 록볼트군에서 발생하는 응력-변형률 증분 관계는 다음과 같다.

$$\Delta\epsilon_{R.M} = D_{R.M}^{-1} \cdot \Delta\sigma_{R.M} + \Delta\epsilon_{R.M}^p \tag{27}$$

$$\Delta\epsilon = \Delta\epsilon_{R.M} = \Delta\epsilon_b \tag{28}$$

$$\Delta\sigma_{R.M} = D_{R.M}(\Delta\epsilon_{R.M} - \Delta\epsilon_{R.M}^p) \tag{29}$$

$$\Delta\sigma_b = D_b(\Delta\varepsilon_b - \Delta\varepsilon_b^{vp}) \quad (30)$$

식 (26)부터 식 (30)까지를 이용하여 전체모델에 대한 응력-변형률 증분관계식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta\sigma = (1 - \sum_{b=1}^M P_b) D_{R,M}(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_{R,M}^{vp}) + \sum_{b=1}^M P_b \cdot D_b(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_b^{vp}) \quad (31)$$

$$\Delta\sigma = D(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{vp}) \quad (32)$$

여기서,

$$D = (1 - \sum_{b=1}^M P_b) \cdot D_{R,M} + \sum_{b=1}^M P_b \cdot D_b \quad (33)$$

$$\Delta\varepsilon^{vp} = D^{-1}((1 - \sum_{b=1}^M P_b) \cdot D_{R,M} \cdot \Delta\varepsilon_{R,M}^{vp} + \sum_{b=1}^M P_b \cdot D_b \cdot \Delta\varepsilon_b^{vp}) \quad (34)$$

3.2 절리암반의 탄성 구성방정식

무결암과 절리를 모두 고려한 절리암반의 응력-변형률 관계식은 탄성강성행렬($D_{R,M}$)과 역행렬관계인 컴플라이언스 행렬($C_{R,M}$)을 이용한 행렬식으로 표시할 수 있다.

$$\sigma_{R,M} = D_{R,M} \varepsilon_{R,M} \quad (35)$$

$$\varepsilon_{R,M} = C_{R,M} \sigma_{R,M} \quad (36)$$

절리암반의 총변형률($\varepsilon_{R,M}$)은 무결암의 변형률(ε_I)과 j번째 절리군에서 발생하는 변형률(ε_j)을 이용하여 다음과 같은 식으로 표현이 가능하다.

$$\varepsilon_{R,M} = \varepsilon_I + \sum_{j=1}^N T_j^T \varepsilon_j \quad (37)$$

여기서 T_j 는 j번째 절리군 좌표계에서 전체좌표계로의 변형을 변환행렬이고, N은 절리군의 수이다. 식 (36)과 식 (37)을 이용하여 절리암반의 응력-변형률 관계를 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$C_{R,M} \sigma_{R,M} = C_I \sigma_I + \sum_{j=1}^N T_j^T C_j T_j \sigma_j \quad (38)$$

절리암반내에 분포하는 응력은 무결암과 절리에 동일하게 작용($\sigma_{R,M} = \sigma_I = \sigma_j$)하므로 식 (38)은 다음과 같이 정리된다. 즉, 절리암반의 컴플라이언스 행렬은 무결암과 각 절리군의 좌표변환한 컴플라이언스 행렬

의 합으로 표시된다.

$$C_{R,M} = C_I + \sum_{j=1}^N T_j^T C_j T_j \quad (39)$$

3.3 록볼트의 탄성 구성방정식

볼트는 절리암반과 완전히 밀착되어 있어서 접촉면에서의 상대변위가 발생하지 않는다고 가정한다. 볼트의 거동은 국부좌표계 상에서 볼트의 영률(E_b)과 볼트의 전단변형계수(G_b)를 사용하여 탄성 강성행렬에 의해 표현할 수 있다. b번째 록볼트군의 탄성 강성행렬(D_{bl})은 다음과 같다.

$$D_{bl} = \begin{bmatrix} E_{bl} & 0 \\ 0 & G_{bl} \end{bmatrix} \quad (40)$$

록볼트의 탄성 강성행렬이 절리암반의 탄성 강성행렬과 결합하기 위하여 b번째 록볼트군의 국부좌표계에서 전체좌표계로의 응력변환행렬(T_b^T)을 이용하여 다음의 관계식에 의해 전체좌표계로 변환되어야 한다.

$$D_b = T_b^T D_{bl} T_b \quad (41)$$

4. 프로그램의 구성

먼저 해석하려는 모델의 요소망을 작성하고 해석의 시작단계에서 모든 요소의 강성행렬과 하중벡터를 계산한 후 계산된 응력으로부터 각 요소에 작용하는 등가 절점력을 계산한다. 이 등가절점력은 이후 단계 해석 때마다 그 해석단계에 해당하는 응력에 대응하는 등가 절점력으로 대치되고 다음 단계의 불평형 절점력을 계산하는데 이용한다. 전체 강성행렬의 밴드 폭은 요소군들의 총 자유도 개수를 계산하여 결정하게 된다.

프로그램 수행 과정은 다음과 같다.

