

## 초기 비틀림각을 갖는 비균일 박판보 블레이드의 진동제어

### Vibration Control of Pretwisted Composite Thin-walled Rotating Beam with Non-uniform Cross Section

나 성 수\* · 임 성 남\*

Sungsoo Na and Sung-nam Rim

(2004년 1월 8일 접수 : 2004년 6월 2일 심사완료)

**Key Words** : Pretwisted Angle(초기 비틀림각), Presetting Angle(초기 정착각), Tailoring(테일러링), Flapping-Lagging Motion(플랩과 래깅운동), Velocity Feedback Control(속도 되먹임제어), Thin-walled Blade(박판 블레이드)

#### ABSTRACT

This paper addresses the dynamic modeling and closed-loop eigenvibration analysis of composite rotating pretwisted fan blade modeled as non-uniform thin-walled beam with bi-convex cross-section fixed at the certain presetting angle and incorporating piezoelectric induced damping capabilities. The blade model incorporates non-classical features such as transverse shear, rotary inertia and includes the centrifugal and Coriolis force field. A velocity feedback control law relating the piezoelectrically induced transversal bending moment at the beam tip with the appropriately selected kinematical response quantity is used and the beneficial effects upon the closed loop eigenvibration of the blade are highlighted.

#### 1. 서 론

산업응용분야에 쓰이는 터보 엔진의 블레이드, 헬리콥터의 블레이드, 풍력발전의 블레이드는 효율성과 성능에 대해서 많은 요구가 있으며 따라서 여러 가지 방법으로 개선 연구가 진행되고 있다. 이러한 연구 분야중의 하나인 터보팬 엔진의 팬 블레이드는 다른 부분에 비해서 열에 대한 영향이 적고 고속의 회전을 하기 때문에 외부 가진 요소에 의하여 생기는 공진으로 인한 반복응력이 문제가 되고 있다. 이러한 현상은 블레이드의 여러 가지 손상요인, 대표적으로 HCF(high cycle fatigue) 및 LCF(low cycle fatigue) 등으로 정의 될 수 있으며, 이러한 문제를 대비하기 위

해서 복합재료를 이용한 연구가 진행되고 있다. 최근의 연구 동향에 의하면 복합재료 판의 형태의 연구에서는 기존 금속형태의 것보다 10배 이상의 수명을 보여주고 있다고 한다.<sup>(1)</sup>

회전하는 블레이드의 진동에 대한 영향은 일반적으로 캠벨다이아그램(campbell diagram)을 이용하고 이 방법은 블레이드의 고유진동수와 회전수 그리고 회전수의 하모닉(harmonic) 성분을 가지고 판단하게 된다.<sup>(9)</sup> 기존 연구에서는 등방성재료를 기준으로 유한요소 해석을 통하여 설계상에서 평가하게 되고 제조 후에는 모든 블레이드를 평가하여 유한요소 해석과의 관계를 고려하여 최종적인 판단을 하게 된다. 그러나 하나의 단(stage)은 여러 개의 블레이드로 구성되어 있고 제조상의 어려움 때문에 고유진동수가 분포되어 있고 이러한 분포 때문에 제조 후에 진동평가가 필요하게 된다.<sup>(2)</sup>

블레이드 설계 및 제조과정에서 여러 가지 외부 요

\* 책임저자 : 정희원, 고려대학교 공과대학 기계공학과  
E-mail : nass@korea.ac.kr

Tel : (02)3290-3370, Fax : (02)926-9290

\* 고려대학교 대학원 기계공학과

인 때문에 고유진동수 파악이 어렵고 또한 항공기 속도가 증가함에 따라서 블레이드에 작용하는 공기의 힘이 커지기 때문에 조금이라도 공진영역에 들어가면 보다 큰 응력이 걸려서 블레이드 피로파괴의 원인이 된다. 그러므로 설계시 블레이드의 공진주파수를 정확히 파악하여 설계의 신뢰성을 확보하여야 한다.

블레이드의 진동제어 방법으로는 블레이드를 복합재료로 이용할 경우에는 복합재료만의 구조적 테일러링 효과 즉 섬유각을 이용하여 설계자가 원하는 강성을 얻을 수가 있는데 이러한 효과를 이용하여 공진영역을 보다 쉽게 조정할 수 있게 된다. 또한 수동적인 방법 외에 능동형 진동제어방법, 즉 압전 재료를 이용하여 블레이드의 공진 및 동적응답특성을 높임으로써 외부 요소에 능동적으로 대비하게 된다.

본 논문에서는 확장된 Galerkin 법을 이용하여, 회전하는 초기 비틀림각(pretwisted angle)과 초기 정착각(presetting angle)을 가진 복합재료 블레이드에 대한 자유진동을 해석하고 또한 압전재료를 이용한 진동제어 해석을 하고자 한다.