- ① 각 요소에서 탄성정수 행렬(D)을 계산하고, 강성행렬(K_e)을 구한다. 또 불평형력(ΔR_e)을 계산하여 전체 강성행렬(K)과 하중벡터로 조합하여 평형방정식을 구성한다.
- ② 평형방정식에서 변위의 증분(ΔU)을 구하고, 이를 이용하여 증분변형률($\Delta\varepsilon$) 및 증분응력($\Delta\sigma$)을 계산한다.
- ③ 증분변위, 증분변형률, 증분응력을 전 단계 결과와 더해서 요소 안 가우스 적분점에서 총변위(U), 변형률(ε)과 응력(σ)을 계산한다.
- ④ 보강절리암반 중 볼트의 총변형률은 전체 모델의 총 변형률과 같으므로 볼트의 변형을 변환행렬(T_b)을

이용하여 국부좌표계에서 볼트의 총변형률(ϵ_b)을 계산한다.

$$\epsilon_b = T_b \epsilon \quad (42)$$

- ⑤ 국부좌표계에서 볼트의 총변형률과 총점소성 변형률(ϵ_b^{sp}), 볼트의 탄성정수행렬(D_b)를 이용하여 볼트에 작용하는 응력(σ_b)을 계산한다.

$$\sigma_b = \begin{bmatrix} E_b & 0 \\ 0 & G_b \end{bmatrix} (\epsilon_b - \epsilon_b^{sp}) \quad (43)$$

- ⑥ 볼트의 항복함수를 이용하여 볼트의 항복여부를 판단하고, 항복이 일어난 경우 현 시간단계에서의 점소성변형률의 변화율($\dot{\epsilon}_b^{sp}$)을 계산한다.
 ⑦ 모든 볼트군에 대해서 ④~⑥ 과정을 반복한다.
 ⑧ 전체 좌표계에서 절리암반과 록볼트의 응력은 체적비에 의하여 분담되므로 절리암반에 작용하는 응력($\sigma_{R,M}$)을 계산한다.

$$\sigma_{R,M} = \sigma - \sum_b \rho_b T_B^T \sigma_b \quad (44)$$

- ⑨ 무결암과 절리에 작용하는 응력은 동일하므로 무결암의 응력은 $\sigma_{R,M}$ 이다. 무결암의 항복여부를 판단하고, 항복한 경우 현 시간단계에서의 점소성변형률의 변화율($\dot{\epsilon}_I^{sp}$)을 계산한다.
 ⑩ $\sigma_{R,M}$ 으로부터 응력변환행렬(T_j)을 이용하여 절리에 작용하는 응력(σ_j)을 계산한다. 절리의 항복여부를 판단하고 항복이 발생한 경우 현 시간단계에서의 점소성변형률의 변화율($\dot{\epsilon}_j^{sp}$)을 계산한다. 모든 절리군에 대해서 이 과정을 반복한다.
 ⑪ $\dot{\epsilon}_b^{sp}$, $\dot{\epsilon}_I^{sp}$, $\dot{\epsilon}_j^{sp}$ 에 시간증분을 곱하여 현 시간단계에 국부좌표계에서 발생한 각 볼트군의 변형률증분($\Delta \epsilon_b^{sp}$) 및 무결암의 변형률증분($\Delta \epsilon_I^{sp}$), 절리군의 변형률증분($\Delta \epsilon_j^{sp}$)을 구한다.

$$\Delta \epsilon_b^{sp} = \dot{\epsilon}_b^{sp} \Delta t \quad (45)$$

$$\Delta \epsilon_I^{sp} = \dot{\epsilon}_I^{sp} \Delta t \quad (46)$$

$$\Delta \epsilon_j^{sp} = \dot{\epsilon}_j^{sp} \Delta t \quad (47)$$

- ⑫ 전체좌표계로 변환하고, 보강절리암반의 총 점소성 변형률 증분($\Delta \epsilon^{sp}$)을 구한다.

$$\Delta \epsilon^{sp} = \sum_b \rho_b T_b \Delta \epsilon_b^{sp} + \Delta \epsilon_I^{sp} (1 - \sum_b \rho_b) + \sum_j T_j^T \Delta \epsilon_j^{sp} (1 - \sum_b \rho_b) \quad (48)$$

- ⑬ 요소 내의 모든 가우스 적분점에 대해서 ④~⑫ 과정을 반복한다.
 ⑭ 다음 시간단계 해석에 필요한 하중벡터(ΔR)를 계산한다.

$$\Delta R = \int_V B^T D \Delta \epsilon^{sp} dV \quad (49)$$

여기서, B 는 변형률-변위 행렬이다.

- ⑮ 소성 해의 수렴은 각 하중재하 시 초기 점소성 변형률의 크기가 허용한계 (TOL) 이하로 작아지는 시점에서 이루어지는 것으로 하였다. 즉 다음과 같은 수렴조건을 만족할 때까지 ②~⑭의 과정을 반복한다. 만약 항복이 특정한 수의 반복되는 과정동안 계속 발생한다면, 구조물은 붕괴한다고 가정하였다.

5. 프로그램의 검증 및 적용

5.1 1차원 점소성 거동

무결암의 점소성 거동에 대한 첫 번째 모델로 조태진과 이정인(1993)이 사용한 암반 블록모델과 동일한 모델을 선정하였다. 모델은 Fig 3에 나타난 바와 같이 상부에 균일 하중 1 MPa/m를 작용시켰다. 해석을 위해 사용된 입력 자료는 조태진과 이정인(1993)이 사용한 값과 같다(Table 1).

Fig. 3에 도시된 모델의 1차원적 점소성 거동은 이론적으로 암반에 작용하는 응력(σ_A)과 시간(t)을 이용하여 다음의 관계식으로 표현된다.

$$\epsilon = \frac{\sigma_A}{E} + \frac{\sigma_A - \sigma_Y}{H} [1 - e^{-H\gamma t}] \quad (50)$$

식 (50)의 이론적 결과와 본 연구의 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 본 연구의 결과는 조태진과 이정인(1993)의 결과와 거의 일치하였다. 즉, 초기 탄성변형의 이론적 결과와 수치해석 결과는 일치하였으며, 시간변화에

Table 1. Input parameters for intact rock

Component	Properties	Values
Intact rock	Young's modulus (E_I)	10.0 MPa
	Hardening parameter (H')	5.0 MPa
	Yield strength (σ_Y)	0.5 MPa
	Fluidity parameter (γ)	0.001 Pa/day