이 논문의 구조적인 모델은 전단변형효과, 회전 관성효과, 원심력(centrifugal force), 코리올리의 힘(Coriolis force)의 효과 및 복합재료 구조물에서 나타나는 여러 운동 간의 상호연성효과 등이 고려되었으며 폐단면 블레이드의 양쪽이 볼록한 단면형상(Closed bi-convex cross-section profile)의 박판보(thin-walled beam)를 가진 이방성(anisotropy) 섬유 강화재료 적층보를 모델링 하였다. 여기에서는 면외 굽힘(flapping)운동과 면내굽힘(lagging)운동이 연성되는 CUS(circumferentially uniform stiffness)구조에 대해서 섬유각(ply orientation), 회전속도 및 초기 비틀림각 그리고 초기 정착각에 대한 자유진동 특성의 영향을 고찰한다.

## 2. 이론해석

### 2.1 구조 모델링 및 기본가정

터보팬 엔진의 팬 블레이드의 형상을 Fig. 1과 같이 비균일하고 비틀림이 있는 양쪽이 볼록한 형태로 일정 속도 $\Omega$ ( $\equiv \Omega \mathbf{j} = \Omega \hat{j}$ )를 가진다고 모델링한다.

Fig. 1과 2에서 보듯이 회전축 중심에서 관성 좌표계  $X-Y-Z$ 가 존재하고  $R_0$ 만큼 떨어진 블레이드의 뿌리부분에서  $x-y-z$  좌표계가 위치한다. 각각 두

좌표계에 대해서  $I, J, K$  그리고  $i, j, k$ 의 단위벡터를 사용하여 각 각 정의 한다. 그리고 블레이드 표면에  $s-z-n$ 좌표계가 위치한다. 비균일하기 때문에 블레이드 길이 방향으로 식 (1)과 같이 코드  $C(\eta)$ 의 길이방향과 중앙선 단면형상의 높이  $b(\eta)$ 은 테이퍼비에 따라 선형으로 변한다고 가정한다.

$$\begin{Bmatrix} c(\eta) \\ b(\eta) \end{Bmatrix} = [1 - \eta(1 - \sigma)] \begin{Bmatrix} c_R \\ b_R \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $\eta = z/L$ 는 무차원 길이 방향의 좌표이고,  $\sigma = c_T/c_R$ 는 테이퍼비( $1 \leq \sigma \leq 2$ )가 된다. 그리고  $L$ 은 블레이드의 반스팬, 첨자  $R$ 과  $T$ 는 블레이드 단면의 뿌리와 끝을 나타낸다.

박판보에 대한 방정식을 유도하기 위해서 아래와 같은 가정을 한다.

- (1) 보의 원래 단면은 유지된다.
- (2) 횡 전단 효과가 고려된다.
- (3) 원주방향의 합응력(hoop resultant stress,  $N_{ss}$ )는 다른 항들에 비해서 무시할 정도로 작다.
- (4) 테이퍼비에 의해서 수직, 수평으로 대칭적으로

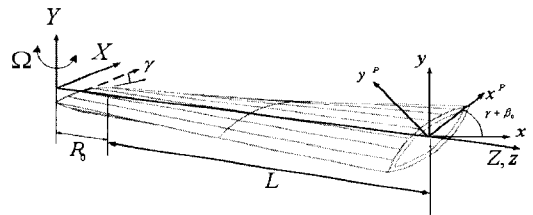


Fig. 1 Geometry of the pretwisted and pre-setting beam

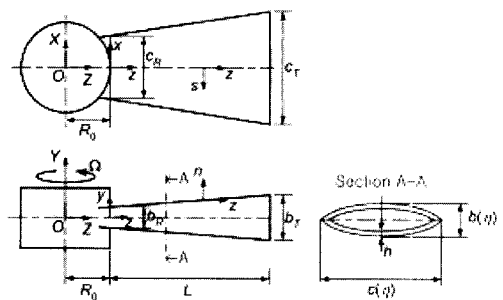


Fig. 2 Geometry of the beam

선형적으로 변화한 구조를 가진다.

(5) 복합재료는 직교 이방성 복합재료(orthotropic composite material)로 가정한다. 보의 원래 단면은 유지되기 때문에 다음과 같은 가정과 식을 사용한다.

$$R(\eta) = [1 - \eta(1 - \sigma)]R_R \quad (2)$$

여기서  $R(\eta)$ 는 원호의 곡률 반경이며,  $R_R$ 는 날개의 뿌리 부분 단면의 곡률 반경이다. 단면들의 기하학적 유사함 때문에,  $y$ 축과  $c/2$ ,  $c_R/2$  및  $c_T/2$  지점들의 반경  $R$ 의 각도인  $\varepsilon$ 는 동일하다. 즉  $\varepsilon_R = \varepsilon_T = \varepsilon = \varepsilon_0$ 이다.

회전에 따른 블레이드의 초기 비틀림각과 초기 정착각의 영향을 조사하기 위해 식 (3)과 같은 변환이 필요하다. 여기서  $x, y, z$ 는 회전좌표계이며,  $x^p, y^p, z^p$ 는 단면의 주좌표계이다.

$$\begin{aligned} x &= x^p \cos(\beta(z) + \gamma) - y^p \sin(\beta(z) + \gamma) \\ y &= x^p \sin(\beta(z) + \gamma) + y^p \cos(\beta(z) + \gamma) \\ z &= z^p \end{aligned} \quad (3)$$

초기 비틀림각은  $\beta(z) = \beta_0 z/L$ 으로 정의되고, 고정단에서 자유단으로 선형으로 변한다고 가정한다. ( $\beta_0$ 는 블레이드 끝 부분에서의 초기 비틀림각) 즉, 초기 비틀림각의 변화율은 일정하다.  $\gamma$ 는 초기 정착각으로 보의 중심면에 대해  $\gamma$ 각 만큼 축의 회전면에 기울어져 있는 것을 나타낸다. 따라서 운동방정식에서 표현되는 강성항과 질량항은 축방향 좌표 함수로 표현된다.

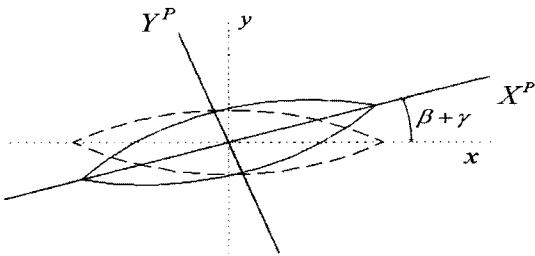


Fig. 3 Configuration of the prewisted and pre-setting angle cross section

## 2.2 변위와 변형률관계

2.1의 박판보 방정식의 가정들로부터 보의 3차원 탄성이론에 상응하는 1차원의 이론으로 변형하기 위해서 변위벡터의 성분들을 아래의 식과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(z, t) - y\Theta(z, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(z, t) + x\Theta(z, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(z, t) + \theta_x(z, t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] + \\ &\quad \theta_y(z, t)[x(s) - n \frac{dy}{ds}] - \Theta'(z, t)[F_w(s) + na(s)] \\ a(s) &= -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds} \\ \theta_x(z, t) &= \gamma_{yz}(z, t) - v_0'(z, t) \\ \theta_y(z, t) &= \gamma_{xz}(z, t) - u_0'(z, t) \end{aligned} \quad (4) \sim (9)$$

여기에서  $F_w(s)$ 는 일차 와핑함수이고,  $na(s)$ 는 이차 와핑함수이고,  $n$ 은 두께방향의 좌표계를 나타낸다. (3, 4)

$\gamma_{xy}$ 와  $\gamma_{yz}$  각각  $xy$ 와  $yz$  평면상에서의 횡전단 변형도를 나타내고, '은  $z$ 에 대한 도함수를 나타낸다.

$u_0, v_0, w_0$ 는  $x, y, z$ 축 방향에 대한 병진운동은,  $\theta_x, \theta_y, \Theta$ 는  $x, y, z$ 축에 관한 회전운동을 나타낸다.

## 2.3 운동 및 변형에너지와 해밀턴 변분분리

운동방정식과 경계조건은 해밀턴의 변분분리를 사용하여 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W) dt &= 0 \\ \delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y &= 0 \quad \text{at } t = t_1, t_2 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $T$ 는 운동에너지,  $V$ 는 변형에너지로 이는 스트레인 에너지에 해당하며,  $W$ 는 비보전력에 의한 가상일을 나타낸다.

(1) 운동에너지

블레이드의 단면상의 한 점  $R$ 의 변형전의 위치벡터  $\vec{r}$ 은 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} \quad (11)$$

그리고 고정점 0로부터 점의 변형 후의 위치벡터  $\vec{R}$ 은 다음의 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{R}_0 + \vec{r} + \vec{\Delta} \\ &= (x+u) \vec{i} + (y+v) \vec{j} + (z+w) \vec{k} \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서  $\vec{\Delta} (\equiv u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k})$ 는 기준점으로부터의 변위벡터를 나타낸다.

그 위치벡터에서 속도벡터와 가속도 벡터는 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{R}} &= [\dot{u} + \Omega R_0 + z + w] \dot{\vec{i}} + \dot{v} \dot{\vec{j}} + [w - \Omega(x+u)] \dot{\vec{k}} \\ &\quad + [\ddot{w} - 2\Omega \dot{u} - (R_0 + z + w)\Omega^2] \vec{k} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\ddot{\vec{R}} = [\ddot{u} + 2\Omega \dot{w} - (x+u)\Omega^2] \vec{i} + \ddot{v} \vec{j} \quad (14)$$

그리고 운동에너지는 식 (15)과 같이 각 성분으로 나누어서 표현된다.

$$\int_{t_0}^t \delta T dt = \int_{t_0}^t \int_{\rho} (\dot{\vec{R}} \cdot \delta \dot{\vec{R}}) d\tau dt = - \int_{t_0}^t dt \int_{\tau} \rho \vec{R} \cdot \delta \dot{\vec{R}} d\tau \quad (15)$$

(2) 변형에너지

변형에너지는 아래와 같이 표현이 가능하게 된다.

$$\begin{aligned} V &= (1/2) \int_{\tau} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\tau \\ \int_{t_0}^t \delta V dt &= \int_{t_0}^t \int_{\tau} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\tau dt \end{aligned} \quad (16)$$

### 2.4 지배방정식 및 CUS 구조

복합재료의 특징 중 하나가 섬유각의 방향에 따라서 운동연성을 바꿀 수가 있다. 본 논문에서는 CUS (circumferentially uniform stiffness) 구조의 형태를 고려하였으며 그 특징으로는 면내와 면외 굽힘운동이 연성이 되고 축방향 운동과 비틀림운동이 연성된다.