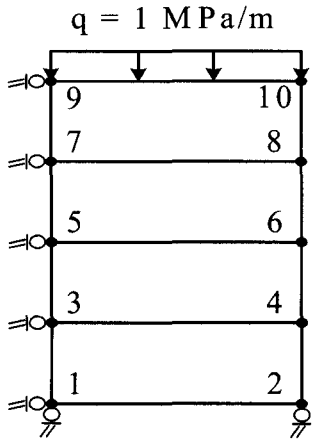


Fig. 3. Block model for viscoplastic rock

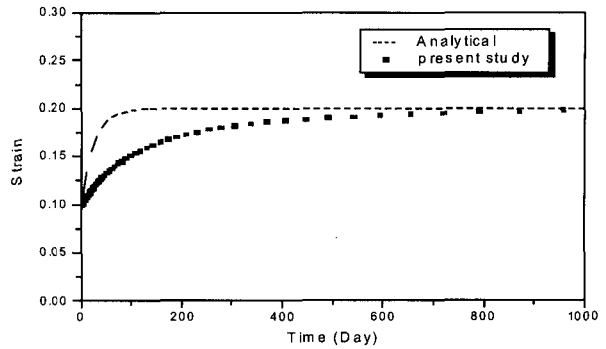


Fig. 4. Viscoplastic behaviour of rock

따른 변형은 이론적 결과가 수치해석 결과보다 크게 나타난다. 이론적 분석결과는 각 시간대별로 완결된 점소성 변형의 결과를 반영하나, 수치해석 결과는 점소성 변형이 진행 중이기 때문에 그 값이 더 작게 나타난다. 또한 점소성 거동이 완료된 시점에서는 이론적인 결과와 일치하게 된다. 조태진과 이정인(1993)의 결과에서는 점소성 거동이 시간 500(day)에서 완료하였지만, 본 연구에서는 시간 955(day)에서 완료하였다. 이는 점소성 프로그램 상에서 사용되는 다음 시간단계를 결정하는 변수들의 차이에서 기인된 것으로 판단된다.

5.2 무결압의 탄성과 소성 거동의 비교

본 연구에 사용된 프로그램으로 내부에 압력이 가해지는 thick wall cylinder에 대해 탄성해석과 점소성 해석을 실시하여 반경방향 및 접선방향 응력을 비교하였다.

내부압력을 2, 2.5, 3, 3.6 MPa로 증가시키면서 thick wall cylinder에 대한 탄성해석과 점소성 해석을 실시하였고, 평면변형률 조건을 적용하였고, 해석에서 유동인자 (fluidity parameter)는 단위 값을 사용하였다. Fig. 5는 해석에 이용한 유한요소망을 보여준다. 해석을 위해 사용된 입력 자료는 Hinton & Owen(1980)이 사용한 값과 같다(Table 2).

내부압력이 2.0 MPa인 경우에는 소성구간이 생기지 않았고, 탄성해석과 점소성해석이 일치하였다. 내부압력이 2.5 MPa인 경우부터 소성영역이 나타났으며, 내부압력이 3.0, 3.6 MPa로 증가할수록 소성영역 구간이 넓어지고, 탄성해석으로 구한 결과와 큰 편차를 가졌다. 또한 내부압력이 3.6 MPa 이상인 경우 해는 수렴하지 않았다. Fig. 6에 내부압력이 3.6 MPa인 경우에 탄성해

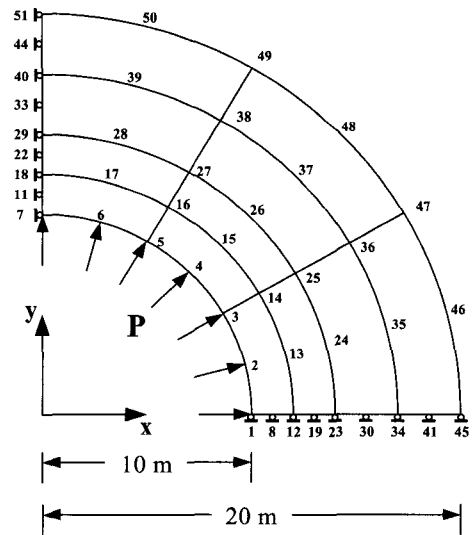


Fig. 5. Mesh employed in the elasto-viscoplastic analysis of an internally pressurized thick wall cylinder

Table 2. Mechanical properties of intact rock

Component	Properties	Values
Intact rock	Young's modulus (E)	21.0 GPa
	Poisson's ratio (ν)	0.3
	Cohesion (c_0)	4.0 MPa
	Internal friction angle (ϕ_0)	35°

석과 점소성 해석에 대한 반경방향과 접선방향의 응력을 도시하였다.

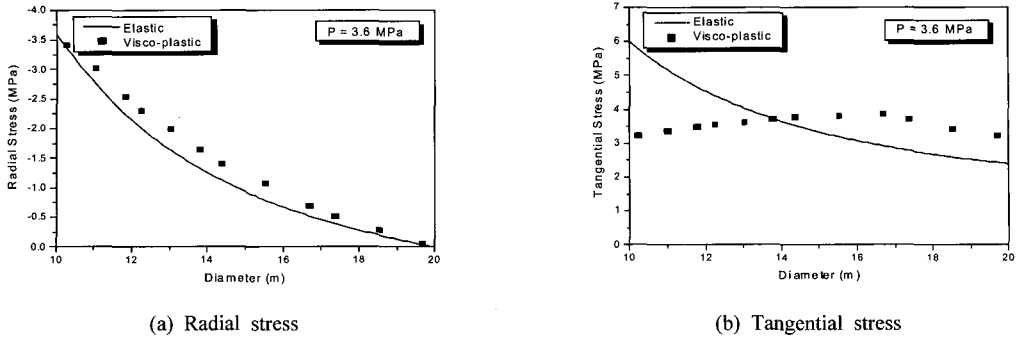


Fig. 6. Stress distribution in an internally pressurized cylinder ($P = 3.6$ MPa)