본 연구에서는 운동에너지와 변형에너지를 해밀턴 변분분리 원리에 의해서 각각 정리하면 아래와 같은 초기 비틀림각과 초기 정착각이 고려된 면외와 면내 굽힘이 연성된 지배방정식과 관련된 경계조건이 된다.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : [a_{43}(z)\theta'_x + a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x)]' \\ - b_1 \ddot{u}_0 + b_1 u_0 \Omega^2 + b_1 \Omega^2 [R(z)u'_0]' + p_x = 0 \\ \delta v_0 : [a_{52}(z)\theta'_y + a_{53}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{54}(z)(u'_0 + \theta_y)]' \\ - b_1 \ddot{v}_0 + b_1 \Omega^2 [R(z)v'_0]' + p_y = 0 \\ \delta \theta_y : [a_{22}(z)\theta'_y + a_{23}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{23}(z)\theta'_x]' \\ - a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) - a_{43}(z)\theta'_x - a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x) \\ - (b_5(z) + b_{15}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) - (b_6(z) + b_{13}(z))\ddot{\theta}_x + m_y = 0 \\ \delta \theta_x : [a_{33}(z)\theta'_x + a_{34}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{23}(z)\theta'_y]' \\ - a_{55}(z)(v'_0 + \theta_x) - a_{52}(z)\theta'_y - a_{54}(z)(u'_0 + \theta_y) \\ - (b_4(z) + b_{14}(z))(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) - (b_6(z) + b_{13}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) + m_x = 0 \end{aligned} \quad (17 \text{ a-d})$$

여기에서  $p_x, p_y, m_x, m_y$ 는 축방향 좌표(z)와 시간(t)에 대한 외부에서 작용하는 힘과 모멘트로 각각 가정한다.

블레이드가  $z=0$ 에서 고정단 조건이고,  $z=L$ 에서 자유단 조건이기 때문에 다음과 같은 경계조건을 얻을 수가 있다.

$$\begin{aligned} \text{At } z=0 \\ u_0 = 0, v_0 = 0, \theta_y = 0, \theta_x = 0 \\ \text{At } z=L \\ \delta u_0 : a_{43}(z)\theta'_x + a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x) = 0 \end{aligned}$$

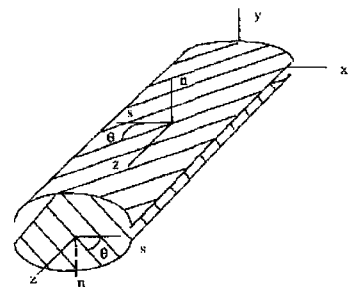


Fig. 4 CUS Configuration  
 $\theta(y) = \theta(-y)$

$$\begin{aligned} \delta v_0 : a_{32}(z)\theta'_y + a_{35}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{45}(z)(u'_0 + \theta_y) &= 0 \\ \delta \theta_y : a_{22}(z)\theta'_y + a_{25}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{23}(z)\theta'_x &= \widetilde{M}_y \\ \delta \theta_x : a_{33}(z)\theta'_x + a_{34}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{23}(z)\theta'_y &= \widetilde{M}_x \end{aligned} \quad (18\sim 19)$$

여기서  $a_{ij} = a_{ji}$ ,  $b_{ij}$ 는 각각 강성항과 질량항으로 식 (3)의 좌표변환을 이용하여 구해지고, 각 항들은 상수가 아닌 축방향 함수가 된다. 그리고  $\widetilde{M}_y$ ,  $\widetilde{M}_x$ 는 압전 작동기에 의해서 생성되는 경계모멘트가 된다.

### 2.5 되먹임 제어법칙

복합재료 박판보의 진동특성을 제어하기 위한 압전 재료에 대한 가정은 다음과 같다.

- (1) 압전 작동기와 감지기는 보의 축 방향을 따라서 균일하게 전체적으로 삽입되어 있다.
- (2)  $s-z$ 평면내에서는 등방성이고, 두께 방향( $n$ )으로는 횡방향 이방성물질(transversely isotropic)로 가정한다.
- (3) 압전재료의 분극(poling)방향은 두께 방향( $n$ )과 일치한다고 가정한다.

일반적인 경우에서 압전 작동기에 의해서 생기는 굽힘 모멘트는 식 (20 a, b)과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\begin{aligned} \widetilde{M}_y &= C_y V(t) [H(z - z_1) - H(z - z_2)] \\ \widetilde{M}_x &= C_x V(t) [H(z - z_1) - H(z - z_2)] \end{aligned} \quad (20 \text{ a, b})$$

여기서  $C_y$ ,  $C_x$ 는 각각 압전기와 블레이드의 기계적인, 형상적인 성질에 관련된 상수이고,  $V(t)$ 는 윗부분과 아랫부분의 압전 작동기에서 각각 같은 크기에 반대부호를 가지는 입력 전압을 나타내고,  $H(\cdot)$ 는 압전기 분포를 나타내는 Heaviside 함수를 나타낸다.

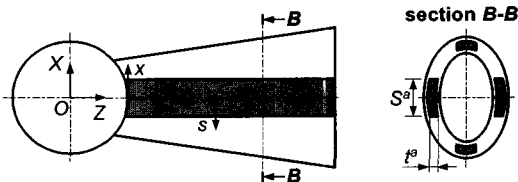


Fig. 5 Distribution of Piezoactuators

Fig. 5에서 압전 작동기가 블레이드의 전체에 존재하게 되면 압전 작동기에 의해서 생기는 굽힘 모멘트가 지배방정식이 아닌 경계조건 즉, 식 (19)에서 나타나게 된다. 구조물에 변형에 의하여 압전 감지기에 발생하는 전하를 시간에 관하여 미분한 전류에 비례하는 전기장을 작동기에 입력하는 속도 되먹임 제어를 이용하였다. 속도 되먹임 제어에 대한 무차원 상수  $K_y$ ,  $K_x$ 는 아래의 식과 같이 나타내고, 수치적으로 무차원시키기 위해서 식 (22)같이 나타내게 된다.<sup>(5)</sup>

$$\begin{aligned} \widetilde{M}_y &= k_y \dot{\theta}_y(L) \\ \widetilde{M}_x &= k_x \dot{\theta}_x(L) \end{aligned} \quad (21 \text{ a, b})$$

$$K_y = k_y L^2 / a_{22}^0, K_x = k_x L^2 / a_{33}^0 \quad (22)$$

여기에서  $a_{22}^0$ 은 블레이드 뿌리부분의 면외방향 강성항이고,  $a_{33}^0$ 은 블레이드 뿌리부분의 면내방향 강성항으로 정의된다.

### 3. 수치해석 및 결과

해밀턴 변분분리에 의해서 얻어진 지배방정식을 확장된 Galerkin 법을 이용하여 자유진동에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석에 사용되는 물성치 및 기하학적 특성은 Appendix에 기술하였다. 각각의 변위들을 식 (23 a,b)와 같이 공간과 시간에 대한 함수의 곱으로 일반화하여 확장된 Galerkin 법을 이용하여 이산화 할 수가 있다.

$$\begin{aligned} u_0(z, t) &= U_0^T(z) q_u(t), v_0(z, t) = V_0^T(z) q_v(t) \\ \theta_y(z, t) &= Y_0^T(z) q_y(t), \theta_x(z, t) = X_0^T(z) q_x(t) \end{aligned} \quad (23 \text{ a~d})$$

여기에서

$$\begin{aligned} U_0(z) &= [u_1 u_2 \cdots u_N]^T, V_0(z) = [v_1 v_2 \cdots v_N]^T \\ Y_0(z) &= [y_1 y_2 \cdots y_N]^T, X_0(z) = [x_1 x_2 \cdots x_N]^T \end{aligned} \quad (24 \text{ a~d})$$

윗 식들은 적어도 기하학적인 경계조건을 만족하는 시험함수(trial function)들에 대한 벡터들이다.

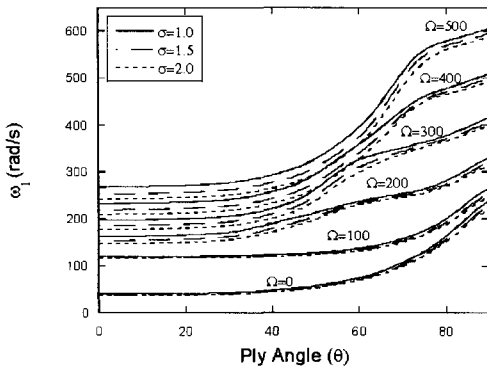


Fig. 7 Variations of the first coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with three different taper ratios ( $\beta_0 = \gamma = 0$ )

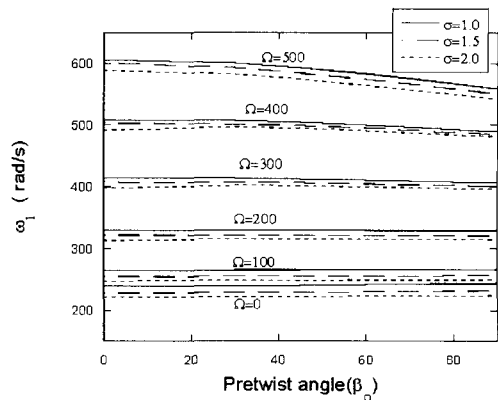


Fig. 10 Variations of the first coupled flapping-lagging frequency vs. pretwisted angle for several rotating speeds with three different taper ratios ( $\gamma = 0, \theta = 90^\circ$ )

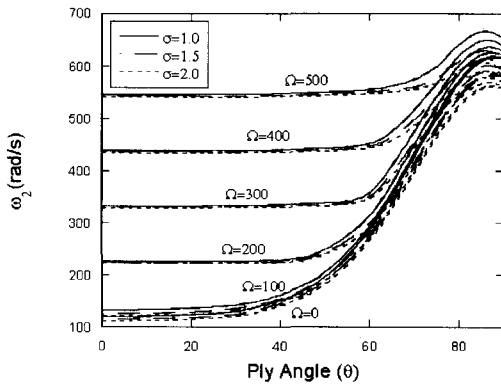


Fig. 8 Variations of the second coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with three different taper ratios ( $\beta_0 = \gamma = 0$ )