5.3 절리암반의 점소성 거동

연속체 절리암반 모델의 거동 특성을 고찰하기 위하여 조태진과 이정인(1992)에 의해 검증된 모델을 사용하였다(Fig. 7). 무결함을 탄성으로 해석한 경우(Type I)와 점소성으로 해석한 경우(Type II)로 나누어서 결과를 비교하였다. 또한 모델대상 암반에 1개의 절리군이 존재하는 경우 수평절리를 기준으로 절리면을 회전시킨 상태에서 절리암반 내부의 변위를 계산하였다. 연약 암반에 높은 응력이 작용하는 경우의 점소성 변형을 확인하기 위하여 조태진과 이정인(1992)이 사용한 입력자료 대신에 Hoek & Brown(1997)이 제시한 연약암반의 전형적인 물리적 특성값을 사용하였다(Table 3).

해석결과 절리가 존재하지 않는 경우에 수치 해석한 최상부의 수직변위는 이론적 산출 결과와 일치하였다. 절리가 존재하는 경우에는 암석자체의 변위 이외에도 절리면의 변위가 중합되어 전체적인 변위가 증가하였다. 절리의 회전각도가 증가할수록 절리암반의 수직변위는 감소하며, 수직절리의 경우 절리가 존재하는 경우에 있어서 최소의 변위를 나타낸다. 수직절리의 경우는

절리면에서의 수직방향 변위를 예측할 수 없지만, 수치 해석 상에서는 연속체 개념을 이용하여 전체 암반의 수평방향으로의 강성도가 감소하고, 결과적으로 수직방향으로의 변위가 생긴다는 개념으로 해석하였다(조태진과 이정인, 1992).

상부의 균일하중이 1.0 MPa/m로 작용할 때 Type I과 Type II의 두 결과가 일치하였다. 즉, 모델에서 소성 변형이 일어나지 않음을 의미한다. 이러한 결과를 Fig. 8에 나타내었다.

상부의 균일하중이 4.0 MPa/m로 작용할 때 수평절리 기준 30°경사의 절리부터 소성변형이 발생하였고, 무결암에서 발생하는 점소성 변형이 모델 전체의 변형에 영향을 주어 Type I보다 Type II가 더 큰 변위를 나타냈다. 또한 절리의 회전각도가 증가할수록 Type I과 Type II의 변위의 차이가 더욱 커지고 있다. 수직절리의 경우 두 경우에 대한 변위의 차이는 약 3.6 cm로 Type II의 경우가 Type I의 경우에 비해 10% 가량 증가한 변위를 보여준다. Fig. 8은 이러한 결과를 보여준다.

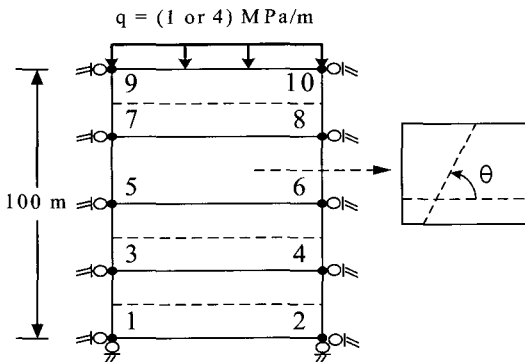


Fig. 7. Continuum rock model with 1 joint set

Table 3. Properties of rock and joint for input parameter

Component	Properties	Values
Intact rock	Young's modulus (E_i)	1.0 GPa
	Poisson's ratio (ν)	0.25
	Cohesion (c_0)	0.34 MPa
	Internal friction angle (ϕ_0)	24°
Joint	Normal stiffness (K_n)	1.0 GPa/m
	Shear stiffness (K_s)	1.0 GPa/m
	Joint spacing (S)	1.0 m