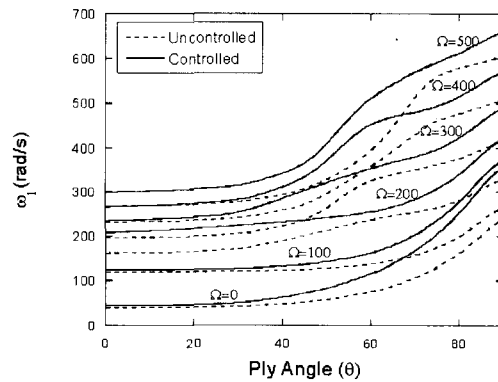


Fig. 12 Variations of the first coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with the Piezoelectric moment ( $K_y = K_x = 0.025, \beta_0 = \gamma = 0$ )

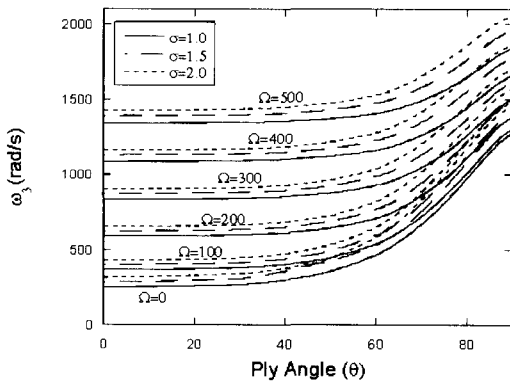


Fig. 9 Variations of the third coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with three different taper ratios ( $\beta_0 = \gamma = 0$ )

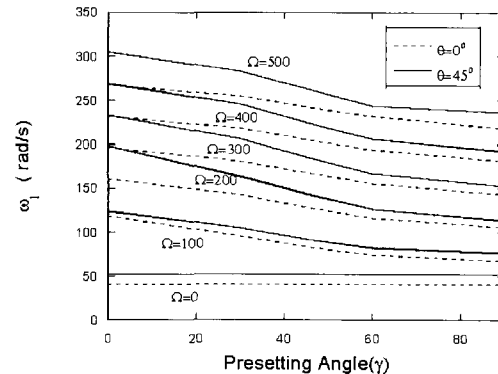


Fig. 11 Variations of the first coupled flapping-lagging frequency vs. setting angle for several rotating speeds with two different ply angles ( $\beta_0 = 45^\circ$ )

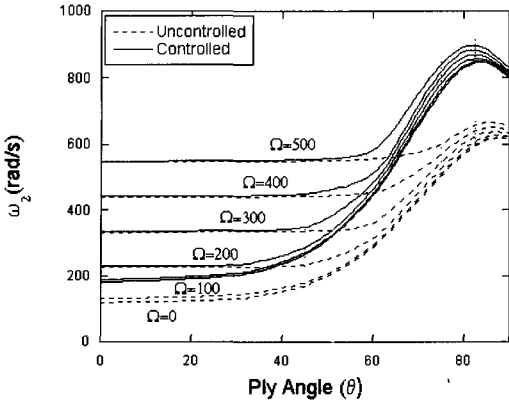


Fig. 13 Variations of the second coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with the Piezo-electric moment ( $K_y = K_x = 0.025, \beta_0 = \gamma = 0$ )

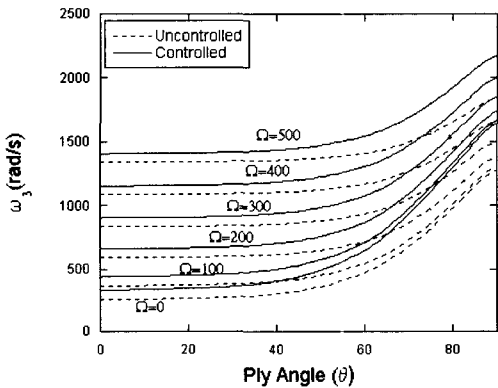


Fig. 14 Variations of the third coupled flapping-lagging frequency vs. ply-angle for several rotating speeds with the Piezoelectric moment ( $K_y = K_x = 0.025, \beta_0 = \gamma = 0$ )

위의 식들을 각각의 지배방정식에 대입하여 식 (25)의 형태와 같은 행렬식을 유도하여 고유치 문제를 풀어서 자유진동에 대한 결과를 얻을 수가 있다.

$$-\omega^2[M] + [K] = 0 \quad (25)$$

여기서  $[K]$ 와  $[M]$ 은 각각 강성과 질량행렬로  $4N \times 4N$  행렬이 된다.