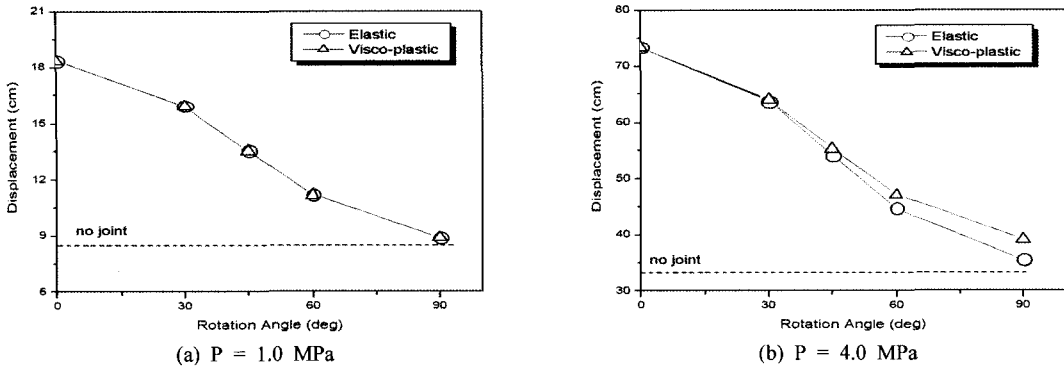


Fig. 8. Variation of vertical displacement with respect to the joint rotation

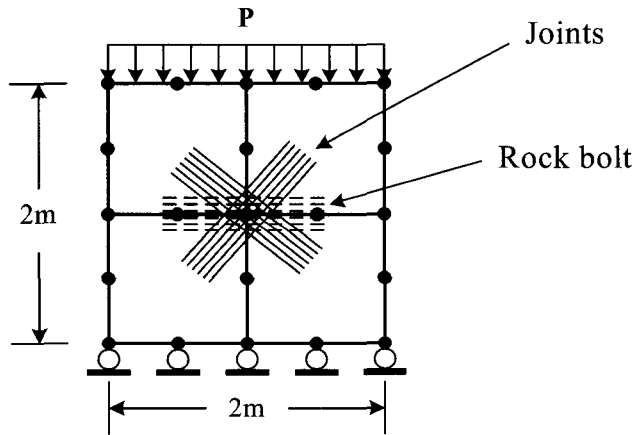


Fig. 9. Visco-plastic model of reinforced jointed rock mass

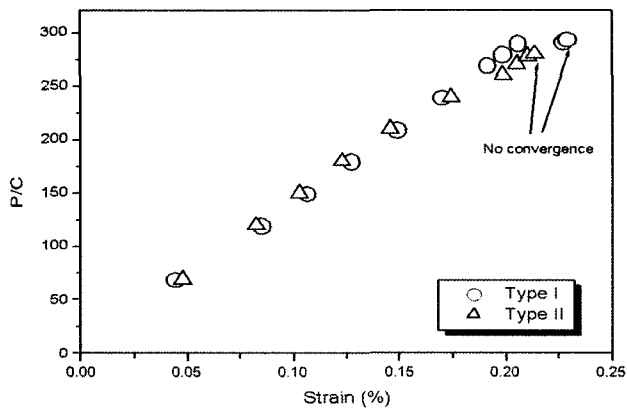


Fig. 10. Stress-Strain curve of reinforced jointed rock mass

5.4 록볼트로 보강된 절리암반의 점소성 거동

록볼트로 보강된 절리암반의 점소성 모델의 신뢰성을 검증하기 위하여 Sharma & Pande(1988)에 의한 2차

원 암반 블록모형을 이용하였다(Fig. 9). 해석을 위해 사용된 입력 자료는 Sharma & Pande(1988)이 사용한 값과 같다(Table 4).

Table 4. Mechanical properties of rock, joint and rock bolt

Component	Properties	Values
Intact rock	Young's modulus (E_i)	7.0 GPa
	Poisson's ratio (ν)	0.2
	Cohesion (α)	2.2 MPa
	Internal friction angle (ϕ_0)	37°
Joint	Normal stiffness (K_n)	5.0×10^3 GPa/m
	Shear stiffness (K_s)	5.0×10^3 GPa/m
	Cohesion (c)	50 kPa
	Friction angle (ϕ)	40°
	Dilatancy angle (ψ)	40°
	Joint spacing (S)	1.0 m
Rock bolt	Young's modulus (E_B)	200.0 GPa
	Shear modulus (G)	76.9 GPa
	Yield strength (σ_y)	250 MPa
	Volumetric proportion (β)	0.005

무결암은 탄성으로, 절리와 록볼트는 점소성으로 해석한 것을 <Type I>으로 설정하고, 무결암, 절리와 록볼트 모두를 점소성으로 해석한 것을 <Type II>로 설정하였다. Type II에서 무결암의 소성 판단 기준으로 Table 4의 무결암의 점착력(c_0)과 내부마찰각(ϕ_0)을 이용하여 Mohr-Coulomb 파괴기준식을 사용하였다. 상부 면에 작용하는 표면력(P)을 점차 증가시키면서, 수직축은 표면력 P를 절리면의 점착강도(c)에 대한 비율로, 수평축은 모델의 변형률로 하여 Fig. 10에 나타내었다.

Type I의 경우에 점소성 변형이 수렴되지 않는 파괴 응력 수준은 $P/c = 300$ ($P = 15.0$ MPa)으로 Sharma & Pande(1988)와 이연규(1994)의 결과와 일치하였다. 무결암까지 점소성 해석을 실시한 Type II의 경우에 $P/c = 280$ ($P = 14.0$ MPa)으로 Type I보다 작은 값을 나타냈다. 또한 점소성 변형이 일어나기 전까지의 탄성 변형 구간에서는 응력수준이 같으면 두 결과의 변형률도 거의 일치하였다. 점소성 변형이 일어난 후에는 같은 응력수준에서 Type II의 경우가 Type I의 경우보다 더 큰 변형률이 발생하였다. 표면력이 13.5 MPa인 경우에 변형률이 약 7% 증가하였다.

5.5 절리가 발달한 원형공동의 점소성 거동

개발된 프로그램을 Sharma & Pandya(1988)와 이연규(1994)에 의해 검증된 절리가 발달한 원형공동 모델

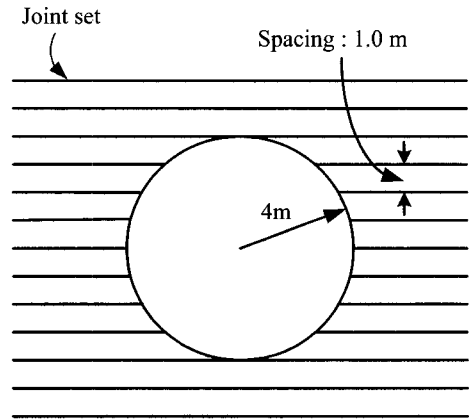


Fig. 11. Circular tunnel excavated in rock mass containing single joint set

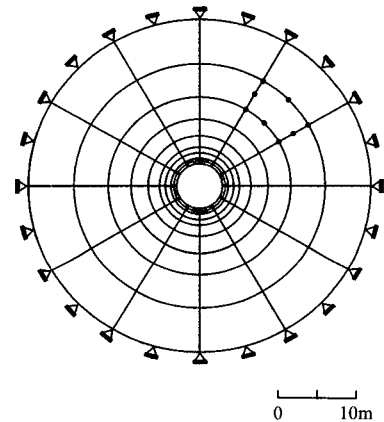


Fig. 12. Mesh distribution for a circular tunnel excavated in rock mass

에 적용하였다. Fig. 11과 같이 단일 수평 절리군을 포함하는 암반 내에 지름 8 m의 원형 터널이 존재하는 모델을 선정하여 점소성 해석을 실시하였다. Fig. 12는 해석에 이용한 유한요소망이고, 해석에 이용한 무결암, 절리 및 록볼트의 물성은 이연규(1994)가 사용한 값을 참조하였다(Table 5).