Figs. 7~11은 블레이드의 섬유 적층각도, 테이퍼비, 회전속도, 초기정착각, 비틀림각 등의 수동적 변수에 대한 블레이드의 고유진동수의 변화를 고찰하였다. Figs. 7~9는 섬유 적층각도의 변화, 테이퍼비,

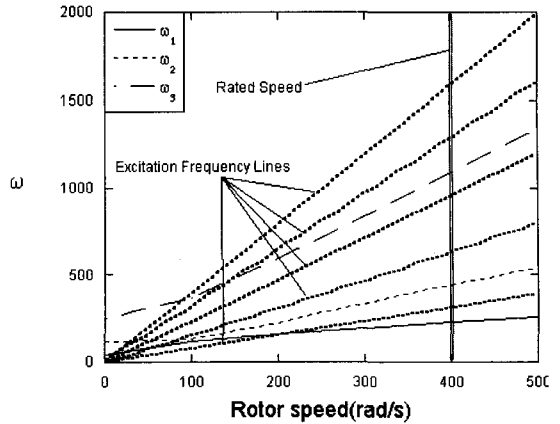


Fig. 15 Campbell Diagram at rated speed (400 rad/s) with  $\beta_0 = \gamma = 0, \theta = 0^\circ$

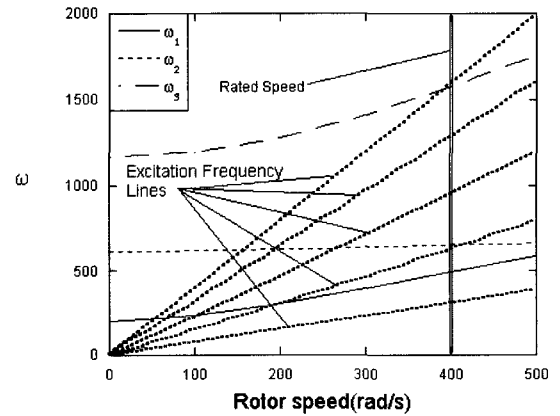


Fig. 16 Campbell Diagram at rated speed (400 rad/s) with  $\beta_0 = \gamma = 0, \theta = 85^\circ$

그리고 회전속도의 변화에 따른 블레이드의 1, 2, 3차 연성된 고유진동수를 나타내었다. 하이버의 적층각이 고각일 때 굽힘강성이 증가하므로 그에 따른 고유진동수의 증가를 나타내고 있다. 한편 테이퍼비가 증가함에 따라 1, 2차는 감소하지만 3차는 증가함을 알 수가 있고, 섬유각이 저각일 때 보다 고각일 때가 더 많은 변화를 나타내고 있다. 이러한 현상은 섬유각이 클수록 굽힘 강성도 커지기 때문이다. Fig. 10은 비틀림각도, 테이퍼비, 회전속도에 따른 블레이드의 고유진동수의 변화를 나타낸다. 회전각속도가 없을 때는 고유진동수의 약간의 증가된 변화를 나타내고 있는데 이러한 변화는 면외방향 운동이 초기 비틀림각이 변함에 따라서 면외방향으로 변화기 때문이다. 각속도가 증가됨에 따라서 초기 비틀림각이 클 때 연

성된 1차 고유진동수가 낮아지는 경향이 커짐을 볼 수가 있고, 테이퍼비에 대한 변화도 앞의 결과(Fig. 7)와 같게 나타나고 있다. 이러한 결과는 등방성재료의 경우와 같은 경향을 보이고 있다.<sup>(1)</sup> 대부분의 블레이드가 초기 비틀림각이 45도가 넘지 않기 때문에 연성된 1차 고유진동수의 변화가 크지 않다는 것을 알 수가 있다. Fig. 11에서는 섬유적층각도, 회전각속도, 그리고 초기 정착각에 대한 블레이드의 연성된 1차 고유진동수 변화를 나타내고 있다. 회전하지 않을 때는 초기 정착각의 영향이 거의 없지만 회전각속도가 증가함에 따라서 영향이 초기 정착각의 고유진동수에 대한 영향이 비교적 크게 나타나고 회전수가 증가함에 따라서 1차 고유진동수는 낮아지는 경향을 보이고 있고 이러한 경향은 섬유각이 증가함에 따라서 더 뚜렷하게 나타나고 있다. 즉 위의 결과들로부터 블레이드의 섬유 적층각도, 테이퍼비, 회전속도, 초기 정착각, 비틀림각 등의 수동적 변수들이 회전하는 블레이드의 동적응답에 중요한 영향을 미치는 인자임을 확인하였다. Fig. 12~14에서는 블레이드가 회전시 속도제어를 할 경우 연성된 1, 2, 3차 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 제어를 하지 않았을 때와 비교하여 섬유각이 저각일 때 보다 고각일 때 그 속도제어의 고유진동수에 대한 영향이 크게 나타남을 보이고 있다. 즉 위의 결과는 속도제어에 의한 고유진동수를 변화시킬 수 있으며 그로인해 동적응답특성을 향상시킬 수 있음을 보여 주고 있다. Fig. 15와 16은 섬유각이 0도와 85도에 대한 캠벨다이아그램을 나타낸다. 회전블레이드의 공진여부는 캠벨다이아그램을 통하여 확인할 수가 있다. 공진현상은 오직 가진곡선(excitation frequency line)과 블레이드 진동수 곡선이 만날 때 일어난다. 회전하는 블레이드의 경우 정격으로 회전할 때의 상태가 중요하므로 공진되는 부분이 정격회전수 부근에 있으면 HCF와 같은 Blade에 피해를 주는 현상이 발생하게 된다. 두개의 그래프를( $0^{\circ}$ 와  $85^{\circ}$ 의 섬유 적층각도) 비교하면 같은 형상이지만 섬유각이 달라짐에 따라서 가진 곡선과 고유진동수 곡선이 만나는 공진점이 많이 달라짐을 볼 수가 있다. 이러한 복합재료만의 테일러링 효과를 이용한다면 설계 시 기존의 금속재질의 블레이드에 비하여 공진에 대한 큰 마진(margin)을 얻기 때문에 설계상의 신뢰성을 확보할 수 있을 것이다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 해밀턴 변분분리로 부터 복합재료 블레이드의 양쪽이 볼록한 단면형상(bi-convex cross-section profile)의 얇은 벽보를 모델로 한 초기 비틀림각과 초기 정착각을 갖고 회전하는 블레이드에 대한 운동방정식과 경계조건을 유도하였다. 또한 PZT를 이용하여 구조물의 진동제어를 가능하도록 하였다. 블레이드 형상 요소에 따른 고유진동수의 변화와 복합재료의 구조적 테일러링 기법과 PZT 등의 지능재료를 이용하여 블레이드의 고유진동수를 조정할 수가 있고, 복합재료 블레이드가 공진으로 인한 HCF에 영향을 적게 받도록 할 수 있다는 것을 알 수가 있었다. 이러한 요소들은 실제 설계과정에서 고려해야 할 캠벨 다이아그램을 통해서 우리가 피해야 할 공진 부분을 능동적으로 대처할 수 있을 것이다.