기존의 연구결과와 본 연구의 결과를 비교하기 위하여 무결암에 대한 해석을 탄성으로 한 경우와 점소성으로 한 경우로 나누어서 해석을 하였고, 절리와 록볼트는 모두 점소성 거동을 가정하였다. 또한 절리의 존재로 인한 영향과 록볼트의 보강효과에 대해서 알아보기 위해서 Table 6에서와 같이 총 6가지 경우의 구성모델을 선정하여 해석을 실시하였다.

Fig. 13은 절리와 평행한 방향의 반경방향 변위를 나

Table 5. Properties of rock, joint and rock bolt for input parameter

Component	Properties	Values
Intact rock	Young's modulus (E_I)	28.0 GPa
	Poisson's ratio (ν)	0.2
	Cohesion (c_0)	0.6 MPa
	Internal friction angle (ϕ_0)	29°
	insitu stress ($\sigma_v = \sigma_h$)	2.0 MPa
Joint	Normal stiffness (K_n)	10
	Shear stiffness (K_s)	5 GPa/m
	Cohesion (c)	45 kPa
	Friction angle (ϕ)	45°
	Dilatancy angle (ψ)	45°
	Joint spacing (S)	1.0 m
Rock bolt	Young's modulus (E_B)	200.0 GPa
	Shear modulus (G)	76.9 GPa
	Yield strength (σ_y)	250 MPa
	Volumetric proportion (δ)	0.005

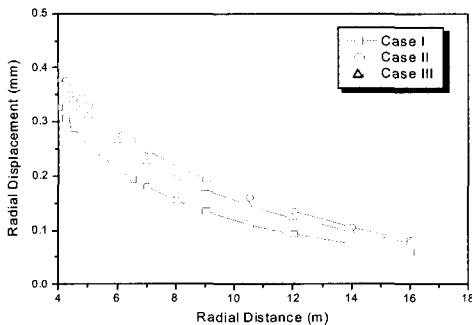
Table 6. Case classification for model analysis (case I ~ case VI)

Case	Behaviour of Intact rock	Existence of Joint	Existence of Rock bolt
I	Elastic	X	X
II	Elastic	O	X
III	Elastic	O	O
IV	Visco-plastic	X	X
V	Visco-plastic	O	X
VI	Visco-plastic	O	O

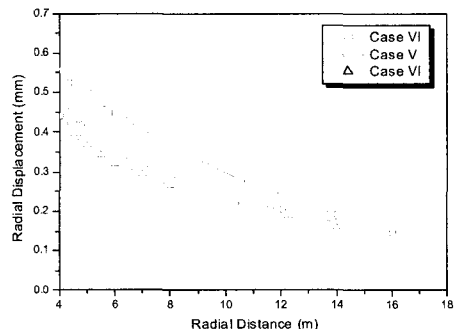
타내고 있다. 절리와 록볼트를 고려하지 않고 무결암에 대해서만 해석한 경우, 무결암을 점소성 해석한 결과 (Case IV)가 무결암을 탄성으로 해석한 결과 (Case I) 보다 더 큰 변위를 보여주고 있다. 절리가 존재하는 암반과 록볼트로 보강한 절리암반에서도 역시 무결암을 점소성 해석한 결과 (Case V, VI)가 탄성 해석한 결과 (Case II, III)보다 더 큰 변위를 보여준다. 이러한 결과는 무결암에서 발생하는 점소성 변형이 모델의 전체 변위에 영향을 주기 때문이다. 록볼트의 보강으로 인해 터널 벽면에서는 약 10% 정도의 변위 감소 효과가 있고, 터널 벽면에서 멀어지는 경우에도 록볼트의 보강효

과가 지속되고 있다. Case V를 제외한 모든 경우에 변위는 터널 벽면에서 가장 높은 값을 가지고, 벽면에서 멀어질수록 감소한다. 또한 터널 벽면에서 멀리까지 무결암에 대한 점소성 해석의 결과가 탄성 해석의 결과보다 더 큰 변위를 나타내고 있다. 무결암을 점소성으로 해석한 경우, 절리군에 평행한 방향의 변위에서 절리와 록볼트가 없는 경우 (Case IV)가 절리와 록볼트가 존재하는 경우 (Case V, VI)보다도 더 큰 변위 값을 보였다. 이것은 연속체 개념 적용 과정에서 예측할 수 없는 값에 대한 평가와 상대적으로 큰 변위를 갖는 절리에 수직인 방향 변위의 영향 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 14는 절리와 수직인 방향의 반경방향 변위를 나타내고 있다. 절리와 수직인 방향의 반경방향 변위도 평행한 방향의 반경방향 변위와 비슷한 특징을 나타낸다. 즉, 무결암에 대한 점소성 해석의 결과 (Case IV, V, VI)가 탄성 해석의 결과 (Case I, II, III)보다 더 큰 변위를 보여준다. 그러나 절리가 존재하는 경우에, 절리의 존재로 인한 암반의 이방성 거동 때문에 절리와 수직인 방향의 반경방향 변위는 평행한 방향의 반경방향 변위에 비해 큰 변위 값을 나타내고 있다. 록볼트로 보강한 경우 (Case III, VI) 중 무결암에 대한 탄성해석을