#### 후 기

Sungsoo Na acknowledges the financial support by the Basic Research Program of the Korea Science & Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0

#### 참 고 문 헌

- (1) Subrahmanyam, R. K. B. and Kaza, K. R. V., 1986, "Vibration and Buckling of Rotating Pre-twisted, Preconed Beams Including Coriolis Effects," Journal of vibration, acoustics, stress and Reliability in design Vol. 108 pp. 140~149.
- (2) 이안성 등, 2003, "KGT-74 소형 가스터빈 블레이드의 진동 신뢰성 평가," 한국소음진동공학회, 춘계학술대회논문집, pp. 297~302
- (3) Song, O., "Modeling and Response Analysis of Thin-walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials," Ph. D Thesis, VPI & SU, USA
- (4) Na, S. S., "Control of Dynamic Response of Thin-walled Composite Beam Using Structural Tailoring and Piezoelectric Actuation," Ph. D Thesis,



VPI & SU, USA

(5) Na, S. S. and Librescu, L., 2000, "Modeling and Vibration FeedBack Control of Rotating Tapered Beams Incorporating Adaptive Capabilities," ASME PVP-Vol. 415 Recent Advances in Solids and Structures, pp. 35~53.

(6) Librescu, L., Meirovitch, L. and Na, S. S., 1997, "Control of Cantilever Vibration via Structural Tailoring and Adaptive Materials," AIAA Journal, Vol. 35, No. 8, pp. 1309~1315.

(7) Kosmatka, J. B. and Mehmed, O., 1998, "Vibration Reduction of Integral Composite Fan Blade: Experimental Spin Testing," Proceedings of the 3rd National Turbine Engine High-Cycle Fatigue Conference(CD), Session 11, pp. 10~18.

(8) Song, O., Oh, S. Y. and Librescu, L., 2002, "Dynamic Behavior of Elastically Tailored Rotating Blade Modeled as Pretwisted Thin-Walled Beams And Incorporating Adaptive Capabilities," International Journal of Rotating Machinery, Vol.8, No.1, pp. 13~25.

(9) 하현천 등, 2001, "증기터빈 블레이드의 공진 방지를 위한 실험연구," 한국소음진동공학회논문집 제 11 권, 제 3 호, pp. 410~415.

## APPENDIX

### 1. (Graphite/Expoxy) 복합재료의 물성치와 기하학적 특성

$$E_L = 30 \times 10^6 \text{ psi} (20.68 \times 10^9 \text{ N/m}^2)$$

$$E_r = 0.75 \times 10^6 \text{ psi} (5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2)$$

$$G_{LT} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi} (2.25 \times 10^9 \text{ N/m}^2)$$

$$G_{TT} = 0.45 \times 10^6 \text{ psi} (3 \times 10^9 \text{ N/m}^2)$$

$$\mu_{LT} = \mu_{TT} = 0.25$$

$$\rho = 14.3 \times 10^{-5} \text{ lbs/in}^3 (1528.15 \text{ kg/m}^3)$$

$$L = 2.032 \text{ m} (80 \text{ in})$$

$$c = 0.254 \text{ m} (10 \text{ in})$$

$$h = 10.16 \times 10^{-3} \text{ m} (0.4 \text{ in})$$

$$b = 50.8 \times 10^{-3} \text{ m} (2 \text{ in})$$

$$R_o = 0.254 \text{ m} (10 \text{ in})$$