(a) Elastic analysis of intact rock



(b) Visco-plastic analysis of intact rock

Fig. 13. Radial displacement along the radial line parallel to the joint set

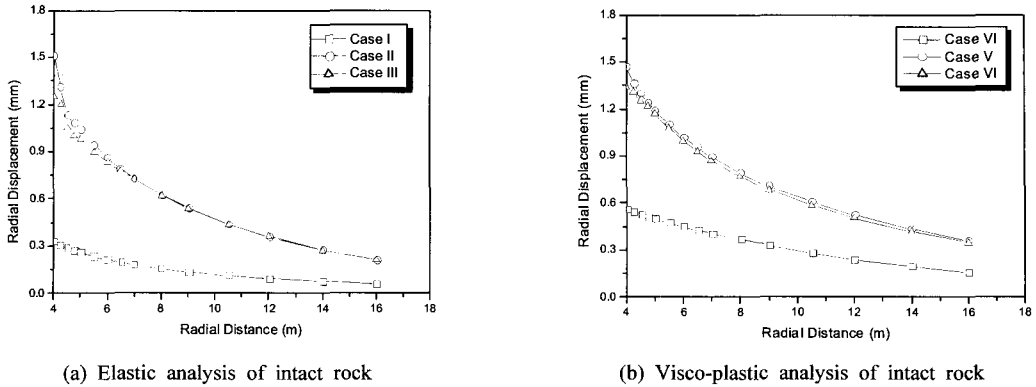


Fig. 14. Radial displacement along the radial line perpendicular to the joint set

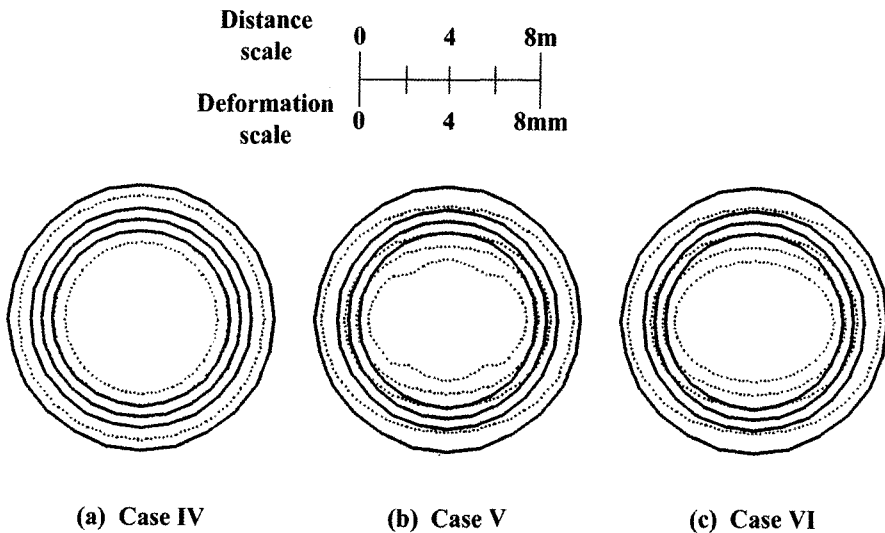


Fig. 15. Deformation for the Case IV, case V, Case VI

한 Case III은 터널 벽면에서 약 20%의 변위 감소 효과가 있었으며, 무결암에 대한 점소성 해석을 한 Case VI의 경우에는 약 10%의 변위 감소 효과가 있었다. 록볼트의 보강 효과는 절리에 평행한 방향의 결과와는 달리 터널벽면으로부터 멀어질수록 줄어드는 경향을 보인다.

무결암을 점소성으로 해석한 Case IV, V, VI의 경우에 대해서 변위의 크기를 1000배 확대하여 터널의 변형 형태를 Fig. 15에 도시하였다. 동일한 크기의 수평 및 수직 초기지압이 작용하였기 때문에 절리가 존재하지 않는 Case IV의 경우는 동심원 형태를 보인다. 그러나 절리가 존재하는 Case V, VI의 경우는 동심원 형태에서 벗어난 모습을 보여준다. 이것은 절리의 존재로 인하여 암반이 이방성 거동을 하기 때문이고, 절리의 경사 방향에 수직인 방향으로 큰 변위가 발생하기 때문이

다. 특히 Case V에서는 절리 경사방향과 수직인 방향의 터널 벽면 부근에서 점소성 변형의 발생하여 타원형태에서도 약간 벗어난 모습을 보인다. Case VI은 록볼트의 보강효과로 절리에 수직인 방향의 터널 벽면 부근에서 변위가 감소하고 있음을 보여준다.

6. 결 론

본 연구에서는 무결암, 절리, 록볼트를 점소성 거동을 하는 연속체로 가정하고 지하구조물의 안정성을 평가할 수 있는 2차원 점소성 유한요소 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 검증하기 위하여 무결암, 절리 암반 및 록볼트로 보강된 절리암반의 점소성 해석결과를 기존의 연구 및 이론 해와 비교하였다. 또한 개발된

프로그램을 절리가 발달한 원형공동에 적용하여 무결암의 해석조건, 절리 및 록볼트의 유무에 따른 변위 발생의 차이를 알아보았다. 이상의 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

- 1) 무결암에 대한 1차원 점소성 거동은 이론적 결과 및 기존의 연구결과와 일치하였고, 내부에 압력이 가해지는 원형 공동 모델을 통해 무결암의 점소성 변형을 확인하였다.
- 2) 1개의 절리군이 존재하고 있는 연속체 절리압반 모델의 거동을 고찰하였다. 모델에 하중이 작게 작용할 때 모델에서는 점소성 거동이 나타나지 않았으나, 하중이 크게 작용할 때에는 점소성 거동을 보이며, 무결암을 탄성으로 해석한 경우보다 점소성으로 해석한 경우가 최고 10% 정도의 큰 변위 값을 나타내고 있었다.
- 3) 록볼트로 보강된 절리압반 모델에서, 무결암을 탄성으로 해석한 경우는 표면력 15 MPa에서, 점소성으로 해석한 경우는 표면력 14 MPa에서 변형이 수렴되지 않았다. 점소성 변형이 일어나기 전 탄성변형 구간에서 응력수준이 같으면 두 결과의 변형률도 거의 일치하였으나, 점소성 변형이 일어난 후에는 같은 응력수준에서 무결암을 점소성 해석한 경우가 탄성 해석한 경우보다 큰 변형률이 발생하였다. 이 연구에 사용된 모델에서 표면력이 13.5 MPa인 경우에 변형률이 약 7% 증가하였다.
- 4) 개발된 프로그램을 이용하여 절리가 발달한 원형공동의 점소성 거동을 해석하였다. 무결암의 해석 조건(탄성/점소성), 절리의 유무, 록볼트의 유무에 따라 6가지 경우로 나누어서 해석을 실시한 결과, 모든 경우에 무결암을 점소성으로 해석한 결과가 탄성으로 해석한 결과보다 더 큰 변위 값을 보였다. 이것은 무결암에서 발생하는 점소성 변형이 모델 전체 변위에 영향을 주기 때문이다. 절리가 존재하는 경우에는 절리의 경사 방향에 수직인 방향으로 큰 변위가 발생하는 이방성 거동을 보였다. 또한 터널의 벽면에서 절리 경사 방향에 수평한 반경방향 변위의 경우 약 10%, 수직인 반경방향 변위의 경우 10~20% 정도의 록볼트 보강효과가 있었다. 록볼트의 보강효과는 절리 경사 방향에 수평한 반경방향의 경우 터널 벽면에서 멀리까지 지속되었으나, 수직인 반경방향의 경우는 터널 벽면으로부터 멀어질수록 줄어드는 경향을 보였다.

이상의 모델들에 대한 해석 결과, 절리와 록볼트만을

점소성 거동으로 해석한 기존의 연구에 추가하여 암반의 물리적인 특성과 주위의 응력조건에 따라서(특히 연약암반에 높은 응력이 작용하는 경우) 무결암 또한 점소성 거동으로 해석하는 것이 필요하다고 생각한다. 이 연구는 간단한 원형 공동에 적용하는 수준에 머물렀으나, 앞으로 해석과정에서의 수렴조건 설정을 위한 입력자료와 점소성 해석에 필요한 점소성 유동인자 등에 관한 보완 연구가 이루어진다면, 지하구조물의 안정성 평가를 위한 수치해석에서 더욱 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 조태진, 이정인, 1992, 연속체 모델을 이용한 절리압반 거동의 수치해석, 한국자원공학회지, 29, 299-309.
2. 조태진, 이정인, 1993, 록볼트 점소성 거동에 의한 지보효과 분석- 수치해석, 지질공학, 3, 215-230.
3. 이연규, 1994, 록볼트로 보강한 절리압반의 점소성 거동에 관한 수치해석 모델개발, 서울대학교 공학박사 학위논문.
4. Beer G., 1985, An isoparametric joint/interface element for finite element analysis. *Int. J. Num. Meth. in Eng.*, 21, 585-600.
5. Hinton, E. and D.R.J., Owen, 1980, *Finite Elements in Plasticity-Theory and Practice*, Pineridge Press Limited, Swansea, U.K.
6. Hinton, E. and D.R.J., Owen, 1979, *Finite Element Programming*, Academic Press Inc. (London) Ltd.
7. Hoek, E. and E. T., Brown, 1997, *Practical Estimates of Rock Mass Strength*. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 34.8, 1165-1186.
8. Olofsson, T., 1985, A non-linear model for the mechanical behaviour of continuous rock joints. *Proc. of Int. Symp. on Fund. of Rock Joints*, 395-404.
9. Pande, G.N. and G., Beer, 1990, *Williams J.R. Numerical Method in Rock Mechanics*, John Wiley & Sons Ltd.
10. Pande, G.N. and C.M., Gerrard, 1983, The behaviour of reinforced jointed rock masses under various simple loading stages. *Proc. of fifth Cong. of the Int. Soc. for Rock Mech.*, Vol.2, F217-F223.
11. Pande, G.N. and K.G., Sharma, 1979, A non-linear elastic/visco plastic model by a two stage time stepping scheme. *3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomech.*, 59-66.
12. Pande, G.N. and K.G., Sharma, 1983, Multi-laminate model of clays - A numerical evaluation of the influence of rotation of the principal stress axes. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, 7, 397-418.
13. Sharma, K.G. and G.N., Pande, 1988, Stability of rock masses reinforced by passive, fully-grouted rock bolts. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 25.5, 273-285.
14. Sharma, K.G. and A.B., Pandya, 1988, Elasto-Plastic finite element analysis of tunnels in reinforced jointed rock masses. *Int. Symp. on Underground Engineering*, New Delhi, 1, 199-206.



노 승 환

1999년 서울대학교 자원공학과 공학사
2004년 서울대학교 지구환경시스템공학부
공학석사

Tel: 02-728-3978

E-mail: shnoh@lgenc.co.kr

현재 LG건설 기술본부 지하공간팀



이 정 인

1963년 서울대학교 공과대학 광산학과
공학사

1965년 서울대학교 대학원 광산학과
공학석사

1974년 일본 도호쿠대학(東北大學)

대학원 자원공학과 공학박사

02-880-7221

E-mail: cilee@plaza.snu.ac.kr

현재 서울대학교 지구환경시스템공학부
교수



이 연 규

1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과
공학사

1989년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학석사

1994년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학박사

Tel: 063-469-1864

E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr

현재 군산대학교 해양과학대학 해양응용
공학부 조교수